د. قبايلي حاجة

الاقتصاد الجزئي

كتاب بيداغوجي

موجه لطلبة السنة الأولى جذع مشترك

د. قبايلي حاجة

الاقتصاد الجزئي

د. قبايلي حاجة

أستاذة محاضرة "أ" في قسم علوم التسيير كلية العلوم الاقتصادية، التجارية وعلوم التسيير بجامعة عبد الحميد ابن باديس – مستغانم، عضوة بمخبر السياسات التنمية والمبادلات الخارجية بوادكس - جامعة عبد الحميد بن باديس -مستغانم، حاصلة على شهادة ماجستير تخصص: اقتصاد دولي – جامعة وهران 2013، وشهادة دكتوراه علوم في التخصص نفسه بجامعة وهران 2018، ثم في جانفي 2021 حصلت على التأهيل الجامعي بجامعة عبد الحميد ابن باديس – مستغانم، ولها العديد من المنشورات والمؤلفات الوطنية والدولية في مجالات: الاقتصاد والتسيير.

عن الكتاب

تناول هذا الكتاب مدخلا إلى النظريات الأساسية في تحليل سلوك الوحدات الاقتصادية الجزئية، بما يتوافق مع محتوى المناهج المعتمدة من طرف الوزارة الوصية في هذا المقياس، والموجهة لطلبة تخصصات العلوم الاقتصادية، التجارية وعلوم التسيير في مختلف المعاهد والجامعات ضمن نظام ل.م.د.

وقد جرى الحرص على أن يتضمن كل فصل مجموعة من التمارين التطبيقية المرفقة بحلولها النموذجية، إلى جانب أمثلة توضيحية مستمدة من المحاضرات والدروس الميدانية، وذلك بهدف تمكين الطالب أو القارئ من فهم أعمق واستيعاب أفضل لمبادئ التحليل في النظرية الاقتصادية الجزئية.

ISBN :978-9969-05-761-4

دار إيلياء للنشر والتوزيع
ELYAA PUBLISHING HOUSE

حي ميموني حمود 02 برج الكيفان
الجزائر العاصمة – الجزائر
email :elyaa.publishing@gmail.com
www.dar-elyaa.com

الاقتصاد الجزئي

عنوان الكتاب:

الاقتصاد الجزئي

الحجم: 15.5 X 23.5

عدد الصفحات: 222

من تأليف:

د. قبايلي حاجة

© المكتبة الوطنية الجزائرية

ردمك: ISBN:978-9969-05-761-4

الإيداع القانوني: ديسمبر 2025

لا يسمح بإعادة إصدار هذا الكتاب أو أي جزء منه أو تخزينه في نطاق استعادة المعلومات أو نقله بأي شكل من الأشكال، دون إذن خطي مسبق من الناشر

دار إيلياء للنشر والتوزيع

حي ميموني حمود 02 برج الكيفان - الجزائر العاصمة - الجزائر

email : adm@dar-elyaa.com

www.dar-elyaa.com

الآراء والأفكار الواردة في هذا الكتاب تعبّر عن وجهة نظر المؤلف وحده، ولا تعكس بالضرورة مواقف أو آراء دار إيلياء للنشر.

2025

الاقتصاد الجزئي

من تأليف:

د. قبايلي حاجة

دار إيلياء للنشر والتوزيع
ELYAA PUBLISHING HOUSE

الفهرس

العنوان	الصفحة
مقدمة	09
الفصل الأول : تحليل سلوك المستهلك (المنفعة الكمية)	
1) نظرية المنفعة	13
2) توازن المستهلك	20
3) دوال الطلب بدلالة الدخل و الأسعار	29
4) سلسلة01	32
الفصل الثاني : تحليل سلوك المستهلك (المنفعة الترتيبية)	
1) منحنيات السواء	43
2) توازن المستهلك	50
3) دراسة سلوك المستهلك في ظروف ديناميكية	53
4) سلسلة 02	63
الفصل الثالث : الطلب و العرض	
1) نظرية الطلب	87
2) نظرية العرض	93
3) سلسلة 03	99
الفصل الرابع : المرونات	
1) مرونة الطلب	111
2) مرونة العرض	125
3) السلسلة 04	132
الفصل الخامس : تحليل سلوك المنتج (الانتاج)	
1) الإنتاج	157
2) دالة الإنتاج	157
3) دالة الإنتاج في المدى القصير	160

4) دالة الإنتاج في المدى الطويل	164
الفصل السادس : تحليل سلوك المنتج (التكاليف)	
1) التكاليف	182
2) أنواع التكاليف	182
3) السلسلة 05	193
المراجع	221

مقدمة

مقدمة :

يعد علم الاقتصاد أحد فروع العلوم الاجتماعية التي اكتسبت أهمية متزايدة في العصر الحديث، نظرًا لارتباطه الوثيق بالمشكلة الاقتصادية، وهي قضية مركزية تمسّ حياة الأفراد والمجتمعات على حدّ سواء. فعلى الرغم من أن الموارد الاقتصادية محدودة، فإن حاجات الإنسان ورغباته لا تنتهي، الأمر الذي يستدعي دراسة منهجية لكيفية تخصيص هذه الموارد النادرة بالشكل الأمثل، وتحقيق أقصى درجة من الكفاءة والعدالة في استخدامها.

ومن بين فروع علم الاقتصاد، يبرز الاقتصاد الجزئي كمدخل أساسي لفهم هذا العلم، لما له من دور محوري في تحليل سلوك الوحدات الاقتصادية الفردية، سواء أكانت أسرًا مستهلكة تسعى لتعظيم منفعتها، أو منشآت إنتاجية تهدف إلى تحقيق الربح. كما يتناول الاقتصاد الجزئي كيفية تفاعل هذه الوحدات داخل السوق، وآليات تحديد الأسعار والكميات المتبادلة، في ظل ظروف وعوامل اقتصادية مختلفة.

يتكون هذا الكتاب من ستة فصول مترابطة، تبدأ بتحليل سلوك المستهلك من منظور المنفعة الكمية، ثم تتناول نظرية المنفعة الترتيبية كأساس أكثر واقعية لفهم تفضيلات المستهلكين. بعدها ينتقل الكتاب إلى دراسة قوى السوق من خلال تحليل الطلب والعرض وتوازن السوق، ثم يُركّز على سلوك المنتج من خلال موضوعَي الإنتاج (على المدى القصير والطويل) والتكاليف الاقتصادية.

وحرصًا على تعزيز الفهم وتثبيت المعلومات، خُتم كل فصل بسلسلة من التمارين المتنوعة، التي تهدف إلى قياس مدى استيعاب المفاهيم المطروحة، وتطوير القدرة على توظيفها في مواقف تطبيقية، سواء من خلال المسائل العددية أو الأسئلة التحليلية والنقاشية.

نأمل أن يكون هذا العمل مساهمة مفيدة لطلبة السنة الأولى جذع مشترك ، ولكل من يسعى إلى تأسيس معرفة راسخة في مبادئ الاقتصاد الجزئي.

الفصل الأول :

تحليل سلوك المستهلك

(المنفعة الكمية)

يمثل سلوك المستهلك محور إهتمام الأنشطة الاقتصادية ، فالاستهلاك سلوك تمارسه الوحدات الاقتصادية و غاية يريد المستهلك الوصول إليها لإشباع حاجاته في الحياة . و قد أثار سلوك المستهلك إهتمام الكثير من المتخصصون في مجال النظرية الاقتصادية و تطبيقاتها .

1- نظرية المنفعة Utility Theory:

تستند نظرية المنفعة على فرضية أساسية مفادها أن المستهلك العاقل يسعى لتعظيم منفعته ضمن قيود ميزانيته. ولتحقيق هذا الهدف، يقوم الأفراد بمقارنة المنافع النسبية للسلع والخدمات المختلفة، ويوزعون إنفاقهم بشكل يحقق لهم التوازن الأمثل.

1-1 تعريف المنفعة: Deffinition of Utility

يمكن تعريف المنفعة على أنها قدرة السلع والخدمات على إشباع حاجة لدى الفرد في لحظة زمنية معينة ووقت محدد ، كما يمكن إعتبارها مقياس للمستوى الرفاهية التي يحققه المستهلك نتيجة شراءه للسلع و الخدمات المختلفة من خلال دخله.

كما أنها عبارة عن مقدار الاشباع الذي يحصل عليه الفرد عند استهلاكه لوحدات متتالية من سلعة أو خدمة معينة، أو مجموعة من السلع خلال فترة زمنية محددة.

1-2 أنواع المنافع (الكلية و الحدية)

- **المنفعة الحدية: Marginal Utility** تعبر عن مقدار التغيير في المنفعة الكلية الناتجة عن الزيادة في عدد الوحدات المستهلكة من سلعة ما بوحدة واحدة خلال قدرة زمنية معينة.

$$Mu_{xi} = \frac{\Delta TU}{\Delta X_i} = \frac{\text{التغيير في المنفعة الكلية}}{\text{التغيير في السلعة } X_i}$$

$$Mu_{xi} = \lim_{X_i \to 0} \frac{\Delta TU}{\Delta X_i} = \frac{\delta TU}{\delta X_i}$$ و بدلالة الاشتقاق

▪ **المنفعة الكلية:** ***Total Utility*** : هو ما يتم الوصول عليه من المستهلك من منفعة نتيجة لاستهلاكه لوحدات مختلفة من سلعة ما في وحدة زمنية معينة، بحيث تتزايد المنفعة الكلية كلما زادت عدد الوحدات المستهلك إلى بلوغ أقصى منفعة كلية، وعند هذه الذروة لا يحصل أي تغيير في المنفعة الكلية بالزيادة.

$$TU_{xi\,,x_2\,,\ldots\ldots,x_n} = f\ (\ x_1, x_2\ , \ldots\ldots x_n\ )$$

$TU_{xi,x_2\,,\ldots\ldots x_n}$ تمثل المنفعة الكلية.

مثال:

ليكن لدينا الجدول التالي الذي يعبر عن المنفعة الكلية الناتجة عن استهلاك مختلفة مختلفة من السلعة φ_x كما يلي:

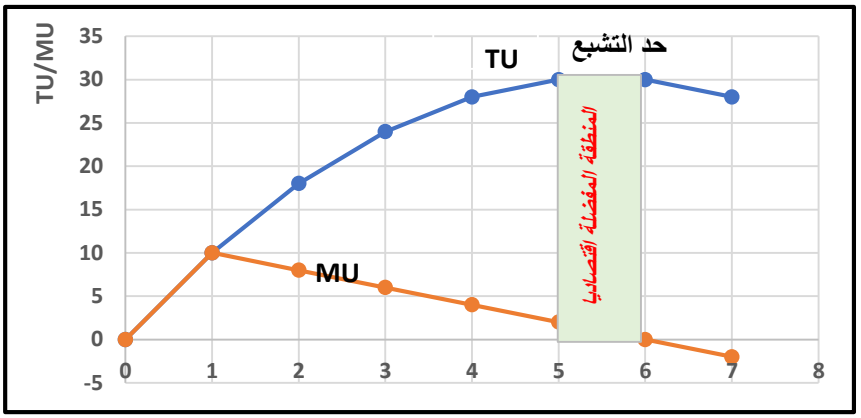
كميات السلعة φ_x	***المنفعة الكلية*** **TU**	***المنفعة الحدية*** **MU**
0	*0*	-
1	*10*	10
2	*18*	8
3	*24*	6
4	*28*	4
5	*30*	2
6	30	0
7	*28*	*-2*

<u>المطلوب:</u>

1- أحسب المنفعة الحدية عند كل وحدة مستهلكة من السلعة *(X)* ؟.

2- مثل بيانيا المنفعة الكلية والمنفعة الحدية ثم قدم تفسيرا إقتصاديا لذلك؟.

الحل :



1- حساب المنفعة الحدية للسلعة φ_x *بتطبيق* علاقة حساب المنفعة الحدية للتغيير بالصيغة التالية:

$$MU_x = \frac{\Delta\, TU}{\Delta\ \varphi_x} = \frac{TU_2 - TV_1}{\varphi_2 - \varphi_1}$$

2- التمثيل البياني

بتعويض كل من عدد الوحدات المستهلكة من السلعة (X) وقيمة المنفعة الكلية الناتجة عنها في العلاقة السابقة نحصل على :

$$X = 0 \Rightarrow MU_{x=0} = /$$

$$X = 1 \Rightarrow MU_{x=1} = \frac{10 - 0}{1 - 0} = 10$$

$$X = 2 \Rightarrow MU_{x=2} = \frac{18 - 10}{2 - 1} = 8$$

.....

وبنفس الطريقة مع باقي الوحدات المستهلكة في السلعة (X) نحصل على النتائج المبنية في الجدول التالي:

التفسير الاقتصادي:

كما هو موضح في الجدول فإن المنفعة الكلية التي يحصل عليها المستهلك تتزايد إلى أن نصل الى أقصى قدر لها عند استهلاكه للوحدة الخامسة. وبعد ذلك وعند قيامه باستهلاك الوحدة السادسة فأنه لا يحصل على أية منفعة إضافية، أي أن في هذه النقطة يصل المستهلك إلى حد الاشباع وبعد هذه النقطة و رغم زيادة الاستهلاك إلا أنه تصبح المنفعة سالبة أي أن استهلاك وحدة أخرى سينقص من منفعته، وهذا ما هو ملاحظ في مثالنا تراجع المنفعة الكلية من 30 الى 28 وحدة منفعة، إذا ما ستهلكة الوحدة السابعة.

أما بالنسبة لمنفعة الحدية ($\mathbf{MU_X}$) *فنلاحظ تناقص المنفعة الحدية للسلعة* Q_X

ملاحظة: يمكن في بعض الأحيان أن لا نجد مجال في حد التشبع ويكون ممثل في نقطة، مثلا في المثال السابق في عوض بعد $TU_6 = 30$ تعوض $TU'_X = 29$، أي أن المستهلك لا يحافظ على نفس مستوى اشباعه الأعظم بزيادة استهلاك وحدة أو وحدات متتالية من السلعة X .

كلما تزايدت عدد الوحدات المستهلكة من السلعة حتى تنعدم عند مستوى الاشباع الكامل $MAXTU_X \Rightarrow MU_X = 0$ ، وهذا ما يطلق عليه بقانون تناقص المنفعة الحدية الاقتصادي *Cossim*.

مثال 02:

إذا كانت معادلة المنفعة الكلية هي كالتالي:

$$TU = 20\varphi - \frac{5}{2}\varphi^2$$

المطلوب: 1) إيجاد معادلة المنفعة الحدية

2) ارسم بيانيا المنحنى

الحل :

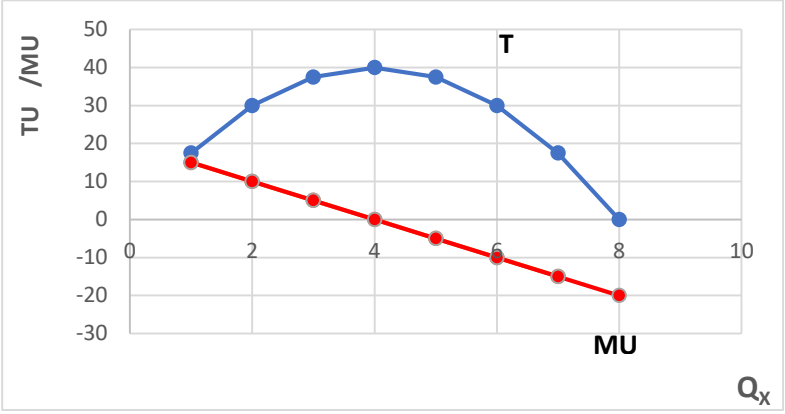
1) إيجاد معادلة المنفعة الحدية :

$$Mu_{xi} = \lim_{X_i \to 0} \frac{\Delta TU}{\Delta X_i} = \frac{\delta TU}{\delta X_i}$$

$$\Rightarrow Mu_{xi} = \frac{\delta TU}{\delta X_i} = 20 - 5\varphi$$

2) الرسم البياني:

8	7	6	5	4	3	2	1	φ_x
-20	-15	-10	-5	0	5	10	15	MU
0	17.50	30	37.50	40	37.50	30	17.5	TU



التمرين:

يمثل الجدول التالي المنفعة الكلية لمستهلك ما نتيجة استهلاكه لوحدات مثالية من الموز (X).

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8
TU	0	5	9	12	14	15	15	14	12

1) ماهي الوحدات المستهلكة من موز التي تحقق أكبر إشباع (أعلى مستوى منفعة) ؟.
2) أحسب المنفعة الحدية للسلعة ؟.
3) أرسم كل من المنفعة الحدية والمنفعة الكلية في معلم المتعامد والمتجانس ؟.
4) ما هي العلاقة الموجودة بين المنفعة الحدية ، مع تسمية كل مرحلة ؟.

وإذا قام المستهلك بتوسيع مجال استهلاكه بإضافة سلعة أخرى ولتكن التفاح و كانت المنفعة الحدية لهذا المستهلك نتيجة استهلاكه لوحدات متتالية من التفاح (Y) ممثلة في الجدول التالي:

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8
MU_Y	-	7	6	5	4	3	2	1	0

5) أحسب المنفعة الكلية؟ .

الحل :

1)- الوحدات المستهلكة من موز التي تحقق أكبر إشباع (أعلى مستوى منفعة) :هي عند استهلاك 5 وحدات أو 6 وحدات من التفاح.

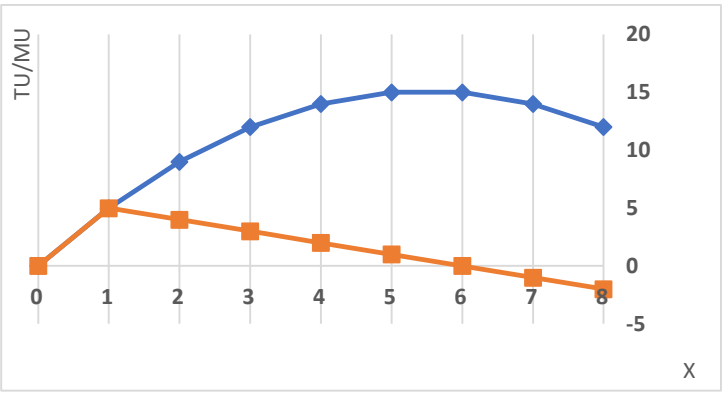
2)- حساب المنفعة الحدية للسلعة :

باستخدام العلاقة :

$$Mu_{xi} = \lim_{X_i \to 0} \frac{\Delta TU}{\Delta X_i} = \frac{\delta TU}{\delta X_i}$$

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8
TU	0	5	9	12	14	15	15	14	12
MU	-	5	4	3	2	1	0	-1	-2

3)- التمثيل البياني :



4)- العلاقة الموجودة بين المنفعة الكلية و المنفعة الحدية ، مع تسمية كل مرحلة :

- **من (X=0) إلى (X=5)** ، يتزايد منحنى المنفعة الكلية بمعدل متناقص ، لأنه بعد استهلاك الوحدة الأولى زادت المنفعة ب 5 وحدات (من 0 الى 5) وبعد استهلاك وحدتين من السلعة(X) زادت المنفعة الكلية ب 4 وحدات (من 9 الى 5) وهكذا فهذا المعدل المتناقص لدلالة على تناقص المنفعة الحدية وتسمى هذه المرحلة (بمرحلة لا إشباع).
- X = 6 وصول المنفعة الى حدها الأقصى عندما تنعدم المنفعة الحدية $MU_X = 0$ ومنها هذه المرحلة الاشباع (الوصول الى حد التشبع).
- من (X = 6) الى(X = 8) يتناقص منحنى المنفعة الكلية عندما تكمن المنفعة الحدية مناقصة وسالبة وتسمى هذه المرحلة بمرحلة لا منفعة لان الملاحظ انه إذا استمر

المستهلك في استهلاك وحدات إضافية بعد حد الشبع ($MU_X = 0$) فإن هذه الوحدات سوف تعطيه منفعة سالبة ولهذا سميت بمرحلة الضرر أو مرحلة لا منفعة.

2) حساب المنفعة الكلية للسلعة Y كما يلي :

$$MU_{yi} = \lim_{y_i \to 0} \frac{\Delta TU}{\Delta Y_i} = \frac{\delta TU}{\delta Y_i}$$

$$Y = 1 \Rightarrow MU_1 = \lim_{y_i \to 0} \frac{\Delta TU}{\Delta Y} = \frac{\delta TU}{\delta Y}$$

$$\Rightarrow MU_1 = \frac{\delta TU}{\delta Y} \Rightarrow 7 = \frac{TU_1 - TU_0}{Y_1 - Y_0} \Rightarrow 7 = \frac{TU_1 - 0}{1 - 0}$$

$$Y = 1 \Rightarrow TU_1 = 7$$

$$Y = 2 \Rightarrow MU_2 = \lim_{y_i \to 0} \frac{\Delta TU}{\Delta Y} = \frac{\delta TU}{\delta Y}$$

$$\Rightarrow MU_2 = \frac{\delta TU}{\delta Y} \Rightarrow 6 = \frac{TU_2 - TU_1}{Y_2 - Y_1} \Rightarrow 6 = \frac{TU_2 - 7}{2 - 1}$$

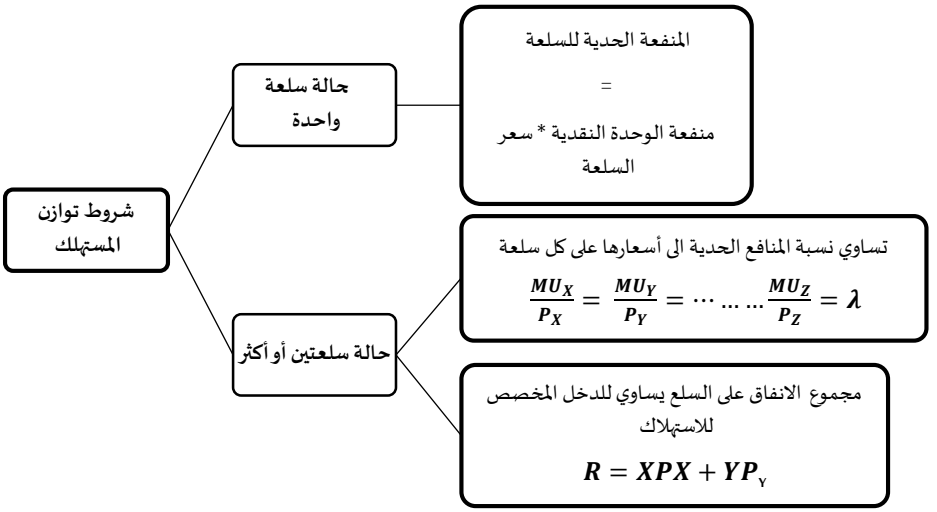
$$Y = 2 \Rightarrow TU_2 = 6$$

.....

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
MU_Y	-	7	6	5	4	3	2	1	0	-1
TU_Y	-	7	13	18	22	25	27	28	28	27

2-توازن المستهلك: *Comsommer's Equilibruim*

يتحقق توازن المستهلك عندما يعظم المستهلك منفعته من استهلاك السلع والخدمات المختلفة ، وذلك في حدود دخله، أي تحقيق اقصى اشباع ممكن في حدود امكانياته (أي في حدود دخله)، ولتحقيق هذا الوضع التوازني لابد من توفير شرطين:



الشرط1 :

2-1 الحالة 1 ← حالة سلعة واحدة ← المنفعة الحدية للسلعة= منفعة الوحدة النقدية* سعر السلعة

إن التوازن في حالة سلعة واحدة يتحقق عند تعادل المنفعة الناتجة عن استهلاك سلعة ما و المنفعة المضحة بها .

المنفعة الكتسبة MU_A= المنفعة المضحة بها MU_S

مثال:

لتكن لدينا الجدول البياني التالي :

Q_X	0	1	2	3	4	5	6	7
TU_X	0	4	14	20	24	26	26	24
MU_X	/	4	10	6	4	2	0	-2

و بافتراض أن ثمن الوحدة المستهلكة للسلعة X $P_X=1$ ، و تقدير منفعة كل دينار منفق من أجل الحصول على هذه السلعة هو 2 وحدة منفعة

المطلوب :

1) حدد مقدار المنفعة المكتسبة و المنفعة المضحى بها ؟

2) حدد عدد الوحدات الواجب اقتنائها من السلعة X لتحقيق التوازن ؟

3) بفرض $P_X=6$ ، حدد مقدار المنفعة المكتسبة و المنفعة المضحى بها ؟

الحل :

1) تحدد مقدار المنفعة المكتسبة و المنفعة المضحى بها

المنفعة المضحى بها = سعر السلعة * المنفعة التقديرية لكل وحدة نقدية

$$MU_S = \lambda . P_X \Rightarrow MU_S = 2 \cdot 1 = 2$$
$$X = 5 \Rightarrow TU = 2$$

2) تحدد عدد الوحدات الواجب اقتنائها من السلعة X لتحقيق التوازن

نلاحظ من البيانات المتضمنة من الجدول الذي يلي أن توازن المستهلك يتحقق عند الوحدة الخامسة من السلعة X ، بينما مستوى إشباع الذي يتم الحصول عليه يقدر 26 وحدة نقدية .

$$TU_X = 4 + 10 + 6 + 4 = 26 \quad X = 5$$

Q_X	0	1	2	3	4	5	6	7
TU_X	0	4	14	20	24	26	26	24
MU_X/المنفعة المكتسبة	/	4	10	6	4	2	0	-2
$\lambda . P_X$ /المنفعة المضحى بها	/	2	2	2	2	2	2	2
MUA-MUS	/	2	8	4	2	0	2-	4-

3) بفرض $P_X=6$ ، تحدد مقدار المنفعة المكتسبة و المنفعة المضحى بها

- المنفعة المضحى بها عند السعر 1 و.ن :

$$MUS = 1 \cdot 6 = 6$$

- عدد الوحدات التي تحقق التوازن الجديد :

$$MUS = MUA = 6 \Rightarrow X = 3$$

■/*المنفعة الكلية المحققة :*

$$\begin{cases} X = 3 \Rightarrow TU_{X=3} = 20 \\ \vee \\ TU_{X=3} = 4 + 10 + 6 = 20 \end{cases}$$

2-2 الحالة 2← حالة سلعتين أو أكثر← تساوي نسبة المنافع الحدية الى أسعارها لكل سلعة أي تساوي المنفعة الحدية لوحدة الدينار المنفق على السلع التي يستهلكها الفرد.

$$\frac{MU_X}{P_X} = \frac{MU_Y}{P_Y} = \cdots \ldots \ldots \frac{MU_Z}{P_Z} = \lambda$$

$$R = XP_X + YP_Y$$

مثال :

إذا كان دخل المستهلك 110 ون، أنفقه كشراء سلعتي A و B، و سعر الوحدة من كلتا السلعي كالتوالي: $\boldsymbol{P_x = 10}$ $\boldsymbol{P_Y = 5}$ ، وكانت عدنا المعطيات التالية :

MU_y	U_y	MU_x	U_x	$\frac{MU_y}{Py}$	$\frac{MU_x}{Px}$	φ
150	150	200	200	30	20	1
100	250	150	350	20	15	2
75	325	120	470	15	12	3
60	385	100	570	12	10	4
50	435	80	650	10	8	5
45	480	60	710	9	6	6
40	520	50	760	8	5	7
25	545	30	790	5	3	8
15	560	20	810	3	2	9
05	565	10	830	1	1	10

المطلوب: أوجد احداتيات توازن المستهلك؟ .

الحل:

- **إيجاد توازن المستهلك :**

الشرط الأول:

$$\frac{MU_x}{P_X} = \frac{MU_y}{P_Y}$$

$$\text{المنفعة الحدية للدينار} = \frac{\text{المنفعة الحدية للمستهلك}}{\text{سعر السلعة}}$$

يتحقق شرط التوازن الأول عند استخدام الوحدة الأولى من السلعة A مع الوحدة الثانية من السلعة B ، و الوحدة الثانية من السلعة A مع الوحدة الثالثة من السلعة B، والوحدة الثالثة من السلعة A مع الوحدة الرابعة من السلعة B ، الوحدة الرابعة من السلعة A مع الوحدة الخامسة من السلعة B .....

أي أن $(y = 1 , x = 1)$ ، $(y = 2 , x = 2)$ ، $(y = 3 , x = 3)$، $(y = 4 , x = 4)$، $(y = 5 x = 4)$ ،

$(y = 7 , x = 5)$ ، $(y = 8 , x = 7)$ ، $(y = 9 , x = 8)$ ، $(y = 10 , x = 10)$.

أما الشرط الثاني للتوازن : $R = P_x \varphi_x + P_x + P_y$

$$R = xPx + yPy \rightarrow 110 = 10x + 5y$$

$(y = 2 , x = 4)$ $10 \times 1 + 5 \times 2 = 20$ **لا تحقق**

$(x = 3, y = 4)$ $10 \times 3 + 5 \times 4 = 30 + 20 = 50$ ***لا تتحقق***

$(y = 5 , x = 4)$ $10 \times 4 + 5 \times 5 = 40 + 25 = 65$ ***لا تتحقق***

$(y = 6 , y = 5)$ $10 \times 5 + 5 \times 6 = 50 + 30 = 80$ ***لا تتحقق***

$(y = 8 , x = 7)$ $10 \times 7 + 5 \times 8 = 70 + 40 = 110$, (متحققة)

$(y = 8 , x = 8)$ $10 \times 8 + 5 \times 9 = 80 + 45 = 125$ (لا تتحقق)

(لا تتحقق) 10 x 10 + 5 x (10) = 100 +50 = 150 , (y = 10, x = 10)

وبالتالي على ضوء المعطيات التي يتضمنها هذا الجدول فإن وضع التوازن المستهلك ومنها الشروط المذكورة (شروط التوازن) يتحقق عند شراء هذا المستهلك 7 وحدات من السلعة *(x)*و8 وحدات من السلعة *(y)* ، حيث أنه عندها مستوى يتحقق شرطين التوازن، وذلك من أجل تحقيق منفعة كلية تقدر ب 1305.

$$TU_{(x,y)} = TU_x + TU_y = 760 + 545 = 1305$$

3-2 توازن المستهلك في حالة تعدد السلع باستخدام طريقة لاغرانج *(Lagrange)*

تهدف طريقة مضاعف لاغرانج الى تعظيم المنفعة المستهلك لاعتماد على دخله المحدود أي تحت قيد الميزانية ، على النحو التالي :

$$L = F(x, Y) + \lambda (R - XP_x - Yp_y)$$

ونقوم بالاشتقاق بالنسبة المتغيرات الثلاث:

$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta x} = 0 \rightarrow \frac{\delta F(x,y)}{\delta X} - \lambda P_x = 0$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{MU_X}{Px} \quad \text{.....} \ (1)$$

$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta Y} = 0 \rightarrow \frac{\delta F(x,y)}{\delta Y} - \lambda P_x = 0$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{MU_Y}{P_Y} \quad \text{.....} \ (2)$$

$$\frac{S\mathcal{L}}{S\lambda} = 0 \rightarrow R - XP_X - YP_Y = 0$$

نستنتج من المعادلتين الأولى والثانية قيمة λ

$$\lambda = \frac{MUX}{Px} = \frac{MUY}{Py}$$

λ: تمثل المنفعة الحدية للدخل(مؤشر التغيير في المنفعة الكلية عند التغيير في الدخل).

مثال:

بافتراض أن للمستهلك دالة منفعة كلية يمكن صياغتها وفق المعادلة التالية:

$TU = x^{0.5} . y^{0.25}$، بينما يقدر حجم الانفاق الاستهلاكي للسلعتين ب $R = 10$ ، أما سعر السلعتين يقدر بـ $p_x=1$ ، $p_y=2$

المطلوب :

1) حدد الكميات التي تتوجب على المستهلك شرائها لتحقيق أقصى منفعة ممكنة وفق طريقة ***Lagrange*** ؟ و ما هو مقدار المنفعة الحدية لكل وحدة نقدية منفقة ؟

الحل:

1)- إيجاد الكمية التي تجعل المستهلك يعظم المنفعة الكلية:

$$MU_X = \frac{\delta TU}{\delta x} \Rightarrow MU_X = \frac{1}{2}\ x^{-\frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{1}{4}}$$

$$MU_Y = \frac{\delta TU}{\delta Y} \Rightarrow MU_Y = \frac{1}{4}\ y^{-\frac{3}{4}} \cdot x^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{MU_X}{Px} = \frac{MU_Y}{Py} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}\ x^{-\frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{1}{4}}}{1} = \frac{\frac{1}{4}\ y^{-\frac{3}{4}} \cdot x^{\frac{1}{2}}}{2}$$

$$\Rightarrow x^{-\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{4}} = \frac{1}{4} x^{\frac{1}{2}} y^{-\frac{3}{4}}$$

$$\Rightarrow \frac{x^{-\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{4}}}{x^{\frac{1}{2}} y^{-\frac{3}{4}}} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{x^{-\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{4}}}{x^{\frac{1}{2}} y^{-\frac{3}{4}}} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{Y}{X} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{X = 4Y}$$

ولدينا :

$$\begin{cases} R = XP_X + YP_Y \\ 10 = X + 2Y \\ X = 4Y \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 10 = X + 2Y \\ X = 4Y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10 = 4Y + 2Y \\ X = 4Y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Y = \frac{5}{3}, X = 4 \cdot \frac{5}{3} = \frac{20}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \mathbf{X = \frac{20}{3}} \\ \mathbf{Y = \frac{5}{3}} \end{cases}$$

من أجل تحقيق مستوى اشباع يقدر بـ :

$$\mathbf{TU_{(X,Y)}} = \left(\frac{20}{3}\right)^{\frac{1}{2}} . \left(\frac{5}{3}\right)^{\frac{1}{4}} = 2{,}582 \cdot 1.136 = \mathbf{2,934}$$

ملاحظة: يمكن أن يكون الهدف من تطبيق مضاعف لاغرانج إيجاد قيمة الدخل الواجب انفاقه للحصول على مستوى محدد من الاشباع، وعليه فإن دالة التدنية وقيد دالة لاغرانج يصاغ بالشكل التالي :

$$\begin{cases} Min\ R\ =\ XP_X + \ YP_Y \\ S/C\ \ TU\ = \mathcal{F}(x\ , y) \end{cases}$$

ومنه بأن دالة لاغرانج تكتب كما يلي:

$$\mathcal{L}\ = XP_X + YP_y + \ \lambda\ (\ TU - \mathcal{F}\ (x, y)$$

مثال: بالاعتماد على معطيات التمرين السابق

بالافتراض أن المنفعة الكلية تقدر ب TU = 10، بينما الدخل مجهول (R = ?)، أوجد الدخل الذي يحقق هذه المنفعة.

الحل :

- **إيجاد الدخل الذي يتحقق عند TU=10 ؟**

$$\begin{cases} Min: R = X + 2Y \\ \dfrac{S}{C}:\ x^{\frac{1}{2}}.y^{\frac{1}{4}} = 10 \end{cases} \Rightarrow \mathcal{L} = X + 2Y + \lambda\,(10 - x^{\frac{1}{2}}.y^{\frac{1}{4}})$$

$$\begin{cases} \dfrac{\delta\mathcal{L}}{\delta x} = 0 \Rightarrow -1 - \dfrac{1}{2}\,\lambda\, x^{-\frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{1}{4}} = 0 \\ \dfrac{\delta\mathcal{L}}{\delta Y} = 0 \Rightarrow 2 - \dfrac{1}{4}\,\lambda\, y^{-\frac{3}{4}} \cdot x^{\frac{1}{2}} = 0 \\ \dfrac{S\mathcal{L}}{S\lambda} = 0 \Rightarrow 10 - x^{\frac{1}{2}}.y^{\frac{1}{4}} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = \dfrac{1}{\frac{1}{2}Y^{\frac{1}{4}} \cdot X^{-\frac{1}{2}}} \\ \lambda = \dfrac{2}{\frac{1}{4}Y^{-\frac{3}{4}} \cdot X^{\frac{1}{2}}} \\ 10 - X^{\frac{1}{2}} \cdot Y^{\frac{1}{4}} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{\frac{1}{2}Y^{\frac{1}{4}} \cdot X^{-\frac{1}{2}}} = \dfrac{2}{\frac{1}{4}Y^{-\frac{3}{4}} \cdot X^{\frac{1}{2}}} \\ 10 - X^{\frac{1}{2}} \cdot Y^{\frac{1}{4}} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} X = 4Y \\ 10 - X^{\frac{1}{2}} \cdot Y^{\frac{1}{4}} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X = 4Y \\ 10 - (4Y)^{\frac{1}{2}} \cdot Y^{\frac{1}{4}} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} X = 4Y \\ 10 - 2Y^{\frac{1}{2}} \cdot Y^{\frac{1}{4}} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \boldsymbol{X \approx 34,12} \\ \boldsymbol{Y \approx 8,53} \end{cases}$$

و بالتالي نعوض في R نحصل على :

$$\begin{cases} R = X + 2Y \\ \boldsymbol{X \approx 34,12} \\ \boldsymbol{Y \approx 8,53} \end{cases} \Rightarrow R = 34{,}12 + 2 \cdot 8{,}53 \Rightarrow \boldsymbol{R = 51.18}$$

3 – دوال الطلب بدلالة الدخل و الأسعار:

إن عملية تقدير دوال الطلب للسلع و الخدمات التي تشكل إحداثيات السلعية، تعتبر من بين الطرق المستخدمة في تحديد التوليفة المثلى التي تمكن المستهلك من تحقيق ذروة إشباعه، خاصة في حالة التي يصعب فيها تقدير الدخل و الأسعار المحددة لمستوى الطلب.

مثال :

لتكن لدينا معادلة المنفعة الحدية للسلعة X و Y كالتالي:

$$MU_x = 3\,x^{\frac{1}{2}}.y^{\frac{3}{2}}$$
$$MU_Y = 3\,x^{\frac{3}{2}}.y^{\frac{1}{2}}$$

المطلوب: أوجد دوال الطلب على السلعتين (X وY)

$$\begin{cases} Max: UT_{(x.y)} = ? \\ S/C: R = xPx + yPy \end{cases}$$

شرط التعظيم المنفعة:

$$\frac{MUx}{MUy} = \frac{Px}{Px} \Rightarrow \frac{3\,x^{\frac{1}{2}}.y^{\frac{3}{2}}}{3\,x^{\frac{3}{2}}.y^{\frac{1}{2}}} = \frac{y}{x} = \frac{Px}{Py} \rightarrow xPx = yPy$$

$$\Rightarrow x = \frac{yPy}{Px} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (1)$$

تم نقوم بالتعويض في ***R*** (القيد):

$$R = xPy + yPy \Rightarrow R = \left(\frac{yPy}{Px}\right) \cdot Px + yPy$$
$$\Rightarrow R = yPy + yPy \Rightarrow R = 2yPy$$
$$\Rightarrow y = \frac{R}{2Py} \Rightarrow y \text{ دالة الطلب على}$$

ومن ثم نقوم بالتعويض دالة الطلب على y في ① نجد:

$$x = \frac{\frac{R}{2Py}Py}{Px} = \frac{R}{2Px} \Rightarrow \quad x \text{ دالة الطلب على}$$

1-3 مميزات دوال الطلب :

- **نوعية السلعة :**

إذا كان $R > 0$ ⇐ العلاقة طردية بين الكمية المطلوبة و الدخل ⇐ السلعة عادية .

إذا كان $R < 0$ ⇐ العلاقة عكسية بين الكمية المطلوبة و الدخل ⇐ السلعة رديئة.

- **العلاقة بين السلعتين:**

أ. السلعتين مستقلتين عن بعضهما البعض :

في حالة ما كانت دالة الطلب لسلعة ما مضافة لدلالة الدخل وسعرها فقط فهذا يعني أن السلعة مستقلة عن السلع الأخرى كما في المثال السابق.

$$\boldsymbol{X = \frac{R}{2Px} \qquad y = \frac{R}{2Py}}$$

مثال : شراء البطاطا وشراء البنزين ، أي أن كلا من السلعتين مستقلتين عن بعض ، أي أن شراء إحداهما لا يؤثر على السلعة الأخرى.

ب. السلعتين مرتبطتين مع بعضها البعض

تميز حالتين:

- إذا كان معامل سعر أحد السلع ذو قيمة موجبة في البسط أو سالب في المقام ، فهذا يعني أن السلعتين بديلتين لبعضهما البعض .

$$X = \frac{R + BPy}{\alpha Px} \qquad X = \frac{R}{\alpha PX + BPz}$$

- إذا كان معامل \ سعر أحد السلع ذو قيمة سالبة في البسط أو موجبة في المقام وهذا يعني أن السلعتين مكملتين لبعضهما البعض .

$$X = \frac{R - BPz}{\alpha Px} \qquad X = \frac{R}{\alpha PX + BPz}$$

السلسلة01 : تحليل سلوك المستهلك (المنفعة الكمية)

التمرين 01:

●ماذا يعني كل من: المنفعة وأنواعها، المنفعة الحديثة، المنفعة الكلية، قانون عقلانية المستهلك، المعدل الحدي للإحلال $\boldsymbol{MRS}_{(x,y)}$، منحنى السواء خط الميزانية؟

حل التمرين 01 :

●**المنفعة:** هي التي يحصل عليها المستهلك من جراء استهلاكه لسلعة ما لتكن السلعة (x) خلال فترة زمنية معينة، ويرمز لها بالرمز TU_x

●**أنواع المنفعة:**

●المنفعة الحدية: هي المنفعة الإضافية التي يحصل عليها المستهلك من إجراء استهلاكه لوحدة واحدة إضافية من السعلة لتكن السلعة (x)، وبعبارة أخرى هي منفعة الوحدة الأخيرة من السلعة ويرمز لها بالرمز لها بالرمز MU_X أو $\bar{U}_X$ وتحسب كما يلي:

●**في الحالة المتقطعة:** $MU_X = \frac{\Delta TU}{\Delta x} = \frac{TU_2 - TU_1}{x_2 - x_1}$

●**في الحالة المستمرة:** $MU_X = \frac{\delta TU}{\delta x}$

●**قانون عقلانية المستهلك:** هو سعي المستهلك إلى الوصول للتوازن أي تحقيق أقصى منفعة من جراء إستهلاكه للسلع في حدود دخله النقدي ونظرا لمحدودية دخله فإن المستهلك لا يمكنه الحصول على جميع السلع والخدمات التي يحتاجها ، وبالتالي يسعى المستهلك إلى الاستهلاك في حدود دخله.

●**منحنى السواء:** يمثل منحنى السواء كل التوافيق المختلفة من الكمية المستهلكة من السلعة (X) و السلعة (y) ، التي تعطي للمستهلك نفس المستوى الاشباع.

- **المعدل الحدي للإحلال:** MRS هو معدل الذي يتم فيه استبدال كمية من إحدى السلعتين للحصول على وحدة إضافية من سلعة أخرى مع المحافظة على مستوى الاشباع يرمز له بالرمز $MRS_{(x,y)}$ ويحسب كما يلي:
- **في الحالة المتقطعة:** $MRS_{(x,y)} = -\frac{\Delta Y}{\Delta x}$
- **في الحالة المستمرة:** $MRS_{(x,y)} = -\frac{\delta y}{\delta x}$
- **خط الميزانية :** يمثل خط الميزانية كل التوافيق المختلفة من الكمية المستهلكة من السلعة (X) و السلعة (y) ، التي يمكن للمستهلك شرائها في حدود دخله النقدي، أي الكميات المستهلكة من السلعتين.

