

JOURNÉE EMÉRITAT

EDA APPLICATIONS

**21
NOVEMBRE
2018**



Labbas Rabah

JOURNÉE EMÉRITAT

EDA APPLICATIONS

PROGRAMME

SALLE POLYVALENTE

A 09h 30 : SOUTENANCE DE DOCTORAT

de Mr **Menad Abdallah**

Intitulé : «*Problème de diffusion avec interfaces et applications concrètes*».

PRÉSIDENT : Belaidi Benharrat, (Professeur, UMAB).

EXAMINATEURS :

Cheggag Mustapha, (Professeur, ENP d'Oran).

Dahmani Zoubir, (Professeur, UMAB).

Mahdjoub Tewfik, (MCA, Université Aboubekr Belkaid, Tlemcen).

DIRECTEUR DE THÈSE :

Medeghri Ahmed, (Professeur, UMAB).

Co-directeur de thèse :

Labbas Rabah, (Professeur, Université du Havre, France).

SALLE POLYVALENTE

A 14h30 : CONFÉRENCE 1 : **Medeghri Ahmed**

«*Equations Différentielles Abstraites et Applications à divers Problèmes Concrets* »

A 15h10 : CONFÉRENCE 2 : **Cheggag Mustapha**

«*Equation Différentielle Abstraite de type Elliptique avec des conditions de Robin généralisées : Cas Commutatif et non commutatif* »

A 15h40 : CONFÉRENCE 3 : **Limam Kheira**

«*Etude d'un problème de transmission dans une cellule biologique.* »

A 16h10 : CONFÉRENCE 4 : **Haoua Rabah**

«*Equation Différentielle à coefficients opérateurs variables de type Elliptique avec des conditions de Robin généralisées dans les espaces UMD*»

« Equations Différentielles Abstraites et Applications à divers Problèmes

Concrets »

Ahmed Medeghri Email : ahmed.medeghri@univ-mosta.dz

Laboratoire de mathématiques pures et appliquées.

Faculté des Sciences Exactes et Informatique

Université Abdelhamid Ibn Badis, Mostaganem, Algérie.

En 1989 j'ai commencé mon apprentissage de la théorie des équations différentielles abstraites (ou à coefficients opérateurs) sous la direction du Professeur Rabah Labbas. Le document de base était sa thèse d'état avec quelques notions pré-requises suivies dans son cours de DEA : les semi-groupes (livre de Pazy) ; les espaces d'interpolation (Lions-Peetre) et les sommes d'opérateurs linéaires (Approches de: Da Prato-Grisvard ; Labbas-Terreni et Dore-Venni). Plus tard, on s'est intéressé (en co-encadrant des thèses) à l'étude d'équations différentielles elliptiques (selon Krein) complètes, du second ordre ; à coefficient opérateur (autonome ou variable) avec divers types de conditions aux limites (Dirichlet ; Neumann, mêlés ; Robin; non locales) généralisées (i.e : à coefficients opérateurs) dans le cadre Höldérien ou L_p .

L'objectif étant de trouver des conditions nécessaires et suffisantes sur les données pour avoir l'existence, l'unicité et la régularité maximale de la solution. La méthode se base sur la construction d'une représentation de la solution en utilisant les intégrales de Dunford ou les semi-groupes. L'analyse des termes de cette représentation permet de trouver le résultat de régularité. Dans chaque cas, on a appliqué nos résultats à des exemples concrets régis par des EDP. Ces travaux ont aboutis à la publication de plusieurs articles ainsi que la soutenance de plusieurs thèses.

Dans cet exposé, je vais citer les principaux problèmes étudiés à travers ces années avant de focaliser sur le dernier travail en commun (2018), qui concerne l'étude spectrale d'un opérateur de dispersion d'une population dans deux habitats sous des conditions représentant le comportement des individus aux frontières. On montre qu'il est générateur infinitésimal d'un semi-groupe analytique, ce qui est essentiel pour l'étude du problème d'évolution correspondant. Les résultats étendent ceux de Cantrell, R. S., and Cosner, C. (dimension 1) à deux dimensions.

