

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

تحدي- π 2023

بمناسبة الأسبوع الجامعي للرياضيات المزمع انعقاده من 12 حتى 15 مارس 2023، وفي إطار الاحتفال باليوم العالمي للرياضيات 14 مارس 2023، تطلق وزارة التعليم العالي والبحث العلمي تحدي- π لسنة 2023، الموجه لجميع طلبة على مستوى كل المؤسسات الجامعية .

ترسل إجابات التحدي قبل تاريخ 09 مارس 2023 عن طريق البريد الإلكتروني إلى:

mcm@nhsm.edu.dz

- يجب أن تكون الإجابات واضحة، كاملة و صحيحة.
- يجب أن يكون عنوان رسالتك الإلكترونية مكتوبا كالاتي:

First Name / Family Name / Pi-Challenge

- يجب أن تحتوي رسالتك الإلكترونية المعلومات الآتية:

الاسم واللقب، مؤسسة الانتماء، المستوى والتخصص إضافة إلى رقم الهاتف.



PI CHALLENGE

MARCH 2023

- This challenge is open for all students at university level.
- The solutions should be sent no later than **09.03.2023** by e-mail to mcm@nhsm.edu.dz.
- All solutions must be correct, complete and well written.
- The subject of your email should be written as follows

“FirstName/FamilyName/Pi-challenge”.

- The email must contains all the following information: **Full name**, **Affiliation** (higher school, institute, university, ...), **Study level** and **Phone number**.

Solve all the problems below.

1. Let $f \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R})$ such that $f(x)$, $f'(x)$ and $f''(x)$ are all strictly positive for every $x \in \mathbb{R}$. Show that if $f''(x) \leq f(x)$ for every $x \in \mathbb{R}$, then $f'(x) < \sqrt{2}f(x)$ for every $x \in \mathbb{R}$.
2. Find, with proof, the digit in the position $n + 1$ after the decimal point in \sqrt{N} , where N is the positive integer with $2n$ digits that are all ones, i.e.,

$$N = \underbrace{111 \cdots 111}_{2n}, \quad n \geq 1.$$

3. Find the supremum and the infimum of

$$|1 + z| + |1 - z + z^2|,$$

where $z \in \mathbb{C}$ and $|z| = 1$.