التمرين 02:

تم تقدير المنفعة الكلية لأحد المستهلكين لسلعة (y) كالتالي:

φ	0	1	2	3	4	5	6	7	8
TUy	0	13	21	21	31	33	33	31	27

1)- أوجد المنفعة الحدية لهذه السلعة؟

2)- مثل بيانيا المنفعة الكلية والمنفعة الحدية لهذه السلعة، ثم حدد النقطة المفضلة اقتصاديا لهذا المستهلك؟

حل التمرين 02:

تم تقدير المنفعة الكلية لاحد المستهلكين للسلعة السلعة (y) كالتالي:

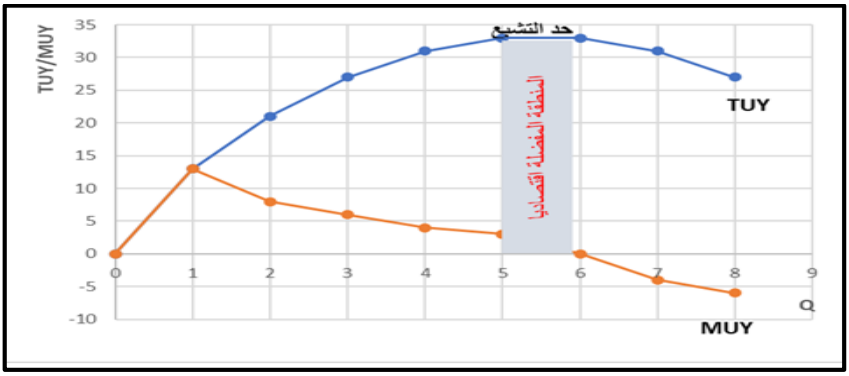
φ	0	1	2	3	4	5	6	7	8
TUy	0	13	21	27	31	33	33	31	27

1)- إيجاد المنفعة الحدية للسلعة (y):

φ	0	1	2	3	4	5	6	7	8
TU_y	0	13	21	27	31	33	33	31	27
MU_y	0	13	8	6	4	3	0	4-	6-

$$MU_y = \frac{\Delta MU}{\Delta_\varphi} \qquad MU_{y1} = \frac{13-0}{1-0} = 13 \qquad MU_{y2} = \frac{21-13}{2-1} = 8$$

2)- التمثيل البياني :



التمرين 03:

بافتراض أن المنفعة الكلية التي يحصل عليها المستهلك ما من تناول السلعة x,y تم توضيحها ن خلال التالي:

φ	0	1	2	3	4	5	6	7	8
TU_y	0	13	21	21	31	33	33	31	27
TU_x	0	10	19	24	31	36	39	40	51

1) حدد الكميات المطلوبة من السلعتين التي تمكن هذا المستهلك من بلوغه حد الاشباع، علما أن سعر الوحدة من السلعتين متعادل ويساوي 4 وحدات نقدية

، كما أن المنفعة الحدية لكل دينار منفق ومقدر ب 1,25 وحدة منفعة

. $P_Y = 2$ $P_X = 4$

2) إذ علمت أن الدخل المخصص للاستهلاك بالنسبة هذا الشخص هو 12 وحدة نقدية، فهل يتغير سلوك المستهلك؟

3) حدد مستوى الإشباع المحقق عنه للتوازن؟

حل التمرين 03 :

1) تحديد الكميات المطلوبة من السلعتين التي تمكن هذا المستهلك من بلوغ حد الاشباع:

φ	0	1	2	3	4	5	6
TU_y	0	7	13	18	22	25	27
TU_y	0	6.5	12	16.50	20	22.5	24
MU_x	0	7	6	5	4	3	2
MU_y	0	6.5	5.5	4.5	3.5	2.5	2.5
$\frac{MUx}{Px}$	/	1.75	1.5	1.25	1	0.75	0.5
$\frac{MUy}{Py}$	/	3.25	2.75	2.25	1.75	1.25	0.75

1) **حساب المنفعة الحدية:** $MU_X = \frac{\Delta TU}{\Delta \varphi_X} \Rightarrow MU_{y1} = \frac{13-0}{1-0} = \frac{13}{1} = 13$

$$MU_{X2} = \frac{21-13}{2-1} = 8 \text{ ... ...}$$

$$MU_Y = \frac{\Delta TU}{\Delta \varphi_Y} \Rightarrow MU_{y1} = \frac{10-0}{1-0} = 10$$

$$MU_{y2} = \frac{19-10}{2-1} = 9 \text{ ... ...}$$

تحديد التوليفة التي تمكن هذا المستهلك في بلوغه حد الاشباع:

$P_y = 2$ $P_X = 10$ N=1,25

لكي يبلغ المستهلك حد الاشباع يتوجب أن تتعادل المنفعة المخصصة بها والمتمثلة في المنفعة النقود المكتسبة بالنسبة للسلعتين مما يعني أن تساوي نسبة المنافع الحدية الى أسعارها

$MUs_X = MU_X$

$$MUS_X = \lambda \cdot P_X \Rightarrow MUS_X = 1{,}25 \cdot 4 = 5 \Rightarrow X = 3 \Rightarrow TU_X = 18$$

من خلال الجدول نلاحظ أن:

$$\frac{MUX}{Px} = \frac{MUy}{Py} \text{ عند } (x=4, y=4)$$

أي أن المستهلك يحقق حد الاشباع عند استهلاكه لـ **x=3**

المنفعة المضحى بها بالنسبة (y):

$$MUS_Y = \lambda \cdot P_Y \Rightarrow MUS_X = 1{,}25 \cdot 2 = 2{,}5 = MUS_Y$$
$$MUS_Y = MUY \Rightarrow Y = 5$$

من خلال النتائج المبينة، نلاحظ أن التوليفة تحقق التوازن تتمثل في اقتناء 3 وحدات من السلعة X و 5 وحدات من السلعة y، وذلك من أجل تحقيق منفعة كلية قدرها 40,5 وحدة منفعة.

$$TU_{(x,y)} = TU_X + TU_Y = 18 + 22{,}5 = 40.50$$

ط2: تعادل نسبة المنافع الحدية إلى أسعارها مع المنفعة التقديرية لكل وحدة نقدية:

$$\frac{MU_{x1}}{P_X} = \frac{MU_{y4}}{P_y} \Rightarrow 1.75 \neq \lambda$$
$$\frac{MU_{x3}}{P_X} = \frac{MU_{y5}}{P_y} \Rightarrow 1.25 = \lambda$$

$$\frac{MU_{x5}}{P_X} = \frac{MU_{y6}}{P_y} \Rightarrow 0.75 \neq \lambda$$

نلاحظ أن هناك حالة واحدة تحقق علاقة شرط التوازن والمتمثلة في الحالة 02 أي عند الوحدة 3 من السلعة x والوحدة 5 من السلعة y ، وبالتالي المنفعة الكلية المحققة تقدر ب *40,5* وحدة منفعة.

1) هل يتغير سلوك المستهلك: عند *R= 12*

من خلال الجدول نلاحظ يتحقق $\frac{MU_x}{P_X} = \frac{MU_y}{P_y}$ عند التوليفات :

$$(x=1, y=4)\ ,\ (x=3, y=5)\ ,(x=5, y=6)$$

نعوضها في القيد:

$$R = xpx + ypy$$

$$R_1 = 4x\ (1) + 2x\ (4) = 12$$

$$R_2 = 4x\ (3) + 2x\ (5) \neq 22$$

$$R_2 = 4x\ (5) + (6) = 20 + 12 = 32$$

إذن المستهلك يحقق أقصى اشباع من السلعتين x و y باستهلاكه وحدة 1 من x و 4 من y.

$$TU_{(x,y)} = 7 + 20 = 27$$

التمرين 04:

بين الجدول التالي المنافع الكلية الذي يحصل عليها المستهلك عندما ينفق دخله ب 110 ون على السلعتين x وy.

φ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
TU_x	0	200	150	120	100	80	60	50	30	20
TU_y	0	150	100	75	60	50	45	40	25	15

المطلوب: إذا كان سعر السلعتين على التوالي $P_X=10$،$PY=5$ ،وكانت المنفعة الحدية للنقود تساوي 12،

1)- ما هي الثنائية (x,y) التي تحقق التوازن؟

حل التمرين 04:

PX = 10 Py = 5 R= 110

ϕ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
TU_x	0	44	84	120	152	180	204	224	240	252	260
TU_y	0	35	67	92	114	134	150	162	172	180	184
MU_x	/	44	40	36	32	28	24	20	16	12	8
MU_y	/	35	32	25	22	20	16	12	10	8	4
$\frac{MUx}{Px}$	/	4.4	4	3.6	3.2	2.8	2.4	2	1.6	1.2	0.8
$\frac{MUy}{Py}$	/	7	6.4	5	4.4	4	3.2	2.4	2	1.4	0.8

1)- الثنائيات التي تحقق التوازن هي:

$$(x=1,y=4)\ ,\ (x=2,y=5)\ ,(x=4,y=6)\ ,$$
$$(x=6,y=7)\ ,(x=7,y=8)\ ,(x=10,y=10),$$

$$R=XPX+YPY$$
$$R=1(10)+4(5)=10+20=30$$
$$R=2(10)+5(5)=20+25=45$$
$$R=4(10)+6(5)=40+30=70$$
$$R=6(10)+7(5)=60+35=95$$
$$R=7(10)+8(5)=70+40=110$$
$$R=10(10)+10(5)=100+50=150$$

الثنائية التي تحقق التوازن $x=7, y=8$ وتحقق منفعة كلية

$$TU_{(x,y)}=224+172=396$$

التمرين 05:

ليكن الجدول التالي يبين المستويات المختلفة للمنفعة الكلية من استهلاكه سلعتين B,A

φ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
TU_A	0	12	22	31	39	46	91	55	57	57	55
TU_B	0	16	31	44	55	64	72	78	82	84	84

إذا علمت أن دخل المستهلك هو 32 ون والأسعار $P_A = 10$ $PB = 5$

المطلوب:

1) بين كيف ينفق المستهلك كل دخله لشراء وحدات منA وB، وما هو القانون الاقتصادي الذي يجب أن يتبعه المستهلك لتعظيم اشباعه.
2) ما هي المنفعة الكلية التي يحصل عليها المستهلك؟
3) إذا انخفض سعر السلعة إلى 3 ون، أحسب التغيير الحاصل في كميات من A وB؟ والمنفعة الكلية المتحصل عليها؟

التمرين 06:

إذا كانت دالة المنفعة الكلية لمستهلك ما يمكن كتابتها بـ $\mathbf{TU = x^2(y+1)}$

حيث $x، y، z$ الكميات المستهلكة منها الدخل المخصص لشرائها يبلغ 64 ون، أما الأسعار الانفرادية فهي: $PX = 2، Py = 4$ على التوالي:

1)- حدد الكميات التي يطلبها هذا المستهلك لتحقيق أقصى اشباع ممكن؟

2)- ما هو مستوى الاشباع المحقق؟

حل التمرين 06:

إذا كانت لدينا دالة المنفعة الكلية الممثلة لاستهلاك سلعتين، وذلك وفق المعادلة الإنفاق المعبر عنها بالشكل التالي:$TU = x^2(y+1)$

1)- تحدد الكميات التي يطلبها هذا المستهلك لتحقيق أقصى اشباع ممكن: بالاعتماد على منهجية مضاعف *lagrange* للحصول على التوليفة السلعية قصد تعظيم المنفعة الكلية وفق شروط الانفاق كالاتي :

$$\mathcal{L} = x^2(y+1) + \lambda(64 - 4x - 2y)$$

$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta x} = 0 \Rightarrow x^2(y+1) - 4\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{2x(y+1)}{4} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta y} = 0 \Rightarrow x^2 - 2\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{x^2}{2} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \lambda} = 0 \Rightarrow 64 - 4x - 2y = 0 \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (3)$$

بالمساواة بين (1) و (2) : $\frac{2x(y+1)}{4} = \frac{x^2}{2}$

$$\Rightarrow \frac{2(y+1)}{4} = x \Rightarrow y + 1 = x$$

$$\Rightarrow x = y + 1 \dots\dots\dots\dots\dots\dots (4)$$

بتعويض (4) في (3) نحصل على :

$$64 - 4(y+1) - 2y = 0$$
$$\Rightarrow 64 - 4y - 4 - 2y = 0$$
$$\Rightarrow 64 - 6y - 4 = 0 \Rightarrow 60 - 6y = 0$$
$$\Rightarrow y = \frac{60}{6}$$
$$\Rightarrow y = 10$$

نعوض y في (4) نحصل على :

$$x = (y+1) \Rightarrow x = 11$$

و منه التوليفة المثلى تتمثل في 11 وحدة للسلعة x و 10 وحدات من السلعة y .

2)- مستوى الاشباع المحقق إذا اقدم المستهلك على استهلاك التوليفة السلعية المثلى فإنه يتوقع أن يحقق مستوى اشباع يقدر بـ: 1331 .

$$TU_{(X,Y)} = X^2(Y+1) = 11^2(10+1) = 1331$$

الفصل الثاني :

تحليل سلوك المستهلك

(المنفعة الترتيبية)

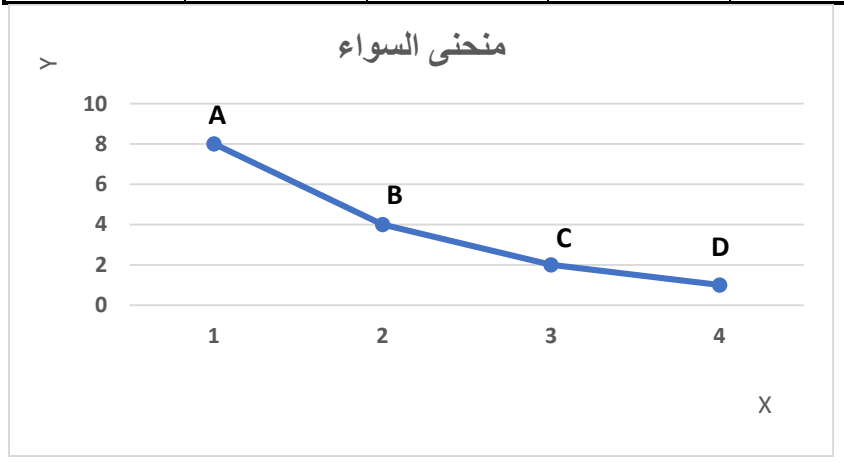
نظرا لعدم موضوعية فردية قياس المنفعة كميا و عدديا، فقد تم تطوير نظرية المنفعة باستخدام المنفعة القابلة للمقارنة، وذلك من منطلق أن المستهلك سيسطيع ترتيب احتياجاته حسب أهمية المنفعة للسلع وللخدمات (سواء كانت سلعتين أو أكثر) ، أي أن المستهلك لا يقوم بقياس المنفعة التي يمكن أن تعود عليه من استهلك السلع والخدمات وإنما يقوم بالتفضيل بين مجموعات السلع والخدمات.

1) منحنيات السواء Indifference Curves

1-1 **تعريف**: منحنى السواء هو المحل الهندسي الذي يمر عبر النقاط التي تشمل التوليفات السلعية التي تمكن المستهلك من الحصول على نفس الاشباع. (وعليه توجد توليفات مختلفة من السلعتين y و x تعطي المستهلك نفس الاشباع بالرغم من اختلاف كميات هذه السلع)

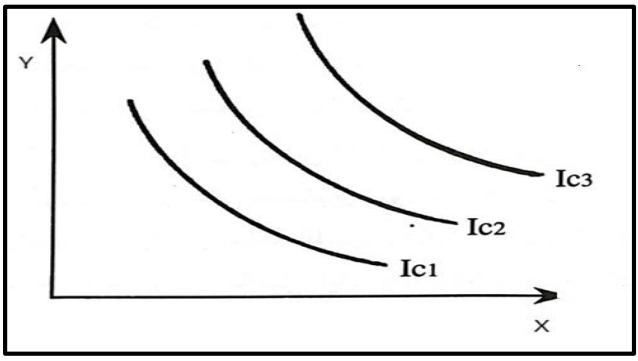
مثال: الثنائيات المختلفة للسلعتين y و x .

الثنائيات	A	B	C	D
X	1	2	3	4
Y	8	4	2	1



2-1 خريطة منحنيات السواء Indifference Curvers Map :

وهي عبارة عن مجموعة من منحنيات السواء التي تمثل مستويات مختلفة لإشباع المستهلك، أي أنها تعكس تفضيلات او أذواق المستهلك، حيث كل منحنى منها يعبر عن القدر نفسه من الاشباع (المنفعة) للمستهلك. وكلما إرتفع منحنى السواء في خريطة السواء كان ذلك دليلا على تحقيق قدر أكبر من الاشباع (المنفعة) ، وكلما انخفض المنحنى كان ذلك دليلا على قدر أقل من الاشباع (المنفعة).



نلاحظ من خلال الرسم البياني أن مستوى الاشباع بمنحنى السواء (IC_1) أقل من المنحنى (IC_2) و (IC_3) وبناءا عليه يمكن استنتاج ما يلي :

- كل التوليفات الاستهلاكية على المنحنى تعطي للمستهلك نفس درجة الاشباع التي تعطيها أية نقطة أخرى تقع على نفس المنحنى.
- كلما ابتعد منحنى السواء من نقطة الأصل يتزايد مستوى الاشباع ، حيث التوليفات المختلفة الموجودة على منحنى السواء الثاني**IC2** تحقق اشباع أكبر مما تدل عليه التوليفات التي تقع على منحنى السواء الأول **IC1**، و لكنها تدل على اشباع أقل مما تدل عليه المجموعات التي تقع على منحنى السواء الثالث IC3 .

3-1 خصائص منحنيات السواء (منحنيات المنفعة المتساوية):

لمنحنات السواء مجموعة من الخصائص التي يجب الاعتماد عليها عند دراسة سلوك المستهلك وفق نظرية المنفعة الترتيبية أهمها:

- **ميلها سالب Downword Sloping** : أي أنها تنحدر من أعلى إلى أسفل وهذا يعكس ميل المنحنى السالب (-) ، حيث أن المستهلك بقى على نفس المستوى من الاشباع ، أي على نفس منحنى السواء مع استهلاكه المزيد من سلعة معينة يستوجب من المستهلك تخفيض استهلاكه من سلعة أخرى و هذا هو السبب الذي يجعل منحنى السواء سالب الميل (أي ينحدر من أعلى الى أسفا تجاه اليمين) ،و يعكس ظاهرة الاحلال بين السلع MRS الذي هو عبارة عن قيمة التغير في إحدى السلعتين مقابل التغير في السلعة الأخرى للحفاظ على نفس مستوى الاشباع .

ويمكن إثبات ذلك على النحو التالي :

$$\Delta TU_{(x.y)} = 0 \ldots\ldots (1)$$

$$\begin{cases} TU_{(x.y)} = TU_X + TU_Y \\ \Delta TU_{(x.y)} = \Delta TU_X + \Delta TU_Y \end{cases} \Rightarrow \Delta TU_{(x.y)}$$

$$= MU_x \cdot \Delta\varphi_x + MU_y \ .\Delta\varphi_y \ldots\ldots (2)$$

من خلال المساواة بين (1) و (2) نجد:

$$MU_x \cdot \Delta\varphi_x + MU_y \ .\Delta\varphi_y = 0 \Leftrightarrow MU_x \cdot \Delta\varphi_x = -MU_y \ .\Delta\varphi_y = 0$$

$$\Rightarrow \frac{MU_x}{MU_y} = -\frac{\Delta\varphi_y}{\Delta\varphi_x} < 0$$

و منه فإن ميل منحنى السواء سالب

- **محدبة نحو نقطة الأصلConvex To the Origin**: أن تكون هذه المنحنيات محدبة باتجاه نقطة الأصل(0،0) ، وهي الحالة الوحيدة التي يكون فيها المعدل الحدي

للإحلال بين نقطتين متناقصا . فشرط تحدب المنحنى نحو نقطة الأصل ، هو أن تكون المشتقة الثانية لمعدل الحدي للإحلال موجبة أي $\frac{\delta^2 y}{\delta x^2}$.

$$\frac{\delta MRS_{(x,y)}}{\delta \varphi_x} = -\frac{\delta 2\varphi_y}{\delta \varphi_x^2} < 0 \Leftrightarrow \frac{\delta 2\varphi_y}{\delta \varphi_x^2} > 0$$

- **منحنيات السواء لا تتقاطع أبدا Can Not Intersect** : حتى تكون أي نقطة تقع على منحنى سواء أعلى أفضل من أي نقطة تقع على أي منحنى سواء أسفل ، و هو ما لا يتحقق في حالة تقاطع هذه المنحنيات .

4-1 المعدل الحدى للإحلال (MRS) Marginal Rate of Substitution :

يعرف المعدل الحدى لإحلال السلعة X بالنسبة للسلعY ، بأنه عبارة عن عدد الوحدات من السلعة Y التي يتوجب التخلي أو التنازل عنها مقابل الحصول على وحدة واحدة من السلعة X ، لكي يحافظ على نفس مستوى الاشباع أي البقاء على نفس منحنى السواء.

ونرمز لها جبريا $\mathbf{MRS}_{(x,y)}$ أي المعدل الحدي لاستبدال السلعة x محل السلعة y و تحسب بالعلاقة التالية:

$$MRS_{(x,y)} = -\left(\frac{MU_x}{MU_y}\right) \qquad MRS_{(x,y)} = \left(\frac{\Delta \varphi y}{\Delta \varphi x}\right)$$

$$MRS_{(x,y)} = \left(\frac{S\varphi x}{S\varphi y}\right) \qquad MRS_{(x,y)} = -\frac{Px}{Py}$$

الناحية الهندسية فإن: $\left[-\frac{\Delta \varphi y}{\Delta \varphi x}\right]$

$$MRS = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\delta y}{\delta x} = -\frac{MU_x}{MU_y}$$

مثال: لتكن لدينا دالة المنفعة التالية:

$$\boldsymbol{TU_{(x,y)} = x \cdot y}$$

المطلوب : أوجد المعدل الحدى بالإحلال $\boldsymbol{MRS_{(x,y)}}$

الحل:

ط1 : $TU_{(x,y)} = x \cdot y$

$$MRS_{(x,y)} = -\frac{MU_x}{MU_y} = -\frac{y}{x}$$

$$MRS_{(x,y)} = -\frac{y}{x}$$

ط2 :

$$\acute{U} = 0 \leftrightarrow f'(x,y) = \frac{\delta F}{\delta x} \cdot dx + \frac{\delta F}{\delta Y} \cdot dy = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\delta F}{\delta x} \cdot dx = -\frac{\delta F}{\delta Y}\, dy$$

$$\Leftrightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{\delta F}{\delta x}}{\frac{\delta F}{\delta y}} = -\frac{y}{x}$$

وبما أن ميل منحنى سالب كما سبق إثباته فان معدل تغييره يجب أن يكون موجب، وبالتالي فشرط تحذب المنحنى نحو مركز الاحتيان ، هو أن تكون المشتقة الثانية لمعدل الحدى للإحلال موجبة ، التي تأخذ الصورة الآتية:

$$0 < \frac{\delta^2 \varphi_Y}{\delta \varphi^2{}_x}$$

كما يتم إثبات هذه الصيغة كالاتي :

$$\frac{\delta MRS_{(x,y)}}{\delta \varphi_X} = -\frac{\delta_2 \varphi_y}{\delta \varphi^2{}_X} < 0 \Rightarrow \frac{\delta_2 \varphi_y}{\delta \varphi^2{}_X} > 0$$

ومنه يمكن تعميم هذا الاستنتاج بأن منحنيات السزاء محدبة نحو مركز الاحداثيات (مقعرة من الأعلى).

التمرين:

الجدول التالي يمثل الكميات التي يستهلكها شخص من أجل الحصول على منفعة ما:

الثنائيات	A	B	C	C	E	F
X	1	2	4	8	16	32
Y	32	16	8	4	2	1

المطلوب :

1)- أوجد $MRS_{(x,y)}$ و $MRS_{(y,x)}$

- المعدل الحدى لإحلال السلعة x محل السلعة y :

$$MRS_{(x,y)} = \frac{\Delta\varphi y}{\Delta\varphi x}$$

- المعدل الحدى لاحلال السلعة y محل السلعة x:

$$MRS_{(y,x)} = \frac{\Delta\varphi x}{\Delta\varphi y}$$

	X	Y	$MRS_{(x,y)}$	$MRS_{(y,x)}$
A	1	32	-	-
B	2	16	-16	$-\frac{1}{16}$
C	4	8	-4	$-\frac{2}{8}$
D	8	4	-1	$-\frac{4}{4}$
E	16	2	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{8}{2}$
F	32	1	$-\frac{1}{16}$	$-\frac{16}{1}$

ملاحظة:

$$MRS_{(y,x)} = -\alpha$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -\alpha \end{cases}$$

حيث نفسر على حسب المعدل الحدى للإحلال على انها التخلي عن عدد الوحدات بمقدار α من السلعة Y للحصول على وحدة واحدة من السلعة X.

1-5 خط الميزانية: يبين خط الميزانية التوليفات المختلفة التي يمكن للمستهلك الحصول عليها من السلعتين (y,x) بناء على إنفاق دخله المخصص للاستهلاك (R) وعند ثبات أسعار هاتين السلعتين (Px,Py) ، وبالتالي يمكن صياغة قيد الميزانية رياضيا بالمعادلة التالية:

$$R = xP_X + yPy$$

xP_X : يمثل المقدار من الدخل المنفق من أجل الحصول على السلعة x.

yPy : يمثل المقدار من الدخل المنفق من أجل الحصول على السلعة y.

أما هندسيا: فخط الميزانية يتميز بالخصائص التالية:

- **خط الميزانية** : عبارة من خط دي ميل سالب أي ينحدر من اليسار الى اليمين،حيث معادلة قيد الميزانية تكتب على الشكل الاتي:

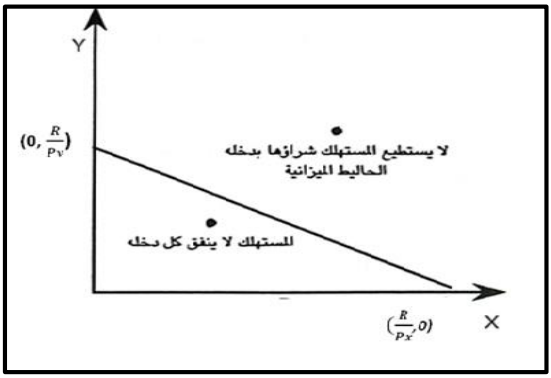
$R = xP_X + yPy$ (باعتبار يوجد سلعتي x,y)

ومنه فإن معادلة قيد الميزانية تختصر بالشكل التالي:

$$y = \frac{R}{Py} - \frac{xP_X}{Py} \Rightarrow y = \frac{R}{Py} - \alpha x \qquad \alpha = \frac{Px}{Py}$$

ميل خط الميزانية

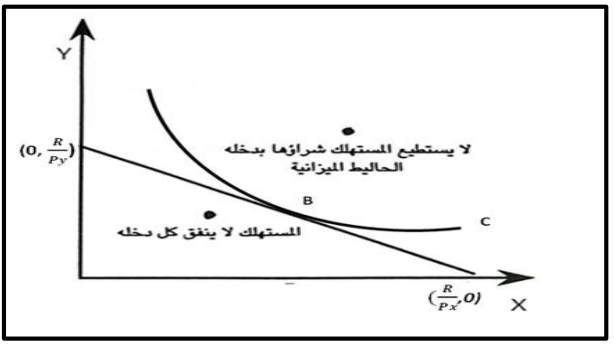
α : يتميز بالثبات (عكس منحنى السواء مليه $\frac{\Delta\varphi_y}{\Delta\varphi_x}$ الذي يتغير من إحداثية الى أخرى)



- كل توليفة تقع على خط الميزانية ، يمكن الحصول عليها بإنفاق لكامل الدخل.
- كل توليفة توجد على يسار خط الميزانية تعبر على إنفاق أقل من الميزانية المخصصة للاستهلاك، وكل توليفة تقع على يمين خط الميزانية يمكن الحصول عليها عندما يتجاوز انفاق الدخل ما خصص للاستهلاك.

2-توازن المستهلك *Consumer' Equilbrium* باستخدام منحنيات السواء

يكون المستهلك في حالة التوازن عندما يحقق أقصى إشباع ممكن في حدود دخله و الأسعار السائدة في السوق ، بينما بالتحليل الهندسي بتحقيق التوازن عندما يصل المستهلك إلى أعلى نقطة تماس بمنحنى السواء مع خط الميزانية ، و لتوضيح ذلك ندرس الشكل التالي :



نلاحظ من الشكل أنه يقع تماس بين خط الميزانية ومنحنى السواء C في نقطة ل B (نقطة التوازن). وبالتالي لتحقيق التوازن يجب توفر شرطان هما:

- ميل منحنى السواء: ميل خط الميزانية (وجود تماس هندسي ما بين منحنى السواء و خط الميزانية) في نقطة التوازن.

$$\frac{MUy}{MUy} = \frac{Py}{Px} \text{ أو } MRS_{(x.y)} = \frac{Py}{Px}$$

- مجموع الاتفاق على السلع المشتراة يساوي الدخل النقدي للمستهلك.

$$R = xPx + yPy$$

مثال: يخصص المستهلك زكرياء ما قيمته ون لشراء السلعتينx و yوسعرهما على التوالي 6 و 2.

المطلوب :

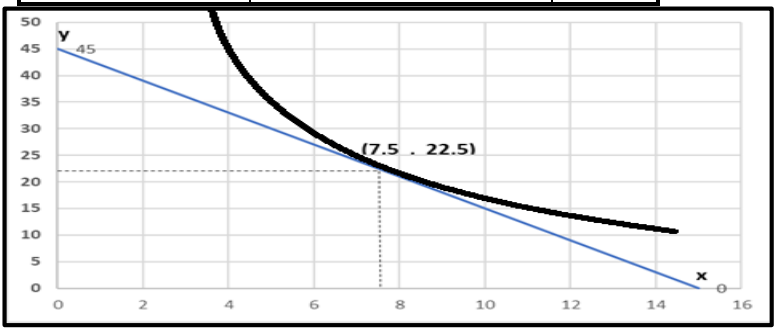
1) اكتب معادلة خط الميزانية لهذا المستهلك ، ثم مثله بيانيا؟
2) احسب ميل معادلة خط الميزانية؟
3) إذا قام زكرياء بشراء 10 وحدات من السلعة x ، كم عدد الوحدات المشتريات من السلعة y:
4) إذا رفع من استهلاكه للسلعة xالى 14 وحدة ، أحسب المعدل الحدي للإحلال للسلعة x محل السلعة y، ثم ماذا تستنتج؟
5) حدد توازن المستهلك مع العلم $\boldsymbol{TU = x \cdot y}$ ؟

الحل:

1) **كتابة معادلة خط الميز انية:** يتم كتابة المعادلة خط الميزانية على الشكل التالي:

$$R = xP_X + yPy \Rightarrow 90 = 6x + 2y$$

15	0	x
0	45	y



2) حساب ميل معادلة خط الميزانية :

$$R = XP_X + YP_Y \Rightarrow Y = \frac{R}{P_Y} - X\frac{P_X}{P_Y}$$

و منه ميل خط الميزانية : $\alpha = \frac{-6}{2} = -3$

3)تحديد الكمية المستهلكة من السلعة Y عند استهلاك 10 وحدات السلعة X

$$90 = 10.(6) + 2Y \Rightarrow Y = \frac{90-60}{2} = \frac{30}{2} = 15.$$

ومنه عندما يستهلك زكرياء 10 وحدات من السلعة x فإنه يستهلك 15 وحدات من السلعة y و ذلك لكامل دخله.

3- حساب المعدل الحدي للإحلال للسلعة x محل السلعة y

$$MRS_{(x.y)} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

- حساب y عندما يكون **X=14** :

$$90 = 14 \cdot 6 + 2y \rightarrow y = \frac{90-84}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$MRS_{(x.y)} \ \frac{\Delta y}{\Delta x} \leftrightarrow \ MRS_{(x.y)} = \frac{15-3}{10-14} = \frac{12}{-4} = -3$$

4- تحديد احداتيات التوازن : $TU = X \cdot Y$

$$\mathcal{L} = X \cdot Y + \lambda\,(90 - 6X - 2Y)$$

$$\begin{cases} \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta x} = 0 \Rightarrow Y - 6\lambda = 0 \\ \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta Y} = 0 \Rightarrow X - 2\lambda = 0 \\ \frac{S\mathcal{L}}{S\lambda} = 0 \Rightarrow 90 - 6X - 2Y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{Y}{6} \\ \lambda = \frac{X}{2} \\ 90 - 6X - 2Y = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Y = 3X \\ 90 - 6X - 2Y = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Y = 22.5 \\ X = 7.5 \end{cases}$$

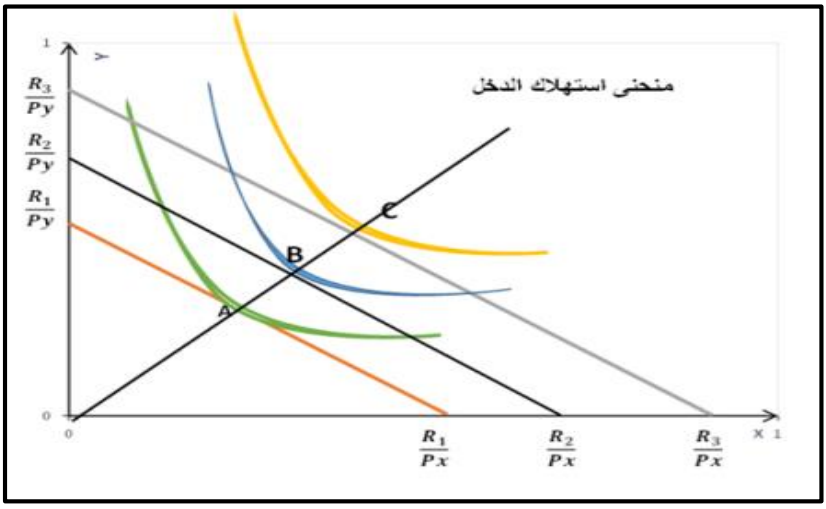
إحداتيات التوازن (22.5 . 7,5).

3- دراسة سلوك المستهلك في ظروف ديناميكية:

يتم تقييم سلوك المستهلك من خلال تحديد التوليفة المثلى التي تحقق أقصى إشباع ممكن في ظل الدخل المخصص للاستهلاك وأسعار السوق ، إلا أن هذا لا يكفي بل يجب الاهتمام بتغيرات الدخل أو الأسعار أو كلاهما التي تؤثر على القرار الاستهلاكي.

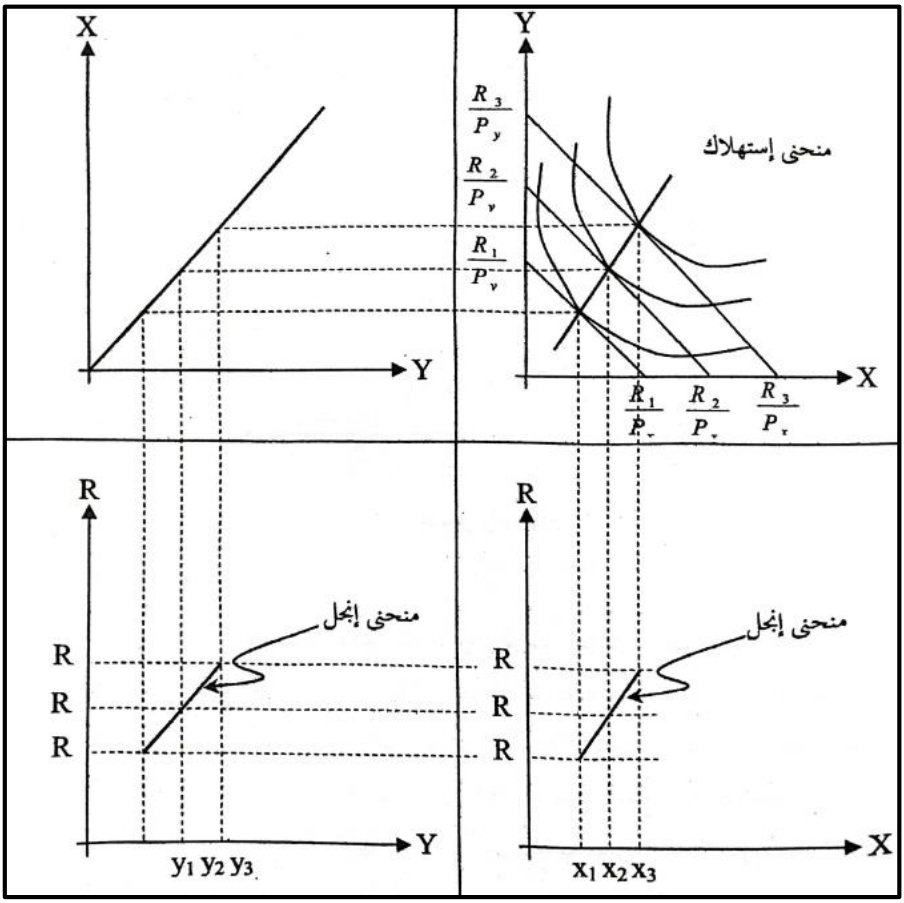
3-1 أثر الدخلIncome effect (IE) :

إن تغيير مستوى الدخل الموجه للاستهلاك سيؤدي بدون شك الى تغيير من مقدرته على شراء السلعتين بشرط بقاء أسعارهما و المحددات الاخرى ثابتة ، لذا نجد أن خط الميزانية ينتقل إلى أعلى في حال زيادة الدخل الذي يفسر بزيادة استهلاك السلع أو الخدمات ، و العكس في حالة الإنخفاض في الدخل مع بقاء الأسعار ثابتة و العوامل الأخرى نجد أن خط الدخل ينخفض إلى أسفل الذي يفسر الانخفاض في كميات السلع التي يحصل عليها من السلعتين.



نلاحظ من خلال الشكل أن المستهلك يتنقل من وضعية توازنية الى وضعية أعلى كلما زاد مستوى الدخل وهذا يفسر بأن خط الميزانية انتقل إلى اليمين بزيادة الدخل مع ثبات الأسعار، كما أن الربط بين مختلف النقاط التوازن تشكل منحنى إستهلاك الدخل أو ما يسمى بمنحنى *ENGEL* الذي يمثل المحل الهندسي لمجموعة نقاط التوازن الناتجة عن تغيير الدخل مع ثبات الأسعار.

اشتقاق منحنى انجل



نلاحظ من خلال اشكال اشتقاق منحنى انجل أنه يوضح الكمية التي يشتريها المستهلك من سلعة ما خلال فترة زمنية محددة ، عند مستويات مختلفة من الدخل .

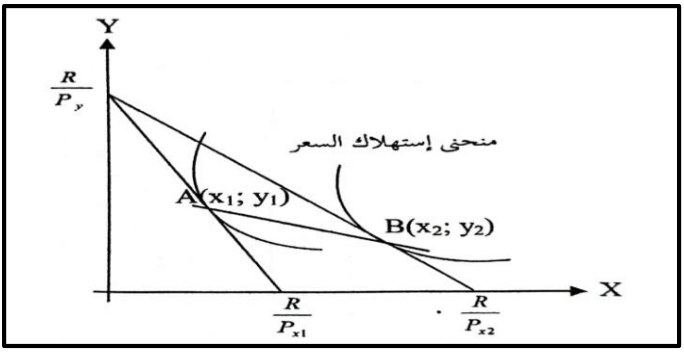
ملاحظة :

- إذا كان منحنى أنجل موجب الميل فهذا يعني أن ارتفاع الدخل يؤدي الى زيادة الكميات المستهلكة من السلعة العادية .
- إذا كان منحنى أنجل سالب الميل فهذا يعني أن ارتفاع الدخل يؤدي الى إنخفاض الكميات المستهلكة من السلعة الدنيا .

3-2 أثر السعر Price effect (PE) :

عند تغيير في أسعار أحد السلع و ليكن P_X السلع مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة ، يجعل المستهلك يغير من استهلاكه بالطريقة التي يستطيع بها تحقيق أقصى إشباع ممكن. فإذا افتراضنا أن سعر إحدى السلعتين انخفض فإن ذلك سيؤثر على كميات السلع المستهلكة، أي أن المستهلك سينتقل الى مستوى إشباع جديد أعلى من مستوى الذي كان عليه، حيث يفسر هندسيا بإنتقال منحنى السواء نحو اليمين، مما يعني أنه يتيح للمستهلك فرصة للحصول على توليفة استهلاكية أكبر مما كان سابقا قبل انخفاض سعر السلعة X، مع ثبات أسعار السلع الأخرى والدخل المخصص للاستهلاك.

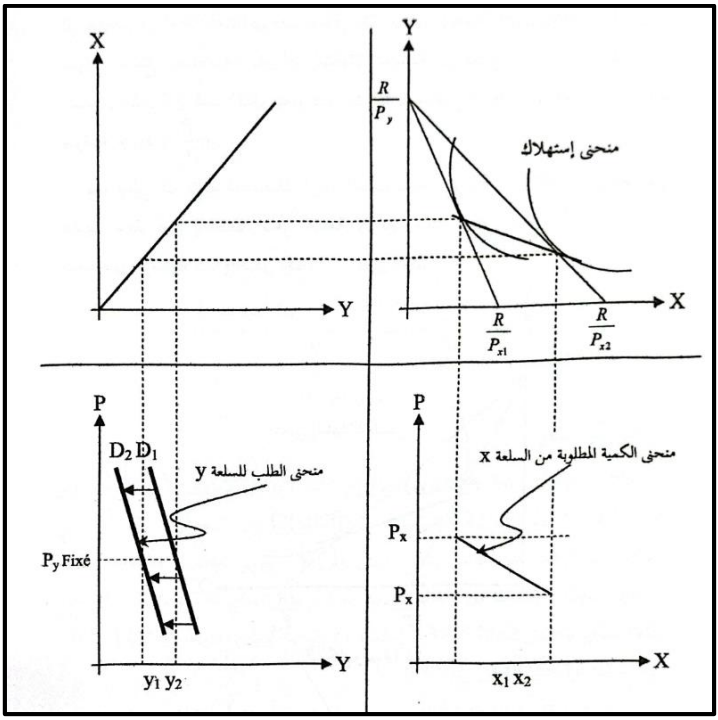
إن انخفاض سعر السلعة مع بقاء سعر السلعة الأخرى ثابتا يؤدي بالمستهلك الى زيادة استهلاكه من السلعة المنخفض سعرها ، و التقليل من السلعة التي يبقى سعرها ثابتا ، لان سعر السلعة الثابت في نظر المستهلك مرتفعة مقارنة مع سعر السلعة الثابت سعرها و العكس صحيح .



نلاحظ من الشكل تنقل توازن المستهلك من النقطة A إلى النقطة B الموافقة للسعر X_2مع ثبات كل من الدخل R و سعر السلعةY .

ملاحظة : يسمح منحنى استهلاك السعر بإشتقاق منحنى الطلب الذي يمثل العلاقة بين سعر السلعة و الكمية المطلوبة منها ، و ذلك كالتالي :

إشتقاق منحنى الطلب للسلعتين X و Y



ملاحظة :

إن الكمية المطلوبة من سلعة معينة تتأثر بشكل عكسي بسعرها، أي أنه كلما ارتفع السعر قلّ الطلب، والعكس صحيح، وهذا ما يُعرف بقانون الطلب. ويمثل هذا المفهوم في الرسم البياني بمنحنى طلب ذي ميل سالب.

لكن هذا القانون لا يُطبق في كل الحالات، فهناك بعض الاستثناءات:

أولا : في حالة السلع الضرورية التي لا يمكن الاستغناء عنها ولا يتوفر لها بدائل، خاصة عند ذوي الدخل المحدود، فإن ارتفاع أسعارها لا يؤدي إلى انخفاض الطلب عليها، بل قد يؤدي إلى زيادته. ويُطلق على هذه السلع اسم "سلع جيفن."

ثانيا : تلعب توقعات المستهلكين دورًا مهمًا؛ ففي حال توقعهم لنقص محتمل في سلعة معينة، فإنهم قد يسارعون إلى شرائها رغم ارتفاع سعرها، كما حدث في أزمات بعض المواد الغذائية في سنوات سابقة. في المقابل، إذا توقع المستهلك انخفاضًا قادمًا في السعر، قد يؤجل الشراء إلى وقت لاحق.

3-3 أثر الاحلال Substitution effect (SE):

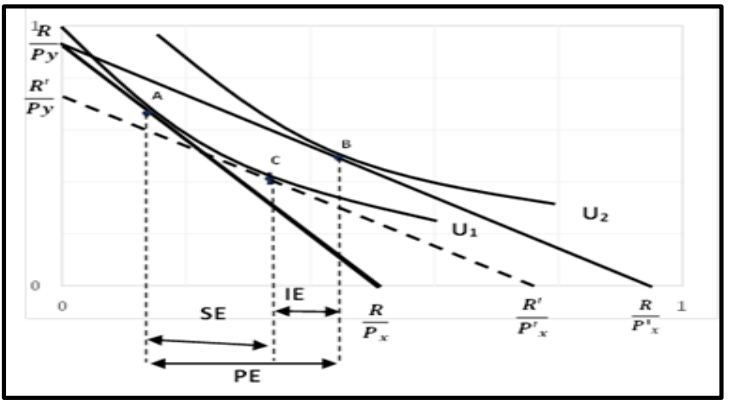
عند تغير سعر إحدى السلع، فإن ذلك يؤدي إلى تغير في الدخل الحقيقي للمستهلك، مما يدفعه إلى تعديل نمط استهلاكه بحثًا عن توليفة جديدة تضمن له نفس مستوى الإشباع السابق، و هذا ما يسمى بأثر الإحلال، حيث يعمد المستهلك إلى استبدال السلعة التي ارتفع سعرها بسلعة أخرى ظلّ سعرها منخفضًا نسبيًا.