Références :

- 1) Pazy A. : Semigroups of Linear Operators and Applications to Partial Differential Equations, Applied Mathematical Sciences, Springer-Verlag, New York, 119 (1983).
- 2) J. L. Lions et J. Peetre.: Sur une classe d'espaces d'interpolation, Inst. Hautes Etudes Sci. Publ. Math., 19 (1964), 5-68.
- 3) G. Da Prato et P. Grisvard.: Sommes d'Opérateurs Linéaires et Equations Différentielles Opérationnelles, J. Math. Pures Appl. IX Ser. 54 (1975), 305-387.
- 4) R. Labbas et B. Terreni.: Sommes d'opérateurs linéaires de type parabolique, 1ère Partie. Boll. Un. Math. Ital. 1-B (7) (1987), 545-569.
- 5) G. Dore and A. Venni.: On the Closedness of the Sum of two Closed Operators, Mathematische Zeitschrift, 196 (1987), 270-286.
- 6) R. Labbas: Problèmes aux Limites pour une Equation Différentielle Abstraite de Type Elliptique, Thèse d'état, Université de Nice, 1987.
- 7) S. G. Krein: Linear Differential Equations in Banach Spaces, Moscou, 1967.
- 8) Cantrell, R. S., and Cosner, C.: Diffusion Models for Population Dynamics Incorporating Individual Behavior at Boundaries: Applications to Refuge Design, Theoretical Population Biology 55, 189-207 (1999).

Elliptic Problems with General Robin Boundary Coefficient-operator :
Commutative and non Commutative Framework.

Cheggag Mustapha

Ecole Nationale Polytechnique d'Oran, Maurice Audin

Abstract: In this work, we prove some new results on boundary-value problems for differential-operator equations of second order in a non-commutative framework which improve in some sense the results in [1] and in the recent work, see [4]. We study the case where the second member of the abstract differential equation belong to $L^p(0, 1; X)$, with general $p \in]1, +\infty[$ and X being a *UMD* Banach space. Existence, uniqueness and optimal regularity of the strict solution are proved. This work is naturally the continuation of the ones studied by Cheggag *et al*, see [2], [3], in the commutative case.

Keywords: Second order differential-operator equations, analytic semigroup, general Robin boundary coefficient-operator, *UMD* spaces.

References

- [1] [1] M. Cheggag, A. Favini, R. Labbas, S. Maingot and A. Medeghri, *Sturm-Liouville problems for an abstract differential equation of elliptic type in UMD spaces*, Differential and Integral Equations, Volume 21, Numbers 9-10 (2008), 981-1000.
- [2] M. Cheggag, A. Favini, R. Labbas, S. Maingot et A. Medeghri, Complete Abstract Differential Equations of Elliptic type with general Robin Boundary Conditions, in *UMD spaces*, DCDS, Series S, Volume 4, Number 3 (2011), 523-538.
- [3] M. Cheggag, A. Favini, R. Labbas, S. Maingot and A. Medeghri, Elliptic Problems with Robin Boundary Coefficient-Operator Conditions in General L^p Sobolev Spaces and Applications, Bulletin of the South Ural State University, Ser. Mathematical Modelling, Programming & Computer Software, Volume 8, Number 3 (2015), 56-77.
- [4] M. Cheggag, A. Favini, R. Labbas, S. Maingot and K. Ould Melha, New results on complete elliptic equations with Robin Boundary coefficient-operator conditions in non commutative case, Bulletin SUSU, MMCS, Volume 10, Number 1 (2017), 70-96.

« Etude d'un problème de transmission dans une cellule biologique. »

Limam Kheira Maitre de conférences A

Université Abdelhamid Ibn Badis, Mostaganem, Algérie.

J'ai réalisé plusieurs travaux scientifiques (thèse, articles, communications et posters) sous la direction de messieurs les professeurs Rabah Labbas et Ahmed Medeghri. Je leur exprime ma gratitude et mes remerciements pour leurs aides précieuses et leurs conseils judicieux.

Dans cet exposé, je vais donner une application concrète d'un problème de transmission dans une cellule biologique. Ce travail a fait l'objet d'une publication au "Journal of Differential Equations" [1]. Beaucoup de problèmes de transmission sont posés dans un corps entouré d'une couche mince d'épaisseur petite $\varepsilon > 0$. Par exemple, ceux concernant la conductivité dans une cellule biologique $\Omega^{*\varepsilon} = \overline{\Omega^*} \cup \Omega_+^{*\varepsilon}$ constituée d'un cytoplasme homogène Ω^* (de bord Γ^* , centré en $(0,0)$ de rayon d'un micromètre) et d'une fine membrane $\Omega_+^{*\varepsilon}$ (entourant le cytoplasme), de bord $\Gamma_+^{*\varepsilon}$, d'épaisseur de quelques nanomètres $\varepsilon > 0$.