أي ان المستهلك رغم انخفاض سعر السلعة و زيادة القدرة الشرائية ، إلا انه يبقى على نفس مستوى المنفعة ، و بالتالي يحاول المحافظة على مستوى الاشباع الأول U_1. و بالتالي يجب عليه تخفيض مستوى الدخل المخصص للانفاق ، ما يجعل خط الميزانية ينتقل الى الأسفل ، بحيث يرجع مستوى الاشباع U_1 ، و يمثل نقطة التوازن الجديدة ب **C**

ونظرًا لتداخل أثر الإحلال، الذي يفترض ثبات الدخل الحقيقي، مع أثر الدخل الناتج عن تغير هذا الدخل، يلجأ الاقتصاديون إلى تحليل دقيق باستخدام معادلة سلوتسكيSlutsky ، التي تُعبّر عنها الصيغة التالية:

أثر السعر= أثر الإحلال + أثر الدخل

PE = SE + IE



تمرين : لتكن لدينا دالة المنفعة الكلية التالية

$$TU_{(x.y)} = (y + 2)\, x$$

1) أوجد معادلة منحنيات السواء؟

2) حدد معادلة خط الميزانية لهذا المستهلك؟

3) ما هي إحداثيات المثلي للسلع التي تعظم منفعة هذا المستهلك؟

علما أن **px=2** و**py=4** و **R=32**

4)- إذا كان px=1 و**py=4** **R=32** ، فما هو تأثير ذلك على الكمية المطلوبة على السلعتين **X** و **Y** ؟

5)- أوجد أثر الدخل وأثر الاحلال والأثر الكلي للسلعتين مع الرسم البياني؟

الحل:

1) إيجاد معادلة منحنيات السواء

$$TU = (y + x) \times \Rightarrow TU = xy + 2x$$
$$\Rightarrow y = \frac{TU - 2x}{x}$$

2) تحديد معادلة خط الميزانية لهذا المستهلك

$$R = xP_X - yP_y \Rightarrow y = \frac{R}{Py} - \frac{xP_X}{Py}$$

3) إيجاد الإحداثيات المثلى التي تعظم المنفعة

$$\begin{cases} MAX\ TU = (y + 2)x \\ \frac{S}{C} \quad 32 = 2x + 4y \end{cases}$$

شرط ① $\frac{MUx}{MUy} = \frac{Px}{Py} \Rightarrow \frac{y+2}{x} = \frac{2}{4} \Rightarrow x = 2y + 4$

شرط ② $32 = 2\,x + 4y$

$$\begin{cases} x = 2y + 4 \\ 32 = 2\,x + 4y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2y + 4 \\ 32 = 2\,(2y + 4) + 4y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2y + 4 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 3 \end{cases}$$

بتعويض x و y في معادلة TU نحصل على: **TU=50**

$$TU = (3 + 2) \cdot 10 = 50$$

4) إذا كان px=1 و py=4 R=32 ، ايجاد تأثير ذلك على الكمية المطلوبة على السلعتين X و Y ؟

$$\begin{cases} MAX\ TU = (y + 2)x \\ \frac{S}{C} \quad 32 = 1x + 4y \end{cases}$$

شرط ① $\frac{MUx}{MUy} = \frac{Px}{Py} \Rightarrow \frac{y+2}{x} = \frac{1}{4} \Rightarrow x = 4y + 8$

شرط ② $32 = 2\,x + 4y$

$$\begin{cases} x = 4y + 8 \\ 32 = 1\,x + 4y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4y + 8 \\ 32 = 1\,(4y + 8) + 4y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4y + 8 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 3 \end{cases}$$

بتعويض x و y في معادلة TU نحصل على: **TU=100** .

$$TU = (3 + 2) \cdot 20 = 100$$

5)- **إيجاد أثر الدخل و أثر الاحلال والأثر الكلي للسلعتين مع الرسم البياني**

لحساب أثر الاحلال و أثر الدخل و أثر الكلي يجب علينا أولا إيجاد إحداثيات النقطة التي تأخذ المعطيات التالية Px =1 Py = 4 TU = 50 أي إيجاد الكميات التوازنية من (x.y) التي تغطي لنسبة نفس مستوى منفعة الأول **TU = 50**

$$\begin{cases} Min\ R = x + 4y \\ TU = x(y + 2) = 50 \end{cases} \ldots\ldots\ldots\ldots ②$$

$$\frac{MUx}{MUy} = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{y+2}{x} = y + 2 = \frac{x}{4} \rightarrow y = \frac{x}{4} - 2 \Rightarrow Y = \frac{x-8}{4} \ldots\ldots\ldots\ldots ①$$

ثم نعوض ① في ② نحصل على :

$$x(y + 2) = 50 \Rightarrow x\left(\frac{x - 8}{4} + 2\right) = 50$$

$$\Rightarrow x\left(\frac{x - 8 + 8}{4}\right) = 80 \Rightarrow x^2 = 200$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{200} = 14{,}14 \\ y = \dfrac{14{,}14 - 8}{4} = 1{,}53 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (\boldsymbol{x}; \boldsymbol{y}) = (\mathbf{14{,}14}\ ;\ \mathbf{1{,}53})$$

إيجاد المنفعة و ذلك بالتعويض **TU :**

$$R = xP_x + yP_y \Rightarrow R = x + 4y$$

$$\Rightarrow R = 14{,}14 + 4\,(1{,}53)$$

$$\Rightarrow R = 14{,}14 + 6{,}12 = 20{,}26$$

في هذه الحالة تفرض ضريبة على الدخل المستهلك بالرجوع الى مستوى المنفعة الأول و مقدار هذه الضريبة .

$$\Delta R = R_2 - R_1 = 20{,}26 - 32 = -11.74$$

ثم نقوم بالرسم البياني لحساب أثر الدخل و أثر الاحلال و الأثر الكلي :

1)- يجب أولا إيجاد معادلة خط الميزانية عنه $Px = 2$ $Py = 4$ $R = 2$

$$R = xP_x + yP_y \Rightarrow 32 = 2x + 4y \Rightarrow y = \frac{32 - 2x}{4}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{y = 8 - \frac{1}{2}x}$$

ثم نقوم برسم خط الميزانية بحيث يكفي إختيار نقطتين نعوضهما في معادلة خط الميزانية ، النتيجة في الجدول التالي:

X	0	16
y	8	0

نقطة توازن المستهلك هي : $(x ; y) = (10; 3)$

2)- إيجاد معادلة خط الميز انية عند $Px = 1$ $Py = 4$ $R = 32$

X	0	32
y	8	0

$$R = xP_x + yP_y \Rightarrow 32 = x + 4y \Rightarrow y = \frac{32 - x}{4} \Rightarrow y = 8 - \frac{x}{4}$$

$$\Rightarrow y = 8 - \frac{1}{4}x$$

نقطة التوازن المستهلك هي $(x ; y) = (20 ; 3)$

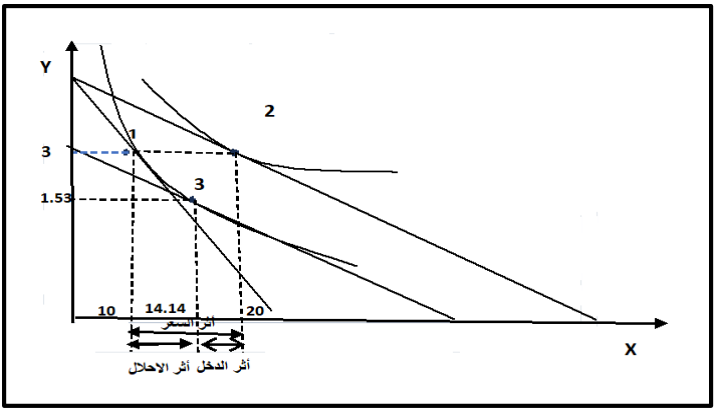
3)- إيجاد معادلة خط الميز انية عند $Py = 4$ $Px = 1$ $R = 20.26$

$$R = xP_x + yP_p = 20.26 \Rightarrow x + 4y \Rightarrow y = \frac{20.26 - x}{4}$$

$$\Rightarrow y = 5 - \frac{1}{4}x$$

نقطة التوازن المستهلك $(x ; y)$ $(1 ,53 ; 14,14)$.

X	0	20
y	5	0



- **حساب أثر الاحلال :**

أثر الاحلال = أثر السعر - أثر الدخل

أثر الاحلال =14,14 – 10

أثر الاحلال =4,14

- **حساب أثر الدخل :**

أثر الدخل =20-14,14

أثر الدخل =5 ,86

- **حساب أثر السعر**

أثر السعر = أثر الاحلال + أثر الدخل

أثر السعر = 4,14 +5,86

أثر السعر =10

السلسلة02 : تحليل سلوك المستهلك (الترتيبية)

التمرين01 :

أحسب المعدل المدى الاحلال $MRS_{(x,y)}$ في الحالات التالية:

$$TU_{(x,y)} = x^{\frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{1}{3}} \quad (1$$

$$TU_{(x,y)} = \sqrt{x \cdot y} \quad (2$$

$$TU_{(x,y)} = Log\left(x^{\frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{1}{2}}\right) \quad (3$$

$$TU_{(x,y)} = Log\,(3x + 6y) \quad (4$$

$$TU_{(x,y)} = y^2 \cdot e^{x^2-1} \quad (5$$

الحل :

1)-

$$TU_{(x,y)} = x^{\frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{1}{3}}$$

$$MRS_{(x,y)} = -\frac{\delta y}{\delta x} = \frac{MUx}{MUy} = \frac{Px}{Py}$$

حيث نكتفي باستخدام احدى الطرق الكمية من القانون أعلاه وهي طريقة

المنافع الحدية:

$$MRS_{(x,y)} = \frac{MUx}{MUy}$$

$$TU_{(x,y)} = x^{\frac{1}{2}}.y^{\frac{1}{3}}$$

$$MRS_{(x,y)} = \frac{MUx}{MUy} = \frac{\frac{1}{2}\,x^{-\frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{1}{3}}}{\frac{1}{3}y^{-\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{1}{3}}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{y}{x} = \frac{3y}{2x}$$

2)-

$$TU_{(x,y)} = \sqrt{x \cdot y}$$

$$MRS_{(x,y)} = \frac{MUx}{MUy} = \frac{\frac{y}{2\sqrt{x \cdot y}}}{\frac{x}{2\sqrt{x,y}}} = \frac{y}{x}$$

-(3

$$TU_{(x,y)} = Log\left(x^{\frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{1}{2}}\right)$$

$$MRS_{(x,y)} = \frac{MUx}{MUy} = \frac{\frac{\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}.y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}.y^{\frac{1}{2}}}}{\frac{\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}}.y^{-\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}.y^{\frac{1}{2}}}} = \frac{x^{-\frac{1}{2}}.y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{-1}{2}}.y^{\frac{1}{2}}} = \frac{y}{x}$$

-(4

$$TU_{(x,y)} = Log(3x + 6y)$$

$$MRS_{(x,y)} = \frac{MUx}{MUy} = \frac{\frac{3}{3x+6y}}{\frac{6}{3x+6y}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

-(5

$$TU_{(x,y)} = y^2 \cdot e^{x^2-1}$$

$$MRS_{(x,y)} = \frac{2x\, y^2 \cdot e^{x^2-1}}{2y \cdot e^{x^2-1}} = x \cdot y$$

التمرين 02:

يمتلك مستهلك ما دخلا قدره ***R*** ينفقه كله في الحصول على السلعتين x، y اللتان تحققان له منفعة كلية ***TU*** حسب التوليفات المختلفة من السلعتين x،y والمعطاة بالعلاقة التالية: ***TU=(x+2)(y+1)***

كما أن سعر السلعتين السائد في السوق هما *Px* و*Py* كالتوالي:

المطلوب:

1)- عرف منحنى السواء، وأذكر خصائصه؟

2)- أوجد عبارة المعدل الحدي للإحلال ***MRS*** ؟ وأوجد عبارة المعدل الحدي إذا كان ***TU=90*** وأتبت أن محدب أو نقطة الأصل؟

3)- إذا كان دخل المستهلك يشتري 52 وحدة نقدية وسعر السلعة x والسلعة y على التوالي 2 و 5 وحدة نقدية

أ-ما هي التوليفة المثلى التي تحقق للمستهلك أكبر اشباع ممكن؟ وما مقدار المنفعة الكلية المحققة لهذه التوليفة؟

4)- لنفترض أن دخل المستهلك زاد وأصبح 100 مع ثبات سعر كل من السلعة x والسلعة y.

أ-أوجد التوليفة المثلى باستعمال طريقة مضاعف *Lagrange*؟ وبين أن هذه التوليفة تحقق أقصى إشباع ممكن.

ب-ما هو مقدار التغير في المنفعة الكلية الناتج عن زيادة الدخل؟

ت-ما اسم المنحنى المتحصل عليه من نقاط التوازن المستهلك قبل زيادة الدخل؟

5)- إذا قرر المستهلك رفع استهلاكه من احدى السلع بوحدة واحدة نتيجة ارتفاع دخله، فما هي السلعة التي سيفضلها، ولماذا؟

6)-حدد دوال الطلب على السلعتين x وy.

الحل :

لتكن لدينا دالة المنفعة التالية : ***TU=(x+2)(y+1)***

Px = ? , Py =?

1)- تعريف منحنى السواء وخصائصه:

منحنى السواء هو عبارة عن المحل الهندسي للتوليفات المختلفة من السلعتين (x,y) ، التي تحقق للمستهلك نفس المنفعة على نفس المنحنى.

تتميز منحنيات السواء بثلاث خصائص أساسية هي:

أ. منحنيات السواء لا تتقاطع لذا تختلف المنفعة الكلية من منحنى سواء إلى آخر.

ب. منحنيات السواء تكون متناقصة (سالبة الميل)

ج. منحنيات السواء محدبة نحو نقطة الأصل.

2)- إيجاد عبارة المعدل الحدى للاحلال ال $\boldsymbol{MRS_{(x,y)}}$

$$MRS_{(x,y)} = -\frac{\delta y}{\delta x} = \frac{MUx}{MUy} = \frac{Px}{Py}$$

$$MRS_{(x,y)} = \frac{MUx}{MUy} = \frac{(y+1)}{(x+2)}$$

إيجاد عبارة $TU = 90 \Leftarrow MRS_{(x,y)}$

$$\Rightarrow 90 = (x+2)(y+1)$$
$$\Rightarrow 90 = (x+2)y + x + 2$$
$$\Rightarrow 90 = xy + 2y + x + 2$$
$$\Rightarrow 90 - 2 - xy - 2y - x = 0$$
$$\Rightarrow 88 - x - y(x+2) = 0$$
$$\Rightarrow 88 - x = y(x+2) \Rightarrow y = \frac{88-x}{x+2}$$
$$MRS_{(x,y)} = -\frac{\delta y}{\delta x} = \frac{-1(x+2) - 1(88-x)}{(x+2)^2}$$
$$MRS_{(x,y)} = \frac{-x - 2 - 88 + x}{(x+2)^2} = \frac{-100}{(x+2)^2}$$

- **إثبات أن منحنى السواء محدب نحو نقطة الأصل :**

$$\boldsymbol{\frac{\delta MRS_{(x,y)}}{\delta x} < 0}$$

$$\frac{\delta MRS_{(x,y)}}{\delta x} = \frac{0 \cdot (x+2)^2 - 2x - 4}{(x+2)^4} = \frac{-2 \cdot (x+2)}{(x+2)^4}$$
$$= \frac{-1}{(x+2)^3} < 0$$

ومنه منحنى السواء محدب نحو نقطة الأصل (0،0)

3)- إذا كان ***R= 52*** ***Py=5*** ***Px=2***

أ-إيجاد التوليفة المنحنى التي تحقق للمستهلك أقصى اشباع

TU =(x+2)(y+1)

$$\frac{MUx}{MUy} = \frac{Px}{Py} = \boldsymbol{\lambda}$$
$$\frac{MUx}{MUy} = \frac{y+1}{x+2} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{y+1}{x+2} = \frac{2}{5}$$
$$\Rightarrow y = \frac{2x+4-5}{5} \Rightarrow y = \frac{2x-1}{5}$$
$$S/C \quad R = xP_X + yP_Y \Rightarrow 52 = 2x + 5y$$
$$\Rightarrow 52 = 2x + 5\left(\frac{2x-1}{5}\right) \Rightarrow 52 = 2x + 2x - 1$$
$$\Rightarrow 52 = 4x - 1$$
$$\Rightarrow 52 + 1 = 4x \Rightarrow\Rightarrow x = 13$$

$$\Rightarrow y = \frac{2(13)-1}{5} = 5$$

المنفعة التي توافق : $(\boldsymbol{x,y}) \Leftrightarrow (\ \mathbf{13,5})$

$$TU = (x+2)(y+1) \Leftrightarrow TU = (13+2)(5+1)$$
$$TU = 15 \cdot 6 = 30$$

4)- ***Px=2*** ***Py = 5*** ***R = 100***

أ-إيجاد (*x,y*) بطريقة لاغرانج

$$\mathcal{L} = TU + \lambda\ (R - xPx - yPy)$$
$$\mathcal{L} = (x+2)(y+1) + \lambda(100 - 2x - 5y)$$

من أجل تعظيم هذه الدالة الحدية إعدام المشتقات الجزئية من الدرجة الأولى:

$$\mathcal{L} = (x+2)(y+1) + \lambda(100 - 2x - 5y)$$

$$\begin{cases} \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta x} = 0 \\ \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta y} = 0 \\ \frac{S\mathcal{L}}{S\lambda} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (y+1) - 2\lambda = 0 \\ (x+2) - 5\lambda = 0 \\ 100 - 2x - 5y = 0 \end{cases} \begin{cases} \lambda = \dfrac{y+1}{2} \\ \lambda = \dfrac{x+2}{5} \\ 100 - 2x - 5y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{y+1}{2} = \frac{x+2}{5} \\ 100 - 2x - 5y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y + 1 = \frac{2}{5}(x+2) \\ 100 - 2x - 5y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \dfrac{2x-1}{5} \\ 100 - 2x - 5y = 0 \end{cases}$$

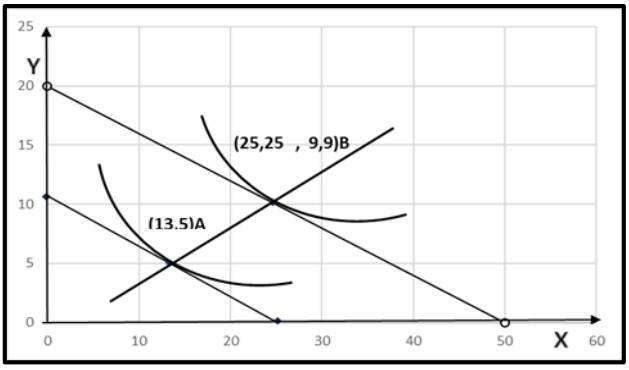
$$\begin{cases} x = 25{,}25 \\ y = 9{,}9 \end{cases}$$

$$TU_{(x,y)} = TU_{(25{,}25\ ,\ 9{,}9)} = (x+2) \cdot (y+1)$$

$$TU_{(x,y)} = TU_{(25{,}25\ ,\ 9{,}9)} = (25{,}25 + 2) \cdot (9{,}9 + 1)$$

$$TU_{(x,y)} = TU_{(25{,}25\ ,\ 9{,}9)} = 27{,}25 \cdot 10{,}9 = 297$$

ب- إن زيادة الدخل من 52 الى 100 وحدة نقدية أدى الى نزوح خط الميزانية إلى أعلى ، وبالتالي تغيير نقطة التوازن من A إلى B . والخط الواصل بين النقطتين يسمى منحنى استهلاك الدخل.



5)- إذا قرر المستهلك رفع استهلاكه من إحدى السلعتين بوحدة واحدة نتيجة ارتفاع دخله، فما هي السلعة التي سيختارها.

$MUx = y + 1 \Rightarrow MUx = 6 + 1 = 7$
$MUy = x + 2 \Rightarrow MUy = 14 + 2 = 16$

و منه فإن إضافة استهلاك الوحدة 14: من السلعة xستساهم في المنفعة الحدية ب 16 وحدات نقدية، بينما إضافة الوحدة 6 من السلعة y يساهم في المنفعة حدية بمقدار 7.

6)- تحديد دوال الطلب على السلعتين x وy:

$$\begin{cases} MAX\ TU = (x+2)\cdot(y+1) \\ R = 2x + 5y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{MUx}{MUy} = \dfrac{Px}{Py} \\ R = 2x + 5y \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{y+1}{x+2} = \dfrac{Px}{Py} \\ R = 2x + 5y \ldots\ldots (*) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (y+1)\cdot Py = (x+2)\cdot Px \\ R = xPx + yPy \ldots\ldots (*) \end{cases} \Rightarrow y = \frac{xPx + 2Px - Py}{Py}$$

نعوض (1) في (*) نحصل على :

$$(*) \Leftrightarrow \mathrm{R} = \mathrm{xPx} + \frac{\mathrm{xPx} + 2\mathrm{Px} - \mathrm{Py}}{\mathrm{Py}}\mathrm{Py}$$

$$\Leftrightarrow \mathrm{R} = \mathrm{xPx} + \frac{\mathrm{xPx} + 2\mathrm{Px} - \mathrm{Py}}{\mathrm{Py}}\mathrm{Py}$$

$$\Leftrightarrow \mathrm{R} = \mathrm{xPx} + \mathrm{xPx} + 2\mathrm{Px} - \mathrm{Py}$$

$$\Leftrightarrow R = 2xPx + 2Px - Py$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{R - 2Px + Py}{2Px} \ldots\ldots (1)$$

نعوض (1) في (*) لاستخراج y:

$$R = \frac{R - 2Px + Py}{2Px}\cdot Px + yPy$$

$$\Leftrightarrow 2R = (R - 2Px + Py) + 2yPy$$

$$\Leftrightarrow 2R = (R - 2Px + Py) + 2yPy$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{R + 2Px - Py}{Py}$$

$$\begin{cases} x = \dfrac{R - 2Px + Py}{2Px} \\ y = \dfrac{R + 2Px - Py}{2Py} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{52 - 2(2) + 5}{2(2)} = 13{,}25 \\ y = \dfrac{52 + 2(2) - 5}{2(5)} = 5{,}1 \end{cases}$$

التمرين 03 :

ليكن لدينا الجدول التالي الذي يبين تركيب سلعتين x و y على طول منحنى السواء :

13	*10*	*7*	*5*	*x*
2	*3*	*6*	*10*	*y*

1)- أحسب $MRS_{(x,y)}$ عند النقاط السابقة ؟

2)- ماذا نقصد بالمعدل الحدي للإحلال $MRS_{(x,y)}$؟

3)- أوجد نقطة توازن المستهلك ، علما أن ذخل المستهلك يقدر بـ*R=90* ، و ينفق كليا على الاستهلاك السلعتين *(x,y)* ، و أن أسعار ها في السوق $Py = 9$, $Px = 5$

حل التمرين 03

1)- حساب $MRS_{(x,y)}$:

$$MRS_{(x,y)} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

X	5	7	10	13
Y	10	6	3	2
$\boldsymbol{MRS_{(x,y)}}$	-	2-	1-	0.33-

$$MRS_{(x,y)1} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \quad \frac{6 - 10}{7 - 5} = \frac{-4}{2} = -2$$

.....

.....

.....

2)- المقصود من المعدل الحدي للإحلال $MRS_{(x,y)}$:

هو المعدل الذي يتم فيه استبدال كمية من إحدى السلعتين للحصول على وحدة إضافية من سلعة أخرى مع المحافظة على نفس مستوى الاشباع فعند $MRS_{(x,y)} = -2$ فإن المستهلك يتنازل عن وحدتين من y للحصول على وحدة واحدة من السلعة x .

3)- إيجاد نقطة توازن المستهلك علما أن R=90 ، Px=9 ، Py=4,5

$$MRS_{(x,y)1} = -\frac{MUx}{MUy} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{Px}{Py}$$

$$MRS_{(x,y)1} = -\frac{Px}{Py} = -\frac{9}{4,5} = -2$$

و منه نقطة توازن المستهلك هي $(x, y) = (7, 6)$

لتأتي الخطوة الثانية هي إيجاد الكميات التي تحقق الشرط الثاني و هي تساوي الانفاق من الدخل ، حيث يتم تعويض النقطة ذات الاحداثيات $(x, y) = (7, 6)$ في قيد الدخل **R** .

$$R = xPx + yPy \Rightarrow 7 \cdot 9 + 6 \cdot 4,5 = 90$$

حيث التحقق من الشرط يؤكد أن نقطة توازن المستهلك هي $(x, y) = (7, 6)$

التمرين 04 :

لتكن لدينا دالة المنفعة الكلية لمستهلك ما معرفة كما يلي :

$$TU_{(x,y)} = \sqrt{x^2 \cdot (y + 1)}$$

1)- أوجد معادلة منحنيات السواء لأي مستوى اشباع $TU_{(x,y)}$؟

2)- أوجد دوال الطلب على السلعتين x و y ؟

3)- استنتج نقطة توازن المستهلك علما أن : $R = 160$, $Px = 4$, $Py = 8$

حل التمرين 04 :

1)- إيجاد معادلة منحنيات السواء لأي مستوى اشباع $TU_{(x,y)}$:

$$TU_{(x,y)}{}^2 = (\sqrt{x^2 \cdot (y+1)})^2 \Rightarrow TU^2 = x^2 \cdot (y+1)$$

$$TU_{(x,y)}{}^2 = (\sqrt{x^2 \cdot (y+1)})^2 \Rightarrow \frac{TU^2}{x^2} - 1 = y$$

$$TU_{(x,y)}{}^2 = (\sqrt{x^2 \cdot (y+1)})^2 \Rightarrow \frac{TU^2 - x^2}{x^2} = y$$

$$y = \frac{TU^2 - x^2}{x^2}$$

2)- إيجاد دوال الطلب على السلعتين x و y

$$\begin{cases} Max\ TU_{(x,y)} = \sqrt{x^2 \cdot (y+1)} \\ S/C: \quad R = xPx + yPy \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{MUx}{MUy} = \frac{Px}{Py} \Rightarrow \frac{\frac{2x(y+1)}{2\sqrt{x^2 \cdot (y+1)}}}{\frac{x^2}{2\sqrt{x^2 \cdot (y+1)}}} = \frac{Px}{Py}$$

$$\Rightarrow \frac{2x(y+1)}{x^2} = \frac{Px}{Py} \Rightarrow y = \frac{xPx - 2Py}{2Py} \dots\dots\dots (1)$$

$$R = xPx + yPy \Rightarrow R = xPx + \frac{xPx - 2Py}{2Py} \cdot Py = 0$$

$$\Rightarrow 2R = 2xPx + xPX - 2Py$$

$$\Rightarrow 2R = 3xPx - 2Py$$

$$\Rightarrow x = \frac{2R + 2Py}{3Px} \dots\dots\dots (2)$$

نعوض (2) في (1) نحصل على :

$$y = \frac{\left(\frac{2R + 2Py}{3Px}\right) Px - 2Py}{2Py} \Rightarrow y = \frac{\frac{2R + 2Py - 6Py}{3}}{2Py}$$

$$\Rightarrow y = \frac{2R + 2Py - 6Py}{6Py} \Rightarrow y = \frac{2R - 4Py}{6Py}$$

$$\Rightarrow y = \frac{R - 2Py}{3Py}$$

3)-استنتاج نقطة توازن المستهلك علما أن : Py=8 , Px=4 , R=160

نعوض في دوال الطلب x و y نحصل على :

$$x = \frac{2(160) + 2(8)}{3 \cdot 4} = \frac{320 + 16}{12} = 28$$

$$y = \frac{R - 2Py}{3Py} \Rightarrow y = \frac{160 - 2(8)}{3 \cdot 8} = \frac{160 - 16}{24} = 6$$

التنائية التوازن : $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = (\mathbf{28}, \mathbf{6})$

التمرين05: ليكن لدينا المعطيات التالية:

$$\begin{cases} TU = x \cdot y \\ Px = 2 \\ Py = 3 \\ R = 24 \end{cases}$$

المطلوب:

1)-أحسب نقطة التوازن المستهلك؟

2)-إذا تغير سعر السلعة y وأصبح يساوي وحدة نقدية فقط، أحسب التوازن الجديد للمستهلك، بين كل من أثر السعر، أثر الدخل، وأثر الاحلال بيانيا وحسابيا؟

الحل التمرين05:

1)-حساب نقطة التوازن للمستهلك

$$\begin{cases} TU = x - y \\ Px = 2 \\ Py = 3 \\ R = 24 \end{cases}$$

$$\frac{MUx}{MUy} = \frac{Px}{Py} \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{2}{3} \Rightarrow y = \frac{2}{3}x$$

$$R = 24 = 2x + 3y \Rightarrow 24 = 2x + 3 \cdot \frac{2x}{3}$$

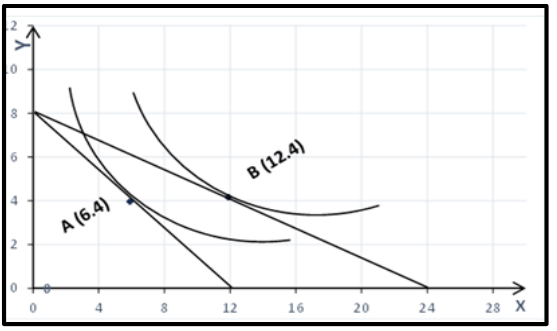
$$\Rightarrow 24 = 2x + 2x \Rightarrow 24 = 4x \Rightarrow x = 6, y = 4 \quad A(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) = (\mathbf{6}, \mathbf{4}) \Leftrightarrow \boldsymbol{TU} = \mathbf{24}$$

2)-إذا تغير سعر السلعة y وأصبح يساوي وحدة نقدية فقط، حساب التوازن الجديد للمستهلك، و تبيان كل من أثر السعر، أثر الدخل، وأثر الاحلال بيانيا وحسابيا.

$$\begin{cases} \frac{MUx}{MUy} = \frac{Px}{Py} \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{1}{3} \Rightarrow y = \frac{x}{3} \\ R = 24 = x + 3y \Rightarrow 24 = x + 3\left(\frac{x}{3}\right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = \frac{x}{y} \\ x = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 4 \\ x = 12 \\ TU_{(12,4)=4\cdot 12=48} \end{cases}$$

إذن احداتيات النقطة B(12 ,4)



1)-

أ- إيجاد معادلة خط الميزانية عند U_1=24 Py=B Px=2

$$24 = 2x + 3y \Rightarrow y = \frac{24 - 2x}{3} \Rightarrow y = 8 - \frac{2}{3}x$$

x	0	12
y	8	0

ب-إيجاد معادلة خط الميزانية عند: Py=3 Px=1 R= 24

$$24 = x + 3y \Rightarrow y = \frac{24 - x}{3} \Rightarrow y = 8 - \frac{1}{3}x$$

x	0	24
y	8	0

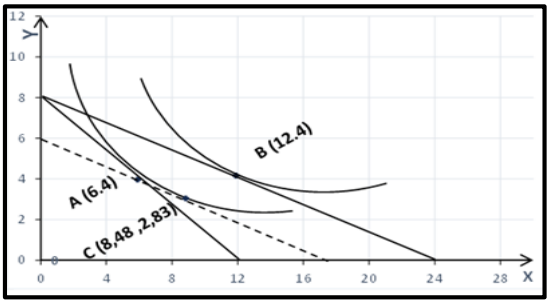
ج-إيجاد الكميات التوازنية التي تعطي للمستهلك نفس المنفعة TU=24

$$\begin{cases} MinR = x + 3y \\ 24 = x \cdot y \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{y}{x} = \frac{1}{3} \\ 24 = x \cdot y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{x}{3} \\ 24 = x \cdot \frac{x}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{x}{3} \\ 24 = \frac{x^2}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{x}{3} \\ x^2 = 72 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{x}{3} \\ x = \sqrt{72} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 2{,}83 \\ x = 8{,}48 \end{cases}$$

إذن احداثيات النقطة C(8,48 , 2,83)



التمرين 06 : أثر الدخل

لدينا المعطيات التالية: $TU = 4x^{\frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{1}{2}}$

1)-أوجد نقطة التوازن للمستهلك التي تعطي لمستهلك أكبر اشباع ممكن إذا كانت

R=32 Px=16 Py=8:

2)- إذا بقيا سعر السلعتين x و y ثابتين و تغير دخل المستهلك من 32 الى 48 تم إلى 64 وحدة نقدية، إبحث عن نقطة التوازن المختلفة.

3)- أرسم المنحنى الذي يمر بنقاط التوازن المختلفة، إشرح ماذا يحصل للمستهلك.

4)- أرسم منحنى استهلاك الدخل لهذا المستهلك ، واشتق منحنى انجل.

حل التمرين 06 :

1)- إيجاد نقطة التوازن للمستهلك $\boldsymbol{TU = 4x^{\frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{1}{2}}}$

$$\frac{MUx}{MUy} = \frac{4 \cdot \frac{1}{2} \cdot x^{\frac{1}{2}-1} . y^{\frac{1}{2}}}{4 \cdot \frac{1}{2} \cdot y^{-\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{2}}} = \frac{Px}{Py} \Rightarrow \frac{x^{-\frac{1}{2}} . y^{\frac{1}{2}}}{Y^{-\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}}} = 2 \Rightarrow \frac{y}{x} = 2$$

$$\Rightarrow y = 2x \qquad R = xPx + yPy \Rightarrow 32 = 16x + 8y$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 2x \\ 32 = 16x + 8 \cdot 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2x \\ 32 = 16x + 8 \cdot 2x \end{cases} \Rightarrow$$

$\begin{cases} y = 2 \\ x = 1 \end{cases}$ *(x,y)=(1,2)*

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ TU = 4 \cdot 1^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{2}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ TU = 5{,}65 \end{cases}$$

2)- إذا بقيا سعر السلعتين x و y ثابتين و تغير دخل المستهلك من 32 إلى 48 تم إلى 64 وحدة نقدية، إيجاد نقطة التوازن المختلفة.

I. $\boldsymbol{R' = 48}$, $\boldsymbol{Py = 8}$, $\boldsymbol{Px = 16}$

II. $\boldsymbol{R'' = 64}$, $\boldsymbol{Py = 8}$, $\boldsymbol{Px = 16}$

$$\boldsymbol{R' = 48} \quad , \quad \boldsymbol{Py = 8} \quad , \quad \boldsymbol{Px = 16}$$

$$\frac{MUx}{MUy} = \frac{y}{x} = 2 \Rightarrow y = 2x \dots\dots\dots (A)$$

$$48 = 16x + 8y \qquad \dots\dots\dots\dots\dots\dots (B)$$

$$\begin{cases} y = 2x \\ 48 = 16x + 8y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2x \\ 48 = 16x + 8 \cdot 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2x \\ 48 = 32x \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} y = 3 \\ x = 1{,}5 \end{cases} \Rightarrow (x, y) = (1{,}5 \quad , \quad 3)\boldsymbol{A}$$

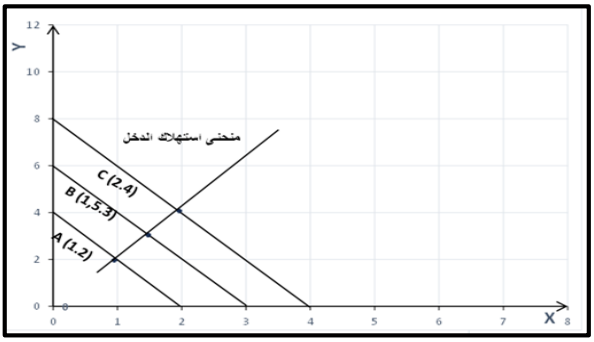
$$\boldsymbol{R'' = 64} \qquad , \qquad \boldsymbol{Py = 8} \quad , \quad \boldsymbol{Px = 16}$$

$$\frac{MUx}{MUy} = \frac{y}{x} = 2 \Rightarrow y = 2x \ldots\ldots\ldots (A)$$

$$64 = 16x + 8y \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (B)$$

$$\begin{cases} y = 2x \\ 64 = 16x + 8y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2x \\ 48 = 16x + 8 \cdot 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2x \\ 48 = 32x \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} y = 4 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow (x, y) = (2 \quad , \quad 4)\ \boldsymbol{B}$$



الرسم البياني :

- إيجاد معادلة خط الميزانية في حالة R=32

$$32 = 16x + 8y$$

$$\Rightarrow 32 = 16x + 8y \Rightarrow y = 4 - 2x$$

X	0	2
y	4	0

- إيجاد معادلة خط الميزانية في حالة R=48

$$48 = 16x + 8y$$

$$\Rightarrow 48 = 16x + 8y \Rightarrow y = 6 - 2x$$

X	0	c
y	6	0

- إيجاد معادلة خط الميزانية في حالة R=64

$$64 = 16x + 8y$$

$$\Rightarrow 64 = 16x + 8y \Rightarrow y = 8 - 2x$$

X	0	4
y	8	0

منحنى انجل للسلعة x :

- **إيجاد معادلة منحنى انجل :**

$$\frac{MUx}{MUy} = \frac{y}{x} = \frac{Px}{Py} \Rightarrow y = \frac{xPx}{Py}$$

$$y = \frac{16x}{8} \Rightarrow y = 2x$$

$$R = 26x + 8(2x) \Rightarrow R = 16x + 16x \Rightarrow R = 32x \dots\dots (1)$$

$$\frac{y}{x} = 2 \Rightarrow x = \frac{y}{2}$$

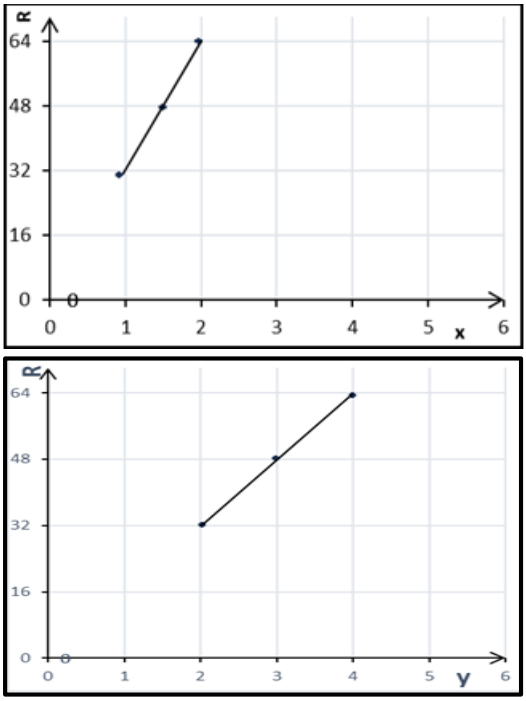
$$R = 16x + 8y$$

$$R = \frac{16.y}{2} + 8y \Rightarrow R = 8Y + 8Y$$

$$R = 16y \dots\dots (2)$$

(1)=(2)$\Leftrightarrow R = R \Rightarrow 16Y = 32x$

$$\Rightarrow y = 2x$$



ومنه السلعتين (الضرورية أو كمالية) (ميل موجب).

التمرين 07 :

إذا كانت دالة المنفعة لمستهلك ما تكتب على الشكل التالي:

$$TU_{(x,y)} = 10\sqrt{x \cdot y}$$

1) أوجد دوال الطلب على السلعتين x و y ؟
2) أوجد دالة منحنيات السواء، ثم احسب ميل هذه المنحنيات؟
3) أوجد نقطة توازن المستهلك إذا كانت Py=2 Px=2 R=16
4) إذا ارتفع سعر السلعة x الى 3 وحدات نقدية، فما هو الأثر الكلي على الناتج هذا الارتفاع في الأسعار Px=3؟
5) حدد أثر الاحلال وأثر الدخل بينها بيانيا؟

حل التمرين 07:

1) إيجاد دوال الطلب على السلعتين x y:

$$\begin{cases} Max\ TU = 10(x \cdot y)^{\frac{1}{2}} \\ s/c:\ R = xPx + yPy \end{cases}$$

شرط تعظيم المنفعة:

$$\frac{MUx}{MUy} = \frac{Px}{Py} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{Px}{Py} \Rightarrow x = \frac{yPy}{Px} \dots\dots\dots\dots ①$$

تم نقوم بالتعويض ① في قيم الدخل:

$$R = xPx + yPy \Rightarrow R = \left(\frac{yPy}{Px} \cdot Px + yPy\right) \Rightarrow R = yPy + yPy$$

$$\Rightarrow R = 2yPy \quad \Rightarrow \quad y = \frac{R}{2Py}$$

وعليه دالة الطلب على السلعة y هي: $y = \frac{R}{2Py}$

ثم نقوم بتعويض دالة الطلب على غ في ① نجد:

$$x = \frac{yPy}{Px} \Rightarrow x = \frac{\frac{R}{2Py} \cdot Py}{Px} = \frac{R}{2Px} \Rightarrow x = \frac{R}{2Px}$$

2)- إيجاد دالة منحنات السواء مع حساب ميل هذه المنحنيات :

- **دالة منحنيات السواء :**

$$\boldsymbol{TU_{(x,y)} = 10\sqrt{x \cdot y}} \Rightarrow {TU_{(x,y)}}^2 = \left(10\sqrt{x \cdot y}\right)^2 \Rightarrow {TU_{(x,y)}}^2 = 100 \cdot x \cdot y$$

$$\Rightarrow y = \frac{TU^2}{100 \cdot x}$$

- **ميل منحنيات السواء :**

$$\frac{\delta y}{\delta x} = \frac{\delta\left(\frac{TU^2}{100x}\right)}{\delta x} = \frac{-TU^2}{100x^2} = -\left[\left(-10(n,y)\frac{1}{2}\right)^2\right] = \frac{-100}{100x} = \frac{-y}{x}$$

3)-إيجاد نقطة التوازن للمستهلك إذا كانت:

R=16 Px=2 Py=2

يتم استنتاج نقطة التوازن المستهلك من دوال الطلب المتحصل عليها أي :

$$x = \frac{R}{2Px} = \frac{16}{2(2)} = 4 \Rightarrow y = \frac{R}{2Py} = \frac{16}{2 \cdot 2} = 4$$

وعليه نقطة توازن المستهلك *(x,y)*=(4,4)

المنفعة الكلية:

$$\boldsymbol{TU}_{(x,y)} = 10(x \cdot y)^{\frac{1}{2}} = 10(4 \cdot 4)^{\frac{1}{2}} = 40$$

4)- إيجاد الأثر الكلي الناتج عن ارتفاع سعر السلعة *x* الى *Px=3*

$$\begin{cases} Max: \boldsymbol{TU}_{(x,y)} = 10(x \cdot y)^{\frac{1}{2}} \\ S/C: R = xPx + yPy \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Max: \boldsymbol{TU}_{(x,y)} = 10(x \cdot y)^{\frac{1}{2}} \\ S/C: 16 = 3x + 2y \end{cases}$$

يتم استنتاج نقطة توازن المستهلك الجديدة من دوال الطلب المتحصل عليها أي:

$$x = \frac{R}{2Px} = \frac{16}{2(3)} = 2{,}66$$

$$y = \frac{R}{2Py} = \frac{16}{2(2)} = 4$$

وعليه نقطة توازن المستهلك *(x,y)= (2,66 , 4)*

المنفعة الكلية:

$$\boldsymbol{TU}_{(x,y)} = 10(x \cdot y)^{\frac{1}{2}} = 10 \cdot (2{,}66 \cdot 4)^{\frac{1}{2}} = 32{,}6$$

حساب الأثر الكلي: حالة ارتفاع السعر

$$x_1 - x_2 = 4 - 2{,}66 = 1{,}34$$

5)- حساب أثر الدخل و أثر الاحلال مع الرسم البياني: ***TU=40 Px=3 Py=2***

$$\begin{cases} Min: R = xPx + yPy \\ S/C: \boldsymbol{TU}_{(x,y)} = 10(x \cdot y)^{\frac{1}{2}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Min: R = 3x + 2y \\ S/C: \boldsymbol{TU}_{(x,y)} = 10(x \cdot y)^{\frac{1}{2}} = 40 \end{cases}$$

$$\frac{MUx}{MUy} = \frac{Px}{Py} \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{3}{2} \Rightarrow 3x = 2y \Rightarrow x = \frac{2y}{3} \ldots\ldots ①$$

$$TU = 10(x \cdot y)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow 40 = 10\left[\left(\left(\frac{2y}{3}\right) \cdot y\right)^{\frac{1}{2}}\right] \Rightarrow 1600 = 100 \cdot \left(\frac{2y^2}{3}\right)$$

$$\Rightarrow 1600 \cdot 3 = 200 \cdot y^2 \Rightarrow y^2 = \frac{4800}{200} = 24$$

$$\Rightarrow y = \sqrt{24} \Rightarrow y = 4{,}89$$

تم نقوم بتعويض y في (1) :

$$x = \frac{2y}{3} = \frac{2(4{,}89)}{3} \Rightarrow x = 3{,}26$$

$$R = 3x + 2y \Rightarrow R = 3(3{,}26) + 2(4{,}89) = 19{,}56$$

أ- **ثم نقوم بالرسم البياني لحساب أثر الدخل و الإحلال :** ***R=40 Px=2 Py= 2***

$$R = xPX + yPy \Rightarrow 16 = 2x + 2y \Rightarrow y = 8 - x$$

X	0	8
y	8	0

ونقطة توازن المستهلك هي (4,4)= (x,y)

ب- ***R=16 Px=3 Py=2***

$$R = xPx + yPy \Rightarrow 16 = 3x + 2y \Rightarrow \boldsymbol{y = 8 - \frac{3}{2}x}$$

X	0	5.33
y	8	0

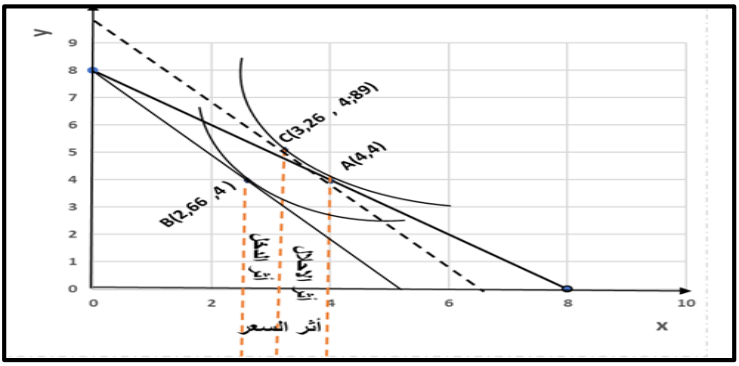
نقطة توازن المستهلك (x,y) = (4 , 2,66)

ج-: ***R=19.56 Px=3 Py=2***

$$R = xPx + yPy \Rightarrow 19.56 = 3x + 2y \Rightarrow \boldsymbol{y = 9.78 - \frac{3}{2}x}$$

- نقطة توازن المستهلك (x,y) = (3,26 , 4,89)

X	0	6.52
y	9.78	0



- حساب أثر الاحلال:

$$x_1 - x_3 = 4 - 3{,}26 = 0{,}74$$

- حساب أثر الدخل:

$$x_1 - x_3 = 3{,}26 - 2{,}66 = 0{,}66$$

يمثل العلاقة بين الطلب والسعر، إذ يمثل جدول الطلب العلاقة بين السعر والطلب، مع افتراض ثبات المحددات الأخرى للطلب أي الذوق، أسعار والسلع أخرى، الدخل، وذلك لتحديد العلاقة بين الطلب والسعر.

الفصل الثالث :

الطلب و العرضو توازن السوق

يعتبر العرض والطلب من أهم أدوات التحليل الاقتصادي في النظام الاقتصادي ، فإشباع حاجات المستهلكين تتطلب توفير منتجات تتصف بميزاتين أساسيتين هما الندرة والمنفعة معا، وهذا ما يلزم المنتجين على تحديد نوع وكمية الإنتاج على أساس مقدار طلب المستهلكين . كما تشترط هذه النظرية توافر شروط المنافسة التامة في السوق، والمتمثلة في:

- تجانس السلع المقدمة للسوق (سواء سلع او خدمات)
- تعدد المنتجين أو البائعين
- تعدد المستهلكين
- توافر المعرفة التامة بأحوال السوق.

1 - نظرية الطلب: Demand Theory

1 -1 : مفهوم دالة الطلب :

الطلب هو الكمية المستهلكة من السلعة معينة بأسعار محددة و في الفترة الزمنية معينة ، مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة:

فالطلب هو الرغبة في شراء السلع أو الخدمات لإشباع رغبات المدعم بالقدرة المالية.

1 -2: محددات الطلب: تتمثل في العوامل المؤثرة في الطلب على سلعة أو خدمة ما بالزيادة أو بالنقصان ويمكن توضيحها كما يلي:

أولا: محددات كمية: هي المحددات التي يمكن قياسها كميا أو عدديا

- **سعر السلعة أو الخدمة:** إن التغير في السعر يرافقه التغير في الكمية بعلاقة عكسية، أي كلما زاد سعر السلعة أو الخدمة إنخفضت الكمية المطلوبة منها والعكس صحيح.

- **دخل المستهلك:** إذن إرتفاع الدخل ينعكس إيجابيا عكسي الاستهلاك، والعكس صحيح . ونميز نوعين من السلع أو الخدمات:

أ. **سلع دنيا أو سلع رديئة:Inferior Goods** فكلما زاد الدخل فإن الاستهلاك من هذه السلع ينخفض و العكس صحيح.

ب. **السلع العادية Normal Goods** فكلما زاد الدخل فإن الاستهلاك من هذه السلع يتزايد و العكس صحيح.

يمكن تمييز 3 أنواع من السلع من حيث تأثر طلبها:

- **السلع البديلة:** في حالة هذه السلع فإن التأثر يرفع من درجة الاحلال الممكن (الشاي والقهوة)
- **السلع المكملة:** أي أن إرتفاع أسعار السلع المكملة ينعكس بالانخفاض على طلب السلعة الاصلية والعكس صحيح (علاقة عكسية).
- **السلع المشكلة:** هي السلع التي تشبع حاجات المستهلكين، لكن ليس لها علاقة بالتغيير في الطلب على السلعة.

ثانيا: محددات كيفية: تتميز بصعوبة قياسها ، ولكنها لها تأثير على الطلب مثل: ذوق المستهلكين، العادات والتقاليد، الدين، توقعات المستهلكين.

3-1 دالة الطلب: هي عبارة عن علاقة التي تجمع بين الكمية المطلوبة من السلع أو خدمة ما والعوامل الرئيسية المحددة لها، و التي يمكن التعبير عنها كما يلي:

$$\varphi_{\Delta X} = f\ (P_x, P_Y, R, G)$$

حيث $\varphi_{\Delta X}$ الكمية المطلوبة من السلعة x

P_x: سعر السلعة x

P_Y : أسعار السلع الأخرى

R : دخل المستهلك

G: الذوق

ونظرا لتعقيد العلاقة الدالية ، وحتى نتمكن من دراسة و تحليل أثر هذه العوامل على الكمية المطلوبة ، يفترض أصحاب النظرية الاقتصادية ثبات كل المتغيرات ما عدا متغير واحد منها (تثبيت كل العوامل المحددة للطلب الكمية و النوعية باستثناء سعر السلعة قيد الدراسة) ، حيث تأخذ الشكل التالي :

$$\varphi_{\Delta X} = f\,(P_x) \Rightarrow \varphi_{dx} = A - dP_x$$

مع العلم أن:

A: تمثل الكمية المطلوبة عند إنعدام سعر السلعة، أو تسمى بالطلب المستقل.

d: يمثل ميل دالة الطلب، حيث يشير إلى مقدار التغير في الكمية المطلوبة الناتجة عن التغير في سعر السلعة بوحدة واحدة.

مثال: بإفتراض أن أحد المستهلكين يتطلب استهلاك 3 كغ من مادة معينة عند سعر قدره 2 دج يزداد الطلب الى 5 كغ عند انخفاض السعر بوحدة نقدية واحدة.

1)- أوجد دالة الطلب

2)- كون جدول الطلب

φ	3	5
P_X	2	1

الحل:

1) **إيجاد الدالة الخطية**

$$\varphi_x = xP_x + B \ldots\ldots\ldots ①$$

$$\alpha = \frac{s\varphi}{sp} = \frac{5-3}{1-2} = \frac{2}{1} = -2 \Rightarrow x = -2$$

ولإيجاد قيمة **B** نقوم بالتعويض كالتالي:

$$3 = -2\,(2) + B \Rightarrow B = 3 + 4 = 7 \Rightarrow B = 7$$

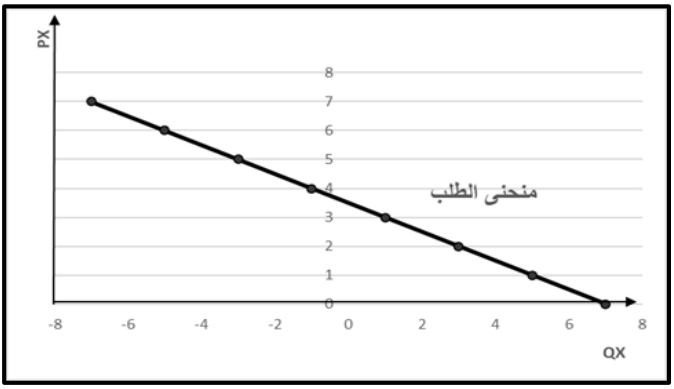
وبالتالي تكون دالة الطلب على الشكل:

$$\varphi_x = 7 - 2\,P_X$$

1) تكوين جدول الطلب:

φ_x	7	5	3	1	-1	-3	-5	-7
P_X	0	1	2	3	4	5	6	7

1-4 منحنى الطلب: وهو عبارة عن التغيير البياني الذي يعبر عن العلاقة بين سعر السلعة والكمية المطلوبة منها، والذي يمتثل لقانون الطلب حيث ينحدر من الأعلى الى الأسفل (الميل السالب الدليل على العلاقة العكسية بين الكمية والسعر).



1-5 الطلب السوقي: أو ما يسمى بالطلب الكلي ، و الذي هو عبارة عن مجموع الكميات التي يطلبها المستهلك عند المستويات المختلفة للسعر في فترة زمنية معينة، وبالتالي يتم تحديد طلب السوق بنفس العوامل المحددة للطلب الفردي على السلعة، ولكن بإضافة عدد المشترين في السوق لهذه السلعة.

مثال01: ليكن لدينا دالة الطلب الفردية التالية:

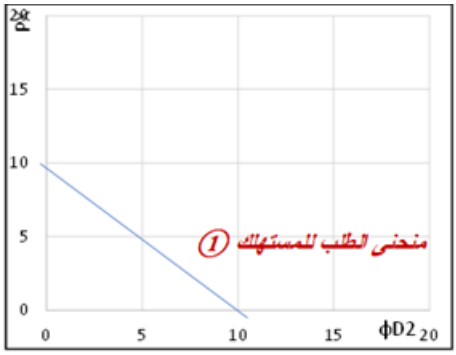
$$\varphi_D = 10 - P_X$$

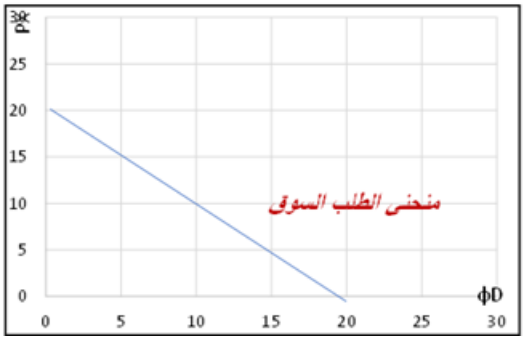
معناه:

φ_D	φ_{D1}	φ_{D2}	P_X
0	0	0	10
10	5	5	5
20	10	10	0

$$\varphi_{D1} = 10 - P_{X1}$$

$$\varphi_{D2} = 10 - P_{X2}$$





أما دالة الطلب السوقي وهي مجموع دوال الطلب الفردية أي :

$$\varphi_{D\ \text{سوق}} = \varphi_{D1} + \varphi_{D2} \Rightarrow \varphi_{D\ \text{سوق}} = (10 - P_X) + (10 - P_X)$$

$$\varphi_{D\ \text{سوق}} = 20 - 2P_X$$

أو :

$$\varphi_{D\ \text{سوق}} = \varphi_{D\ \text{فردية}} \cdot \text{عدد المستهلكين}$$

$$\varphi_{D\ \text{سوق}} = (10 - P_X) \cdot 2 = 20 - 2P_X$$

مثال02:

إذا كان الطلب على سلعة ما مكون من ثلاثة مستهلكين والدوال الطلب الفردية الخاصة بهم هي كالاتي:

$$\boldsymbol{\varphi_{D1} = 10 - 0,2P_X}$$

$$\varphi_{D2} = 5 - 0,04P_X$$
$$\varphi_{D3} = 12 - 0,1P_X$$

1)- أوجد دالة الطلب للسوق؟

2)- أوجد جدول الطلب الفردي و السوقي عند الأسعار 0 . 5 . 10؟

3)-مثل دوال الطلب الفردية ودالة السوق بيانيا؟

الحل:

1)- دالة الطلب للسوق:

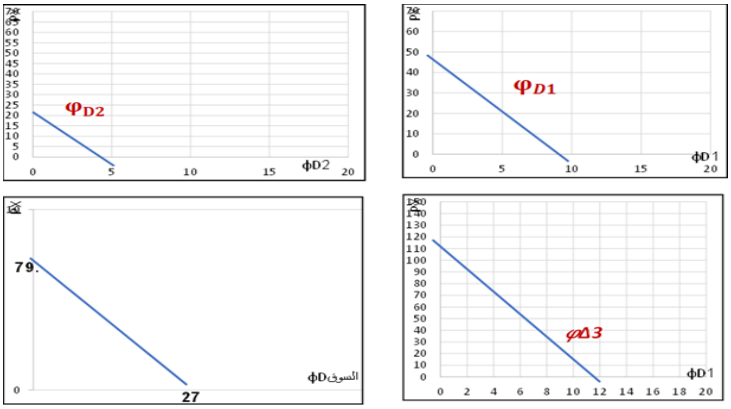
$$\varphi_{D\ \text{سوق}} = \varphi_{D1} + \varphi_{D2} + \varphi_{D3}$$
$$\rightarrow \varphi_{D\ \text{سوق}} = 10 - 0,2P_X + 5 - 0,04\ P_X + 12 - 0,1P_X$$
$$\varphi_{D\ \text{سوق}} = 27 - 0,34P_X$$

2)-جدول الطلب الفردي و السوقي عند الأسعار0 . 5 . 10

$\varphi_{D\text{السوق}}$	φ_{D1}	φ_{D2}	φ_{D3}	P_X
27	10	5	12	0
25.3	9	4,8	11,5	5
23.6	8	4,6	11	10

$$\varphi_{D1} = 10 - 0,2P_X$$
$$\varphi_{D2} = 5 - 0,04P_X$$
$$\varphi_{D3} = 12 - 0,1P_X$$

3)-التمثيل البياني:



2- نظرية العرض:

2-1 تعريف العرض :العرض هو عبارة عن رغبة المنتجين وقدرتهم لبيع كميات مختلفة من سلعة معينة عند سعر معين، وخلال فترة زمنية معينة.

2-2 محددات العرض: هناك العديد من العوامل التي تؤثر على الكميات المعروضة من سلعة أو خدمة ما خلال فترة زمنية معينة ، والتي يمكن تلخيصها فيما يلي:

- **سعر السلعة:** وجود علاقة طردية بين الكميات المعروضة من السلعة وسعرها في حالة بقاء عوامل أخرى ثابتة.
- **أسعار السلع والخدمات الأخرى:** فكلما ارتفعت أسعار عوامل الإنتاج تؤثر على زيادة التكاليف مما يؤدي إلى إنخفاض عرض السلع.
- **المستوى الفني للإنتاج:** فكلما زاد التقدم التكنولوجي لإنتاج سلعة معينة أدى الى انخفاض التكاليف ، وبالتالي زيادة العرض.
- **مستوى الضرائب والإعانات:** ان تخفيض الضرائب وتقديم اعانات للمنتجين من طرف الدولة يؤدي الى تخفيض تكلفة انتاج السلعة وهذا ما يزيد من عرض السلعة في السوق.

2-3 دالة العرض: هي عبارة عن العلاقة بين الكميات المعروضة والمتغيرات المحددة لهذه الكميات ، ويمكن التعبير عنها رياضيا وفق العلاقة التالية:

$$\varphi_{ox} = f\ (P_X\ , P_y\ , P_{KL}\ , P_t)$$

حيث أن:

φ_{ox} : تمثل الكميات المعروضة من السلعة x

P_X : سعر السلعة X .

P_Y : أسعار السلع الأخرى.

$P_{K,L}$: أسعار عوامل الإنتاج.

P_T : مستوى التقدم التكنولوجي.

ونظرا لتعقد العلاقة السابقة ، وحتى نتمكن من دراسة وتحليل أثر هذه العوامل على الكميات المعروضة، يفترض أصحاب النظرية الاقتصادية ثبات باقي العوامل الأخرى، ما عدا سعر السلعة قيد الدراسة. وهذا ما يطلق عليه بقانون العرض حيث تأخذ العلاقة الشكل.

$$\varphi_{ox} = (-B) + bPx$$

حيث أن:

b: ميل دالة العرض (ميل موجب).

B: تمثل الكمية المعروضة بشكل مستقل عن السعر.

4-2 منحنى العرض: يبين العلاقة بين الكميات المختلفة من السلعة التي يرغب ويقدر المنتج على عرضها في ظل الأسعار السائدة وخلال فترة زمنية معينة وثبات العوامل الأخرى، حيث أن منحنى العرض يتجه من الأسفل الى الأعلى وذات ميل موجب.

(-B): المعروض المستقل سالب . في حالة انعدام السعر (مجانية السلعة) فلا يتوقع أن يتم عرض كميات محددة في السوق دون الحصول على ما يقابلها من منفعة نقدية تغطي الحد الأدنى من تكاليف انتاجها.

5-2 العرض السوقي: أو ما يسمى بالعرض الكلي، والذي هو عبارة عن مجموع الكميات أو المقادير التي يتناوب عرضها من جميع المنتجين في السوق عند الأسعار المختلفة المتناوبة ، يتم تحديد العرض السوقي على نفس العوامل المحددة للعرض الفردي على السلعة، ولكن بإضافة عدد المنتجين هذه السلعة في السوق.

مثال:

لنفرض ان دالة العرض السلعة (x) تكتب بالصيغة التالية:

$$\boldsymbol{\varphi_{ox} = -20 + 5Px}$$

المطلوب: إعداد جدول ومنحنى العرض لهذه السلعة؟

الحل:

1) تحديد الحد الأدنى للسعر MinPo

$$\text{MinPo} \Rightarrow \varphi_o = 0$$

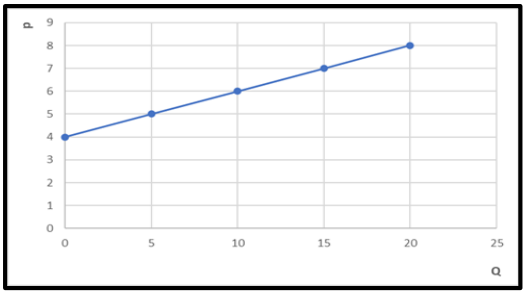
وبتعويض دالة العرض في العلاقة السابقة نتحصل على النتيجة التالية:

$$\varphi_{ox} = 0 \Rightarrow -20 + 5Px = 0 \Rightarrow Px = \frac{20}{5} = 4$$

وبالتالي فإن أدني سعر يقبل المنتج بعرض السلعة عنده يقدر ب 4 ون

φ_o	P
0	4
+5	5
+10	6
+15	7
+20	8

رسم منحنى العرض:



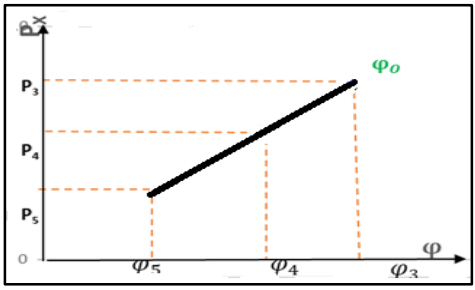
ملاحظة:

نلاحظ بان منحنى العرض ينطلق من سعر الذي يساوي4 ون، ومن تم فإن الزيادة في سعر السلعة أدى الى زيادة الكمية المعروضة منها.

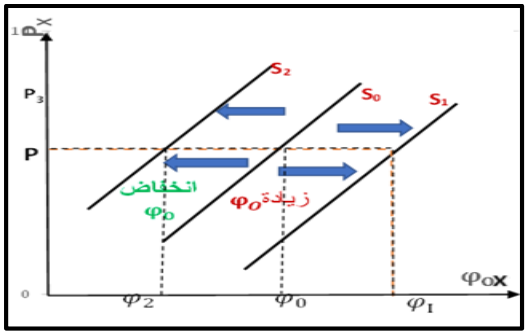
5-2 إنتقال منحنى العرض:

تتأثر الكميات المعروضة بمجموعة من العوامل التي تنعكس على سلوك العارضين أو البائعين بالتغير في الكمية المعروضة وفق وضعيات مختلفة والتي نلخصها فيما يلي:

- **حالة التغيير في سعر السلعة المعروضة:** إن المنتج في هذه الحالة هو يتحرك صعودا أو نزولا على نفس منحنى العرض ، أي يتحرك نحو الأعلى نتيجة زيادة عرضه للسلعة عند إرتفاع سعرها والعكس صحيح في حالة الانخفاض.



- **حالة التغير في أحد العوامل المحددة للعرض:** إن التغير في العوامل المحددة للعرض يغير بدوره من الكمية المعروضة، وبالتالي فإن المنتج سوف ينتقل إلى منحنى عرض يمينا (عند زيادة الكمية المعروضة) ويسارا عنه إنخفاض المعروض السلعي.



- **حالات انتقال منحنى العرض الى الأسفل(اليمين):**
  - زيادة عدد البائعين او المنتجين.
  - إنخفاض أسعار التكلفة الإنتاجية .

- تطبيق التحديث التكنولوجي.
- إنخفاض نسبة الضرائب أو زيادة الإعانات.

- **حالات انتقال منحنى العرض الى الأعلى(اليسار)**

- نقصان عدد البائعين أو المنتجين.
- إرتفاع أسعار عناصر الانتاج.
- إستخدام تكنولوجيا اقل تطور وأكثر تكلفة العملية الإنتاجية.
- زيادة نسبة الضرائب او تخفيض (الاعانة الحكومية).

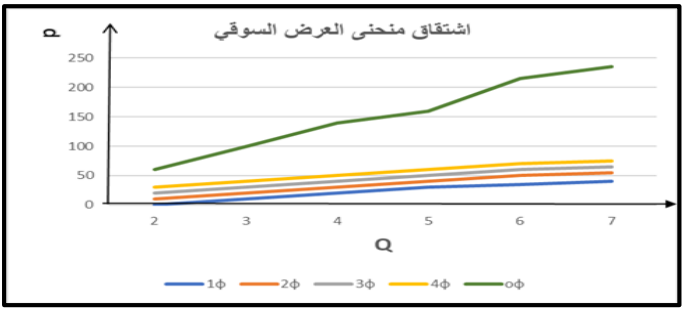
العرض السوقي: ليكن لدينا جدول العرض التالي:

φ_0	φ_4	φ_3	φ_2	φ_1	p
60	30	20	10	0	2
100	40	30	20	10	3
140	50	40	30	20	4
160	60	50	40	30	5
215	70	60	50	35	6
235	75	65	55	40	7

- **جدول العرض السوقي وذلك بتطبيق العلاقة التالية:**

$$\varphi_{R^0} = \sum_{j=1}^{4} \varphi_0 \Leftrightarrow \varphi_{x^0} = \varphi_{01} + \varphi_{02} + \varphi_{03} + \varphi_{04}$$

- رسم منحنى عرض السوق:



السلسلة رقم 03: العرض و الطلب

التمرين 01: عرف ما يلي:

العرض الفردي، العرض السوقي، قانون العرض، محددات العرض، التغير في الكمية المعروضة، التغير في العرض.

حل التمرين 01:

العرض الفردي: هو عبارة عن الكمية التي يقوم بائع واحد بعرضها في السوق خلال فترة زمنية معينة.

العرض السوقي (الكلي): هو عبارة عن عرض كل البائعين داخل سوق سلعة معينة خلال نفس الفترة الزمنية.

قانون العرض: يكمن قانون العرض على وجود تناسب طردي بين الكمية المعروضة من سلعة أو خدمة ما وسعرها مع افتراض تباث العوامل المؤثرة الأخرى، حيث كلما ارتفع سعر السلعة زادت الكمية المعرضة منها والعكس صحيح حيث إذا انخفض سعر السلعة فإنه سيؤدي الى انخفاض الكمية المعروضة.

محددات العرض : تتمثل في العوامل المؤثرة في عرض البائع لسلعة أو خدمة ما ، حيث تؤدي إلى زيادة أو انخفاض العرض من السلعة و التي من أهمها : سعر السلعة ، أسعار عوامل الإنتاج ، الضرائب ، و الإعانات الحكومية ، المستوى الفني للإنتاج ، عدد البائعين إلى غير ذلك من العوامل.

التغير في الكمية المعروضة : يعبر عن مقدار التغير في عدد وحدات السلعة نتيجة التغير في سعرها سواء كان بالارتفاع أو بالانخفاض مع بقاء العوامل الأخرى على حالها .

التغير في العرض : يعبر عن مقدار التغير في عدد وحدات سلعة نتيجة التغير في أحد محددات العرض على السلعة مع إفتراض ثبات سعر السلعة و باقي العوامل الأخرى .

التمرين 02:

تمثل دالة التالية عرض المنتج الوجد لسلعة ما كما يلي:

$$\varphi_x = 20 + 4Px$$

فإذا علمت أن سعر هذه السلعة أخذ قيما تصاعدية كالاتي:

$$P_A = 1\,, P_B = 2\,, P_C = 3\,, P_D = 4\,, P_E = 5$$

1) أنشئ جدول العرض للسلعة x؟
2) أرسم منحنى العرض لهذه السلعة؟
3) ما هي أدنى كمية يمكن أن يعرضها المنتج؟
4) بفرض الكمية المعروضة التلقائية تساوي 20، فما هو أدني سعر يرغب فيه ؟ المنتج حتى يعرض سلعته في السوق؟

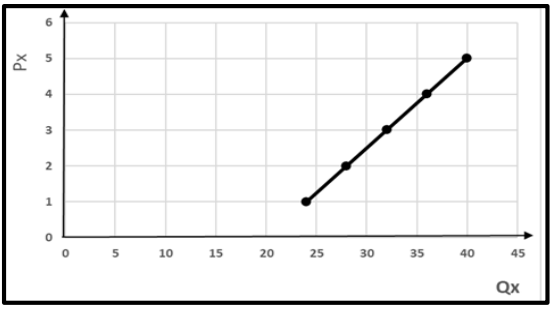
حل التمرين 02 :

$$\varphi_x = 20 + 4Px$$

1)- إعداد جدول العرض للسلعة x :

φ_x	Px	
24	1	A
28	2	B
32	3	C
36	4	D
40	5	E

2)- رسم منحنى العرض لهذه السلعة : بتمثيل الإحداثيات المبينة في جدول العرض نحصل على منحنى الذي يأخذ الشكل التالي :



3)- أدنى كمية يمكن عرضها من المنتج : تتمثل في الكمية التي يكون عندها السعر معدوم .

$$Min\varphi_x \rightarrow P = 0 \quad \Rightarrow \varphi_x = 20 + 4(0) = 20 = \varphi_{ox}$$

4)- تحديد أدنى سعر يرغب فيه المنتج حتى يعرض سلعته في السوق : يتمثل الحد الأدنى للسعر الذي يمتنع عنده المنتج من عرض سلعته في السوق ، عند تحقق المعادلة التالية :

$$MinP_x \rightarrow \varphi_x = 0 \quad \Rightarrow \varphi_{ox} = 0 \Rightarrow -20 + 4P = 0 \Rightarrow P = 5$$

و منه السعر الذي يجعل المنتج لا يقوم بعرض السلعة عنده يقدر ب5 ون .

التمرين 03:

عرف ما يلي: الطلب الفردي، الطلب السوقي(الكلي)، الطلب المشتق، قانون الطلب، محددات الطلب، التغير في الكمية المطلوبة، التغير في الطلب.

حل التمرين 03 :

الطلب الفردي : هو عبارة عن الكمية التي يرغب المستهلك الواحد في الحصول عليها عند سعر معين و خلال فترة زمنية ، شريطة أن تكون له الرغبة و القدرة على الشراء ، بمعنى الرغبة المدعومة بقدرة شرائية .

الطلب السوقي (الكلي) : هو عبارة عن مجموع طلبات كل الأفراد داخل سوق سلعة معينة خلال نفس الفترة الزمنية .

الطلب المشتق : هو شكل من أشكال الطلب ، حيث يعبر عن طلب سلع أخرى بغرض الحصول على السلعة الأساسية كالطلب على النقود .

قانون الطلب : ينص قانون الطلب على وجود تناسب عكسي بين الكمية المطلوبة من سلعة أو خدمة ما و سعرها ، مع افتراض ثبات العوامل المؤثرة الأخرى الكمية منها والكيفية.

محددات الطلب : تتمثل في العوامل المؤثرة على طلب المستهلك لسلعة أو خدمة ما ، حيث تؤدي إلى زيادة أو انخفاض الطلب أو الكمية المطلوبة من السلعة، والتي يمكن تقسيمها إلى قسمين وفق معيار القياس هما محددات كمية (سعر السلعة نفسها، أسعار السلع الأخرى البديلة والمكملة، الدخل) . أما النوع الثاني فيتمثل في المحددات الكيفية مثل أذواق المستهلكين.

التغير في الكمية المطلوبة: يعبر عن مقدار التغير في عدد وحدات السلعة نتيجة التغير في سعرها سواء كان بارتفاع أو الانخفاض مع بقاء العوامل الأخرى على حالها .

التغير في الطلب : يعبر عن مقدار التغير في عدد وحدات سلعة نتيجة التغير في أحد محددات الطلب على السلعة مع افتراض ثبات سعر السلعة و باقي العوامل الأخرى .

<u>التمرين 04:</u>

يمثل الجدول الموالي تغيرات الكمية المطلوبة من السلعة φ نتيجة للتغير في سعرها P وكذلك كما يلي:

$\varphi_A = 1$	$P\varphi_A = 70$	$\varphi_D = 4$	$P\varphi_D = 40$
$\varphi_B = 2$	$P\varphi_B = 60$	$\varphi_E = 5$	$P\varphi_E = 30$
$\varphi_C = 3$	$P\varphi_C = 50$		

1)-أرسم منحنى الطلب لهذه السلعة، ثم ماذا تستنتج؟

2)-بفرض أن دالة الطلب لهذه السلعة يمكن كتابتها من الشكل :

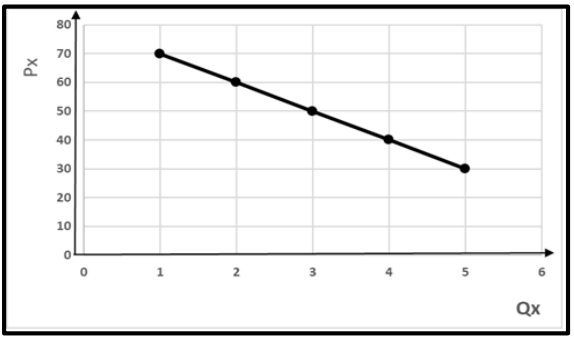
$\varphi_d = 8-2P$

- اعداد جدول الطلب لهذه السلعة؟
- رسم منحنى الطلب لسلعة φ ؟
- ما هي الكمية التي تحقق حد التشبع؟

3)-أوجد صيغة دالة الطلب؟

حل التمرين 04 :

1)- **رسم منحنى الطلب لهذه السلعة :**



كلما، انخفض سعر السلعة كلما سيؤدي إلى ارتفاع الكمية المطلوبة والعكس الصحيح، أي أنه عند ارتفاع سعر السلعة فإنه سيؤدي إلى انخفاض الكمية المطلوبة منها، وهذا ما يؤكد وجود علاقة عكسية بين سعر السلعة والكمية المطلوبة.

2)- بفرض أن دالة الطلب لهذه السلعة يمكن كتابتها من الشكل

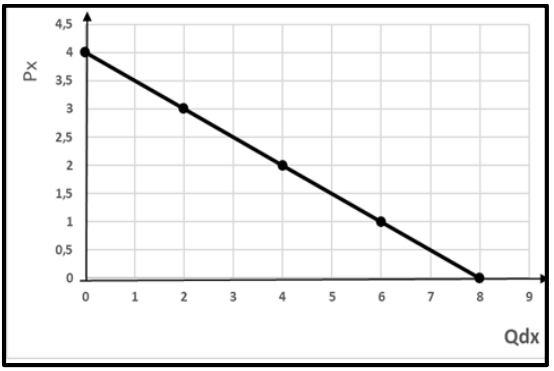
$\varphi_d = 8-2P$

- **اعداد جدول الطلب لهذه السلعة :**

φ_x	Px	
8	0	**A**
6	1	**B**

4	2	**C**
2	3	**D**
0	4	**E**

- **رسم منحنى الطلب لسلعة φ_D .**



- **ما هي الكمية التي تحقق حد التشبع**

3)- الكمية التي تحقق حد الاشباع : تتمثل في الكمية التي يكون عندها السعر معدوم بمعنى أن السلعة مجانية و لكن المستهلك يمتنع عن طلبها إذ يتحقق ذلك عند 8 وحدات من هذه السلعة

$$Max\varphi \Rightarrow p = 0 \ \Rightarrow \varphi_d = -2(0) + 8 \ \Leftrightarrow \varphi_d = 8$$

التمرين 05:

إذا كانت دالة الطلب لأحد المستهلكين على السلعة φ_x وفق الصيغة الاتية:4

$$\varphi_{dx} = \frac{20}{P_x}$$

المطلوب:

1)-إعداد جدول الطلب لهذه السلعة؟

2)-أرسم منحنى الطلب φ_x، و ماذا تلاحظ؟

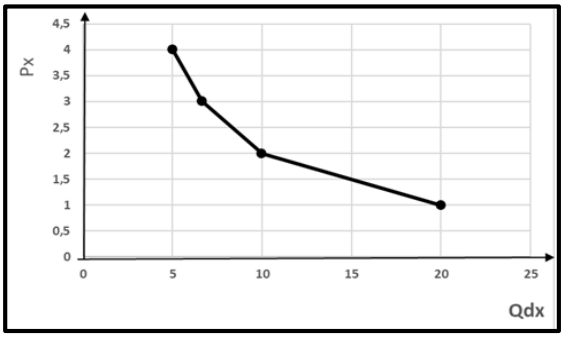
حل التمرين 05 :

1)-إعداد جدول الطلب لهذه السلعة.

$$\varphi_{dx} = \frac{20}{P_x}$$

φ_{Dx}	Px	
	0	**A**
20	1	**B**
10	2	**C**
6.66	3	**D**
5	4	**E**

2)-أرسم منحنى الطلب φ_x، و ماذا تلاحظ؟



التمرين 06:

إذا كان لدينا اقتصاد متكون من 20 مستهلك و6 متنحين وكان له طلب فردي للسلعة X ويخضع للدالة:

$$P = -0.25\varphi_D + 60$$

وكان العرض الفردي يتغير حسب الدالة:

$$P = \frac{\varphi_{O-80}}{4}$$

المطلوب:

1) أوجد الطلب الكلي
2) العرض الكلي
3) توازن السوق

حل التمرين06 :

1) إيجاد الطلب الكلي:

$$P = 0.25\varphi_D + 60$$
$$\Rightarrow \varphi_{D1} = \frac{-P}{0,25} + \frac{60}{0,25} \Rightarrow \varphi_{D1} = -4P + 240$$
$$\Rightarrow \varphi_{D\varsigma} = 20(-4P + 240) = -80P + 800$$

2) إيجاد العرض الكلي:

$$\varphi_{O1} = 4P + 80$$
$$\varphi_{O\varsigma} = 6(4P + 80) = 24P + 480$$

3) **التوازن الكلي للسوق: يكون عندما يساوي الطلب الكلي مع العرض الكلي**

:

$$\varphi_{D\varsigma} = \varphi_{O\varsigma} \Rightarrow -80P + 800 = 24P + 480$$
$$\Rightarrow -80P - 24P = 480 - 800$$
$$\Rightarrow -104P = -320 \Rightarrow P = \frac{-320}{-104} = 3,08$$
$$\Rightarrow \varphi_{O\varsigma} = 24(3,08) + 480 = 74 + 480 = 554$$

تنائية التوازن : $(\boldsymbol{P, Q}) = (\mathbf{3,08} \ , \ \mathbf{554})$

التمرين 07:

في اقتصاد ما تم الاتفاق بين منتجين للسلعة y على عرض نفس الكمية في السوق وفق المعادلة *التالية: حيث عدد المتنحي قدر بـ5* $\boldsymbol{\varphi_{ox} = 2P_x}$

1) أوجد دالة العرض السوقي؟

2) إستنتج جدول عرض السوق، ثم مثله بيانيا؟

3) بفرض أن كل منتج أدخل لتقنيات جديدة في إنتاج هذه السلعة مما أدى إلى إحداث تغيير في دالة العرض لتصبح كالاتي: $\varphi_{Ox} = 2P_x - 1$

- حدد دالة عرض السوق الجديدة
- استنتج جدول عرض السوق، ثم ارسم منحنى العرض الجديد المرافق له.

حل التمرين07 :

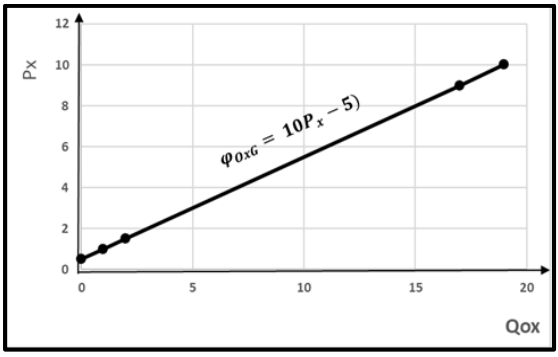
1) إيجاد دالة العرض السوقي ، عدد المنتجين:5

$$\varphi_{Ox1} = 2P_x - 1 \Rightarrow \varphi_{OxG} = 5(2P_x - 1)$$
$$\varphi_{OxG} = 10P_x - 5$$

2) استنتاج جدول عرض السوق:

φ_{OxG}	Px
0	½
1	1
2	3/2
17	9
19	10

العرض البياني لعرض السوق :



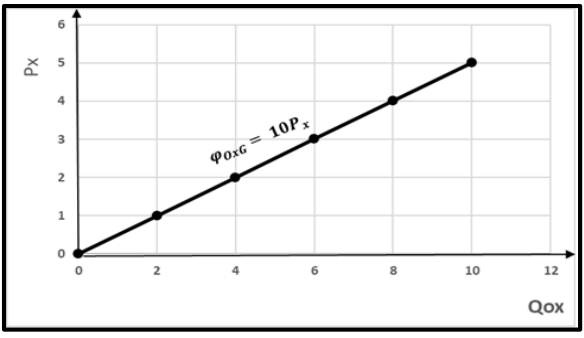
3) بفرض أن كل منتج أدخل لتقنيات جديدة في إنتاج هذه السلعة مما أدى إلى إحداث تغيير في دالة العرض لتصبح كالاتي: $\boldsymbol{\varphi_{Ox} = 2P_x}$

- **تحدد دالة عرض السوق الجديدة :**

$$\varphi_{Ox1} = 2P_x \Rightarrow \varphi_{OxG} = 5 \cdot 2P_x$$
$$\boldsymbol{\varphi_{OxG} = 10P_x}$$

- **استنتج جدول عرض السوق، ثم أرسم منحنى العرض الجديد المر افق له.**

$\boldsymbol{\varphi_{OxG}}$	Px
0	0
2	1
4	2
6	3
8	4
10	5



الفصل الرابع :

المرونات

يعتبر الاقتصادي الفريد مارتشال أول من إستخدام أسلوب المرونات في تحليل ظروف و توازن السوق عام 1890م، بعد أن وضع صيغة واضحة لمفهوم المرونة السعرية وعرفها بحاصل قسمة التغير النسبي في الكمية على التغير النسبي في السعر.

1- مرونة الطلب:

مرونة الطلب تعني درجة إستجابة الكميات المطلوبة من سلعة معينة للتغيرات التي تحصل في أحد العوامل المحددة أو المؤثرة في الطلب، ويمكن التمييز بين ثلاثة أنواع مهمة من مرونات الطلب:

1-1 مرونة الطلب السعرية: Price Elastisity of Demand

1-2 مرونة الطلب الدخلية: Income Elasticity of Demand

1-3 مرونة الطلب المتقاطعة: Cross Elastisity Of Demand

1-1 مرونة الطلب السعريةPrice Elastisity of Demand :

يمكن تعريفها بأنها مدى إستجابة الكمية المطلوبة (الطلب) من سلعة ما إلى التغيير في سعرها مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة.

ولخصها الاقتصادي الفريد مارشال في صيغة بسيطة وواضحة كالتالي:

$$\text{مرونة الطلب السعرية} = \frac{\text{التغير النسبي في الكمية}}{\text{التغير النسبي في السعر}}$$

$$Ed = \frac{\%\Delta\varphi_d}{\%\Delta P}$$

حيث :

Ed: معامل مرونة الطلب السعرية

ΔQ_d: التغيير في الكمية المطلوبة

Δp : التغير في السعر

$$Ed = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta p}\cdot\frac{p}{\varphi}$$

(-1) : الإشارة السالبة تشير الى العلاقة العكسية بين الكمية المطلوبة و السعر .

مثال *01*: ليكن لدينا الجدول التالي :

	P_X	φ_d
A	*4*	*40*
B	*3*	*60*
C	*2*	*80*
D	*1*	*100*

- المرونة الطلب السعرية عند انخفاض السعر من 4 الى 3ون.

$$Ed_{A/B} = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta p}\cdot\frac{p}{\varphi} = -\frac{\varphi_B - \varphi_A}{P_B - P_A}\cdot\frac{P_A}{\varphi_A}$$

$$Ed_{A/B} = -\frac{60-40}{3-4}\cdot\frac{4}{40}$$

$$= -(-20)\cdot\frac{4}{40}$$

$$\Rightarrow Ed_{A/B} = +2$$

مثال02 : لتكن لدينا دالة الطلب التالية:

$$\varphi_{dx} = 50 - 2P_X$$

- مرونة الطلب السعرية عند P= 8

$$Ed = -\frac{\delta\varphi_d}{\delta p}\cdot\frac{p}{\varphi} \Rightarrow Ed = -(-2)\cdot\frac{8}{50-2(8)}$$

$$\Rightarrow Ed = \frac{16}{50-16} = \frac{16}{34} = 0{,}47$$

تدل قيمة المرونة على أنه إذا إرتفع السعر بمقدار 1 % ، فإن الكمية المطلوبة من السلعة φ سوف تنخفض بمقدار 0,47 % .

أولا :أنواع مرونة الطلب السعرية:

- **الطلب المرن Elastic Demand:**

يكون الطلب المرن عندما يكون التغير النسبي في الكمية المطلوبة أكبر من التغير النسبي في السعر أي : Ed > 1.

مثال: ليكن لدينا الجدول التالي:

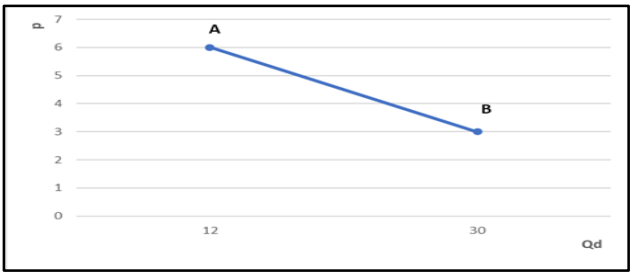
	P	φ_d
A	6	12
B	3	30

$$Ed = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta p}\cdot\frac{p}{\varphi} \Rightarrow Ed = -\frac{(30-12)}{(3-6)}\cdot\frac{6}{12}$$

$$Ed = -\frac{18}{-3}\cdot\frac{6}{12} = 3 > 1$$

وبما أن Ed>1 فإن الطلب مرن.

و يمكن تمثيل الطلب المرن بيانيا كما في الشكل الموالي :



■ **الطلب غير المرن Enalastic Demand**

يكون الطلب غير المرن عندما يكون التغيير النسبي في الكمية المطلوبة اقل من التغيير النسبي في السعر أي: Ed<1

مثال : ليكن لدينا الجدول التالي:

	P	Φ_d
A	6	12
B	3	15

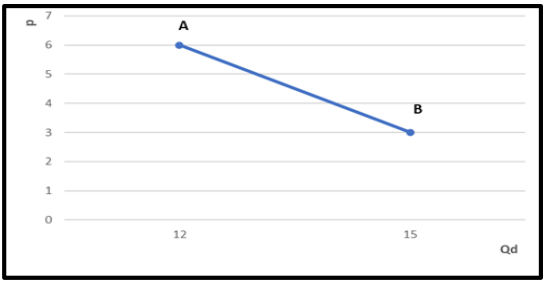
$$Ed = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta p}\cdot\frac{p}{\varphi} \Rightarrow Ed = -\frac{(15-12)}{(3-6)}\cdot\frac{6}{12}$$

$$Ed = +\frac{3}{3}\cdot\frac{6}{12}$$

$$Ed = \frac{1}{2} < 1$$

بما أن Ed<1 فإن الطلب غير مرن.

و يمكن تمثيل الطلب غير المرن بيانيا كما في الشكل الموالي :



■ **الطلب أحادي المرونة أو متكافئ المرونة Unitary Elastic Demand**

الطلب أحادي المرونة يعني أن الكمية المطلوبة تتغير بنفس نسبة التغير في السعر

Ed=1

مثال: ليكن لدينا الجدول التالي:

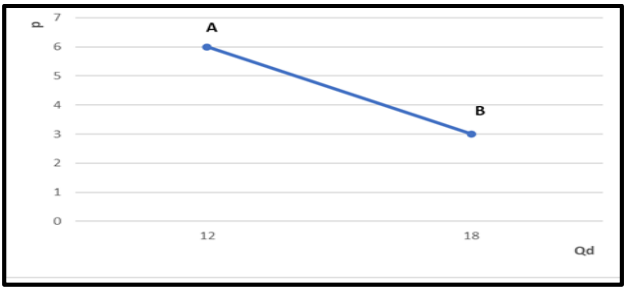
	P	Φ_d
A	6	12
B	3	18

$$Ed = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta p}\cdot\frac{p}{\varphi} \Rightarrow Ed = -\frac{(18-12)}{(3-6)}\cdot\frac{6}{12}$$

$$\Rightarrow Ed = +\frac{6}{3}\cdot\frac{6}{12} = 2\times\frac{1}{2} = 1$$

بما أن **Ed=1** يعني أن الطلب احادي المرونة

و يمكن تمثيل الطلب أحادي المرونة باشكل الموالي الموالي :



■ **الطلب عديم المرونة Perfectly inelastic Demand**

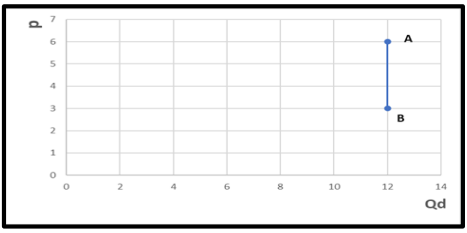
يكون الطلب عدم المرونة: يعني أن الكمية المطلوبة لا تتغير نتيجة التغيير في السعر، أي أن التغير في السعر لا يصاحبه التغير في الكمية المطلوبة.

$$Ed = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta p}\cdot\frac{p}{\varphi} \Rightarrow Ed = -\frac{(12-12)}{(3-6)}\cdot\frac{6}{12}$$

Ed = 0

	P	Φ_d
A	6	12
B	3	12

و يمكن تمثيل الطلب عديم المرونة بيانيا كما في الشكل الموالي :



- **طلب لا نهائي المرونة: Perfectly Elastic Demand**

يكون الطلب لا نهائي المرونة إذا تغيرت الكمية المطلوبة و سعر يبقى ثابتا .

Ed = ∞

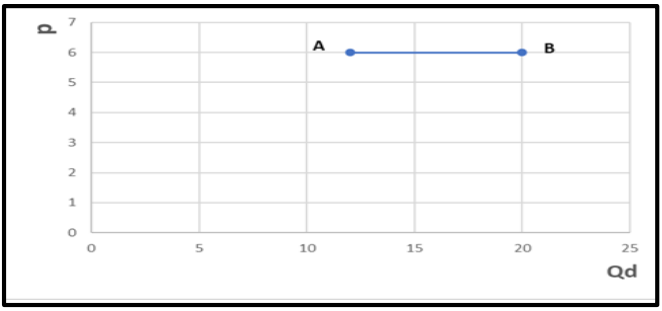
مثال: ليكن لدينا الجدول التالي :

	P	φ_0
A	6	12
B	6	20

$$Ed = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta p}\cdot\frac{p}{\varphi} \Rightarrow Ed = -\frac{(20-12)}{(6-6)}\cdot\frac{6}{12} = \infty$$

Ed = ∞ يعني أن الطلب لا نهائي المرونة.

و يمكن تمثيل الطلب لا نهائي المرونة بالرسم البياني الموالي :



ثانيا :العوامل المحددة او المؤثرة في مرونة الطلب السعرية Determinant Of Demand Elasticity

هناك عوامل تؤثر على درجة مرونة الطلب على السلعة هي :

- **وجود بدائل للسلعة أو خدمة Availability Of Good Substitutes**

إن مرونة الطلب يكون كبيرة في حالة السلعة التي لا يوجد لها بديل ، وفي نفس الوقت تشبع نفس رغبات الأفراد للسلعة الاصلية.

- **حجم الانفاق المعدل شراء السلعة Consumers Budget**

إذا كانت نسبة ما ينفقه المستهلك من مدخله على شراء سلعة ما قليل مقارنه بدخله، فإن الطلب يكون غير مرن، أي أنه كلما كانت نسبة الانفاق من دخل المستهلك كبير فأن الطلب عليها مرن.

- **أهمية السلعة بالنسبة المستهلك:**

إن السلع تقسم حسب أهميتها إلى سلع ضرورية (Necessary Goods) وسلع كمالية (Luxury Goods) ، فإذا كانت السلعة أساسية للمستهلك فإن الطلب عليها غير مرن، لأن هذه السلع لا بديل لها يشبع رغباته، فالمستهلك مجبر على شراء هذه السلعة سواء إرتفع سعرها أو إنخفض ، عكس ما يحدث بالنسبة للسلع الكمالية فإن الطلب عليها مرن ، أي يمكن تعويضها بسلع أخرى تحل محلها ولها نفس درجة الاشباع.

الفترة الزمنية (المدى الطويل و المدى القصير) **Long Run and Short Run** : إن الطلب في المدى الطويل يكون أعلى بكثير من مرونة الطلب في المدى القصير .

1-2 مرونة الطلب الدخلية:Income Elasticity Of Demand

لقد سبقنا أن درسنا في مرونة الطلب السعرية أنها العلاقة بين السعر والكمية المطلوبة مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة وهي مثلا : الدخل، أذواق المستهلكين...

في حين في مرونة الطلب الدخلية نفترض أن جميع العوامل الأخرى ثابتة بما فيها السعر ما عدا الدخل فهو يتغير بالزيادة أو بالنقصان.

فمرونة الطلب الدخلية هي درجة إستجابة الكمية المطلوبة لتغيرات الدخل مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة.

$$\text{مرونة الطلب الداخلية} = \frac{\text{التغيير النسبي في الكمية المطلوبة من السلعة}}{\text{التغيير النسبي في الدخل}}$$

$$Ed_R = \frac{\frac{\Delta\varphi}{\varphi}}{\frac{\Delta R}{R}} = \frac{\Delta\varphi}{\varphi}\,\frac{R}{\Delta R} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta R}\,\frac{R}{\varphi}$$

$\boldsymbol{Ed_R}$: مرونة الطلب الداخلية

$\boldsymbol{\Delta\varphi}$: التغيير في الكمية المطلوبة

$\boldsymbol{\Delta R}$: التغيير في الدخل

وهنا كذلك نميز بين ثلاثة أنواع من السلع:

- إذا كانت مرونة الطلب الداخلية $\boldsymbol{Ed_R > 1}$ فالسلعة هي كمالية بالنسبة للمستهلك.
- إذا كانت مرونة الطلب الدخلية $\boldsymbol{1 > Ed_R > 0}$ فالسلعة ضرورية بالنسبة للمستهلك.
- إذا كانت مرونة الطلب الدخلية $\boldsymbol{Ed_R < 0}$ فالسلعة هي دنيا بالنسبة للمستهلك.