Le potentiel électrique dans cette cellule vérifie

$$(P^\varepsilon) \begin{cases} \nabla \cdot (\mu \nabla w^\varepsilon) = \mu h^\varepsilon \text{ dans } \Omega^{*\varepsilon} \\ \frac{\partial w^\varepsilon}{\partial n} = l_+^\varepsilon \text{ sur } \Gamma_+^{*\varepsilon} \\ \int_{\Gamma^*} w^\varepsilon(\sigma) d\sigma = 0, \end{cases}$$

où $\mu = (\mu_-, \mu_+)$ dans $\Omega^* \times \Omega_+^{*\varepsilon}$ sont les coefficient de conductivité des deux corps dépendant éventuellement de ε , et la densité de charge électrique $h^\varepsilon \in L^p(\Omega^{*\varepsilon})$, avec $1 < p < \infty$.

$\partial / \partial n$ désigne la dérivée par rapport à la normale extérieure et l_+^ε est le champ électrique imposé sur le bord $\Gamma_+^{*\varepsilon}$. La condition de Neumann implique la condition de compatibilité suivante

$$\int_{\Omega^{*\varepsilon}} (\mu h^\varepsilon)(x, y) dx dy + \int_{\Gamma_+^{*\varepsilon}} \mu_+ l_+^\varepsilon(\sigma) d\sigma = 0. \quad (CC)$$

La condition de jauge $\int_{\Gamma^*} w^\varepsilon(\sigma) d\sigma = 0$, est imposée pour avoir l'unicité de la solution.

Par un changement de variables naturel, on montre que le problème (P^ε) peut s'écrire sous forme d'une équation différentielle opérationnelle du second ordre avec des conditions aux limites et de transmission : (Problème $(P^\delta)_{\delta>0}$ où $\delta = \ln(1 + \varepsilon)$) posé sur une demi-droite réelle négative.

Le but de ce travail est de donner une étude complète des problèmes ; en utilisant la théorie des équations différentielles opérationnelles et le célèbre théorème de Dore-Venni pour prouver l'existence et l'unicité de la solution classique dans le cadre L^p . Le résultat essentiel est le suivant

Théorème. Soient $l_+^\varepsilon \in W^{1-\frac{1}{p}, p}(\Gamma_+^{*\varepsilon})$ et $h_- \in L^p(\Omega_-^*)$, $h_+^\varepsilon \in L^p(\Omega_+^{*\varepsilon})$, $1 < p < \infty$ avec $p \neq 2$, satisfaisant la condition de compatibilité (CC). Alors, le problème (P^ε) admet une unique solution w^ε telle que $w_-^\varepsilon \in W^{2,p}(\Omega_-^*)$, $w_+^\varepsilon \in W^{2,p}(\Omega_+^{*\varepsilon})$.

References

[1] R. Labbas, K. Lemrabet, K. Limam, A. Medeghri and M. Meisner: On Some Transmission Problems Set in a Biological Cell, Analysis and Resolution, JDE, Vol. 259(2015), pp 2695-2731

**DIFFERENTIAL EQUATIONS OF ELLIPTIC TYPE WITH VARIABLE
OPERATORS AND GENERAL ROBIN BOUNDARY CONDITION, IN UMD
SPACES**

RABAH HAOUA
RABAH LABBAS AND AHMED MEDEGHRI

This work is devoted to study the following general problem

$$\begin{cases} u''(x) + A(x)u(x) - \omega u(x) = f(x), & x \in (0, 1) \\ u'(0) - Hu(0) = d_0 \\ u(1) = u_1, \end{cases}$$

with $f \in L^p(0, 1, E)$, $1 < p < +\infty$, where E is a complex Banach space, d_0, u_1 are given elements in E and $(A(x))_{x \in [0,1]}$ is a family of closed linear operators. H is a closed linear operator in E , ω is a positive real number. Existence and regularity results are obtained when the Labbas-Terreni assumption is fulfilled using semi-groups theory and interpolation spaces as in [2], [1]. The results proved here in the L^p case complete our recent paper concerning the hölderian case, see [1].

REFERENCES

- [1] R. Haoua and A. Medeghri: *Robin boundary value problems for elliptic operational differential equations with variable operators*, Electronic Journal of Differential Equations. Vol. 2015.
- [2] R. Labbas: *Problèmes aux limites pour une equation différentielle abstraite de type elliptique*, Thèse d'état, Université de Nice (1987).

Key words and phrases. Differential equation, Robin boundary conditions, analytic semigroup, maximal regularity, Dore-Venni theorem and UMD spaces.