مثال1:

R	φ
80	20
100	50

$$Ed_R = \frac{\Delta\varphi}{\Delta R} \cdot \frac{R}{\varphi}$$

$$Ed_R = \frac{50-20}{100-80} \cdot \frac{80}{20} \Rightarrow Ed_R = \frac{30}{20} \cdot 4$$

$$\Rightarrow Ed_R = \frac{120}{20} = 6$$

$\boldsymbol{1 < Ed_R}$ اذن السلعة من كمالية المستهلك

مثال 2:

لتكن لدينا دالة لسلعة (x) بالنسبة لدخل المستهلك **R**

$$\boldsymbol{\varphi = 2R + 100}$$

المطلوب : حساب المرونة الطلب الدخلية عندما **R= 100** ؟.

الحل :

$$Ed_R = \frac{\Delta\varphi}{\Delta R} \cdot \frac{R}{\varphi} \Rightarrow Ed_R = 2 \cdot \frac{100}{2(100)+100}$$

$$Ed_R = 2 \cdot \frac{100}{300} = \frac{200}{300} = 0{,}66 < 1$$

$Ed_R > 1$ اذن السلعة ضرورية.

مرونة الطلب المتقاطعة Cross Elasticity Of Demand

تعرف بأنها درجة إستجابة الكمية المطلوبة من السلعة للتغير في سعر سلعة أخرى . وهذه السلعة إما أن تكون مكملة، أو سلعة مستقلة عن السلعة هذه.

$$\boldsymbol{E_{(x,y)} = \frac{\Delta\varphi x}{\Delta Py} \cdot \frac{Py}{\varphi x}}$$

Ed(اشارتها موجبة)⇐ $\boldsymbol{x}$ و $\boldsymbol{y}$ سلعتين بديلتين.

Ed(اشارتها سالبة) ⇐ $\boldsymbol{x}$ و $\boldsymbol{y}$ سلعتين مكملتين.

Ed=0 ⇐ $\boldsymbol{x}$ و $\boldsymbol{y}$ السلعتين مستقلتين.

مثال1:

φ_x(القهوة)	Py(الشاي)
2	1
8	2

$$E_{(x,y)} = \frac{\Delta\varphi_x}{\Delta P_y} \cdot \frac{P_y}{\varphi_X}$$

$$\frac{\varphi_{x2-\varphi_{x1}}}{P_{y2} - P_{y1}} \cdot \frac{P_{y1}}{\varphi_{x1}} = \frac{8-2}{2-1} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow Ed_{(x,y)} = 3$$

$Ed_{(x.y)} = 3 > 0$ موجبة أي أن السلعتين xو y بديلتين أو متنافستان لبعضهما البعض.

مثال 2:لتكن دالة الطلب على السلعة (x) كما يلي:

$$\boldsymbol{\varphi_x = 250 - 2P_y}$$

المطلوب : أوجد مرونة الطلب المتقاطعة بين السلعتين (xو y) اذا علمت :$\boldsymbol{P_y = 25}$

الحل:

$$E_{(x,y)} = \frac{\Delta\varphi_x}{\Delta P_y} \cdot \frac{P_y}{\varphi_X} \Rightarrow Ed_{(x,y)} = -2 \cdot \frac{25}{250 - 2(25)}$$

$$\Rightarrow Ed_{(x,y)} = \frac{-50}{250} = -0{,}25$$

$\boldsymbol{Ed_{(x.y)} < 0}$: فالسلعة (y) هي سلعة مكملة للسلعة (x) مثل السكر والقهوة فإذا إرتفع سعر السكر فإن الكميات المطلوبة من القهوة ستنخفض.

4-1 مرونة القوس: يطلق على مرونة التي تقاس بين نقطتين المنحنى الطلب، ويطلق على المرونة التي تقاس عند نقطة معينة على منحنى الطلب إذا كان التغير في السعر قريب من الصفر مرونة النقطة، وتختلف مرونة القوس بين نقطتين من قوس لأخر على طول منحنى الطلب، فكلما إقتربت نقطة القوس من بعضهما كلما كان معامل المرونة اكثر دقة و العكس صحيح.

$$Ed = \frac{\Delta \varphi}{\Delta P} \cdot \frac{P_1 + P_2}{\varphi_1 + \varphi_2}$$

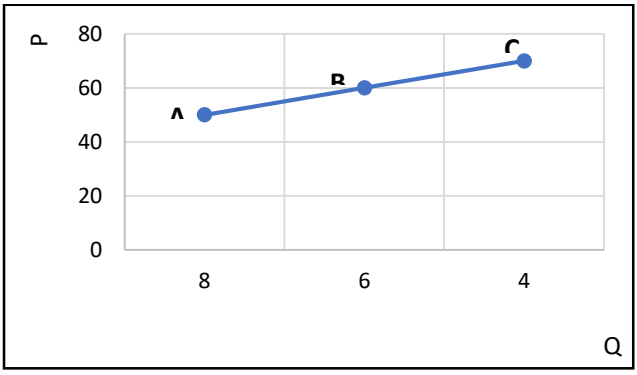
مثال:

السعر	الكمية المطلوبة	الإحداثيات
8	50	A
6	60	B
4	70	C

المطلوب :

- أحسب المرونة السعرية من النقطة A الى النقطة B.
- أحسب المرونة السعرية من النقطة B الى النقطة A

الحل: ترسم المعطيات الموجودة في الجدول التالي:



- **من النقطة A الى النقطة B:**

تكون: $P_A = 8 \rightarrow P_B = 6$

$\varphi_A = 50 \rightarrow \varphi_B = 60$

$Ed = -\frac{(60-50)}{(6-8)} \cdot \frac{8}{50} = \frac{80}{100} = 0.8 < 1 \rightarrow$ الطلب غير مرن

$\mathbf{1 > Ed = 0.8} \Leftarrow$ الطلب غير مرن .

- **من النقطة B الى النقطة A :**

$$Ed = \frac{-(50-60)}{(8-6)} \cdot \frac{6}{60} = 10 \cdot \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$Ed = \frac{1}{2} \Leftarrow$ الطلب غير مرن .

نلاحظ إختلاف في قيم المرونة بإحتسابها في إتجاه من نقطة الى نقطة أخرى أو الاتجاه المعاكس، ولتفادي الاختلاف في قيمة مرونة القوس مع إتجاه الحركة بين نقطتين نستخدم صيغة متوسط السعرين $(P_B + P_A)$ مقسوما على 2 ومتوسط الكميتين $(\varphi_B + \varphi_A)$ مقسوما على 2 .

$$Ed = \frac{-\Delta\varphi}{\Delta P} \cdot \frac{(P_B + P_A)/2}{(\varphi_B + \varphi_A)/2} = -\left(\frac{60-50}{6-8}\right) \cdot \frac{8+6}{50+60}$$

$$Ed = \frac{-\Delta\varphi}{\Delta P} \frac{(P_B + P_A)/2}{(\varphi_B + \varphi_A)/2} = +\frac{10}{2} \cdot \frac{14}{110} = \frac{140}{220}$$

$Ed = 0{,}64 < 1$

طلب غير مرن

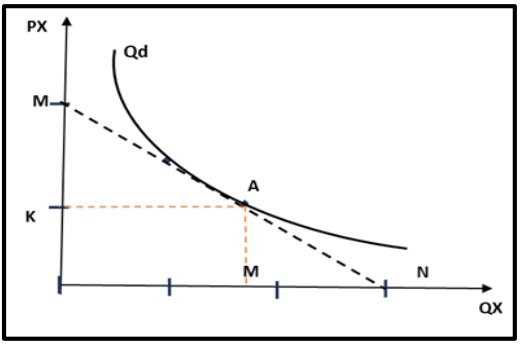
نلاحظ أنه باستخدام متوسط السعر ومتوسط الكمية نحصل على مرونة تقريبية بين المرونتين المتحصل عليها بإختلاف إتجاه السعر والكمية.

5-1 مرونة نقطة:

تعبر مرونة النقطة عن المرونة قوس عندما تقترب المسافة بين نقطتين على منحنى الطلب من الصفر ،أي أنه يمكن حساب قيمة المرونة عند نقطة واقعة على منحنى الطلب عندما يأخذ منحنى الطلب شكل خط مستقيم .

$$Ed = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta P} \cdot \frac{P}{\varphi}$$

لنفرد أن منحنى الطلب عل السلعة ما يمثل بالشكل التالي :



الحالة 01 : إذا كان منحنى الطلب خط غير مستقيم كما في الشكل السابق فنرسم مماس لمنحنى الطلب عند النقطة A مثلا و نمده بحيث يقطع محور الكميات في النقطة N ، و يقطع المحور الأسعار في النقطة H ، حيث تصبح مرونة الطلب السعرية كالتالي :

$$E_d(A) = \frac{\Delta\varphi_d}{\Delta P} \cdot \frac{P}{\varphi}$$

$$E_d(A) = -\frac{HN}{HA} \cdot \frac{HA}{OH} = -\frac{HN}{OH}$$

مثال :

ليكن لدينا جدول الطلب السوقي على السلعة X كما يلي :

النقطة	A	B	C	D	E
PX	5	4	3	2	1
QX	450	500	600	800	1200

المطلوب:-أحسب مرونة الطلب السعرية عند النقط B ؟

-أحسب مرونة الطلب السعرية عند النقطةD ؟

الحل :

- حساب مرونة الطلب السعرية عند النقط B

$$E_d(B) = \frac{\Delta\varphi_d}{\Delta P} \cdot \frac{P_B}{\varphi_B}$$

$\frac{\Delta\varphi_d}{\Delta P}$: ميل الزاوية و يساوي $\frac{\boldsymbol{LN}}{LB}$.

φ_B: تمثل الكمية عند النقطة B و تقابل **OL** .

P_B: يمثل السعر و تقابل **LB** .

$$E_d(B) = -\frac{LM}{LB} \cdot \frac{LB}{OL}$$

$$E_d(B) = -\frac{LM}{OL} = -\frac{(OM - OL)}{OL} = -\frac{(800 - 500)}{500} = -\frac{300}{500} = -0{,}60$$

- حساب مرونة الطلب السعرية عند النقطةD

$$E_d(D) = \frac{\Delta\varphi_d}{\Delta P} \cdot \frac{P_D}{\varphi_D}$$

$\frac{\Delta\varphi_d}{\Delta P}$: ميل الزاوية و يساوي $\frac{\boldsymbol{MN}}{MD}$.

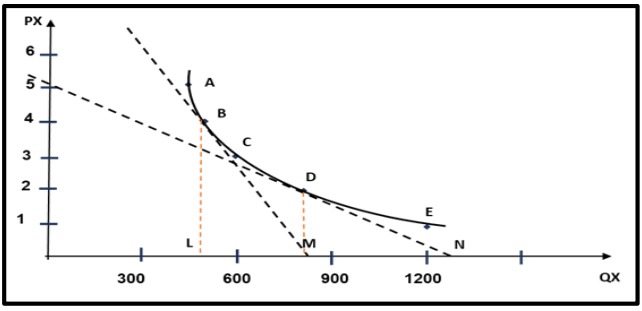
φ_D: تمثل الكمية عند النقطة B و تقابل **OL** .

P_D: يمثل السعر و تقابل MD .

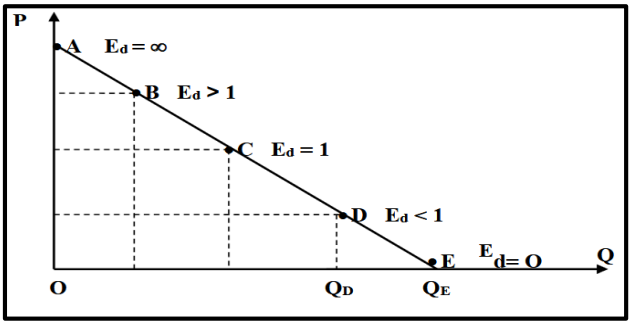
$$E_d(D) = -\frac{MN}{MD} \cdot \frac{MD}{OM}$$

$$E_d(D) = -\frac{MN}{OM} = -\frac{(ON - OM)}{OM} = -\frac{(1300 - 800)}{800} = -0{,}625$$

الإشارة السالبة لا تؤخذ بعين الاعتبار لانها تعبر عن علاقة عكسية بين الكمية المطلوبة و سعرها .



الحالة 02 : أما إذا كان منحنى الطلب على شكل خط مستقيم على الشكل الاتي ، فإننا نميز خمس حالات لمرونة الطلب السعرية ، حيث ترتفع قيمة المرونة كلما اتجهنا من أسفل الى أعلى المنحنى . ففي النقطة E تكون منعدمة إلى أن تصل الى النقطة A التي يكون الطلب فيها لا نهائي المرونة .



مثلا عند النقطة C تكون مرونة الطلب السعرية كالتالي :

$$\boldsymbol{Ed(C) = \frac{\varphi_C \varphi_E}{C\varphi_C} \cdot \frac{C\varphi_C}{O\varphi_C} = \frac{\varphi_C \varphi_E}{O\varphi_C}}$$

مثال :

إذا كان لدينا دالة الطلب التالية :

$$\boldsymbol{\varphi_{dx} = 70 - 10P_x}$$

-أحسب مرونة الطلب السعرية عند مستوى السعر $\mathbf{P_x = 2}$؟.

الحل :

حساب مرونة الطلب السعرية عند مستوى السعر $P_x = 2$:

$$\boldsymbol{\varphi_{dx} = 70 - 10P_x} \qquad \boldsymbol{P_x = 2}$$

$$E_d = \frac{\delta\varphi_{dx}}{\delta P_x} \cdot \frac{P_x}{\varphi_{dx}} \Rightarrow E_d = -10 \cdot \frac{2}{70 - 10(2)} = -10 \cdot \frac{2}{50} = \frac{-20}{50} = -0{,}4$$

2- مرونة العرض : Elasticity Of Supply :

يمكن أن تعرف مرونة العرض السعرية بأنها نسبة التغير المئوية للكمية المعروضة من سلعة ما $\frac{\Delta\boldsymbol{\varphi}}{\boldsymbol{\varphi}}$ للتغير في سعرها $\frac{\Delta \boldsymbol{P}}{\boldsymbol{P}}$ ، و يعبر عنها بالصيغة التالية :

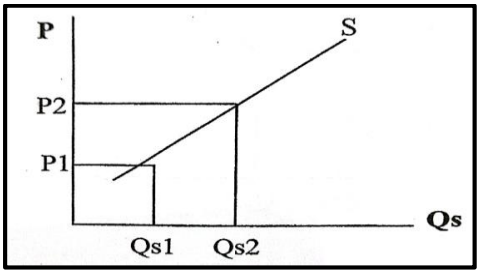
$$\text{مرونة العرض} = \frac{\text{التغير النسبي في الكمية المعروضة}}{\text{التغير النسبي في سعرها}}$$

$$\mathbf{E_S = \frac{\frac{\Delta\varphi}{\varphi}}{\frac{\Delta P}{P}} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta P} \cdot \frac{P}{\varphi}}$$

2-1 أنواع العرض حسب درجات المرونة:

يمكن التمييز بين خمس حالات أنواع العرض وحسب درجات المرونة وطلب:

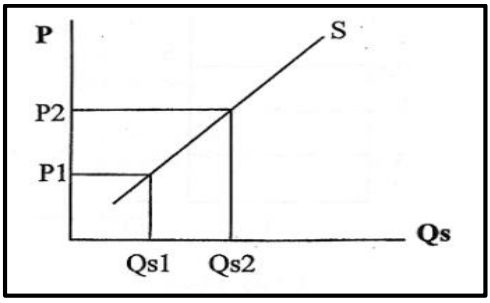
- **عرض مرن: Elastic Supply** العرض المرن يعني نسبة التغير في الكمية المعروضة أكبر نسبة التغيير في السعر ، و معامل المرونة أكبر من الواحدة صحيح Es>1.



في حالة العرض المرن نلاحظ المنحنى بطيء الانحدار.

- **عرض غير مرن Enelastic Supply**

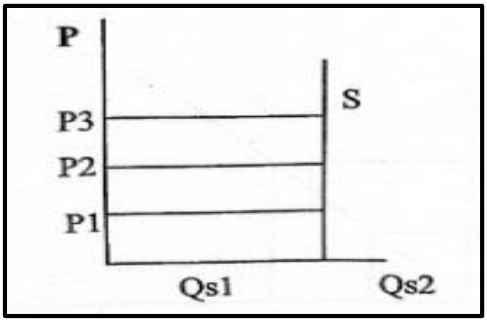
العرض غير مرن، يعني أن نسبة التغير في كمية المعروضة أقل من نسبة التغيير في السعر، ومعامل المرونة أقل من واحد صحيح Es<1 .



في حالة العرض غير المرن نلاحظ المنحنى العرض شديد الانحدار.

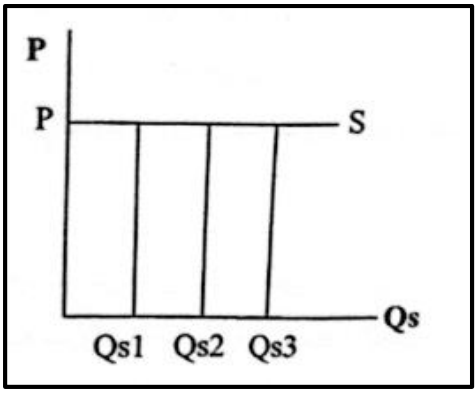
- **عرض عديم المرونة:Perfectly Enelastic Supply**

العرض عديم المرونة، يعني أن نسبة التغيير في السعر لا تؤثر على حجم الكميات المعروضة من السلعة، (الكمية المعروضة الثابتة)، ومعامل المرونة يساوي صفر Es = 0.



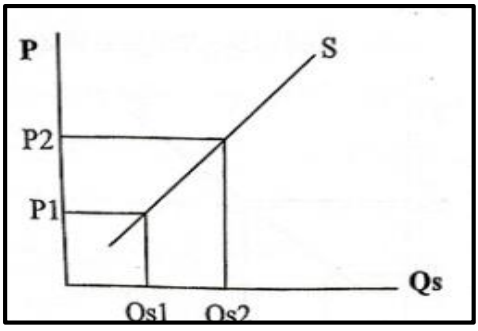
- **عرض لانهائي المرونة Perfectly Elasticn Supply**

العرض لا نهائي المرونة، يعني ان سعر ثابت بينما أن كميات المعروضة تتغير، ومعامل المرونة يساوي ما لانهاية $E_S = \infty$



- **عرض أحادي المرونة: Unitary Elastic Supply**

العرض أحادي المرونة، يعني أن نسبة التغيير في كمية المعروضة تمثل نسبة التغيير في السعر، ومعامل مرونة العرض يساوي 1 Es = 1



مثال:

ليكن لدينا الجدول التالي:

النقطة	P_X	φ_X
A	6	400
B	5	300

C	4	200
D	3	100
E	2	0

من النقطة A الى C:

$$E_S = \frac{\Delta\varphi}{\Delta P} \cdot \frac{P}{\varphi} = \frac{\varphi_C - \varphi_A}{P_C - P_A} - \frac{P_A}{\varphi_A}$$

$$= \frac{300 - 500}{4 - 6} - \frac{6}{500}$$

$$E_s = \frac{-200}{-2} \cdot \frac{6}{500} = 100 \cdot \frac{6}{500} = \frac{600}{500}$$

$$\boldsymbol{E_s = 1,2}$$

من النقطة C الى نقطة A:

$$E_S = \frac{\Delta\varphi}{\Delta P} \cdot \frac{P}{\varphi}$$

$$E_S = \frac{\varphi_A - \varphi_C}{P_A - P_C} \cdot \frac{P_C}{P_C}$$

$$E_S = \frac{500 - 300}{4 - 6} \cdot \frac{4}{300}$$

$$E_S = \frac{200}{2} \cdot \frac{4}{300} \Rightarrow E_S = \frac{400}{300}$$

$$\mathbf{E_S = 1,33}$$

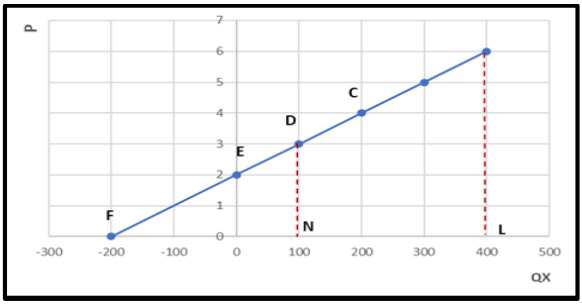
عند نقطة B:

$$E_S = \frac{\Delta\varphi}{\Delta P} \cdot \frac{P_A + P_C}{\varphi_A + \varphi_C} = \frac{\varphi_C - \varphi_A}{P_C - P_A} \cdot \frac{P_A + P_C}{\varphi_A + \varphi_C}$$

$$E_S = \frac{200 - 400}{4 - 6} \cdot \frac{4 + 6}{400 + 200}$$

$$E_S = \frac{200}{2} \cdot \frac{10}{600} = 100 \cdot \frac{10}{600} = 1,66$$

ويمكن إيجاد قيمة Es بيانيا عند D.B



$$E_{S/B} = = \frac{\Delta P}{\Delta P} \cdot \frac{P}{\varphi} = \frac{FL}{LB} \cdot \frac{LB}{OL} = \frac{500}{5} \cdot \frac{5}{300} = 1{,}166$$

عند النقطة D: بيانيا

$$E_S = = \frac{FN}{ON} = \frac{300}{100} = 3$$

عند النقطة D حسابيا:

$$E_S = \frac{\Delta\varphi}{\Delta P} \cdot \frac{P_C + PF}{\varphi_C + \varphi F}$$

$$E_S = \frac{\varphi F - \varphi_C}{P_F - P_C} \cdot \frac{P_C + PF}{\varphi_C + \varphi F}$$

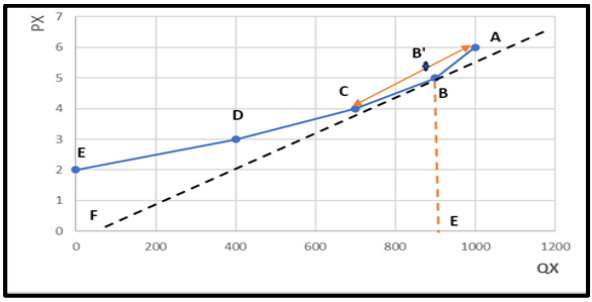
$$E_S = \frac{0 - 200}{2 - 4} \cdot \frac{2 + 4}{200} = \frac{200}{2} \cdot \frac{6}{200}$$

$$E_S = 3$$

2-2 مرونة النقطة و مرونة القوس:

ليكن لدينا الجدول التالي:

النقطة	A	B	C	D	E
السعر P	6	5	4	3	2
الكمية φ	1000	900	700	400	0



يتضمن الشكل قياس مرونة القوس بين النقطتين A وC وكذلك بين النقطتين C وA ، كذلك مرونة النقطة عند النقطة B كالاتي:

من A ⟵ C

$$E_S = \frac{\Delta\varphi}{\Delta P} - \frac{P}{\varphi}$$

$$E_S = \frac{\varphi_C - \varphi_A}{P_C - P_A} \cdot \frac{P_A}{\varphi_A}$$

$$E_S = \frac{700 - 1000}{4 - 6} \cdot \frac{6}{1000} = \frac{300}{2} \cdot \frac{6}{1000}$$

$$E_S = \frac{1800}{2000} = 0{,}9$$

من C ⟵ A

$$E_S = \frac{\Delta\varphi}{\Delta P} \cdot \frac{P}{\varphi}$$

$$E_S = \frac{\varphi_A - \varphi_C}{P_A - P_C} \cdot \frac{P_C}{\varphi_C} \Rightarrow E_S = \frac{1000 - 700}{6 - 4} \cdot \frac{4}{700}$$

$$E_S = \frac{300}{2} \cdot \frac{4}{700} \Rightarrow E_S = \frac{1200}{1400} = 0{,}86$$

عند منتصف المسافة بين A , C (عند النقطة B′)

$$E_S = \frac{\Delta\varphi}{\Delta P} \cdot \frac{P}{\varphi}$$

$$E_S = \frac{700 - 1000}{4 - 6} \cdot \frac{4 + 6}{700 + 1000} = \frac{300}{2} \cdot \frac{10}{1700}$$

$$E_S = \frac{3000}{3400} = 0{,}88$$

عند النقطة B بيانيا:

$$E_S = \frac{FE}{EB} \cdot \frac{EB}{OE} = \frac{FE}{OE} = \frac{800}{900} = 0{,}88$$

سلسلة 04 : المرونات

التمرين 01:

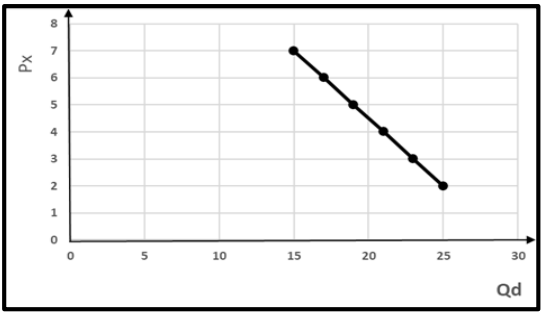
يعتبر جدول الطلب الفردي التالي:

F	E	D	C	B	A	
2	3	4	5	6	7	P_X
25	23	21	19	17	15	φ_D

1) مثل بيانيا معطيات هذا الجدول، ماذا تلاحظ ؟
2) أحسب المرونة من نقطة للأخرى، ماذا نلاحظ؟
3) أحسب مرونة الطلب عندما P=5؟

حل التمرين: 01

1) التمثيل البياني لمعطيات الجدول.



نلاحظ أننا حصلنا على رسم بياني يعبر عن علاقة عكسية بين السعر و الكمية

2) حساب المرونة من نقطة للأخرى.

$$E_{d_{(A.B)}} = \frac{\Delta \boldsymbol{\varphi}}{\Delta P} \cdot \frac{\boldsymbol{P}}{\boldsymbol{\varphi}} = \frac{\boldsymbol{\varphi_1 - \varphi_o}}{\boldsymbol{P_1 - P_O}} \cdot \frac{\boldsymbol{P_O}}{\boldsymbol{\varphi_o}}$$

$$E_{d_{(A.B)}} = \frac{17-15}{6-7} \cdot \frac{7}{15} = \frac{-2}{1} \cdot \frac{7}{15} = \frac{-14}{15} = -0{,}93$$

$$E_{d_{(Bc)}} = \frac{19-17}{5-6} \cdot \frac{6}{17} = \frac{-2 \cdot 6}{17} = \frac{-12}{17} = -0{,}71$$

$$E_{d_{(c,d)}} = \frac{21-19}{4-5} \cdot \frac{5}{19} = \frac{-2 \cdot 5}{19} = \frac{-10}{19} = -0{,}53$$
$$E_{d_{(D,E)}} = \frac{23-21}{3-4} \cdot \frac{4}{21} = -2 \cdot \frac{4}{21} = \frac{-8}{21} = -0{,}38$$
$$E_{d_{(E,F)}} = \frac{25-23}{2-3} \cdot \frac{3}{23} = -2 \cdot \frac{-3}{23} = \frac{-6}{23} - 0{,}26$$

نلاحظ أنه عندما انتقلنا على دالة الطلب أي عند الانتقال من الأعلى نحو الأسفل ، فأن مرونة الطلب إنتقلت بين النقطتين من (0,93-) بين النقطتين A وB الى (0.26-) بين النقطتين F.E مرورا بالقيمة -1 ، فيكون إتجاه منحنى الطلب مرونة الطلب من أعلى الدالة الى أسفلها تمر بحالة طلب مرن، طلب مرن وحديا ثم طلب غير مرن.

3) إيجاد مرونة الطلب عندما P=5

3)-أ- إيجاد معادلة الطلب تكون من الشكل:

$$\boldsymbol{P_D = -aP + b}$$
$$\begin{cases} A \to 15 = -7a + b \dots\dots (1) \\ E \to 23 = -3a + b \dots\dots (2) \end{cases}$$

بطرح (1) من (2) نحصل على :

$$(\mathbf{2}) - (\mathbf{1}) \Rightarrow (23 = -3a + b) - (15 = -7a + b)$$
$$\Rightarrow 8 = +4a \Rightarrow \boldsymbol{a = 2}$$

- نعوض **a=2** في **(1)** نحصل على :

$$A \to 15 = -7(2) + b \Rightarrow b = 15 + 14 = 29$$

و منه دالة الطلب : $\boldsymbol{\varphi_D = -2P + 29}$

نشتق دالة الطلب بالنسبة للسعر نحصل على :

$$Ed = -\frac{\delta \boldsymbol{\varphi}}{\delta P} \cdot \frac{\boldsymbol{P}}{\boldsymbol{\varphi}} \Rightarrow Ed = +2 \cdot \frac{5}{19} = -\frac{10}{19} : \textbf{5 عند}$$

التمرين 02 :

1)- عرف المرونة ، المرونة السعرية ، المرونة التقاطعية ، المرونة الدخلية ، مرونة العبء الضريبي ؟

2)- كيف يتم تحديد نوع السلعة؟

3) - كيف يتم التعرف على العلاقة بين السلعتين ؟

حل التمرين 02 :

1)- تعرف المرونة ، المرونة السعرية ، المرونة التقاطعية ، المرونة الدخلية ، مرونة العبء.

*** تعريف المرونة:**

المرونة هي مقياس لمدى استجابة الكمية المطلوبة أو المعروضة من سلعة ما للتغير في أحد العوامل المؤثرة عليها مثل السعر، دخل المستهلك، أو سعر سلعة أخرى.

أنواع المرونة:

المرونة السعرية : :(Price Elasticity of Demand) : هي مدى استجابة الكمية المطلوبة من سلعة معينة للتغير في سعرها.

المرونة السعرية = (النسبة المئوية للتغير في الكمية المطلوبة) ÷ (النسبة المئوية للتغير في السعر)

- إذا كانت > 1 : الطلب مرن
- إذا كانت <1 : الطلب غير مرن
- إذا كانت = 1: الطلب وحدوي المرونة

المرونة التقاطعية:(Cross Price Elasticity) : هي مدى استجابة الكمية المطلوبة من سلعة ما للتغير في سعر سلعة أخرى.

المرونة التقاطعية = (النسبة المئوية للتغير في الكمية المطلوبة من السلعة الأولى) ÷ (النسبة المئوية للتغير في سعر السلعة الثانية)

- إذا كانت موجبة: السلعتان بديلتان
- إذا كانت سالبة: السلعتان مكملتان
- إذا كانت = 0: لا علاقة بينهما

المرونة الدخلية :(Income Elasticity) : هي مدى استجابة الكمية المطلوبة من سلعة معينة للتغير في دخل المستهلك.

المرونة الدخلية = (النسبة المئوية للتغير في الكمية المطلوبة) ÷ (النسبة المئوية للتغير في الدخل)

- موجبة: سلعة عادية
- سالبة: سلعة دنيا
- 1 : سلعة كمالية
- <1 : سلعة ضرورية

مرونة العبء الضريبي:(Tax Incidence Elasticity) : هي مدى تأثر كل من المستهلك أو المنتج بتحمل عبء الضريبة، ويعتمد توزيع العبء بين الطرفين على مرونة الطلب والعرض.

- إذا كان الطلب غير مرن: يتحمل المستهلك معظم العبء
- إذا كان العرض غير مرن: يتحمل المنتج معظم العبء

2)- يتم تحديد نوع السلعة:

يُحدد نوع السلعة (ضرورية، كمالية، أو دنيا) بناءً على المرونة الدخلية:

- ضرورية :مرونتها الدخلية < 1
- كمالية :مرونتها الدخلية > 1
- دنيا :مرونتها الدخلية سالبة

3)- يتم التعرف على العلاقة بين السلعتين:

من خلال المرونة التقاطعية:

- إذا كانت موجبة ⟶ السلعتان بديلتان (مثل القهوة والشاي)
- إذا كانت سالبة ⟶ السلعتان مكملتان(مثل السيارات والبنزين)

- إذا كانت قريبة من الصفر ⟵ لا علاقة بين السلعتين

التمرين 03 : إذا كان لدينا دالة الطلب على السلعة x دالة تابعة لسعرها محددة بالعلاقة التالية :

$$\boldsymbol{\varphi_{Dx} = 80 - 4P_x}$$

1) - أحسب مرونة سعر الطلب ، إذا كان السعر Px=8 ؟

إذا كانت لدينا دالة الطلب على السلعة x دالة تابعة لسعر السلعة Y ، محددة بالعلاقة التالية :

$$\boldsymbol{\varphi_{Dx} = 100 - 10P_y}$$

2)-أحسب مرونة التقاطع ، إذا كان سعر السلعة y هو $P_Y = 3$ ؟

إذا كانت لدينا دالة الطلب على السلعة x دالة تابعة للدخل ، محددة بالعلاقة التالية :

$$\boldsymbol{\varphi_{Dx} = 50 - 0,75R}$$

3) - أحسب مرونة الدخل ، إذا كانت الدخل R=1500 ؟

حل التمرين 03 :

1) - أحسب مرونة سعر الطلب ، إذا كان السعر Px=8 ؟

$$\boldsymbol{Ed = -\frac{\delta\varphi}{\delta P}\cdot\frac{P}{\varphi}} \Rightarrow Ed = -\frac{\delta\varphi}{\delta P}\cdot\frac{\boldsymbol{P}}{\boldsymbol{\varphi}} = -(-4)\left(\frac{8}{80-4(8)}\right) = \frac{32}{48} = 0,67 < 1$$

بما أن مرونة الطلب السعرية أصغر من الواحد إذن الطلب غير مرن ، فإذا ارتفع Px=8 بـ1 % تنخفض الكمية المطلوبة بـ0,67 % .

2) -حساب مرونة التقاطع عند Px=3 :

$$\boldsymbol{E_{x/y} = \frac{\delta\varphi_x}{\delta P_y}\cdot\frac{P_y}{\varphi_x}} \Rightarrow \boldsymbol{E_{\frac{x}{y}}} = -10\cdot\frac{\boldsymbol{P}}{\boldsymbol{\varphi}} = -(-10)\cdot\left(\frac{3}{100-10(3)}\right) = -\frac{30}{70} = -0,43 < 0$$

بمأن المرونة التقاطعية أصغر من الصفر إذن السلعتين مكملتين .

3)- حساب المرونة الدخلية عند R=1500

$$E_R = \frac{\delta\varphi_x}{\delta R} \cdot \frac{R}{\varphi_x} \Rightarrow E_R = -0{,}75 \cdot \frac{P}{\varphi} = -0{,}75 \cdot \left(\frac{1500}{50 - 0{,}75 \cdot 1500}\right)$$

$$= -0{,}75 \cdot \frac{1500}{-1075} = 1{,}05 > 0$$

بما أن المرونة الدخلية أكبر من الصفر إذن السلعة عادية .

بما أن المرونة الدخلية أكبر من الواحد إذن السلعة كمالية .

التمرين 04 :

لتكن لدينا دالة الطلب على السلعة X التالية :

$$\varphi_{Dx} = {P_x}^{0,5} \cdot {P_y}^{0,3} \cdot R$$

المطلوب :

1) أوجد مرونة الطلب السعرية ؟
2) أوجد مرونة التقاطع ؟
3) أوجد مرونة الدخل ؟

حل التمرين 04 :

1) إيجاد مرونة الطلب السعرية :

$$E_d = -\frac{\delta\varphi_x}{\delta P_x} \cdot \frac{P_x}{\varphi_x} \Rightarrow E_d = -(-0{,}5) \cdot {P_x}^{-0,5-1} \cdot {P_y}^{0,3} \cdot R \cdot \frac{P_x}{{P_x}^{-0,5} \cdot {P_y}^{0,3} \cdot R}$$

$$E_d = +0{,}5 \cdot {P_x}^{-0,5-1} \cdot {P_y}^{0,3} \cdot R \cdot \frac{P_x}{{P_x}^{-0,5} \cdot {P_y}^{0,3} \cdot R}$$

$$E_d = +0{,}5 \cdot \frac{{P_x}^{-0,5} \cdot {P_y}^{0,3}}{{P_x}^{-0,5} \cdot {P_y}^{0,3}} = \mathbf{0,5 < 1} \Rightarrow \text{فإن الطلب غير مرن}$$

2) حساب مرونة التقاطع :

$$E_{x/y} = \frac{\delta\varphi_x}{\delta P_y} \cdot \frac{P_y}{\varphi_x} \Rightarrow E_{x/y} = (0{,}3) \cdot {P_x}^{-0,5} \cdot {P_y}^{0,3-1} \cdot R \cdot \frac{P_Y}{{P_x}^{-0,5} \cdot {P_y}^{0,3} \cdot R}$$

$$\boldsymbol{E_{x/y} = 0{,}3 > 0} \Rightarrow \boldsymbol{X} \text{ السلعة بديلة السلعة } \boldsymbol{Y}$$

3) حساب مرونة الدخل :

$$E_R = \frac{\delta\varphi_x}{\delta R} \cdot \frac{R}{\varphi_x} \Rightarrow E_R = {P_x}^{-0,5} \cdot {P_y}^{0,3} \cdot \frac{R}{{P_x}^{-0,5} \cdot {P_y}^{0,3} \cdot R}$$

$\boldsymbol{E_R = 1} \Rightarrow$ السلعة $\boldsymbol{X}$ عادية + ضرورية

التمرين 05:

نأخذ جدول الطلب الاتي:

P_x	$\boldsymbol{\varphi o}$	
1	65	**A**
2	45	**B**
3	20	**C**
4	20	**D**

المطلوب : أحسب المرونة عند كل نقطة

حل التمرين 05 :

$$Ed = -\frac{\Delta\boldsymbol{\varphi}}{\Delta P} \cdot \frac{\boldsymbol{P}}{\boldsymbol{\varphi}} \rightarrow$$

$Ed_A =$ غير موجودة . $Ed_B = -\frac{\Delta \boldsymbol{P}}{\Delta \boldsymbol{\varphi}} \cdot \frac{P_A}{\boldsymbol{\varphi_A}}$

نوع الطلب	Ed	$\boldsymbol{\varphi}$	Px	
/	-	65	1	**A**
طلب غير مرن	+0 ,31	45	2	**B**
طلب غير مرن	+0,66	30	3	**C**
طلب متكافئ المرونة	+1	20	4	**D**

$$Ed_B = -\frac{(45-65)}{2-1}\cdot\frac{1}{65} = +20\cdot\frac{1}{65}$$

$$Ed_B = +0{,}31$$

$$Ed_c = -\frac{\Delta\boldsymbol{\varphi}}{\Delta P} - \frac{\boldsymbol{P_B}}{\boldsymbol{\varphi_B}} = -\left(\frac{30-45}{3-2}\right)\cdot\frac{2}{45}$$

$$Ed_c = +0{,}66$$

$$Ed_D = -\frac{\Delta\boldsymbol{\varphi}}{\Delta P} - \frac{\boldsymbol{P_C}}{\boldsymbol{\varphi_C}} = -\frac{(20-30)}{4-3}\cdot\frac{3}{50}$$

$$Ed_D = 1$$

التمرين 06:

تقدر الكمية من السلعة Q_x بـ 20 وحدات عندما كان السعر يعادل 4 وحدات نقدية، إلا أن الكمية المطلوبة انخفضت ب 8 وحدات بسبب ارتفاع سعرها بـ 5 وحدات نقدية.

المطلوب:

1) أحسب مرونة الطلب السعرية لهذه السلعة مع تقديم التفسير الاقتصادي لها؟
2) بفرض أن الدالة التي تعبر عن طلب هذا المستهلك يمكن كتابتها من الشكل:

$$\varphi_x = 25 - \frac{9}{2}P_x$$

- أوجد مرونة الطلب السعرية Edx

3) إذا ارتفع سعر السلعة بوحدة واحدة منها كان عليها سابقا ، أحسب المرونة بين النقطتين الاصلية و الجديدة.

حل التمرين 06 :

1) لدينا التوليفتين الاستهلاكية لهذا المستهلك كالاتي: $B(9,12)$ $A(4,20)$

$$Ed_{xB}\,\frac{-\Delta\boldsymbol{\varphi x}}{\Delta\boldsymbol{P x}}\cdot\frac{P_{xA}}{\boldsymbol{\varphi_{xA}}} \Rightarrow Ed_x = -\frac{12-20}{9-4}\cdot\frac{4}{20}$$

$$Ed_{xB} = -\frac{-8}{5}\cdot\frac{4}{20} = \frac{32}{100} = +0{,}32$$

التفسير:

تدل قيمة المرونة على أنه إذا إرتفع السعر بمقدار 1 % فإن الكمية المطلوبة من السلعة φ_x سوف تنخفض بمقدار 0,32 %، وبما أن مرونة الطلب السعرية محصورة بين الصفر والواحد فهذا يشير إلى الطلب غير مرن.

2)- إيجاد مرونة الطلب السعرية عند التوليفة A بالاعتماد على دالة الطلب لهذه السلعة.

$$\begin{cases} \varphi_x = 25 - \frac{9}{2}P_x \\ A(4,20) \end{cases} \quad Ed_\varphi = -\left[\frac{\delta\varphi}{\delta p}\right]\cdot\left[\frac{P_x}{\varphi_x}\right] \Rightarrow Ed_\varphi = -\left[\frac{-9}{2}\right]\cdot\left[\frac{4}{20}\right]$$

$$Ed_\varphi = \frac{36}{40} = +0,9$$

3)-حساب مرونة القوس بين التوليفتين A و التوليفة C وذلك كما يلي:

$$C(5,؟) \quad \begin{cases} \varphi_x = 25 - \frac{9}{2}P_x \\ C(5,؟) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi_x = 25 - \frac{9}{2}\cdot 5 \\ C\left(5,؟\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi_x = 2,5 \\ C(5\ ,\ 2,5) \end{cases}$$

وبالتالي التوليفة C إحداثياتها $C(5\ ,\ 2.5)$

$$Ed_\varphi = -\left[\frac{\delta\varphi}{\delta p}\right]\cdot\left[\frac{P_A+P_C}{\varphi_A+\varphi_C}\right] = -\left(\frac{-9}{2}\right)\cdot\left(\frac{5+4}{2,5+20}\right) = \frac{81}{45} = 1,8$$

يشير معامل المرونة إلى أن الطلب مرن وذلك لأن قيمتها أكبر من الواحد. كما أنه إذا ارتفع السعر بمقدار 1 % فإن الكمية المطلوبة من السلعة φ *سوف تنخفض بمقدار 1,8 .*

التمرين 07:

إذا كانت لدينا دالة الطلب على السلعة x دالة تابعة لسعرها، محددة بالعلاقة التالية:

$$\boldsymbol{\varphi_x = 30 - 2P_x}$$

1) أحسب مرونة سعر الطلب إذا كان السعر $Px=5$؟

إذا كانت لدينا دالة الطلب على السلعة x دالة تابعة لسعر السلعة y، محددة بالعلاقة التالية:

$$\varphi_x = 90 - 10Py$$

2) مرونة التقاطع، إذا كان سعر السلعة y هو $Py=4$

إذا كانت لدينا دالة الطلب على السلعة x دالة تابعة لسعر السلعة y، محددة بالعلاقة التالية:

$$\varphi_x = 20 - 0.25R$$

3) أحسب مرونة الدخل، إذا كان الدخل $R= 1500$

الحل:

1) حساب مرونة سعر الطلب إذا كان السعر $Px=5$

$$Ed_{\varphi x} = \frac{-\delta\varphi}{\delta Px} \cdot \frac{Px}{\varphi x} = -(-2) \cdot \frac{5}{30 - 2(5)} = +\frac{10}{20} = +0.5 < 1$$

- *بما أن مرونة الطلب السعرية $Ed< 1$ ⇐ تنخفض الكمية المطلوبة 0,5 %.*

ملاحظة (لا توجد الإشارة السالبة في القانون)

2) حساب مرونة التقاطع عند Py=4

$$E_{x/y} = \frac{\delta\varphi_x}{\delta P_y} \cdot \frac{P_y}{\varphi_x} \Rightarrow E_{x/y} = -10 \cdot \frac{P_Y}{90 - 10Py} = -\frac{P_Y}{9 - Py} = \frac{4}{9-4} = \frac{4}{5}$$

$$E_{x/y} = \frac{4}{5} < 1$$

3) حساب مرونة الدخل، إذا كان الدخل $R= 1500$

$$Ed_R = \frac{-\delta\varphi}{\delta Px} \cdot \frac{Px}{\varphi x} \Rightarrow Ed_R = -0{,}25 \cdot \frac{1500}{20 - 0{,}25(1500)}$$

$$= -0{,}25 \cdot \frac{1500}{-355}$$

$$Ed_R = -0{,}25 \cdot 4{,}23 = 1{,}06 > 0$$

- بما أن المرونة الدخلية أكبر من الصفر إذن السلعة العادية

- بما أن المرونة الدخلية أكبر من الواحد إذن السلعة كمالية.

التمرين 08:

ليكن لدينا الجدولين التالين:

الجدول 01 :

	قبل		بعد	
السلعة	P لكل كوب	φ (عدد الاكواب)	P	φ
القهوة (y)	20	50	30	30
الشاي (x)	10	40	10	50

الجدول 02 :

	قبل		بعد	
السلعة	P لكل	φ (عدد الاكواب)	P	φ
القهوة (y)	5	20	10	15
الشاي (x)	10	40	10	35

المطلوب: ما نوع السلعتين في كل من الجدول ① و②

حل التمرين 08:

$$E_{(x,y)} = \frac{\Delta \boldsymbol{\varphi_x}}{\Delta \boldsymbol{P_x}} \cdot \frac{Py}{\boldsymbol{\varphi x}} = \left(\frac{50-40}{30-20}\right) \times \left(\frac{20}{40}\right) = -0.5$$

$$E_{(x,z)} = \frac{\Delta \boldsymbol{\varphi x}}{\Delta \boldsymbol{P}\mathrm{z}} \cdot \frac{P\mathrm{z}}{\boldsymbol{\varphi x}} = \frac{35-40}{10-5} \cdot \frac{5}{40} = \left(\frac{-5}{5}\right) \cdot \left(\frac{5}{40}\right) = \frac{-25}{200}$$

$$E_{(x,z)} = -0.125$$

من النتيجة حساب $E_{(x,y)}$ و $E_{(x,z)}$ تبين لنا أن كلا من الشاي والقهوة سلعتين بدلتين، لأن قيمة $E_{(x,y)}$ موجبة بينما الشاي والليمون ، تعتبر سلعتين مكملتين لأن $E_{(x,z)}$ سالبة.

التمرين 09:

لتكن لدينا البيانات المبنية في الجدول التالي والتي تعبر عن حجم الكميات المطلوبة من الأنواع الثلاثة من اللحوم (لحم الغنم، لحم الدجاج، السمك)، وذلك وفق المستويات المختلفة للأسعار والدخل.

الحالات	الدخل	السمك Z		اللحوم (y)		اللحوم الحمراء (x)	
		الكمية (φ)	السعر	الكمية	السعر	الكمية	السعر
A	1000	40	20	40	60	40	50
B	750	20	30	38	66	50	40

المطلوب:

1) أحسب مرونة الطلب السعرية للأنواع الثلاثة من اللحوم عند الانتقال من A الى B ثم العكس؟ ما تلاحظ؟
2) أحسب مرونة القوس بين الحالتين A و B؟
3) رتب تفضيلات الأنواع الثلاثة من اللحوم في حالة ارتفاع أسعار كل منها؟
4) أحسب مرونة التقاطع بين النوعين x وy، ثم ما بين التوعين y و Z؟
5) أحسب مرونة الطلب الدخلية للأنواع الثلاثة؟

حل التمرين 09 :

الحالة 01 :

- التغير من A **الى** B:

حساب مرونة السعرية لأنواع اللحوم: يتم ذلك بتعويض البيانات في العلاقة التالية:

$$Ed_x = \frac{-\Delta\varphi_x}{\Delta P_x} \cdot \frac{P}{\varphi} \Rightarrow Ed_x = -\frac{50-40}{40-50} \cdot \frac{50}{40} \Rightarrow E = +1.25 > 1$$

نلاحظ بان الطلب على اللحوم الحمراء مرن لان $Ed_x > 1$

ومنه فإن ارتفاع سعر السلعة ب 1 % يؤدي الى انخفاض الكمية بمقدار بـ*1,25* %

بالنسبة للحوم البيضاء *(y)* :

$$Ed_y = -\left(\frac{38-40}{66-60}\right) \cdot \left(\frac{60}{40}\right)$$

$Ed_y = +0.5 > 0 \Rightarrow$ طلب على اللحوم البيضاء غير مرن

وبالتالي فإذا ارتفع سعرها ب 1 % فإن الكمية المطلوبة من اللحوم البيضاء ستنخفض بمقدار ب 0.5 %

- بالنسبة لسمك **(Z)**:

$$Ed_z = -\left(\frac{20-40}{30-20}\right) \cdot \left(\frac{20}{40}\right)$$

$Ed_z = 1 \Rightarrow$ طلب على السمك متكافئ المرونة

وبالتالي إذا ارتفع سعرها ب 1 % فإن الكمية المطلوبة من السمك سيتخفض بنفس النسبة، أي بمقدار 1 %.

الحالة الثانية : عند التغير في القيم من B **الى** A:

$$Ed_x = -\frac{\Delta\varphi_x}{\Delta P_x} \cdot \frac{P}{\varphi} \Rightarrow Ed_x = -\left(\frac{40-50}{50-40}\right) \cdot \left(\frac{40}{50}\right)$$

$$Ed_x = +0.8$$

نلاحظ بأن الطلب على اللحوم الحمراء غير مرن، وبالتالي فإن ارتفع سعرها ب 1 فإن الكمية المطلوبة من اللحوم الحمراء ستنخفض بمقدار 0.8 %.

- بالنسبة للحوم البيضاء *(y)*

$$Ed_y = -\left(\frac{40-38}{60-66}\right)\cdot\left(\frac{66}{38}\right) \Rightarrow Ed_y = +0.58$$

نلاحظ بأن على اللحوم البيضاء غير مرن، وبالتالي فإن ارتفع سعرها بـ 1 فإن الكمية المطلوبة من اللحوم البيضاء ستنخفض بمقدار 0.58 % .

- بالنسبة للسمك(Z):

$$Ed_z = -\left(\frac{40-20}{20-30}\right)\times\left(\frac{30}{20}\right) = +3$$

نلاحظ بأن على السمك مرن، وبالتالي فإن ارتفع سعرها ب 1% فإن الكمية المطلوبة من السمك ستنخفض بمقدار 3 %.

بالمقارنة بين نتائج الحالتين لقياس مرونة الطلب السعرية، أي نتائج الحالة الأولى عند اعتماد سعر وكمية الوضعية ب *B* كأساس لتقدير المرونة، وبين نتائج الحالة الثانية عند اعتماد السعر وكمية الوضعية ب *A* كأساس لتقدير المرونة، حيث نلاحظ أنه عند اعتماد سعر أساس أقل تكون مرونة الطلب السعر منخفضة، والعكس إذا تم اعتماد سعر أكبر فإن قيمة المرونة نكون مرتفعة، مما يعني أن قيمة المرونة تتناسب طرديا مع السعر.

2) حساب مرونة القوس بين الحالتين *A* و*B*:

- بالنسبة للحوم الحمراء ***(x)***

$$Ed_x = -\frac{\Delta\varphi_x}{\Delta P_x}\cdot\frac{P_A + P_B}{\varphi_A + \varphi_B} \Rightarrow Ed_x = -\left(\frac{40-50}{50-40}\right)\cdot\left(\frac{40+50}{50+40}\right) = +1$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{Ed_x = 1} \Rightarrow \text{الطلب على اللحوم الحمراء متكافئ المرونة}$$

- بالنسبة للحوم البيضاء *(y)*

$$Ed_y = -\left(\frac{40-38}{60-66}\right)\cdot\left(\frac{66+60}{38+40}\right) \Rightarrow Ed_y = +0.54$$

وبالتالي فإن ارتفع سعرها ب 1% فإن الكمية المطلوبة من اللحوم البيضاء ستنخفض بمقدار *0,54%*

- بالنسبة للحوم السمك (Z):

$$Ed_z = -\left(\frac{40-20}{20-30}\right)\cdot\left(\frac{30+20}{20+40}\right)$$
$$\rightarrow Ed_z = +1.67$$

بما أن الطلب المرونة على السمك أكبر من 1 ذلك يحل على أن ارتفاع السعر بـ1 % يؤدي الى انخفاض الكمية المطلوبة بمقدار *1,67*%.

3) **ترتيب تفضيلان المستهلكين للأنواع الثلاثة من اللحوم في حالة ارتفاع أسعارها:** بما أن المستهلك يفضل السلعة التي تكون أقل مرونة على أساليب أنها أكثر قابلية للاستهلاك من تلك التي تتميز بإرتفاع نسبي في المرونة السعرية، وبناءا عليه فإن تفضيلات المستهلكين ستكون كالاتي:

اللحوم البيضاء *(y)* تم اللحوم الحمراء *(x)* بعدهما السمك (Z) وذلك لان

$$Ed_z > Ed_x > Ed_y$$

تشير النتائج إلى أنه في حالة ارتفاع أسعار اللحوم، فإن المستهلك سيقوم بإحلال اللحوم البيضاء محل اللحوم الحمراء والسمك بنسبة كبيرة نوعا بالنظر الى مقدار المرونة.

4) **حساب المرونة التقاطع: يتم تقدير مرونة الطلب التقاطعية بإستخدام علاقة مرونة القوس كالاتي:** $\boldsymbol{Ed = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta P}\cdot\frac{P_{MA}+P_{MB}}{\varphi_A+\varphi_B}}$

- المرونة التقاطعية بين اللحوم الحمراء واللحوم البيضاء: بتعويض القيمة نحصل على النتيجة التالية:

$$Ed_{(x,y)} = \left(\frac{50-40}{66-60}\right) \cdot \left(\frac{66+60}{50+40}\right) \Rightarrow Ed_{(x,z)} = 2{,}33$$

نلاحظ أن معامل أكبر من الصفر، مما يعني أن طريقة العلاقة بين السلعتين *(x)* و *(y)* ، وهي علاقة تبادلية، وبالتالي إذا ارتفع سعر اللحوم البيضاء ب 1 % فإن ذلك سيؤدي إلى زيادة الطلب على اللحوم الحمراء يقدر 2,33 %

- المرونة التقاطعية بين اللحوم الحمراء والسمك: بتعويض القيمة في العلاقة نحصل على النتيجة التالية:

$$Ed_{(x,z)} = \left(\frac{50-40}{30-20}\right) \cdot \left(\frac{80+20}{50+40}\right) \Rightarrow Ed_{(x,z)} = 0{,}55$$

***5)* حساب المرونة الدخلة لأنواع اللحوم: يتم تقدير مرونة الطلب الدخلية للأنواع الثلاثة من اللحوم بإستخدام علاقة مرونة القوس على النحو الأتي:**

$$Ed_{X/R} = \left(\frac{50-40}{750-1000}\right) \cdot \left[\frac{750+1000}{50+40}\right] \Rightarrow Ed_{XR} = -0{,}777$$

نلاحظ أن معامل المرونة سالب ، مما يعني ان طبيعة السلعة (x) بالنسبة لهذا المستهلك غير محبذة، وبالتالي إذا ارتفع دخل المستهلك ب 1% فإن ذلك سيؤدي الى انخفاض الطلب عليها بمقدار% 0,77

- **المرونة الدخلية للحوم البيضاء :**

$$Ed_{Y/R} = \left(\frac{38-40}{750-1000}\right) \cdot \left[\frac{750+1000}{38+40}\right] \Rightarrow Ed_{Y/R} = 0{,}179$$

نلاحظ أن معامل المرونة موجب ولكن أقل من الواحد الصحيح، مما يعني أن طبيعة السلعة (y) بالنسبة لهذا المستهلك سلعة ضرورية، و بالتالي إذا ارتفع دخل المستهلك ب 1 % فإن ذلك سيؤدي الى زيادة الطلب عليها بمقدار 0,179 %.

- **المرونة الدخلية لسمك:**

$$Ed_{Z/R} = \left(\frac{20-40}{750-1000}\right) \cdot \left[\frac{750+1000}{20+40}\right] \Rightarrow Ed_{Z/R} = 2{,}333$$

نلاحظ أن معامل المرونة موجب وأكبر من الواحد، مما يعني أن طبيعة السلعة (Z) بالنسبة لهذا المستهلك هي سلعة كمالية، وبالتالي إذا إرتفع دخل المستهلك ب 1 % فإن ذلك سيؤدي الى زيادة الطلب عليها بمقدار *2,333* %.

التمرين 10:

إذا كانت لدينا دالة الطلب على السلعة x دالة نابعو لسعرها محددة بالعلاقة التالية:

$$\varphi_{Dx} = 15 - \frac{1}{3}P_x$$

1) أحسب مرونة سعر الطلب إذا كان السعر $P_x = 22{,}5$

إذا كانت لدينا دالة الطلب على السلعة x دالة تابعة لسعر y، محددة بالعلاقة التالية:

$$\varphi_{Dx} = \frac{P_y}{2P_x}$$

2) أحسب مرونة التقاطع

إذا كانت لدينا حالة الطلب على السلعة x دالة تابعة للدخل، محددة بالعلاقة التالية:

$$\varphi_{Dx} = 30 - \frac{1}{3}R$$

3) أحسب مرونة الدخل، إذا كان الدخل $R = 30$

الحل:

1) حساب مرونة سعر الطلب عنه $P_x = 22,5$

$$E_d = -\frac{\delta\varphi_{\ X}}{\delta P_X} \cdot \frac{P_x}{\varphi_{\ X}} \Rightarrow E_d = -\left[\frac{-1}{3}\right] \cdot \frac{22{,}5}{15 - \frac{1}{3}(22{,}5)} = \frac{1}{3} \cdot 3$$

$$E_d = 1$$

بما أنه Ed=1 (مرونة الطلب السعرية تساوي الواحد إذن الطلب تام).

2) حساب مرونة التقاطع:

$$E_{X/Y} = \frac{\delta\varphi_X}{\delta P_Y} \cdot \frac{P_Y}{\varphi_X} \Rightarrow E_{X/Y} = \frac{2P_x - 0P_y}{(2P_x)^2} \cdot \frac{P_y}{\frac{P_y}{2P_x}}$$

$$E_{X/Y} = \frac{2P_x}{4Px^2} \cdot \frac{2P_x \cdot P_y}{P_y} = 1$$

بما أن المرونة التقاطعية أكبر من الصفر إذن السلعتين بديلتين

3) حساب المرونة الدخلية:

$$E_R = \frac{\delta\varphi_X}{\delta R} \cdot \frac{R}{\varphi_X} \Rightarrow \varphi_R = -\frac{1}{3} \cdot \frac{R}{30 - \frac{1}{3}R}$$

$$\varphi_R = -\frac{1}{3} \cdot \frac{30}{30 - 10} = -\frac{1}{3} \cdot \frac{30}{20}$$

$$\varphi_R = -\frac{30}{60} = -\frac{1}{2} < 0$$

بما أن المرونة الدخلية أصغر من الصفر إذن السلعة ردئية.

التمرين 10:

لتكن لدينا دالة الطلب على السلعة xالتالية:

$$\varphi_{Dx} = 9P_X^{-0,5} \cdot P_y^{-0.3} \cdot R$$

أوجد:

1) مرونة الطلب السعرية ؟
2) مرونة التقاطع؟
3) مرونة الدخل؟

الحل التمرين 10 :

1) حساب مرونة الطلب السعرية:

$$E_d = -\frac{\delta\varphi_X}{\delta P_X}\cdot\frac{P_x}{\varphi_X} \Rightarrow E_d$$

$$= -9(-0,5)P_X^{-0,5-1}\cdot P_Y^{-0,3}\cdot R\cdot\frac{P_x}{9P_X^{-0,5}\cdot P_y^{-0.3}\cdot R}$$

$$\Rightarrow E_d = 0,5 > 0$$

إذن مرونة الطالب السعرية أكبر من الصفر وبالتالي الطلب غير مرن.

2) مرونة التقاطع:

$$E_{X/Y} = \frac{\delta\varphi_X}{\delta P_X}\cdot\frac{P_y}{\varphi x} \Rightarrow E_{X/Y}$$

$$= 9(-0,3)P_y^{-0.3-1}\cdot P_X^{-0.5}\cdot R\cdot\frac{Py}{9P_X^{-0,5}\cdot P_y^{-0.3}\cdot R}$$

$$E_{X/Y} = -0.3 < 0$$

إذن مرونة التقاطع أصغر من الصفر إذن السلعتين مكملتين.

4) حساب مرونة الدخلية:

$$E_R = \frac{\delta\varphi_X}{\delta R}\cdot\frac{R}{\varphi_X} \Rightarrow E_R = 9P_X^{-0,5}\cdot P_y^{-0.3}\cdot\frac{R}{9P_X^{-0,5}.P_y^{-0.3}.R} = 1$$

← المرونة الدخلية= 1 السلعة xعادية و لكنها ضرورية بالنسبة لهذا المستهلك

التمرين 11:

ليكن لدينا الجدول التالي:

	P	P_O
A	2	5
B	3	7
C	4	9
D	5	12
E	6	15

المطلوب :

5) استخرج مرونة العرض بين التقطتين (A , B).(C,D)

حل التمرين 11 :

$$Es_{A/B} = \frac{\delta\varphi_X}{\delta P} \cdot \frac{P}{\varphi_X}$$

● عند : (A , B) :

$$Es_{A/B} = \frac{\varphi_B - \varphi_A}{P_B - P_A} \cdot \frac{P_A}{\varphi_A}$$

$$Es_{A/B} = \frac{7-5}{3-2} \cdot \frac{2}{5} \Rightarrow Es_{A/B} = \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{5}$$

العرض بين النقطتينA و B غير مرن (قليل المرونة).

● عند (C,D)

$$Es_{C/D} = \frac{\varphi_D - \varphi_C}{P_D - P_C} \cdot \frac{P_C}{\varphi_C}$$

$$Es_{C/D} = \frac{12-9}{5-4} \cdot \frac{4}{9} = \frac{3}{1} \cdot \frac{4}{9} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} \Rightarrow Es_{C/D} > 1$$

$Es_{C/D} => 1 \rightarrow$ العرض مرن

العرض بين النقطتين C,D هو عرض مرن.

التمرين 12:

يمثل الدالة التالية، من المنتج الواحد لسلعة ما كما يلي:

$$\varphi_S = 40 + 2P_x$$

وإذا علمت أن سعر هذه السلعة أخذ قيما تصاعدية كالاتي:

$P_A=2$ $P_B=3$ $P_C=4$ $P_D=5$ $P_E=6$

1)- أحسب مرونة العرض عند كل نقطة

2)- احسب مرونة العرض السعرية ما بين P_A و P_D ؟

3)-بفرض تساوي الكمية المعروضة من السلع بين 107 عارض، اوجد مرونة العرض السعرية ما بين P_A و P_E

حل التمرين12 :

1)- أحسب مرونة العرض عند كل نقطة

- تحديد الاحصائيات

$$P_A = 2 \rightarrow \varphi_S = 40 + 2(2) = 44$$
$$P_B = 3 \rightarrow \varphi_S = 40 + 2(3) = 46$$
$$P_C = 4 \rightarrow \varphi_S = 40 + 2(4) = 48$$
$$P_D = 5 \rightarrow \varphi_S = 40 + 2(5) = 50$$
$$P_E = 6 \rightarrow \varphi_S = 40 + 2(6) = 52$$

$$Es_A = \frac{\delta\varphi_X}{\delta P_x} \cdot \frac{P_A}{\varphi_x}$$

$$A(2,44) \Rightarrow Eo_A = 2 \times \frac{2}{44} = 0 < 0{,}091 < 1$$
$$B(3,46) \Rightarrow Eo_B = 2 \times \frac{3}{46} = 0 < 0{,}130 < 1$$
$$C(4,48) \Rightarrow Eo_C = 2 \times \frac{2}{48} = 0 < 0{,}167 < 1$$
$$D(5,50) \Rightarrow Eo_D = 2 \times \frac{2}{50} = 0 < 0{,}2 < 1$$
$$E(6,52) \Rightarrow Eo_E = 2 \times \frac{6}{52} = 0 < 0{,}231 < 1$$

نلاحظ أن E_S عند كل النقط أصغر من الواحد وأكبر من 0 ، وهذا يعني أن العرض غير مرن، ما يبين أن المنتج بإمكانه رفع السعر لزيادة الايراد.

2)- حساب مرونة العرض السعرية ما بين P_A وP_D (مرونة القوس)

$$E_{A\leftrightarrow D} = \frac{\delta\varphi_X}{\delta P_x} \cdot \frac{P_A + P_D}{\varphi_A + \varphi_D} \Rightarrow E_{A\leftrightarrow D} = 2 \cdot \frac{2+5}{44+50} = 2 \cdot \frac{7}{94}$$
$$E_{A\leftrightarrow D} = 0{,}15$$

3)- حساب مرونة العرض السوقية:

$$\varphi_{Sx} = 40 + 2P_x$$
$$\varphi_S = 107 \cdot (40 + 2P_x) = 4280 + 214P_x$$

وبالتالي نحسب الكميات المعروضة من السلعتين A و D

$$P_A = 2 \Rightarrow \varphi_S = 4280 + 214(2) = 4280 + 428 = 4708$$
$$P_D = 5 \Rightarrow \varphi_S = 4280 + 214(5) = 4280 + 1070 = 5350$$
$$E_{A\leftrightarrow c} = 214.\left(\frac{2+5}{4708+5350}\right) = 214 \cdot \frac{7}{10058} = \frac{149}{10058}$$
$$E_{A\leftrightarrow c} = 0 \cdot 15$$

$0 < E_{A\leftrightarrow c} < 1 \Leftarrow$ مرونة العرض السعرية غير مرنة

وكذلك نلاحظ أنه بمقارنة قيمة مرونة العرض الفردي وقيمة معامل مرونة العرض السوقية نجدها متساوية ، وبالتالي يمكن إعطاء فرصة لدخول عارضتين (منتجين) جدد لهذه السلعة.

الفصل الخامس :

تحليل سلوك المنتج (الإنتاج)

تعتبر عملية الإنتاج من أول مراحل النشاط الاقتصادي و تسبق الأنشطة الأخرى ، حيث أن الإنتاج يمثل المحدد الرئيس و الضروري لإشباع حاجات المستهلكين ، أي أنه كلما زاد حجم الإنتاج من السلع و الخدمات في المجتمع ، كما زادت قدرته على اشباع حاجات المستهلك .

1- تعريف الإنتاج Defination Production :

الإنتاج يعني خلق منفعة أو زيادتها و قد تتخذ المنفعة أشكالا متعددة ، كالمنفعة الشكلية أو الزمانية أو المكانية أو التملكية .

- **المنفعة الشكلية :**هي المنفعة الناتجة عن نقل المنتجات من مكان إنتاجها الى مكان استهلاكها .
- **المنفعة الزمانية :**هي المنفعة الناتجة عن خزن المنتجات الى حين ظهور الطلب عليها ، فإن التخزين هنا يعتبر من الإنتاج .
- **المنفعة التملكية:** هي المنفعة الناتجة عن دفع المستهلك ثمن المنتوج ، ما يسمح له بتملكه ، و بذلك يصبح للمستهلك حق استخدامها لاشباع حاجاته .

2- دالة الإنتاج Production Function

تمثل العلاقة بين المدخلات و المخرجات ، حيث أنها عبارة عن معادلة رياضية توضح مقدار الكمية من الإنتاج الممكن الحصول عليها عند استخدام كميات محددة من عناصر الإنتاج المختلفة . و يمكن التعبير عن دالة الإنتاج بالشكل التالي :

$$\varphi = f(k, l, p, t, \dots\dots)$$

حيث φ : تمثل حجم الإنتاج

$(k, l, p, t, \dots\dots)$ عناصر الإنتاج

و تبسيطا للدراسة سنفرض أن حجم الإنتاج متوقف على عاملين هما عنصر العمل (L) و رأس المال (K)

و بالتالي تصبح دالة الإنتاج من الشكل :

$$\varphi = f(K, L)$$

1-2 الناتج الكلي Total Production (TP)

و يعبر عن الكميات الكلية المنتجة من السلعة نتيجة استخدام كميات مختلفة من عوامل الإنتاج و يتم كتابة المعادلة على الشكل :

$$TP = f(K, L)$$

2-2 الناتج المتوسط Average Production Label (APL)

و يعبر عن نصيب الفرد الواحد من الناتج الكلي ، و الذي يشير الى معدل الناتج الكلي الى عدد الوحدات المستعملة من أحد عوامل الإنتاج و تكتب على الشكل :

الناتج المتوسط بالنسبة لعنصر العمل :

$$APL = \frac{\varphi}{L} = \frac{TP}{L}$$

الناتج المتوسط بالنسبة لعنصر رأس المال :

$$APL = \frac{\varphi}{K} = \frac{TP}{K}$$

3-2 الناتج الحدي Marginal Product of Labol (MPL) :

و يعبر عن مقدار التغير في الناتج الكلي نتيجة زيادة عدد وحدات عنصر الإنتاج بوحدة واحدة ، و نحصل عليه رياضيا بمقدار التغير في حجم الإنتاج الناتج عن التغير في عنصر الإنتاج المستخدم فيه .

- **الناتج الحدي بالنسبة لعنصر العمل :**

$$MPL = \frac{\Delta\varphi}{\Delta L}$$

بينما إذا كانت البيانات تتميز بالاستمرارية (علاقة دالية بين حجم الإنتاج و عنص العمل) ، فإن مقدار الناتج الحدي لهذا العنصر يحسب وفق العلاقة التالية :

$$MPL = \frac{\Delta \varphi}{\Delta L} \Leftrightarrow \lim_{\Delta L} \frac{\Delta \varphi}{\Delta L} = \frac{\delta \varphi}{\delta L}$$

- **الناتج الحدي بالنسبة لعنصر رأس المال :**

$$\boldsymbol{MPK = \frac{\Delta \varphi}{\Delta K}}$$

$$\boldsymbol{MPK = \frac{\delta \varphi}{\delta K} = \frac{\delta TP}{\delta K}}$$

مثال :

لتكن لدينا دالة إنتاج السلعة X بدلالة L ، K كالآتي :

$$\boldsymbol{\varphi = 40KL^2 - KL^3}$$

بفرض أن رأس المال المخصص لإنتاج السلعة X ثابت و يقدر ب1 وحدة نقدية .

المطلوب :

1) أوجد الناتج الكلي ، الناتج المتوسط و الناتج الحدي ؟
2) أحسب حجم العمل الذي يحقق أعظم إنتاج ممكن من السلعة X ؟
3) ما هو حجم الإنتاج عند الإنتاجية العظمى لمستوى العمل ؟

الحل :

1) إيجاد الناتج الكلي ، الناتج المتوسط و الناتج الحدي :

الناتج الكلي $\boldsymbol{\varphi}$:

$$\varphi_L = 40L^2 - L^3$$

الناتج المتوسط لعنصر العمل APL :

$$\boldsymbol{APL = \frac{\varphi}{L}} \Leftrightarrow \varphi = APL = \frac{40L^2 - L^3}{L} \Rightarrow APL = 40L - L^2$$

الناتج الحدي لعنصر العمل MPL :

$$MPL = \frac{\delta \varphi}{\delta L} \Rightarrow 80L - 3L^2$$

2) حجم العمل الذي يحقق أعظم إنتاج ممكن من السلعة X :

تتحقق الإنتاجية العظمى لعنصر العمل عند انعدام الناتج الحدي الموافق له .

$$MPL = 0 \Rightarrow 80L - 3L^2 \Rightarrow L = 0 \vee L = 26{,}66$$

حجم العمل الذي يحقق اعظم إنتاجية ممكنة يساوي 26,66 .

3) حجم الإنتاج الأمثل للسلعة X : عند مستوى عمالة يقدر ب 20 عامل ، فإن الإنتاج الكلي من السلعة X يبلغ حجم = 9481.50

$$\varphi = 40L^2 - L^3$$

$$\varphi = 40 \cdot 26.66^2 - 26.66^3 \Rightarrow \varphi = 28430.224 - 18948.74 = 9481.50$$

3- دالة الإنتاج في المد القصير : Production Function in the Short Run

وهي الفترة التي لا يمكن للمنتج أو المنشأة خلالها تغيير جميع عناصر الإنتاج و الطاقة الإنتاجية ، و بالتالي فإن عناصر الإنتاج تنقسم الى نوعين : عناصر ثابتة و عناصر متغيرة . فهذه الفترة تتميز بعدم قدرة المنتج على إجراء تغييرات على جميع عوامل الإنتاج ، بحيث يبقى رأس المال(K) ثابت، بينما يمكن تغيير عنصر العمل (L) الذي تربطه علاقة طردية مع الكميات المنتجة ، أي كلما زادت عدد وحدات العمل نتج عنه الزيادة في حجم الإنتاج من السلعة(φ) ، إلا ان هذه الزيادة ليست مطلقة مع استمرار الزيادة في حجم العمل، حيث لا تستمر بنفس الحجم خلال فترة الزيادة مما يجعلها تتزايد بمنحى متناقص، و هذا ما يطلق عليه بمصطلح قانون تناقص الغلة.

3-1 قانون تناقص الغلة :

ينص هذا القانون على انه إذا ما ازدادت الكمية المستخدمة من أحد عناصر الإنتاج بكميات متساوية خلال فترة زمنية معينة ، مع بقاء الكمية المستخدمة من

العناصر الإنتاجية الأخرى ثابتة دون تغيير ، فإن الناتج الكلي سيزداد ، و لكن بعد حد معين فإن الزيادة في الناتج تصبح أقل فأقل ، أي أن كل من الناتج الحدي و الناتج المتوسط لعنصر الإنتاج المتغير في النهاية سوف يأخذان في التناقص .

مثال : ليكن لدينا الجدول التالي :

K	L	φ
	0	0
5	1	10
5	2	24
5	3	39
5	4	52
5	5	62
5	6	66
5	7	66
5	8	64
5	9	60

المطلوب : أرسم منحنى APL ، MPL ، φ.

الحل :

$$APL = \frac{\varphi}{L}$$

L=1 ,$\varphi = 10 \Rightarrow APL = \frac{\varphi}{L} = \frac{10}{1} = 10$.

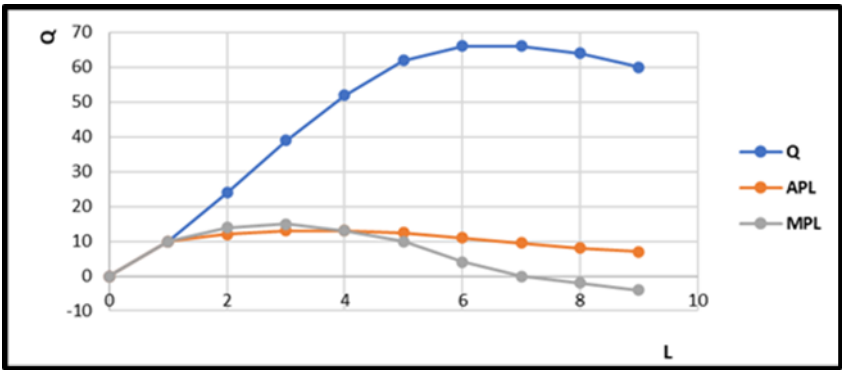
L=2 ,$\varphi = 24 \Rightarrow APL = \frac{\varphi}{L} = \frac{24}{2} = 12$.....

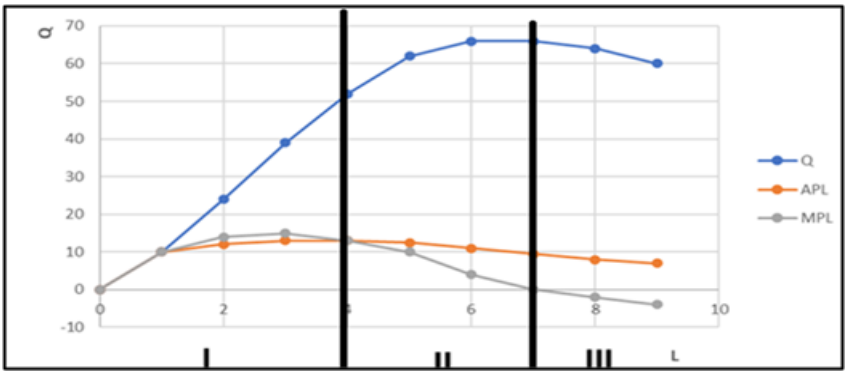
$$MPL = \frac{\Delta\varphi}{\Delta L}$$

L=1 ,$\varphi = 10 \Rightarrow MPL = \frac{\Delta\varphi}{\Delta L} = \frac{10-0}{1-0} = 10$.

L=2 ,$\varphi = 24 \Rightarrow MPL = \frac{\Delta\varphi}{\Delta L} = \frac{24-10}{2-1} = 14$.....

K	L	φ	APL	MPL
	0	0	/	/
5	1	10	10	10
5	2	24	12	14
5	3	39	13	15
5	4	52	13	13
5	5	62	12.4	10
5	6	66	11	4
5	7	66	9.43	0
5	8	64	8	-2
5	9	60	6.67	-4





من خلال الشكل السابق ، نلاحظ تغيير الغلة بزيادة عامل إنتاج واحد و تتبيت باقي العوامل الانتاجيو الأخرى ، و بالتالي يمكن التمييز بين ثلاث مراحل و المثمتلة في :

المرحلة 1 : مرحلة تز ايد الغلة

يلاحظ في هذه المرحلة أن منحنيات كل من الناتج الكلي و المتوسط و الحدي تكون في حالة تزايد ، و يرجع ذلك الى التزايد في الناتج الكلي الى الزيادة في الإنتاجية الحدية (أي ان العامل المضاف يحقق إنتاجية أكبر من العامل الذي قبله).

كما يلاحظ في هذه المرحلة أن منحنى الناتج الحدي يكون بمستوى أعلى من الناتج المتوسط.

تبدأ هذه المرحلة من نقطة الأصل ، و تستمر حتى نقطة التي يتقاطع عندها منحنى الناتج المتوسط و الناتج الحدي (4----------0)، حيث عند هذه النقطة يبلغ الناتج المتوسط النهاية العظمى -الذروة - ، ليتم بعد ذلك في التناقص .

المرحلة 2 : مرحلة تناقص الغلة

يلاحظ في هذه المرحلة أن الناتج الكلي يحقق تزايد و لكن بمنحى متناقص ، و يرجع الى تناقص الإنتاجية الحدية (أي أن العامل المضاف يحقق إنتاجية موجبة و لكن أقل من إنتاجية العامل الذي قبله).

كما يلاحظ أن كل من الناتج الحدي و المتوسط يأخدان بالتناقص ، كما يكون مستوى الناتج المتوسط أعلى من مستوى الناتج الحدي .

تبدأ هذه المرحلة من نهاية المرحلة الأولى حتى يصل الناتج الكلي أقصاه الذي يتزامن مع انعدام الناتج الحدي - (7----------4) .

المرحلة 3 : مرحلة التناقص المطلق :

يلاحظ في هذه المرحلة تناقص في الناتج الكلي عما كان عليه سابقا .يرجع السبب الى أن إنتاجية العامل المضاف تصبح سالبة ، أي ان العنصر المضاف عنصر عديم الفائدة .

تبدأ هذه المرحلة من نهاية المرحلة الثانية الى ما نهاية - (7----------∞) .

4- **دالة الإنتاج في المد الطويل Production Function in the long Run**

في المدى الطويل، يتمتع المنتجون بمرونة كاملة لتعديل جميع عناصر الإنتاج (مثل العمل ورأس المال والتكنولوجيا)، على عكس المدى القصير حيث تكون بعض العوامل ثابتة. هذه المرحلة تُمكّنهم من توسيع الطاقات الإنتاجية وتحسينها، مما يؤدي إلى تغييرات جذرية في حجم ومستوى الإنتاج الكلي. يُعرف هذا المبدأ اقتصادياً بـ عوائد الحجم (التي تُقاس بتأثير مضاعفة المدخلات على المخرجات) أو اقتصاديات الحجم (المرتبطة بانخفاض التكاليف مع زيادة الإنتاج)، وقد يشمل أيضاً مفاهيم مثل العائد على الإنتاج الذي يعكس كفاءة استخدام الموارد.

4-1 قانون غلة الحجم :

يُشير **قانون عوائد الحجم (Returns to Scale)** إلى التغيير في حجم الإنتاج الناتج عن زيادة جميع عوامل الإنتاج (مثل العمل، رأس المال، المواد) بنسبة متساوية. ومع ذلك، فإن هذه الزيادة قد تؤدي إلى نتائج مختلفة في مستوى الناتج الإجمالي، حيث يمكن أن تكون الزيادة في الإنتاج:

- **متناسبة** مع زيادة العوامل (زيادة متساوية).
- **أعلى** من نسبة زيادة العوامل (زيادة غير متناسبة).
- **أقل** من نسبة زيادة العوامل (انخفاض في الكفاءة).

ويمكن تمييز 3 حالات :

حالة تزايد غلة الحجم : تكون نسبة الزيادة في مستوى الإنتاج أكثر من نسبة الزيادة في عوامل الإنتاج المستخدمة في العملية الإنتاجية ، حيث يتم التعبر عنها بـ $[\Delta\varphi > \Delta PL, \Delta PK]$.

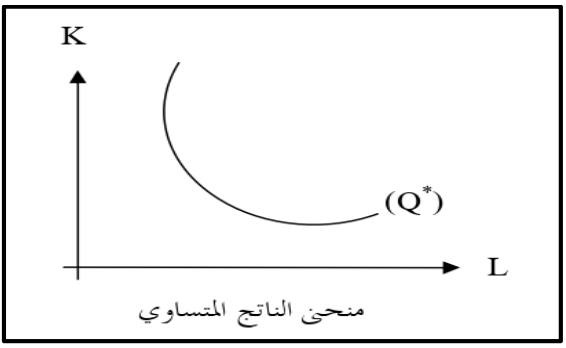
حالة ثبات غلة الحجم : عندما يزيد المنتج من استخدام عوامل الإنتاج سيصل إلى الحد الأقصى الذي يستقر عنده مستوى الإنتاج وبالتالي تتناسب نسبة الزيادة في الناتج إلى نسبة الزيادة في استخدام عوامل الإنتاج ، حيث يتم التعبير عنها بـ$[\Delta\varphi = \Delta PL, \Delta PK]$.

حالة الناقص غلة الحجم : التحدث هذه الحالة عندما يستمر المنح في التوسيع باستخدام عوامل الإنتاج فإن اعلة الحجم تبدأ التناقض عند التجاوز الحد الأقصى لذلك ، حيث يتم الإشارة إلى هذه الحالة بـ$[\Delta\varphi < \Delta PL, \Delta PK]$.

2-4 توازن المنتج :

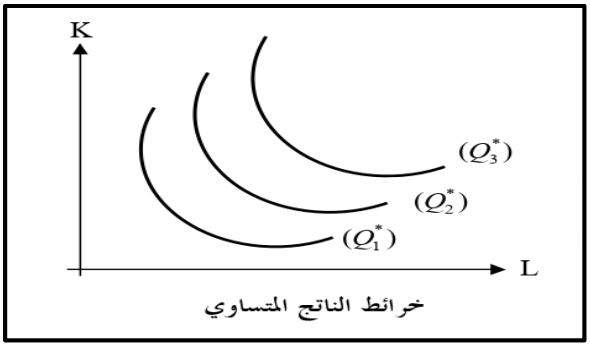
يعتمد المُنتج في العملية الإنتاجية على استخدام **عدة عناصر إنتاجية** (كالعمل، رأس المال، التكنولوجيا، والمواد الخام)، والتي تختلف في تكلفتها، كفاءتها، وتأثيرها على الإنتاج. نتيجةً لهذا الاختلاف، يجد نفسه أمام ضرورة **المفاضلة** بين مجموعة من التركيبات الممكنة لهذه العناصر، بهدف إنتاج سلعة أو خدمة محددة **بأقل تكلفة ممكنة**، وفي الوقت ذاته تحقيق **أعلى ربح** من خلال بيع هذه السلعة.

1-2-4 منحنى الناتج المتساوي (المتكافئ): يمثل المحل الهندسي المجموعة مختلفة من الإحداثيات العنصر العمل ورأس المال (K ,L) التي تسمح للمنتج بالحصول على نفس المستوى من الإنتاج، كما أن الناتج المتساوي له نفس خصائص منحنيات السواء في نظرية المستهلك.



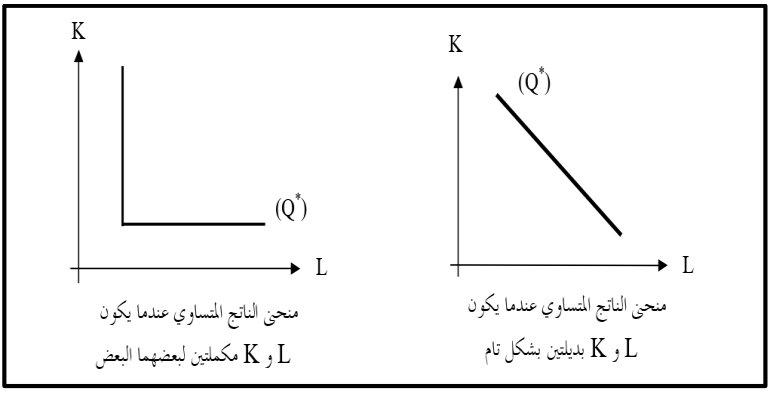
منحنى الناتج المتساوي

2-2-4 خرائط الناتج المتساوي : تمثل مستويات مختلفة من الإنتاج عند الزيادة في حجم استخدام عوامل الإنتاج حيث كلما ابتعد منحنى البائع المتساوي عن المبدأ (نقطة الأصل كلما كان بعد حسن مستوى إنتاجي أكبر.



خرائط الناتج المتساوي

كما أن هذا أشكالا أخرى يمكن أن يكون عليها منحنى الناتج المتساوي وذلك وفق الحالتين الآتيتين



منحنى الناتج المتساوي عندما يكون L و K بديلتين بشكل تام

منحنى الناتج المتساوي عندما يكون L و K مكملتين لبعضهما البعض

3-2-4. المعدل الحدي للإحلال الفني Marginal Rate of Technical SUbstitution (MRTS)

يعرف معدل الاحلال الحدي الفني بين عنصرين من عناصر الإنتاج و ليكن العمل و رأس المال لإنتاج كمية محدودة من سلعة ما ،" بذلك المقدار الذي يجب التخلي عنه من احد عناصر الإنتاج و ليكن رأس المال مقابل لإضافة أو إحلال وحدة واحدة من العنصر الآخر (العمل) للحصول على نفس كمية الإنتاج ".

معدل الاحلال الحدي للاحلال الفني = التغير في وحدات عنصر رأس المال / التغير في وحدات عنصر العمل

$$MRTS_{(L,K)} = \frac{\Delta K}{\Delta L}$$

كما يمكن تقدير المعدل باستخدام الناتج الحدي لكل عنصر وذلك كالآتي :

$$MRTS_{(L,K)} = \left[\frac{-MPL}{MPK}\right]$$

أيضا من خلال أسعار عوامل الإنتاج وذلك بالعلاقة التالية :

$$MRTS_{(L,K)} = \left[\frac{-PL}{PK}\right]$$

مثال تطبيقي :

لنفترض أن منشأة صناعية تعمل في إنتاج عبوات العصير، وترغب في إنتاج كميات مختلفة من العبوات، ولتكن مثلاً 10,000 وحدة، 15,000 وحدة، و20,000 وحدة في السنة. وبالتالي، فإن المنشأة تبحث عن توليفات مختلفة من عناصر الإنتاج مثل العمالة والآلات التي تمكنها من إنتاج الكميات المطلوبة أعلاه. ولنفرض أن التوليفات المختلفة من العمل والآلات لإنتاج كميات معينة من العصير كانت كما يلي:

Q3=20.000				Q2=15.000				Q1=10.000				المجموعة
$MRTS_{(K,L)}$	$MRTS_{(L,K)}$	K	L	$MRTS_{(K,L)}$	$MRTS_{(L,K)}$	K	L	$MRTS_{(K,L)}$	$MRTS_{(L,K)}$	K	L	
-	-	12	5	-	-	10	3	-	-	8	1	A
-0.33	-3	9	6	-0.33	-3	7	4	-0.33	-3	5	2	B
-0.5	-2	7	7	-0.5	-2	5	5	-0.5	-2	3	3	C
-1.25	-0.8	6.2	8	-1.25	-0.8	4.2	6	-1.43	-0.7	2.3	4	D
-1.43	-0.7	5.5	9	-1.43	-0.7	3.5	7	-2	-0.5	1.8	5	E

• تقدير معدل إحلال عنصر العمل محل عنصر رأس المال ، و يتم ذلك بتطبيق العلاقة التالية :

$$MRTS_{(L,K)} = \frac{\Delta K}{\Delta L}$$

الحالة A : غير ممكنة التقدير لعدم معرفة التوليفة المراد إحلالها .

الحالة B : بتقدير نسبة التغير في عنصر رأس المال الى التغير في عنصر العمل نحصل على :

$$MRTS_{(L,K)} = \frac{\Delta K}{\Delta L} \mapsto MRTS_{(L,K)} = \frac{(K_B - K_A)}{(L_B - L_A)} \Rightarrow MRTS_{(L,K)} = \frac{(5-8)}{(2-1)}$$
$$\Rightarrow MRTS_{(L,K)} = -3$$

الحالة C : بنفس الطريقة نحصل على معدل هذه الحالة :

$$MRTS_{(L,K)} = \frac{\Delta K}{\Delta L} \mapsto MRTS_{(L,K)} = \frac{(K_C - K_B)}{(L_C - L_C)} \Rightarrow MRTS_{(L,K)} = \frac{(3-5)}{(3-2)}$$
$$\Rightarrow MRTS_{(L,K)} = -2$$

ملاحظة : يتم حساب MRTS لكل الحالات المتبقية بنفس الطريقة

• تقدير معدل إحلال رأس المال محل عنصر العمل ، يتم ذلك بتطبيق العلاقة التالية :

$$MRTS_{(L,K)} = \frac{\Delta K}{\Delta L}$$

بنفس الطريقة للحالة العكسية السابقة ، كما نلاحظ أن :

$$MRTS_{(K,L)} \neq MRTS_{(L,K)}$$

و من تم فإن :

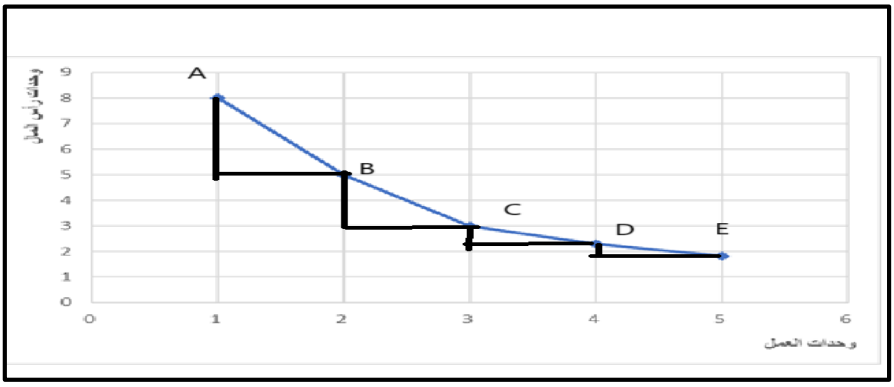
$$MRTS_{(K,L)} = \frac{1}{MRTS_{(L,K)}} ; MRTS_{(L,K)} = \frac{1}{MRTS_{(K,L)}}$$

يبين الجدول السابق الى أن المنشأة قد تتنازل عن ثلاث وحدات من رأس المال مقابل وحدة إضافية من العمل ، و ذلك بالتحرك من المجموعة A_1 الى المجموعة B_1 على منحنى Q_1. و بذلك يكون معدل الإحلال الحدي الفني مساويا 3 و بالمثل عند التحرك من المجموعة B_1 الى المجموعة C_1 على منحنى Q_1 . فإن معدل الإحلال يساوي 2 .و بالتالي يعني تناقص هذا المعدل أي كلما تحركت المنشأة الى اسفل على المنحنى ، و ذلك لانه بخفض رأس المال و زيادة العمل الذي تستخدمه المؤسسة تواجه المنشأة صعوبة متزايدة في إحلال العمل محل رأس المال في الإنتاج .

- معدل الاحلال الحدي الفني يساوي النسبة بين الناتج الحدي للعمل و الناتج الحدي لعنصر رأس المال عند نقطة معينة أي أن :

$$\text{ميل الاحلال الحدي الفني}\left(\text{العمل مقابل رأس المال}\right) = \frac{\text{الناتج الحدي للعمل}}{\text{الناتج الحدي لرأس المال}}$$

$$MRTS_{(L,K)} = \frac{MPL}{MPK}$$



• من خلال الرسم البياني السابق الخاص بمنحنى الناتج المتساوي ، نلاحظ أن معدل الاحلال الحدي الفني بين عناصر الإنتاج هو عبارة عن ميل منحنى الناتج المتساوي ، و يظهر من خلال الشكل السابق على شكل مثلثات التي تتناقص كلما اتجهنا من الأعلى الى الأسفل ، و الذي يشير الى تناقص معدل الاحلال الحدي الفني بين عناصر الإنتاج لإنتاج ناتج معين فعند الانتقال من النقطة (A) الى النقطة (B) ، فيكون بذلك قد تم التخلي عن(3) وحدات من رأس المال مقابل وحدة واحدة من عنصر العمل L ، اما في النقطة(C) فيلاحظ بانه تم التخلي عن (2) وحدات من رأس المال K مقابل الحصول على وحدة إضافية من عنصر العمل .

4-2-4 خط التكاليف المتساوية(خط الميزانية) : Isoquant Line

هو الخط الذي يوضح التوليفات المختلفة من عناصر الإنتاج (العمل و رأس المال) ، التي يستطيع المنتج شراءها في حدود المبلغ للحصول على عناصر الإنتاج ، و أسعار تلك العناصر.

و يمكن تعريفه كذلك بانه المجموعة المختلفة من عناصر الإنتاج (العمل و رأس المال) التي تكلف نفس المبلغ ، و التي يمكن التعبير عنها وفق العلاقة التالية:

$$B = LP_L + KP_K + \cdots + TP_T$$

حيث أن :

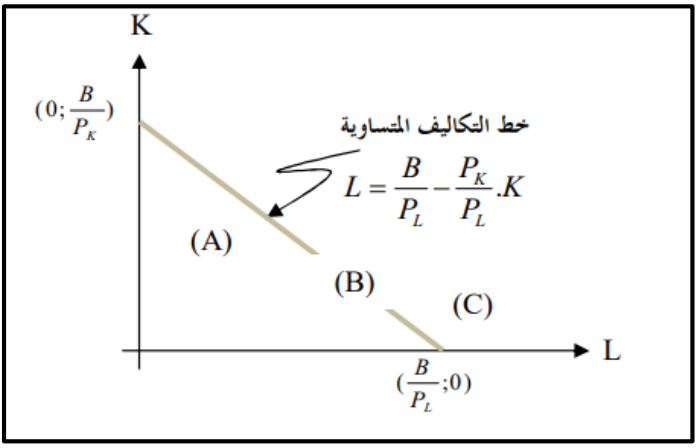
B : تمثل الميزانية المخصصة للإنتاج(الانفاق الإجمالي للمنتج).

K,L,.....T : تمثل عناصر الإنتاج و المتمثلة في عنصر رأس المال ، العمل ،.....، التكنولوجية على التوالي .

$P_L, P_K, \dots \dots P_T$: تمثل أسعار عناصر الإنتاج .

و عليه فإنه يمكن أن نميز بين ثلاثة وضعيات من الإنفاق الإجمالي للمنتج لأجل الحصول على الكمية اللازمة لإنتاج سلعة معينة ، و التي تتمثل في الآتي :

- $B > LP_L + KP_K$ الإنفاق أصغر من الميزانية المخصصة حيث تمثل المنطقة (A) في الشكل.
- $B = LP_L + KP_K$ الإنفاق يعادل الميزانية المخصصة حيث تمثل المنطقة (B) في الشكل .
- $B < LP_L + KP_K$ الإنفاق أكبر من الميزانية المخصصة حيث تمثل المنطقة (C) في الشكل .



♣ **يعرف خط التكاليف المتساوية** : على أنه يمثل التوليفات المختلفة من عوامل الإنتاج التي يمكن إقتناءها بنفس التكاليف الإجمالية ، إذ أن معادلة خط التكاليف المتساوية تأخذ الصورة التالية:

$$L = \frac{B}{P_L} - \frac{P_K}{P_L}.K$$

بما أن المنتج يسعى إلى الوصول إلى التوليفة المثلى من عناصر الإنتاج K و L التي تسمح له بتحقيق أقصى مستوى إنتاج وبأقل تكلفة ممكنة ، حيث يمكن تحقيق ذلك من خلال:

• **التوازن اقتصاديا** ⇐يتحقق عندما ينفق كامل الميزانية المخصصة للإنتاج مع حصوله على أقصى مستوى إنتاج ممكن ؛

• **التوازن بيانيا** ⇐عند حدوث تماس بين منحنى الناتج المتساوي وخط التكاليف المتساوية ؛

التوازن رياضيا هناك أسلوبين للحصول على التوازن الرياضي للمنتج هما :-

• **التوازن رياضيا** ⇐ هناك أسلوبين للحصول على التوازن الرياضي للمنتج هما :

الأسلوب الأول : تعادل ميل خط التكاليف المتساوية مع ميل منحنى الناتج المتساوي ، و الذي يتحقق بـ:

$$MRTS_{(L,K)} = \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} MRTS_{(L,K)} = \dfrac{-MPL}{MPK} \\ \alpha = \dfrac{-P_L}{P_K} \end{cases}$$

و منه فإن نتيجة التعادل تتمثل في تحقيق العلاقة التالية :

$$\frac{MP_L}{MP_K} = \frac{P_L}{P_K}$$

مثال : لتكن لدينا التوليفات عوامل الإنتاج و المتمثلة في الاحداثيات A(3 ;12) ، B(4 ;8) ، C(5 ;6.3) ، كما أن الميزانية المخصصة لإنتاج السلعة X تقدر ب80 وحدة نقدية ، بينما أسعار عاملي الإنتاج العمل و رأس المال على التوالي 10 و 5 $(P_L = 10; P_K = 5)$

المطلوب :

1) رسم منحنى الناتج المتساوي لتوليفات عوامل إنتاج السلعة X ؟
2) كتابة معادلة خط الميزانية ، مع تمثيلها بيانيا على نفس معلم تمثيل منحنى الناتج المتساوي؟
3) تحديد توليفة عوامل الإنتاج التي تحقق أعظم مستوى إنتاج من السلعة X ؟

الحل :

1) **رسم منحنى الناتج المتساوي للسلعة X :** بتمثيل احداثيات عوامل إنتاج عوامل إنتاج السلعة X و المبينة في الجدول الموالي نحصل على الشكل أدناه .

الحالة	L	K
A	3	12
B	4	8
C	5	6.3

2) **كتابة معادلة خط الميزانية :** بتعويض مقدار الميزانية المخصصة و أسعار عوامل الإنتاج في عبارة خط الميزانية نحصل عل المعادلة التالية :

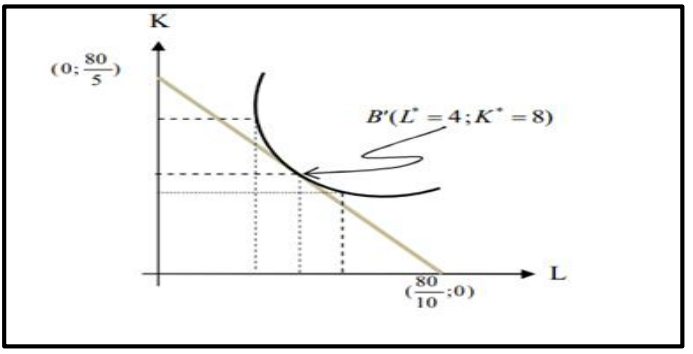
$$\mathrm{L} = \frac{\mathrm{B}}{\mathrm{P_L}} - \frac{\mathrm{P_K}}{\mathrm{P_L}}.\mathrm{K} \Rightarrow \mathrm{L} = \frac{80}{5} - \frac{10}{5} \cdot K \Rightarrow L = 16 - 2K$$

تمثيل معادلة خط الميزانية : بتمثيل معادلة خط الميزانية على نفس المعلم مع منحنى الناتج المتساوي و المبين في الشكل المقابل ، و ذلك بالاستعانة بالعلاقات التالية :

$$K = 0 \Rightarrow L = \frac{B}{P_L} = \frac{80}{10} = 8$$

$$L = 0 \Rightarrow K = \frac{B}{P_K} = \frac{80}{5} = 16$$

التمثيل البياني لمنحنى الناتج المتساوي و خط الميزانية



3) **تحديد توليفة عوامل الإنتاج التي تحقق أعظم مستوى إنتاج من السلعة** X:

نلاحظ من الشكل أعلاه أن منحنى الناتج المتساوي يمس خط الميزانية في النقطة B، أي عند الإحداثية 4 وحدات عمل و8 وحدات من رأس المال (وحدة نقدية).

الأسلوب الثاني : يعتمد على هذا الأسلوب في حالة إمكانية التعبير عن مستوى الإنتاج لسلعة ما بدالة رياضية ، والذي يمكن أن تأخذ الصورة التالية إذا فرضنا أن هذه السلعة تعتمد على عنصري العمل و رأس المال.

$$Q = f(L,K)$$

وذلك في حدود الميزانية المخصصة للإنتاج(B) وفي ظل أسعار عوامل الإنتاج السائدة في السوق (P_L,P_K).

إن هدف المنتج هو تعظيم مستوى إنتاجه من السلعة ، حيث يمكن تحديد هذا المستوى وفق إحدى الطريقين الأتيتين :

- **طريقة شرطي التوازن** : تتطلب هذه الطريقة تحقق شرطين أساسيين ، تساوي نسبة الإنتاجية الحدية بالنسبة لكل عامل من عوامل الإنتاج إلى سعرها ، والذي يعبر عنها وفق العلاقة التالية:-

$$\frac{MPL}{P_L} = \frac{MPK}{P_K} = \cdots = \frac{MPT}{P_T}$$

أما **الشرط الثاني** لهذه الطريقة فيتمثل في إنفاق كامل الميزانية المخصصة لإنتاج السلعة المعنية ، و الذي يتحقق من خلال المعادلة الآتية :

$$B = P_L.L + P_K.K + \cdots + P_T.T$$

5- **طريقة مضاعف Lagrange :**

كما سبق شرح هذه الطريقة في نظرية المنفعة القياسية ، فإنها تعتمد على إيجاد الحلول للدالة الأصلية بالإعتماد على دالة أو قيد مشروطة بها ، ومن ثم فإن دالة الإنتاج

بإعتبارها دالة أصلية مشروطة بمعادلة ميزانية الإنفاق ، وبالتالي فإن دالة لاغرانج تكتب وفق الشكل التالي :

$$\mathcal{L} = \varphi + \lambda(B - L \cdot P_L - K \cdot P_K)$$

وعليه فإن إيجاد الحلول يعتمد على حساب المشتقات الجزئية الأولى بالنسبة لكل متغير في دالة لاغرانج وذلك كالآتي:

$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta L} = 0 \Rightarrow MPL - \lambda P_L = 0$$
$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta K} = 0 \Rightarrow MPK - \lambda P_K = 0$$
$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \lambda} = 0 \Rightarrow B - LP_L - KP_K = 0$$

مثال :

لتكن لدينا دالة انتاج التالية :

$$\varphi = K^{0.7} \cdot L^{0.3}$$

تقدر الميزانية المخصصة للإنتاج هذه السلعة بـ2000 وحدة نقدية، أما أسعار عوامل الإنتاج فهي 10 و 20 على التوالي بالنسبة لليد العاملة و رأس المال .

1) ماهي التوليفة المثلى من عوامل الإنتاج التي تمكن من تعظيم مستوى الإنتاج للسلعة X ؟
2) تقدير مستوى الإنتاج الموافق لهذه التوليفة ؟

الحل :

1) ماهي التوليفة المثلى من عوامل الإنتاج التي تمكن من تعظيم مستوى الإنتاج للسلعة X ؟

التحقق من شرط تساوي نسبة الإنتاجية الحدية بالنسبة لعامل رأس المال و اليد العاملة الى سعرها .

- **الناتج الحدي لعنصر رأس المال :** $MPK = \frac{\delta \varphi}{\delta K} \rightarrow MPK = 0.7L^{0.3} \cdot K^{-0.3}$

- **الناتج الحدي لعنصر اليد العاملة :** $MPL = \frac{\delta\varphi}{\delta L} \rightarrow MPL = 0.3K^{0.7} \cdot L^{-0.7}$

و بتعويض هذه النواتج و أسعار عوامل الإنتاج في الشرط الضروري للتوازن نحصل على المعادلة الآتية :

$$\frac{MPL}{P_L} = \frac{MPK}{P_K} \Rightarrow \frac{\mathbf{0.7}\boldsymbol{L}^{\mathbf{0.3}} \cdot \boldsymbol{K}^{\mathbf{-0.3}}}{20} = \frac{\mathbf{0.3}\boldsymbol{K}^{\mathbf{0.7}} \cdot \boldsymbol{L}^{\mathbf{-0.7}}}{10} \Rightarrow L = 0.86K \dots\dots (1)$$

التحقق من غنفاق كامل الميزانية المخصصة لإنتاج السلعة X ، و بالتالي فإن معادلة الانفاق تأخذ الشكل التالي :

$$B = L \cdot P_L + KP_K \Leftrightarrow 2000 = 10L + 20K$$

بتعويض المعادلة (1) في معادلة الانفاق نحصل على :

$$2000 = 10 \cdot 0.86K + 20K \Rightarrow K = \frac{2000}{28.6} = 70$$

$$L = 0.86 \cdot 70 = 60$$

و منه فإن كميات عوامل الإنتاج التي تحقق أعظم إنتاج ممكن في حدود الميزانية المخصصة لهذا و في ظلأسعار عوامل الإنتاج تتمثل في 60 عامل ، و برأس مال يقدر بـ70 وحدة نقدية .

2) تقدير مستوى الإنتاج الموافق لهذه التوليفة ؟

أما مستوى الإنتاج الأمثل المقابل لهذه التوليفة فيقدر بـ:

$$\varphi = K^{0.7} \cdot L^{0.3} \Rightarrow \varphi = 70^{0.7} \cdot 60^{0.3} = 15.72 \cdot 3.5 = 52.65$$

6- مرونة الإنتاج :

لفهم سلوك المنتج بشكل أدق، من الضروري دراسة مدى حساسية الإنتاج الكلي تجاه التغيرات التي تطرأ على أحد عناصر الإنتاج. وتُقاس هذه الحساسية من خلال ما يُعرف بـ **مرونة الإنتاج**، وهي مقياس يوضح كيف يتغير حجم الإنتاج الكلي عندما يحدث تغير في أحد عوامل الإنتاج المتغيرة، مع افتراض بقاء العوامل الأخرى على حالها.

بمعنى آخر، مرونة الإنتاج تُظهر النسبة المئوية لتغير الإنتاج الكلي الناتج عن نسبة مئوية معينة من التغير في عامل إنتاج واحد فقط.

ويتم التعبير عن مرونة الإنتاج باستخدام العلاقة التالية:

$$E_H = \frac{\Delta\varphi\%}{\Delta H\%}$$

و بتحليل هذه العلاقة نحصل على الصيغة الآتية :

$$E_H = \frac{\frac{\Delta\varphi}{\varphi}}{\frac{\Delta H}{H}} \Rightarrow E_H = \left[\frac{\Delta\varphi}{\varphi}\right] \cdot \left[\frac{H}{\Delta H}\right] \Leftrightarrow E_H = \left[\frac{\Delta\varphi}{\Delta H}\right] \cdot \left[\frac{H}{\varphi}\right]$$

حيث أن :

E_H: *تمثل مرونة الإنتاج عند التغير في العنصر* H.

φ: الإنتاج الكلي بالنسبة للسلعة X

H: عنصر الإنتاج المتغير .

في حالة التي يكون التعامل مع البيانات المستمرة المعبر عنها بدلالة الإنتاج ، فإنه يتم استعمال المشتق كتقريب لنسبة التغير في الانتاد الكلي الى نسبة التغير فعنصر الإنتاج المتغير ، و بالتالي فإن علاقة قياس مرونة الإنتاج ستأخذ الشكل التالي :

$$E_H = \left[\frac{\delta\varphi}{\delta H}\right] \cdot \left[\frac{H}{\varphi}\right]$$

مثال : بالرجوع الى المثال السابق ، أوجد مرونة الإنتاج بالنسبة لعنصري الإنتاج و ذلك عند وضعية التوازن ؟

الحل : لدينا من نتائج المثال السابق المعطيات التالية :

دالة الإنتاج : $\boldsymbol{\varphi = K^{0.7} \cdot L^{0.3}}$

كمية عوامل الإنتاج عند وضعية التوازن : $K=70, L=60$

مستوى الإنتاج المحقق : $\boldsymbol{\varphi = 52.65}$

1)- حساب مرونة الإنتاج بالنسبة لعنصر العمل (L) : بتطبيق علاقة حساب مرونة الإنتاج نحصل على :

$$E_H = \left[\frac{\delta\varphi}{\delta L}\right] \cdot \left[\frac{L}{\varphi}\right] \rightarrow E_L = [0.3 \cdot L^{-0.7} \cdot K^{0.7}] \cdot \left[\frac{L}{K^{0.7} \cdot L^{0.3}}\right] = 0.3$$

تشير هذه القيمة الى أنه إذا زاد العمل بنسبة 10 % فإن الإنتاج يزيد بنسبة تقريبا 3% .

2)- حساب مرونة الإنتاج بالنسبة لعنصر العمل (K) : بتطبيق علاقة حساب مرونة الإنتاج نحصل على :

$$E_H = \left[\frac{\delta\varphi}{\delta L}\right] \cdot \left[\frac{L}{\varphi}\right] \rightarrow E_K = [0.7 \cdot L^{0.3} \cdot K^{-0.3}] \cdot \left[\frac{L}{K^{0.7} \cdot L^{0.3}}\right] = 0.7$$

تشير هذه القيمة الى أنه إذا زاد رأس المال بنسبة 10 % فإن الإنتاج يزيد بنسبة تقريبا 7%.

الفصل السادس :

تحليل سلوك المنتج (التكاليف)

تسعى المؤسسات جاهدة لتحقيق أعلى مستوى من الأرباح، والتي تحسب من خلال طرح التكاليف الكلية من الإيرادات الإجمالية. حيث تُعرف الإيرادات بأنها حاصل ضرب سعر الوحدة في عدد الوحدات المباعة. أما التكاليف فتنقسم إلى نوعين رئيسيين: التكاليف الظاهرة (المباشرة والملموسة) والتكاليف الضمنية (غير المباشرة).

التكاليف الظاهرة vs التكاليف الضمنية (تكلفة الفرصة البديلة)

تعد تكلفة الفرصة البديلة من المفاهيم المحورية في علم الاقتصاد، وتعبر عن قيمة أفضل بديل مُضحّى به لاختيار معين. بمعنى آخر، تكلفة إنتاج سلعة ما هي المنفعة التي كان يمكن جنيها لو استُخدمت الموارد في أفضل استخدام بديل.

التكاليف الضمنية للمؤسسة :

تشير إلى **القيمة الاقتصادية لعوامل الإنتاج المملوكة للمؤسسة**، والتي كان من الممكن استخدامها في **استخدامات بديلة** مُربحة بدلًا من توظيفها في العملية الإنتاجية الحالية. وتُحسب هذه التكاليف بناءً على **قيمة الفرصة البديلة** أقصى عائد ممكن لو استُخدمت هذه الموارد خارج نطاق المؤسسة.

التكاليف الظاهرة (الصريحة) للمؤسسة:

هي **النفقات النقدية الفعلية** التي تدفعها المؤسسة مقابل الحصول على موارد الإنتاج أو الخدمات، وتشمل:

- ✓ **المدفوعات التعاقدية** :مثل رواتب الموظفين، وثمن المواد الخام، وفواتير الكهرباء.
- ✓ **التكاليف المحاسبية** :مثل **استهلاك المباني والمعدات** (الاندثار)، الذي يُحسب كتوزيع لقيمة الأصول الثابتة على عمرها الإنتاجي.

1- التكاليف:

يمكن تعريف التكاليف الاقتصادية بانها مجموع الأعباء التي تتحملها المنشأة للقيام بالإنتاج، أو هي عبارة عم مجموع المدفوعات النقدية التي تنفقها المنشأة على العناصر الإنتاجية اللازمة لإنتاج سلعتها، أو مجموع السلع المخطط لها خلال فترة زمنية معينة. وهناك العديد من الأنواع للتكاليف: التكاليف في الاجل القصير والتكاليف في الاجل الطويل.

2- أنواع تكاليف الإنتاج

يفرق الاقتصاديون أثناء تحليل سلوك المشروع (المنشأة ، المؤسسة ، المنتج) بين فترتين :

2-1 تكاليف الإنتاج في المدى القصير Cost in Short Run:

تمثل الفترة الزمنية التي تكون قصيرة جدا ، بحيث لا يمكن للمشروع تغيير كل عناصر الإنتاج ، أي أن بعض عناصر الإنتاج (على الأقل واحد) يبقى ثابتا. و تنقسم الى عناصر انتاج تابثة و عناصر انتاج متغيرة ، و مجموع هذه التكاليف تعطينا التكاليف الكلية .

أولا : التكاليف الكلية : نميز بين ثلاثة أنواع من التكاليف الكلية :

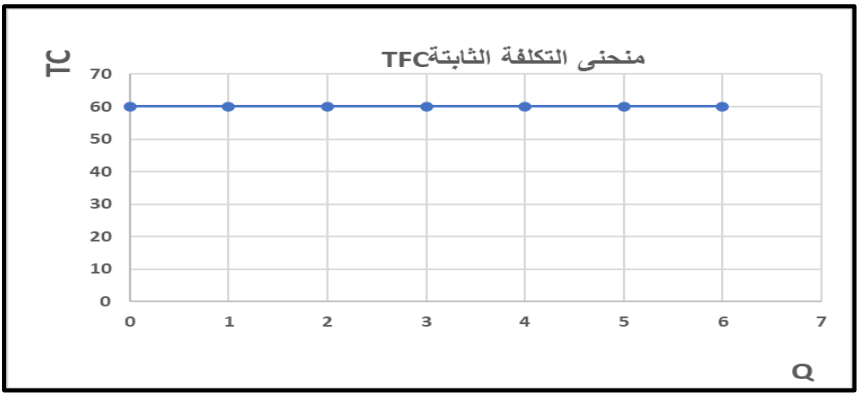
a. **التكاليف الكلية الثابتة Total Fixed Cost :** هي التي لا تتغير مهما تغير مستوى الإنتاج مثل : المباني و التجهيزات ، أجور العمال ، التأمين ، فوائد البنوك ، ضرائب الملكية ، الصيانة ، ..... أي أنها التكاليف التي تستمر المؤسسة في تحملها حتى لو كان انتاجها صفرا ، أي عند إغلاق المؤسسة بشكل مؤقت . و معادلتها من الشكل :

$$TFC = Y = a$$

مثال : ليكن لدينا الجدول التالي :

Q	TC	TVC	TFC	AC	AVC	AFC	MC
0	60	0	60	∞	∞	∞	-
1	90	30	60	90	30	60	30
2	100	40	60	50	20	30	10
3	105	45	60	35	10	20	5
4	115	55	60	28.75	13.75	15	10
5	135	75	60	27	15	12	20
6	180	120	60	30	20	10	45

نلاحظ من الجدول السابق أن التكلفة التابثة (TFC) هي 60 بغض النظر عن كمية الإنتاج (Q) ، كما هو ملاحظ في الشكل التالي :



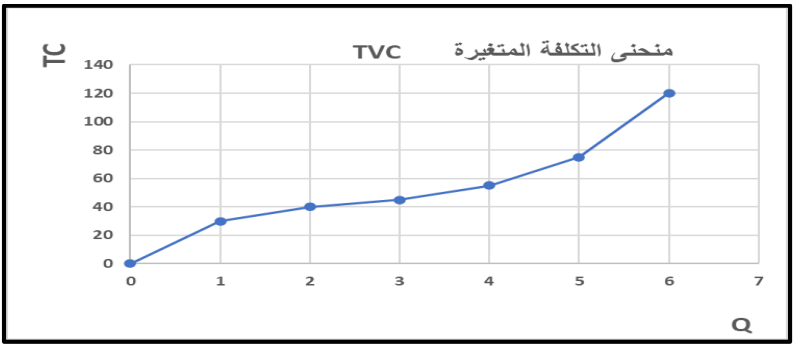
b. التكاليف الكلية المتغيرة Total Variable Cost (TVC) :

هي التي تتغير مع تغير مستوى الإنتاج (تتزايد بزيادة الإنتاج و تنخفض بانخفاضه) ، و تساوي صفر عندما يكون مستوى الإنتاج صفر ، مثل : تكاليف المواد الأولية ، الطاقة ..... و دالة التكاليف تكتب على الشكل :

$$TVC = f(Q)$$

$$TVC = Y = bX - cX^2 + dX^3$$

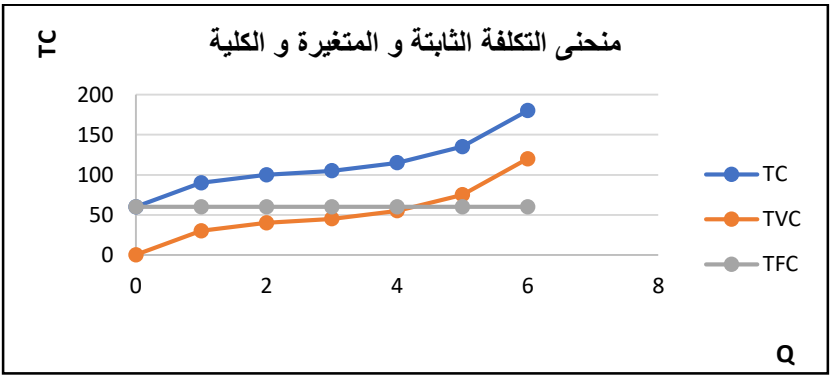
و منحناها لا يأخذ شكل خطي ، حيث ينطلق من نقطة الأصل الى أعلى .



C . التكاليف الكلية Total Cost :

هي التكاليف التي تعبر عن المصاريف التي تتحملها المؤسسة من أجل القيام بالعملية الإنتاجية ، و هي عبارة عن مجموع التكاليف الثابتة و التكاليف المتغيرة (TC=TFC+TVC) . و تكون التكاليف الكلية مساوية للتكاليف الثابتة عند انعدام حجم الإنتاج ، و تتزايد بزيادة التكاليف المتغيرة. أما بيانيا فإن منحنى التكاليف الكلية مشابه لمنحنى التكاليف المتغيرة إلا أنه يقع فوقه بمقدار التكاليف الثابتة كما هو موضح في الشكل ، و ينطلق من التكاليف اظلثابتة ، و رياضيا يكتب على الشكل المعادلة الآتية :

$$TC = a + bX - cX^2 + CX^3$$



ثانيا : التكاليف الحدية Marginal Cost :

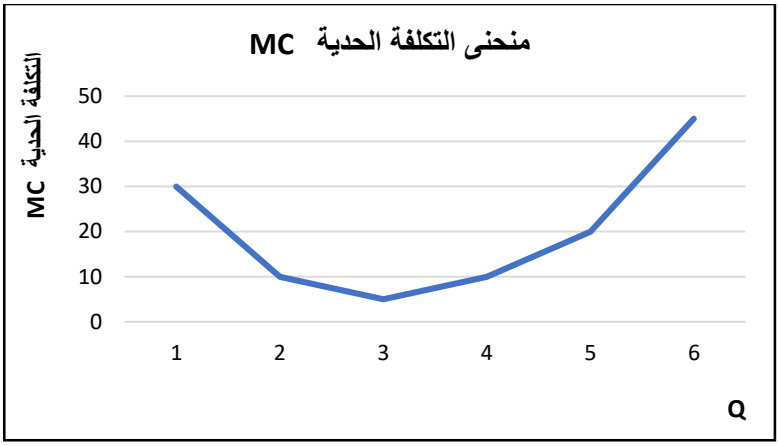
تمثل التكلفة الحدية التكلفة الإضافية التي تتحملها المنشأة نتيجة وحدة إضافية واحدة . أيضا هي عبارة عن تكلفة آخر وحدة منتجة . و تقاس التكلفة الحدية بقسمة

التغيير في التكلفة الكلية على التغيير في الكمية المنتجة . يمكن التعبير عن التكلفة الحدية بالعلاقة الرياضية الآتية :

$$MC = \frac{\Delta TC}{\Delta Q}$$

و لأن التكلفة الثابتة لا تتغير بتغير كمية الإنتاج ، فإننا يمكن إيجاد التكلفة اللحدية بدلالة التكلفة المتغيرة فقط كما يلي :

$$MC = \frac{\Delta TVC}{\Delta Q}$$

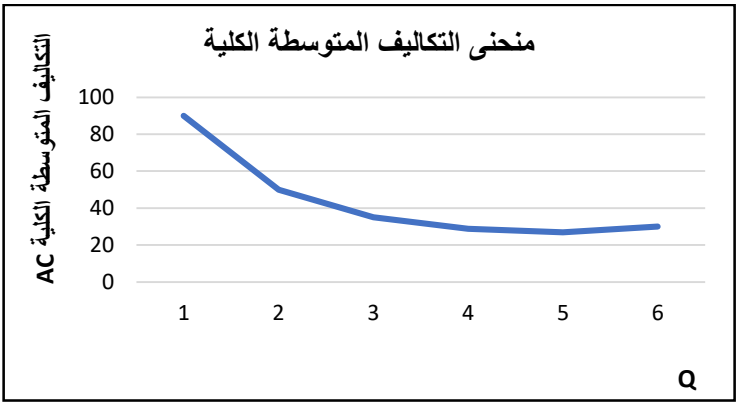


يلاحظ أن منحنى التكلفة الحدية MC يأخذ شكل (√) أي أن التكلفة الحدية تتناقص و تصل الى حدها الأدنى ثم تبدأ في الزيادة مع زيادة الكمية المنتجة .

ثالثا : التكاليف المتوسطة Average Cost(AC):

و هي عبارة عن حاصل قسمة التكاليف الكلية على الكمية المنتجة ، و هي كلفة أي وحدة من الإنتاج . تكتب رياضيا بالشكل :

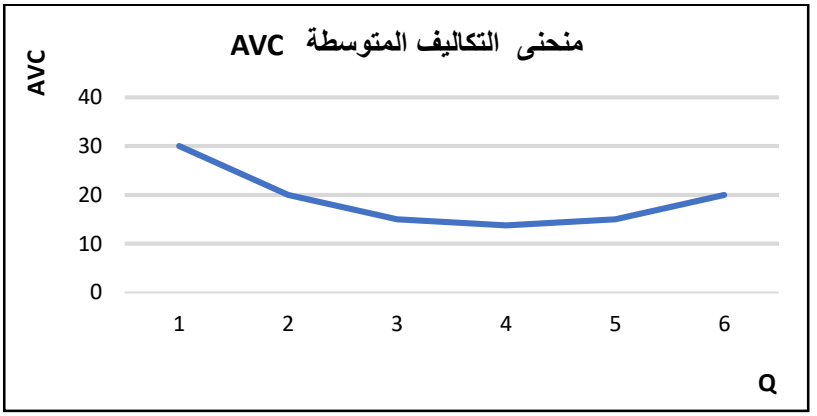
$$AC = \frac{TC}{Q} = \frac{TVC}{Q} = \frac{TFC}{Q}$$



a. متوسط التكاليف المتغيرة Average Variable Cost :

و تمثل حصة الوحدة المنتجة من السلعة من التكلفة الكلية المتغيرة(معدل كلفة وحدة الواحدة المنتجة) ، و هي حاصل قسمة التكاليف المتغيرة على الكمية المنتجة ، و يمكن التعبير عنها بالشكل التالي :

$$AVC = \frac{TVC}{Q}$$

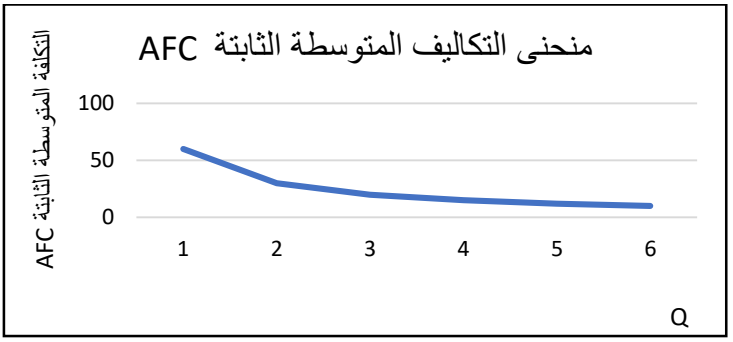


يظهر من الشكل السابق أن منحنى متوسط التكلفة المتغيرة شكل حرف U ، و يعني ذلك أن متوسط التكلفة المتغيرة يتناقص مع زيادة الإنتاج في المراحل الأولى للعملية الإنتاجية ثم يصل متوسط التكلفة المتغيرة الى حده الأدنى عند مستوى انتاج معين ، ثم يبدأ في الزيادة

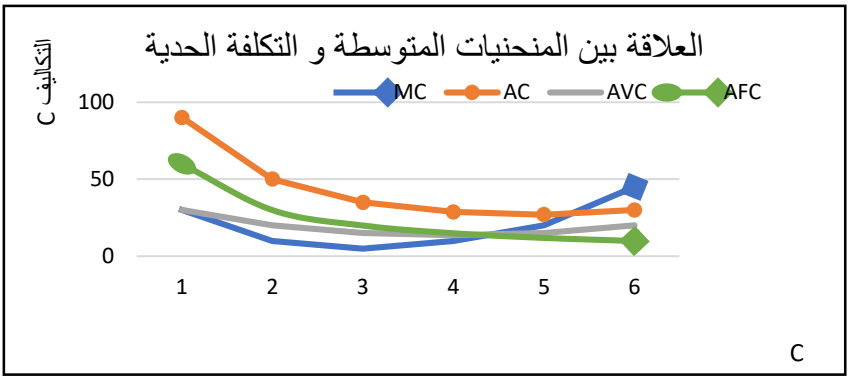
b. متوسط التكاليف الثابتة Average Fixed Cost :

و تمثل حصة الوحدة المنتجة من التكاليف الثابتة أي مقدار ما تتحمله الوحدة الواحدة من التكاليف الثابتة ، و هي عبارة عن التكاليف الثابتة الكلية مقسومة على كمية الإنتاج ، و يمكن التعبير عنها بالشكل التالي :

$$AFC = \frac{TFC}{Q}$$



يُبيّن الشكل أن منحنى متوسط التكلفة الكلية يشهد انخفاضًا تدريجيًا مع زيادة حجم الإنتاج، و يرجع هذا الانخفاض إلى توزيع التكاليف الثابتة على عدد أكبر من الوحدات المنتجة. إلا أن هذا المتوسط لا يمكن أن يصل إلى الصفر مهما بلغت كمية الإنتاج، نظرًا لاستمرار وجود عنصر التكلفة الثابتة مهما كَبُرَ الحجم. وينعكس هذا السلوك على منحنى متوسط التكلفة الثابتة، الذي يقترب تدريجيًا من المحور الأفقي مع ارتفاع الإنتاج، لكنه لا يلامسه أبدًا .



من خلال التمثيل البياني السابق ، الذي يحتوي على منحنياتMC ، AC،AVC ، AFC ، يبين وجود علاقة بين منحنى MC و باقي المنحنيات ، حيث يصل منحنى MC إلى أدنى نقطة له عند مستوى إنتاج أقل من المستويات التي تمثل أدنى النقاط في كل من منحنى AVC ومنحنى AC ، كما يقطع الجزء الصاعد من منحنى MC كلًا من منحنى AVC ومنحنى AC عند أدنى نقطة لهما.

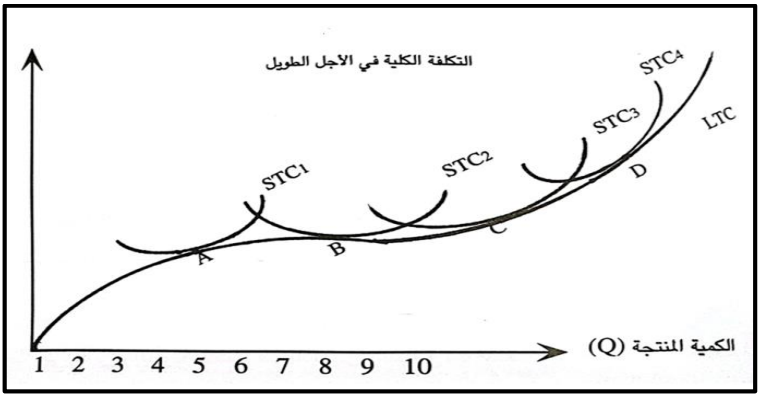
2-2 تكاليف الإنتاج في الأجل الطويل Costs in the Long Run :

في الأجل الطويل، جميع عناصر الإنتاج تصبح متغيرة، وهذا يختلف عن الأجل القصير حيث توجد عناصر ثابتة. كما تم ذكره سابقًا، الأجل الطويل هو الفترة التي تسمح للمنشأة بتغيير كمية كل عنصر من عناصر الإنتاج، مما يعني أنه في هذا الأجل يمكن الحديث عن تكاليف متغيرة فقط.

أولا : التكاليف الكلية في الأجل الطويل(LRTC) Long in the Total Cost :

التكلفة الكلية في الأجل الطويل تمثل إجمالي التكاليف المطلوبة لإنتاج كمية معينة من السلع والخدمات عندما تتمكن المنشأة من تعديل جميع عناصر الإنتاج. من الجدير بالذكر أن منحنى التكلفة الكلية في الأجل الطويل (LTC) يمثل منحنى ملامسًا لمنحنيات التكلفة الكلية في الأجل القصير .(STC) ويمكن ملاحظة أن منحنى التكلفة الكلية في الأجل

الطويل يتخذ شكل حرف"S" ، مشابهًا لمنحنيات التكلفة الكلية في الأجل القصير، ولكنه يبدأ من نقطة الأصل لأن التكلفة الثابتة غير موجودة في الأجل الطويل. أما منحنيات التكلفة الكلية في الأجل القصير التي تمثل المنشآت الكبيرة، فإنها تبدأ من نقطة مرتفعة على المحور الرأسي بسبب الارتفاع الكبير في التكاليف الثابتة. وبالتالي، كل نقطة على منحنى LTC تكون مستمدة من نقطة على منحنى STC التي تعكس أدنى تكلفة لإنتاج مستوى معين من الإنتاج. لذلك، لا يمكن أن تظهر أي نقطة من منحنيات STC تحت منحنى LTC الذي يتم استنباطه منها. وهذا يعني أن منحنى LTC يقدم أدنى تكلفة كلية في الأجل الطويل لإنتاج أي مستوى من الإنتاج.



ثانيا : التكلفة المتوسطة في الأجل الطويل(LRAC) Long Run Average Cost

التكلفة المتوسطة في الأجل الطويل هي نصيب الوحدة المنتجة من التكلفة الكلية للإنتاج، وهي تُحسب كما يلي:

$$LRAC = \frac{LRTC}{Q}$$

كما ذكرنا سابقًا، في الأجل الطويل لا توجد تكاليف ثابتة أو متغيرة، وبالتالي لا يوجد ما يسمى بالتكلفة المتوسطة الثابتة أو المتغيرة. بل توجد فقط التكلفة المتوسطة في الأجل الطويل. يمثل منحنى التكلفة المتوسطة في الأجل الطويل (LRAC) أدنى تكلفة

للوحدة اللازمة لإنتاج كل مستوى من الإنتاج عندما يتم اختيار الحجم الأمثل للإنتاج. يُعرف هذا المنحنى رياضيًا على أنه غلاف منحنيات التكلفة المتوسطة في الأجل القصير (SAC)، ويسمى أحيانًا بالمنحنى المغلف.(Envelope Curve)

إن شكل حرف "U" الذي يظهر في منحنيات التكلفة المتوسطة في الأجل القصير، وكذلك في منحنى التكلفة المتوسطة في الأجل الطويل، كما هو موضح في الشكل السابق، يعود إلى أسباب مختلفة. ففي الأجل القصير، يبدأ منحنى التكلفة المتوسطة في الانخفاض ثم يرتفع بسبب تأثير تناقص العوائد الحدية.

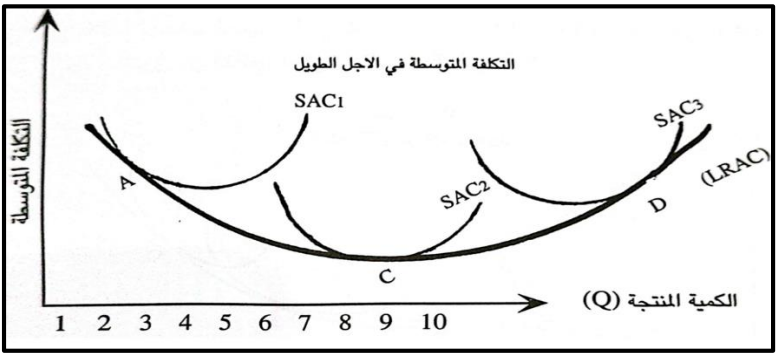
ويطلق على منحنى التكلفة المتوسطة في الأجل الطويل اسم "منحنى التخطيط " (Planning Curve)، لأنه يُستخدم كمؤشر لاتخاذ القرارات المستقبلية المتعلقة بزيادة الطاقة الإنتاجية للمنشأة.

في الأجل القصير، توجد عناصر ثابتة في الإنتاج، ولكن في الأجل الطويل، لا توجد أي عناصر ثابتة، وبالتالي يمكن للمنشأة تعديل جميع عناصر الإنتاج. يُحدد شكل منحنى التكلفة المتوسطة في الأجل الطويل بناءً على وفورات الحجم (Economies of Scale) وتبذيرات الحجم .(Diseconomies of Scale) في البداية، وعند زيادة الإنتاج من مستويات منخفضة جدًا، ينخفض منحنى التكلفة المتوسطة في الأجل الطويل نتيجة لوفورات الحجم. ومع الوصول إلى أدنى نقطة على منحنى التكلفة المتوسطة في الأجل الطويل(LRAC) ، تكون المنشأة قد حققت الحجم أو النطاق الأمثل للإنتاج Optimum) .(Firm Sizeلكن، إذا استمر الإنتاج في الزيادة بعد هذه النقطة، تظهر تبذيرات الحجم، مما يؤدي إلى ارتفاع منحنى التكلفة المتوسطة في الأجل الطويل.

إذن في الأجل الطويل، حيث تكون جميع عناصر الإنتاج قابلة للتغيير، يمكن للمنشأة اختيار التوليفة الأكثر كفاءة من عناصر الإنتاج، وبالتالي تقليل التكاليف.

وتحقيق الحجم الأمثل يكون عند أدنى نقطة على منحنى التكلفة المتوسطة في الأجل الطويل، الذي يمثل الغلاف لمنحنيات التكلفة المتوسطة في الأجل القصير.

وتظهر وفورات الحجم نتيجة للتخصص وتقسيم العمل الذي يمكن للمنشآت الكبيرة الاستفادة منه، بالإضافة إلى القدرة على شراء معدات وآلات متخصصة ذات كفاءة أعلى. كما تستفيد المنشآت الكبيرة من المزايا المالية والتجارية، فضلاً عن المزايا الإدارية. أما تبذيرات الحجم، فتظهر عندما يصعب التوسع في عناصر التنظيم والإدارة إلى ما لا نهاية، مما يؤدي إلى زيادة التكاليف.



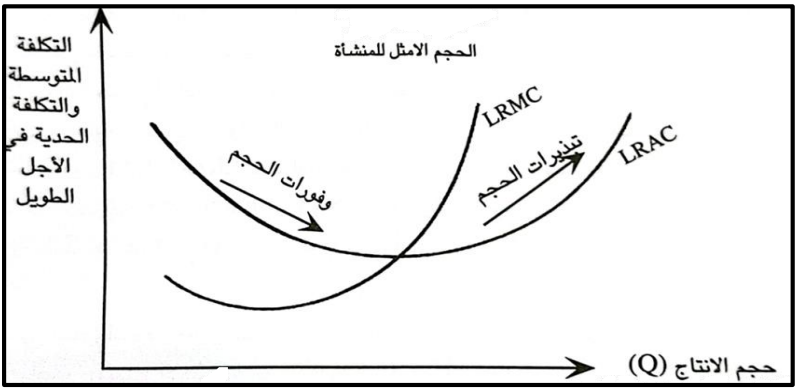
ثالثا : التكلفة الحدية في الأجل الطويل (LRMC) Long Run Marginal Cost

التكلفة الحدية في الأجل الطويل تقيس التغير في التكلفة الكلية في الأجل الطويل (LTC)الناتج عن زيادة الإنتاج بوحدة واحدة، ويتم حسابها كما يلي:

$$LRMC = \frac{\Delta LRTC}{\Delta Q}$$

منحنى التكلفة الحدية في الأجل الطويل يتأثر بتغير التكلفة المتوسطة في الأجل الطويل. عندما يكون منحنى التكلفة المتوسطة في الأجل الطويل في تناقص، يكون منحنى التكلفة الحدية أسفله، أي أن التكلفة الحدية تكون أقل من التكلفة المتوسطة. وعندما يبدأ منحنى التكلفة المتوسطة في الأجل الطويل في الارتفاع، يصبح منحنى التكلفة الحدية

أعلى من التكلفة المتوسطة. ويقطع منحنى التكلفة الحدية منحنى التكلفة المتوسطة عند أدنى نقطة له.



- **عندما يكون منحنى التكلفة المتوسطة طويل الأجل (LRAC) في مرحلة التناقص**، يقع منحنى التكلفة الحدية طويل الأجل (LRMC) **أسفله**، أي أن التكلفة الحدية تكون **أقل** من التكلفة المتوسطة في هذا النطاق.

- **عندما يكون منحنى التكلفة المتوسطة طويل الأجل (LRAC) في مرحلة التزايد**، يقع منحنى التكلفة الحدية طويل الأجل (LRMC) **أعلى منه**، أي أن التكلفة الحدية تكون **أكبر** من التكلفة المتوسطة في هذا النطاق.

- **نقطة التقاطع بين المنحنيين:**

يتقاطع منحنى التكلفة الحدية طويل الأجل (LRMC) مع منحنى التكلفة المتوسطة طويل الأجل (LRAC) عند **أدنى نقطة لمنحنى**(LRAC) ، حيث تتساوى التكلفة الحدية مع التكلفة المتوسطة في هذه المرحلة.

سلسلة05 سلوك المنتج

التمرين 01:

وضح بإنجاز المقصود بالمصطلحات التالية: دالة الإنتاج، عناصر الإنتاج، الإنتاج الكلي، الإنتاجية الحدية، الإنتاجية المتوسطة، المدى القصير والمدى الطويل، منحنى الناتج المتساوي، منحنى التكاليف المتساوية، مرونة الإنتاج، مسار التوسع، غلة الحجم (المردود السلمي)، قانون تناقص الغلة (ومتى يبدأ مفعوله).

حل التمرين 01:

1- **الإنتاج:** هو عملية تحويل المدخلات الى مخرجات أي تحويل عوامل الإنتاج التي تشتري من قبل المؤسسة الى منتجات تقوم المؤسسة ببيعها.

2- **عناصر الإنتاج / الموارد الإنتاجية / المدخلات:** يقصد بها: العوامل التي تستخدم في العملية الإنتاجية وتقسم عناصر الإنتاج الى أربعة عناصر تتمثل في: الأرض T ، العمل L، رأس المال Kوالتنظيم O

3- **دالة الإنتاج:** يمكن اعتبارها على أنها العلاقة التقنية بين المدخلات (عناصر الإنتاج) والمخرجات (النتائج). وتكتب كما يلي: $PT=Q=f(L, K,T,O)$

4- **النتاج الكلي:** PT يصف لنا تطور الإنتاج بدلالة عنصر الإنتاج المتغير

5- **الإنتاجية الحدية:** ***MPL*** تصف لنا نسبة تغير الإنتاج الى تغير كمية عنصر الإنتاج المتغير. وتعبر الإنتاجية الحدية عن مساهمة الوحدة الأخيرة من عنصر الإنتاج المتغير في الإنتاج الكلي.

- إذا كانت دالة الإنتاج مستمرة وكان عنصر الإنتاج المتغير هو العمل فإن $MPL = \frac{\delta PT}{\delta L}$

- أما إذا كانت دالة الإنتاج متقطعة فإن $MPL = \frac{\Delta PT}{\Delta L}$

وما ينطبق على العمل يتطبق على باقي عوامل الإنتاج.

6- **الإنتاجية المتوسطة:** APL تصف لنا المساهمة المتوسطة في الإنتاج من طرف عنصر الإنتاج المتغير، فغذا كان عنصر الإنتاج المتغير هو العمل، فإن الإنتاجية المتوسطة للعمل تساوي الى: $APL = \frac{PT}{L}$

وما ينطبق على العمل يتطبق على باقي عوامل الإنتاج.

7- **المدى القصيروالمدى الطويل:** المدى القصير للإنتاج، وهي المرحلة التي يكون فيها على الأقل عنصر إنتاجي واحد ثابتا، أي أن الكمية المستخدمة من هذا العنصر غير قابلة للزيادة أو النقصان. أما المدى الطويل فهي المرحلة التي نكون جميع عناصر الإنتاج المستخدمة قابلة للتغير.

8- **منحنى الناتج المتساوي / منحنى تساوي الإنتاج:** عبارة عن توليفات راس المال – العمل المستخدمة في العملية الإنتاجية والتي تعطي نفس مستوى الإنتاج.

9- **منحنى التكاليف المتساوية:** وهو المنحنى (أو الخط) الذي يوضح مختلف التوليفات من راس المال والعمل، والتي يمكن للشركة استخدامها في حدود تكلفة إجمالية ثابتة (تعطي نفس التكلفة الكلية) والتي تحقق المعادلة التالية: $CT = L.P_L + K.P_K$

10- **مرونة الإنتاج:** تعبر عن حساسية الإنتاج للتغير في أحد عناصر الإنتاج، وهي عبارة عن التغير النسبي في الإنتاج مقسوما على التغيير النسبي في عامل الإنتاج المتغير.

11- **مسار التوسع:** هو المنحنى أو الخط الذي يربط نقاط التماس لمنحنيات الناتج المتساوي مع خطوط التكاليف المتساوية (بشرط ثبات أسعار عناصر الإنتاج)، وهو بهذا التعريف يشمل على كافة التوليفات المثلى الممكنة.

12- **غلة الحجم (المردود السلمي):** تعبر عن مقدار التغير في الإنتاج نتيجة التغير في عناصر الإنتاج.

13- **قانون تناقص الغلة (ومتى يبدأ مفعولها):** عندما نرفع كمية أحد عناصر الإنتاج في العملية الإنتاجية مع تثبيت العناصر الأخرى، فإنه يوجد نقطة يصبح بعدها الإنتاج يتزايد بمعدل متناقص، ويبدأ مفعوله عندما يزداد الإنتاج الكلي بمعدلات متناقصة.

التمرين 02:

ليكن لدينا الجدول التالي الذي يبين مستوى الإنتاج المقابل لمستوى العمالة المناسب:

L	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
PTL	0	10	24	39	52	62	66	66	64	60

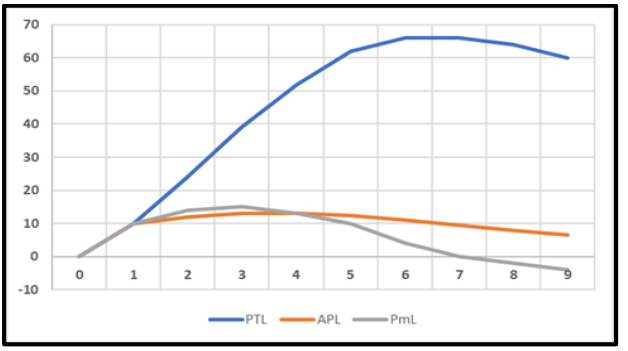
1) ماذا تقرا من الجدول؟
2) أوجد الإنتاجية الحدية للعمل، الإنتاجية المتوسطة، وأرسمهم مع الإنتاجية الكلية، ماذا تستنتج؟

حل التمرين 02:

1) نلاحظ من الجدول أن الإنتاج مرتبط بعنصر العمل فقط ، مما يدل على أننا في الفترة القصيرة وباقي عناصر الإنتاج ثابتة.

2) حساب الإنتاجية الحدية للعمل، الإنتاجية المتوسطة

L	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
PTL	*0*	*10*	24	39	52	62	66	66	64	60
APL	-	*10*	12	13	13	12.4	11	9.43	8	6.67
PmL	-	*10*	14	15	13	10	4	0	-2	-4



الاستنتاج:

- منحنى الإنتاج الكل يتزايد بمعدل متزايد في البداية ثم بمعدل متناقص.
- يبلغ الإنتاج الكلي أعظم قيمة عندما تنعدم الإنتاجية الحدية.أي عند قيمة $L=7$.
- تتقاطع الإنتاجية الحدية مع الإنتاجية المتوسطة عند أعلى قيمة الإنتاجية المتوسطة، عند قيمة $L=4$.

التمرين 03:

ليكن الجدول التالي الذي يبين مستوى الإنتاج لكل مستوى من العمالة في المدى القصير:

L	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
PTL	0	*38*	*88*	*144*	*200*	*250*	*288*	*308*	*308*	*270*

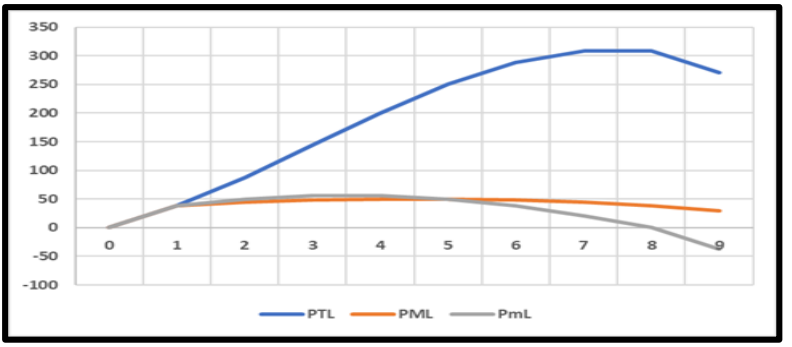
1) أوجد الإنتاجية الحدية للعمل والإنتاجية المتوسطة؟
2) مثل الإنتاجية الكلية والإنتاجية الحدية والانتاجية المتوسطة في معلم واحد؟
3) حدد مناطق الإنتاج، والمنقطة المثلى للإنتاج؟

حل التمرين 03:

1) حساب الإنتاجية الحدية للعمل و الإنتاجية المتوسطة

L	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
PTL	*0*	38	88	144	200	250	288	308	308	270
PML	-	38	44	48	50	50	48	44	38.50	30
PmL	-	38	50	56	56	50	38	20	0	-38

2) التمثيل البياني:



3) مناطق الإنتاج و المنطقة المثلى للإنتاج

المنطقة الاولى	المنطقة الثانية	المنطقة الثالثة
$0 \rightarrow MPL = APL \rightarrow MaxMPL$	$MPL = APL \rightarrow MPL = 0 \rightarrow MAxQ$	$MPL = 0 \rightarrow \infty$
L =0⟶ L=5	*L =5⟶ L=8*	*L =8⟶ L=9*

المنطقة الثانية هي المنطقة الأمثل للإنتاج.

التمرين 04:

من أجل زراعة الحبوب Q يتطلب استخدام عنصر الأرض T بمساحة محدودة و المقدرة بـ5 هكتارات ، بالإضافة الى عنصر اليد العاملة L و التي تتفاوت إستخداماتها حسب الحاجة ، و بالتالي يمكن توضيح التغير في الإنتاج الكلي المقابل للتغير في عنصر اليد العاملة من خلال الجدول التالي :

T	5	5	5	5	5	5	5	5	5
L	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Q	0	3	8	12	15	17	17	16	13

1) أوجد الإنتاج المتوسط والحدي لعامل العمل؟

2) أرسم منحنى الإنتاج الكلي والمتوسط والحدي على معلم واحد واشرح هذه المنحنيات؟

3) ما الذي ينص عليه قانون الناقص الغلة ومن أين يبدأ مفعوله؟

4) ما معنى وجود إنتاج حدي موجب، سالب ومعدوم؟

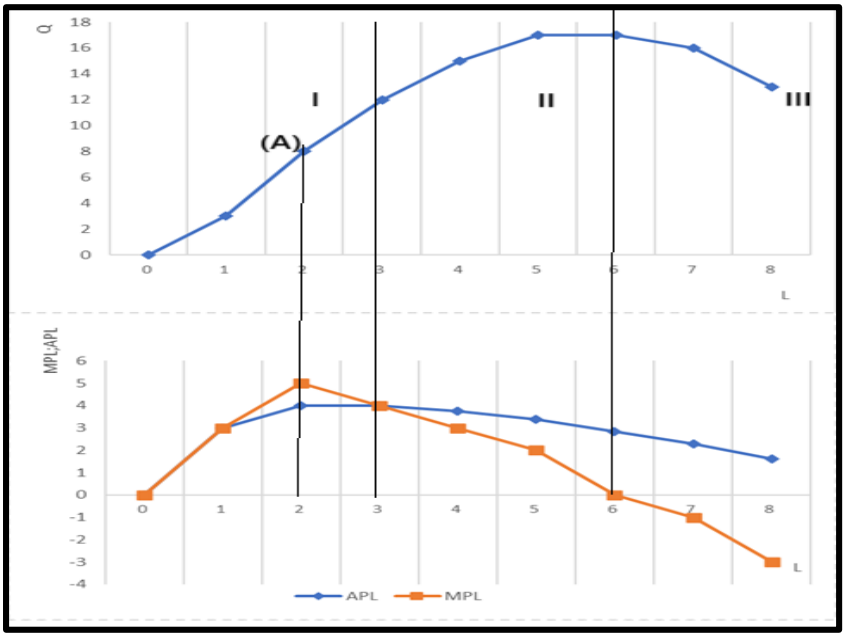
5) حدد مراحل الإنتاج الثلاث؟

حل التمرين 04:

1) إيجاد الإنتاج الحدي والمتوسط للعمل: يوضح الجدول الموالي مختلف مؤشرات انتاج الحبوب.

T	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**
L	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Q	*0*	3	8	*12*	*15*	*17*	*17*	*16*	*13*
APL	*0*	3	4	4	*3.75*	*3.4*	*2.83*	*2.28*	*1.62*
MPL	-	3	5	*4*	*3*	*2*	*0*	*-1*	*-3*

2) رسم المنحنيات: بتمثيل البيانات المبنية في الجدول أعلاه نحصل على الاشكال التالي:



تعليق على الشكل: من خلال الشكلين السابقين لمنحنيات النواتج، نلاحظ تغير الغلة بزيادة عامل إنتاج واحد وتثبيت باقي العوامل الإنتاجية الأخرى وبالتالي يمكن التمييز بين الوضعيات الآتية.

- نلاحظ أن منحنى الإنتاج الكلي يتزايد إلى أن يصل إلى حده الأقصى عندما تكون قيمة اليد العاملة 6 عمال ، حيث يزداد بمعدلات متزايدة عندما يكون الإنتاج الحدي متزايد وهذا من $L=0$ الى $L=2$ ، ثم يزداد بمعدلات متناقصة عندما يكون الإنتاج الحدي متناقص ، وهذا من $L=2$ الى $L=6$ ، ثم يتميز بالثبات عندما يكون عدد العمال 5 و6، ثم يبدأ بالتناقص من القيمة القصوى له إلى أن يبلغ عدد العمال9،
- نلاحظ أيضا أن منحنى الإنتاج الحدي يتزايد بزيادة عدد العمال إلى أن يصل إلى حده الأقصى عندما يكون عدد العمال 2 ثم يبدأ بالتناقص إلى أن ينعدم عندما يكون

الإنتاج الكلي في حده الأقصى ثم يصبح سالب وهذا راجع إلى أن زيادة العامل 6 و7 ثم الى 8 أدى إلى انخفاض الإنتاج بوحدة واحدة، ثم بثلاثة وحدات.

- نلاحظ أن منحنى الإنتاج المتوسط يتزايد كذلك بزيادة العمال، حيث يصل الى حده الأقصى عندما يكون عدد العمال 3 وقيمته عند هذه النقطة تكون تساوي 4 وفي هذه النقطة نلاحظ أن منحنى الإنتاج الحدي يقطع منحنى الإنتاج المتوسط في حده الأقصى، ثم يأخذ في التناقص بعد ذلك بزيادة عدد العمال وكلما كان عدد العمال كبير كلما كان منحنى الإنتاج المتوسط يقارب محور الفواصل.

3) **قانون تناقص الغلة:** ينص هذا القانون على أن الإنتاج الكلي يتغير بزيادة وحدات العمل ونجد هذا القانون في الأجل القصير عندما يكون الإنتاج الكلي بدلالة عنصر العمل فقط، فتغير الإنتاج الكلي يترجم في البداية بالزيادة بمعدلات متزايدة كلما أضفنا وحدة واحدة من عنصر العمل، ثم يزداد بمعدلات متناقصة ليحافظ بعدها بالثبات عندما يكون عدد العمال 5 و6، ثم يبدأ بالتناقص من القيمة القصوى له إلى أن يبلغ عدد العمال 8 حسب هذه الحالة.

يبدأ مفعول قانون تناقص الغلة من نقطة إنعطاف دالة الإنتاج الكلي، أي عندما يبدأ الإنتاج الحدي بالتناقص، وهي عند النقطة العظمى للإنتاج الحدي *MAX MPL*، أي أن المفعول يبدأ عندما *L=2* (رياضيا تحسب من المشتقة الثانية للإنتاج الكلي أو المشتقة الأولى للإنتاج الحدي).

4) معنى وجود انتاج حدي موجب، سالب، معدوم:

- **الانتاج حدي 0** < *MPL* أي $\frac{\Delta Q}{\Delta L} > 0$ ، يعني أن التغير في الإنتاج الكلي يكون موجب 0< ΔQ أي أننا كلما أضفنا وحدة إضافية من عنصر العمل كلما زاد الإنتاج الكلي.

- **انتاج حدي سالب** $PmL < 0$ أي $\frac{\Delta Q}{\Delta L} < 0$ يعني أن التغير في الإنتاج الكلي يكون سالب $\Delta Q < 0$ أي ان العامل 6 تسبب في انخفاض الإنتاج بوحدة واحدة و8 نفس الشيء.

- **انتاج حدي معدوم** PmL - 0 أي $\frac{\Delta Q}{\Delta L} = 0$ يعني أن التغير في الإنتاج الكلي يكوم معدوم = ΔQ 0 أي الإنتاج الكلي يكون ثابت عند العاملين 5 و6.

5) مراحل الإنتاج:

* تسمى مرحلة النمو تبدأ من الإنتاج الكلي مساويا للصفر إلى الحد الاعظمي للإنتاج المتوسط $PT = 0$ إلى $MaxAPL$، وحسب الحالة المدروسة تتمثل من $L=0$ إلى $L=3$.

* تسمى مرحلة الإنتاج تبدأ من الحد الاقصى للإنتاج المتوسط الى الحد الأقصى للإنتاج الكلي $MaxAPL$ إلى $PTMax$، والتي تكون محصورة ما بين $L=3$ إلى $L=6$.

* تسمى مرحلة الخسارة تبدأ من الحد الأقصى للإنتاج الكلي إلى أن تدخل المؤسسة في مرحلة الخسارة أي الإنتاج الكلي مساويا للصفر $MaxPT$ إلى، $PT=0$ وتكون من $L = 6$ إلى $L=8$.

التمرين *05*:

لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية:

$$\varphi = K^{\frac{1}{4}}.L^{\frac{3}{4}}$$

1) حدد الإنتاجية الحدية العينة لعنصري الإنتاج L و K؟

2) إذا كان سعري عنصري الإنتاج هما على التوالي: $PL = 2$ $PK= 1$، و كان لدى المنتج ميزانية تساوي 200 وحدة نقدية، ما هي الكميات التي سيستعملها من عناصر لضمان الإنتاج الأعظم؟

3) إذا إرتفع سعر رأس المال الى مستوى وحدتين نقدتين، أحسب الإنتاج الأعظم في هذه الحالة؟

حل التمرين05 :

1) تحديد الإنتاجية الحدية العينة لعنصري الإنتاج *L* و*K*

$$\varphi = K^{\frac{1}{4}} \cdot L^{\frac{3}{4}}$$

$$\Rightarrow MPL = \frac{\delta\varphi}{\delta L} = \frac{3}{4} \cdot K^{\frac{1}{4}} \cdot L^{\frac{3}{4}-1} = \frac{3}{4} K^{\frac{1}{4}} \cdot L^{-\frac{1}{4}}$$

$$\Rightarrow MPk = \frac{\delta\varphi}{\delta L} = \frac{1}{4} \cdot K^{-\frac{1}{4}-1} \cdot L^{\frac{3}{4}}$$

$$\Longrightarrow MPk = \frac{1}{4} L^{\frac{3}{4}} \cdot K^{-\frac{3}{4}}$$

2) الكميات المستعملة من *L* و*K* التي تضمن الإنتاج الاعظم:

PL = 2

PK= 1

B = 200

$$\frac{MPL}{MPK} = \frac{PL}{PK} \Rightarrow \frac{\frac{3}{4} \cdot K^{\frac{1}{4}} \cdot L^{-\frac{1}{4}}}{\frac{1}{4} \cdot K^{-\frac{3}{4}} . L^{\frac{3}{4}}} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{\frac{3}{4} \cdot K^{\frac{1}{4}} \cdot L^{-\frac{1}{4}}}{K^{-\frac{3}{4}} \cdot L^{\frac{3}{4}}} = 2 \cdot \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{3}{4} \cdot K^{\frac{1}{4}} \cdot L^{-\frac{1}{4}} . K^{\frac{3}{4}} . L^{-\frac{3}{4}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4} \cdot K^{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}} \cdot L^{-\frac{1}{4}-\frac{3}{4}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{3}{4} \cdot K^{1} \cdot L^{-1} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{K}{L} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow L = \frac{2}{3} L$$

B = K +2L

$$\Rightarrow 200 = K + 2L$$

$$\Rightarrow 200 = \frac{2}{3} L + 2L$$

$$\Rightarrow 200 = \frac{2L + 6L}{3} = \frac{8L}{3}$$

$$\Rightarrow L = \frac{200 \cdot 3}{8} \Rightarrow L = 75 \Rightarrow K = \frac{2 \cdot 75}{3} = 50$$

$$\Rightarrow K = 50$$

$$\varphi = 50^{\frac{1}{4}} \cdot 75^{\frac{3}{4}}$$

$$\varphi = 2.7 - 25.49 = 68.82$$

3) حساب الإنتاج الأعظم:

PK= 3

PL = 2

$$\frac{MPL}{MPK} = \frac{\frac{3}{4} \cdot K^{\frac{1}{4}} \cdot L^{-\frac{1}{4}}}{\frac{1}{4} \cdot K^{-\frac{3}{4}} \cdot L^{\frac{3}{4}}} = \frac{2}{3} \Rightarrow K^{\frac{1}{4}} \cdot L^{-\frac{1}{4}} \cdot K^{\frac{3}{4}} \cdot L^{-\frac{3}{4}} = \frac{2 \cdot \frac{1}{4}}{3 \cdot \frac{3}{4}}$$

$$\Rightarrow K^1 \cdot L^{-1} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{9}{4}} = \frac{2}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{K}{L} = \frac{2}{9}$$

$$B = K + 2L \Rightarrow 200 = K + 2L$$

$$\Rightarrow 200 = 3 \cdot \frac{2}{9}L + 2 \cdot L \Rightarrow 200 = \frac{2}{3} \cdot L + 2 \cdot L$$

$$\Rightarrow 200 = \frac{2 + 6}{3}L \Rightarrow L = \frac{200 \cdot 3}{2 + 6} \Rightarrow L = 75$$

$$K = \frac{2}{9} \cdot 75 \Rightarrow K = 16.66$$

$$\varphi = (16.66)^{\frac{1}{4}} \cdot (75)^{\frac{3}{4}}$$

$$\varphi = 2.02 + 25.50 = 27.50$$

التمرين 06:

لدينا دالة الإنتاج : $\varphi = K \cdot L$

1) إذا كان سعر رأس المال هو 10 وحدات نقدية ،وكان سعر العمل هو 20 وحدة نقدية وكان المنتج يتمتع بميزانية قدرها 200.أحسب الإنتاج الأعظم الذي سيحققه هذا المنتج؟
2) إذا إرتفع سعر رأس المال إلى 20 وحدة نقدية، ما هو مستوى الإنتاج الذي سيحققه المنتج في هذه الحالة؟
3) إذا لم يرضى المنتج بهذا الحل وأراد أن يتراجع عن مستوى إنتاجه الأصلي، ما هي الكلفة اللازم تحملها من أجل تحقيق هذا الهدف، هل يبقى المنتج في نفس نقطة التوازن؟
4) أحسب المعدل الحدي للإحلال التقني بين نقطتين التوازن التي تمكنان من المستوى الأصلي للإنتاج؟
5) لنفترض أن سعر رأس المال والعمل هما دائما على التوالي 10 و20 وحدة نقدية وأن المنتج يزيد من ميزانيته من 200 إلى 400 ثم إلى 600 وحدة نقدية، حدد مسار توسع المؤسسة؟

الحل التمرين 06 :

1) حساب الإنتاج الأعظم

$$\frac{MPL}{MPK} = \frac{PL}{PK} \Rightarrow \frac{K}{L} = \frac{20}{10} = 2$$

$$\Rightarrow K = 2L$$

$$B = kPk + LPL$$

$$\Rightarrow 200 = 10K + 20L$$

$$\Rightarrow \begin{cases} K = 2L \\ 200 = 10K + 20L \end{cases}$$

$$\Rightarrow 200 = 20k + 20L$$

$$\Rightarrow 200 = 40L \Rightarrow L = \frac{200}{4} \Rightarrow L = 5$$

$$k = 2 \cdot L \Rightarrow \ k = 2 \cdot 5 = 10$$

2) مستوى الإنتاج التي سيحققها المنتج

PK= 20 , PL = 20

$$\begin{cases} K = L \\ 200 = 20K + 20L \end{cases}$$

$$\Rightarrow 200 = 20k + 20K$$

$$\Rightarrow 200 = 40K \Rightarrow \begin{cases} K = 5 \\ L = 5 \end{cases}$$

$$\varphi = 5 \times 5 = 25$$

3) إيجاد الكلفة:

$$\varphi = K \cdot L$$

$$\varphi = 5 \cdot 10 = 50 \Rightarrow \varphi = 50$$

$$\begin{cases} \varphi = 50 \\ B = 10K + 20L \end{cases}$$

رياضيا يجب عليه أن يحقق كمية تساوي 50 وحدة تحت قيد الأسعار الجديدة لعناصر الإنتاج وهي 20 وحدة نقدية لكل من العمل ورأس المال، يحصل هذا يتقاطع منحنى الإنتاج $\varphi = 50$ مع خط التكاليف موازي لخط التكاليف.

$$\begin{cases} 200 = 20K + 20L \\ 50 = K \cdot L \\ K = L \end{cases} \Rightarrow K = L = \sqrt{50} \simeq 7$$

4)حساب المعدل الحدي للاحلال التقني بين نقطتي التوازن التي تمكنان من المستوى الأصلي للإنتاج :

PK= 10

PL =20

B =400 = 20 L + 10 K

$$MRST = \frac{MPK}{MPL} = \frac{PK}{PL}$$

$$\frac{L}{K} = \frac{10}{20} \Rightarrow L = \frac{1}{2}K$$

5)تحديد مسار توسيع المؤسسة :

$$L = \frac{1}{2}K$$

وهذه المعادلة هي معادلة المسار التوسع للمؤسسة.

التمرين *07*:

لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية:

$$f(K.L) = 3KL^2 - KL^3$$

1) ما هي كمية العمل التي تضمن أقصى انتاج كلي كان *K=10*؟
2) إنطلاقا من مستوى عمالة يزداد الإنتاج بمعدل متناقص؟
3) حدد مناطق الإنتاج الثلاث؟
4) حدد المسار الأمثل للتوسع إذا كانت أسعر عناصر الإنتاج *PK= 2 ,PL =1*؟

حل التمرين *07*:

إذا كانت دالة الإنتاج يتم التعبير عندما كالاتي:

$$f(K.L) = 3KL^2 - KL^3$$

فإن:

1) كمية التي تضمن أقصى انتاج كلي إذا كان *K=10* بتعويض مقدار عنصر المال في دالة الإنتاج نتحصل على الدالة التالية:

$$f(L) = 30L^2 - 10L^3$$

وبالتالي فإن أقصى انتاج كلي يمكن تحقيقه من خلال استخدام مستوى عنصر العمل، والذي يتم تقديره بالاعتماد على عدمية المشتقة الأولى.

$$\frac{\delta f(10,L)}{\delta L} = 0 \Rightarrow 60L - 30L^2 = 0 \leftrightarrow L(60 - 30L) = 0$$

$$\Leftrightarrow L = 0 V L = 2$$

القيمة الأولى مرفوضة كونها سالبة، أما القيمة الثانية L = 2 والتي نعتمدها، وبالتالي تحقق لنا أقصى إنتاج والمقدر بـ:

$$PT = 30(2)^2 - 10\,(2)^3 \Rightarrow PT = 200$$

2) **تحديد مستوى العمالة التي تبدأ بإزدياد الإنتاج لمعدل متناقص: يزداد الإنتاج بمعدل متناقص عند ما تكون الإنتاجية الحدية في الأقصى أي من نقطة الانعطاف.**

$$\frac{\delta \not{f}^2(10L)}{\delta L^2} = 0 \Rightarrow 60 - 60L = 0 \Rightarrow L = 1$$

3) **تحديد مناطق الإنتاج الثلاث: تتمثل مناطق الإنتاج فيما يلي:**

<u>المنطقة الأولى</u>: من الصفر إلى نقطة تقاطع منحنى MPL ب APL و بالتالي فإن مستوى العمالة الذي يحقق أقصى مستوى من الإنتاج متوسط يتمثل في:

$$\begin{cases} MPL = 60L - 30L^2 \\ APL = 30L - 10L^2 \end{cases} \Rightarrow MPL = APL \Leftrightarrow 60L - 30L^2 = 30L - 10L^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} L = 0 \\ L = \dfrac{3}{2} \end{cases}$$

ومنه فإن مجال مستوى اليد العاملة يكون من : $0 \leftarrow \frac{3}{2}$

المنطقة ② الثانية: من نقطة تقاطع منحنى MPL مع APL إلى الحد الأقصى الإنتاج الكلي بمعنى أن مجال مستوى اليد العاملة يكون من 1.5 الى ②.

المنطقة ③: الحد الأقصى الإنتاج إلى ما لا نهاية، أي من عاملين إلى الحد الأقصى للعمالة المتوفرة والمؤهلة للإنتاج.

4) **تحديد المسار الأمثل للتوسع:** إذا كانت أسعار عناصر الإنتاج.

$$PL = 1 \quad PK = 2$$

بإشتقاق المسار الأمثل للتوسع من الشروط الأولى لتعظيم الإنتاج نتحصل على:

$$\frac{MPL}{MPK} = \frac{PL}{PK} \Rightarrow \frac{6KL - 3KL^2}{3L^2 - L^3} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{KL(6 - 3L)}{L\,(3L - L^2)} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow k = \frac{3L - L^2}{2(6 - 3L)}$$

التمرين 08 :

لدينا دوال الإنتاج التالية:

$Q = K^2L$
$Q = K + 2L$
$Q = KL + K + L$
$Q = 2K(L - 1)$
$Q = (K + L)K^2 - L^2$
$Q = K^{\frac{1}{3}}(L - 1)^{\frac{1}{2}}$

1) بين أن الدوال المتجانسة

حل التمرين 08 :

$Q = K^2L$
$Q^* = f(tK, tL) = (tK)^2tL = t^2\,k^2tL = t^3(k^2L) \Rightarrow Q^* = t^3Q$

إذن الدالة متجانسة من الدرجة الثالثة

$Q = K + 2L$
$Q^* = f(tK, tL) = (tK) + 2(tL) = t(K + 2L) \Rightarrow Q^* = tQ$

إذن الدالة متجانسة من الدرجة الأولى

$Q = KL + K + L$
$Q^* = tKtL + t^2KL + tK + tL = t(tKL + K + L)$

إذن الدالة غير متجانسة

$Q = 2K(L - 1)$
$Q^* = 2tK(tL - 1) = t^2 2KL - t2K = t(t2KL - 2K)$

إذن الدالة غير متجانسة

$Q = (K + L)K^2 - L^2$
$Q^* = (tK + tL)(tK)^2 - (tL)^2 = (tK + tL)t^2K^2 - t^2\,L^2$
$Q^* = t^3\,K^2 + t^3\,LK^2 - t^2\,L^2$

إذن الدالة غير متجانسة

$$Q = K^{\frac{1}{3}}(L-1)^{\frac{1}{2}}$$
$$Q^* = (tK)^{\frac{1}{3}}(tl-1)^{\frac{1}{2}}$$

إذن الدالة غير متجانسة

التمرين09 :

لتكن لدينا دالة الإنتاج في المدى القصير كالتالي:

$$Q = -L^3 + 4L^2$$

1) ما هو مقدار العمل الذي يتلقى عنده منحنيات الإنتاج الحدي والإنتاج المتوسط.
2) انطلاقا من أي قيمة من العمل يزداد الإنتاج بمعدل متناقص.
3) ما هو مقدار العمل الذي يحقق أعظم انتاج ممكن.
4) حدد مناطق الإنتاج.

حل التمرين 09 :

1) مقدار العمل الذي يتلقى عنده منحنيات الإنتاج الحدي والإنتاج المتوسط :

$$MPL = \frac{S\varphi}{SL} = -3L^2 + 8L$$
$$MPL = \frac{\varphi}{L} = -L^2 + 4L$$
$$MPL = APL \Rightarrow -3L^2 + 8L = -L^2 + 4L \Rightarrow -3L^2 + 8L + L^2 - 4L = 0$$
$$\Rightarrow -2L^2 + 4L = 0 \Rightarrow -2L(L-2) = 0 \Rightarrow L = 0VL = 2$$

2) القيمة التي يزداد انطلاقا منها الإنتاج الكلي بمعدل متناقص:

يتزايد الإنتاج الكلي بمعدل متناقص انطلاقا من أقصى قيمة للإنتاج الحدي

$$Max\ MPL \Rightarrow \frac{\delta MPL}{\delta L} = 0 \Rightarrow -6L + 8 = 0 \Rightarrow 6L = 8 \rightarrow L = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

3) مقدار العمل الذي يحقق أعظم إنتاج:

$$Max: Q = \frac{\delta Q}{\delta L} = 0 \Rightarrow MPL = 0 \Rightarrow -3L^2 + 8L = 0 \Rightarrow L(-3L + 8) = 0$$

$$L = 0VL = \frac{8}{3}$$

4) مناطق الإنتاج:

I. $0 \Rightarrow MPL = APL \Rightarrow L = 0 \rightarrow L = 2$

II. $MPL = APL \Rightarrow MPL = 0 \rightarrow L = 2 \rightarrow L = \frac{8}{3}$

III. $MPL = 0 \leftrightarrows \mapsto \infty \Rightarrow L = \frac{8}{3} \rightarrow \infty$

التمرين10:

إذا كانت دالة الإنتاج لمؤسسة ما على الشكل التالي:

$$Q = L^2 - KL + 2K^2$$

1) أوجد دوال الطلب على عناصر الإنتاج

حل التمرين 10 :

نستخرج دوال الطلب على عناصر الإنتاج من الشروط الأولى لتعظيم الربح، نكتب أولا دالة الربح بدلالة عناصر الإنتاج ثم يتسحب المشتقات الجزئية بالنسبة لهذه العناصر:

$$\pi = RT - CT = P_x \cdot Q - (P_L \cdot L + P_K \cdot K)$$

$$\pi = P_x \cdot (L^2 - KL + 2K^2) - P_L \cdot L - P_K \cdot K$$

$$\begin{cases} \frac{\delta \pi}{\delta L} = 2P_x L - P_x K - P_L = 0 \rightarrow ① \\ \frac{\delta \pi}{\delta K} = -P_x L + 4P_x K - P_K = 0 \rightarrow ② \end{cases}$$

من ① نستخرج:

$$2LP_x - P_x K - P_L = 0 \Rightarrow K = \frac{-P_L + 2LP_x}{P_x}$$

$$k = \frac{2P_x L - P_L}{P_x}$$

بالتعويض أي المعادلة ② تحصل على:

$$-LP_x + 4KP_x - P_K = 0 \Rightarrow -LP_x + 4\left(\frac{2LP_x - PL}{P_X}\right) - P_K = 0$$

$$\Rightarrow -LP_x + 8L - \frac{4P_L}{P_x} - P_K = 0 \rightarrow$$

.....

التمرين 10 :

إذا كانت دالة الإنتاج لمؤسسة ما على الشكل التالي:

$Q = 3K + 5L + 6KL$

1) إذا كان P_K و P_L على التوالي 5 و 3، حدد المسار الأمثل لتطور المؤسسة ؟
2) بماذا تنصح صاحب هذه المؤسسة إذا كان مستوى الطلب الموجه اليها يساوي 100؟
3) قارن السعر النسبي للعمل مع ميل منحنى تساوي الإنتاج عند نقطة التوازن السابقة وفسر معناه؟
4) أوجه دوال الطلب على عناصر الإنتاج.

حل التمرين 10 :

1) المسار الأمثل لتطور المؤسسة:

$$\frac{MPL}{MPK} = \frac{PL}{PK} \Rightarrow \frac{6K + 5}{6L + 3} = \frac{3}{5} \Rightarrow 30K = 18L + 9 - 25$$

$$\Rightarrow \frac{18L - 16}{30} \Rightarrow K + \frac{3}{5}L - \frac{8}{15}$$

2) بماذا أنصح صاحب هذه المؤسسة إذا كان مستوى الطلب الموجه إليها يساوي 100 إذا كان الطلب الموجب للمؤسسة يساوي 100 فأنني أنصح صاحب

المؤسسة أن ينتج بالزوج الذي يكلف أقل هو الزوج الذي يحقق انتاج قدره 100 وفي نفس الوقت ينتمي إلى منحنى المسار الأمثل.

$$\begin{cases} 3K + 5L + 6KL = 100 \\ K = \frac{3}{5}L - \frac{8}{15} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3\left(\frac{3}{5}L - \frac{8}{15}\right) + 5L + 6\left(\frac{3}{5}L - \frac{8}{15}\right)L = 10 \\ K = \frac{3}{5}L - \frac{8}{15} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{9}{5}L - \frac{8}{15} + 5L + \frac{18}{5}L^2 - \frac{48}{15}L = 100 \\ K = \frac{3}{5}L - \frac{8}{15} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{9}{5}L - \frac{8}{15} + 5L + \frac{18}{5}L^2 - \frac{48}{15}L = 100 \\ K = \frac{3}{5}L - \frac{8}{15} \end{cases}$$

التمرين11:

إذا كانت دالة الإنتاج لمؤسسة ما على الشكل التالي: $\boldsymbol{Q = 3KL}$

1) إذا كانت P_K و P_L على التوالي 2 و4، ما هي أدنى تكلفة عند مستوى انتاج يساوي 500 ؟

2) أوجد المعدل الحدي للإحلال التقني MRS عند نقطة التوازن ، و فسر معناه

حل التمرين 11 :

1) أدنى تكلفة عند مستوى إنتاج يساوي 500

$$\begin{cases} Min: C = LP_L + KP_K \\ S/C: 500 = 3KL \end{cases}$$

$$\frac{MPL}{MPK} = \frac{P_L}{P_K} \Rightarrow \frac{3K}{3L} = \frac{4}{2} \Rightarrow \frac{K}{L} = 2 \Rightarrow K = 2L$$

بالتعويض القيد:

$$500 = 3(2L) \cdot L \Rightarrow 500 = 6L^2 \Rightarrow L = 9.13, K = 18.26$$

$C = 4 \cdot 9.13 + 2 \cdot 18.26 = 73.04$

2) إيجاد المعدل لحدي للإحلال التقني *MRS* عند نقطة التوازن

$$MRS = \frac{MPL}{MPK} = \frac{K}{L} = \frac{18.26}{9.13} = 2$$

التفسير: المنتج مستعد أن يتخلى على وحدتين من رأس المال مقابل الحصول على وحدة إضافة من العمل مع البقاء في نفس مستوى الإنتاج.

التمرين12:

لدينا دالة الإنتاج التالية: $Q = 4K^{\frac{3}{4}}.L^{\frac{4}{4}}$

1) إذا كان سعري عنصري الإنتاج على التوالي هما $P_K = 3$ ، $\boldsymbol{P_L = 1}$ وكان توازن المنتج يحدث عندما يكون الإنتاج 400 وحدة، ما هي الكميات التي يستعملها المنتج من عنصري الإنتاج العمل L ورأس المال K؟ وماالتكلفة اللازمة؟

2) برهن أن هذه الدوال متجانسة؟

3) إذا تمن مضاعفة الكميات المستعملة من عنصري الإنتاج مع ثبات سعريهما، أحسب حجم الإنتاج الناجم عن هذه العملية، ثم أحسب التكلفة اللازمة؟

4) بإفتراض أن الكميات المستعملة من عنصري الإنتاج تتضاعف مرة أخرى في نفس الظروف: أحسب حجم الإنتاج الجديد؟ وما هي التكلفة اللازمة؟

5) انطلاقا مما سبق، هل يمكن تحديد مجال توسع المؤسسة؟

حل التمرين 12 :

1) شرط التوازن يكون دائما عندما تتحقق المعادلة:

$$\frac{MPL}{MPK} = \frac{PL}{PK} \rightarrow \frac{4 \cdot \frac{1}{4} K^{\frac{3}{4}} L^{-\frac{3}{4}}}{4 \cdot \frac{3}{4} K^{-\frac{1}{4}} L^{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{K^{\frac{3}{4}} L^{-\frac{3}{4}}}{3K^{-\frac{1}{4}} L^{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow K^{\frac{3}{4}} \cdot L^{-\frac{3}{4}} . K^{\frac{1}{4}} . L^{-\frac{1}{4}} = 1 \Rightarrow \frac{K}{L} = 1 \Rightarrow K = L$$

$$\begin{cases} Q = 4 \cdot K^{\frac{3}{4}} L^{\frac{1}{4}} \\ K = L \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 400 = 4L \Rightarrow \begin{cases} L = 100 \\ K = 100 \end{cases} \end{cases}$$

إن التوازن يحصل عند تحقيق انتاج يساوي 400 وحدة.

$$\mathbf{CT = 3K + L = 4K = 4L = 400}$$

2) لنبرهن أن الدالة $Q = f(K, L)$ متجانسة يجب أن نبرهن على العلاقة التالية:

$$f(tk, tl) = t^k f(K, L)$$

$$f(tk, tl) = 4(tK)^{\frac{3}{4}}(tK)^{\frac{1}{4}} = 4t^{\frac{3}{4}} \cdot t^{\frac{1}{4}} \cdot K^{\frac{3}{4}} \cdot L^{\frac{1}{4}}$$

$$= 4\, t\, K^{\frac{3}{4}} \cdot L^{\frac{1}{4}}$$

$$= t4\, K^{\frac{3}{4}} \cdot L^{\frac{1}{4}} = tf(K, L)$$

إذن الدالة δ متجانسة من الدرجة الأولى

3) حساب حجم الإنتاج و التكلفة اللازمة :

$P_K = 3$ $\qquad$ $P_L = 1$

$K = 200$ $\qquad$ $L = 200$

حساب Q :

$$B = L\, P_L + K P_K$$

$$\Rightarrow B = 200 \cdot 1 + 200 \cdot 3 = 200 + 600 = 800$$

4) إذا تمت مضاعفة عناصر الإنتاج مرة أخرى ، حساب حجم الإنتاج الجديد و التكلفة اللازمة :

$Q = 1600 , B = 1600$

5) تحديد مجال التوسع

$$\frac{MPL}{MPK} = \frac{PL}{PK} \Rightarrow K = L$$

التمرين*13* : منشأة تنتج منتوج Xوتتحمل كلفة كلية تالية:

$$C_T = \frac{2}{3}Q^2 + 2\varphi + 18$$

1) أحسب التكلفة المتوسطة والتكلفة الحدية؟

2) إذا كانت لمؤسسة سوق المنتوج φ ب 30ون.كم يجب انتاج من المنتوج φ تستطيع المؤسسة تعظيم ربحها ما هو حجم الربح المحقق؟.

3) عندي أي سعر المؤسسة بالإستجاب من السوق؟.

4) مثل على منحنى بياني عتبة العلق وعتبة المردودية ؟ .

5) استخرج دالة العرض ؟.

حل التمرين 13 :

1) حساب التكلفة المتوسطة والتكلفة الحدية

- **التكلفة المتوسطةAC:**

$$AC = \frac{CT}{\varphi} \Rightarrow AC = \frac{\frac{2}{3}\varphi^2 + 2\varphi + 18}{\varphi} = \frac{2}{3}\varphi + 2 + \frac{18}{\varphi}$$

- **التكلفة الحدية MC :**

$$MC = \frac{\delta CT}{\delta \varphi} = \frac{4}{3}\varphi + 2$$

2) حساب الكميات المنتجة من المنتوج φ وذلك لتحقيق أقصى ربح:

$$\pi = R - C \Rightarrow \pi = \varphi \times P_\varphi - CT$$

$$\pi = 30\varphi - \left(\frac{2}{3}\varphi^2 + 2\varphi + 18\right) \Rightarrow \pi = 30\varphi - \frac{2}{3}\varphi^2 - 2\varphi - 18$$

$$\pi = -\frac{2}{3}\varphi^2 + 28\varphi - 18$$

$$\pi_{MAX} \rightarrow \begin{cases} \pi'_\varphi = 0 \\ \pi'' < 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -\frac{4}{3}\varphi + 28 = 0 \\ -\frac{4}{3} < 0 \end{cases} \Rightarrow \pi_{MAX} \rightarrow \begin{cases} \varphi = 21 \\ -\frac{4}{3} < 0 \quad \text{محققة} \end{cases} \Rightarrow$$

وبالتالي أقصى ربح يمكن تحقيقه هو :

$$\pi = -\frac{2}{3}\varphi^2 + 28\varphi - 18 \rightarrow \pi = -\frac{2}{3}(21)^2 + 28(21) - 18$$

$$\pi = 360$$

3) حساب السعر الذي تنسحب فيه المنشأة من السوق :

تنسحب المنشأة من السوق عندما يكون السعر < عتبة الغلق

عند عتبة الغلق :

$$AVC = MC = Px$$

$$\frac{TVC}{\varphi} = \frac{\delta CT}{\delta\varphi} = Px \Rightarrow \frac{\frac{2}{3}\varphi^2 + 2\varphi}{\varphi} = \frac{4}{3}\varphi + 2 \Rightarrow \frac{2}{3}\varphi + 2 = \frac{4}{3}\varphi + 2$$

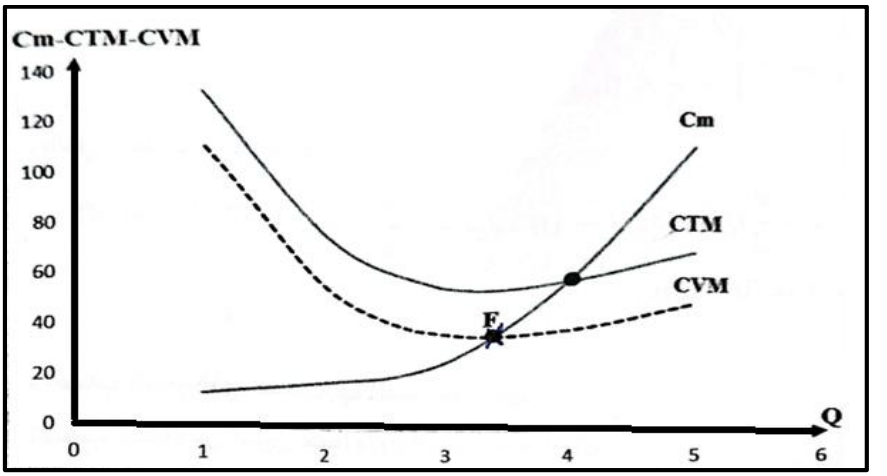
$$\varphi = 0$$

$$MinAVC = P_\varphi = 2$$

ننصح المنشأة بالانسحاب من السوق عندما يكون سعر المنتوج X يقدر بوحدتين نقديتين وبما أن $\varphi = 30$ P <2 ⇔ المنشأة تستطيع البقاء في السوق

4) التمثيل البياني لعتبة الغلق و عتبة المردودية :

Q	1	2	3	6
MC	3.33	4.66	6	10
TC	20.6	12.3	10	9
AVC	2.66	3.33	4	6



5) **استنتاج دالة العرض:**

$$MC = P \Rightarrow \frac{4}{3}\varphi + 2 = P \Rightarrow \varphi = \frac{3}{4}P - \frac{3}{2}$$

المراجع

المراجع

المراجع باللغة العربية

1- أحمد عبد الخالق، ***الاقتصاد الجزئي: النظرية والتطبيق***، دار الفكر الجامعي، مصر ، 2016.

2- خليفي عيسى ، فرحات سميرة ، ***الاقتصاد الجزئي بين النظرية و التطبيق*** ، دار المعتز للنشر و التوزيع ، الأردن، 2015 .

3- رشيد بن الذيب ، نادية شطاب عباس ، ***اقتصاد جزئي (نظرية و تمارين)*** ،ديوان المطبوعات الجامعية ، الجزائر ، 2005.

4- سامي محمد، ***الاقتصاد الجزئي: التحليل الاقتصادي الجزئي***، دار الكتب الوطنية، تونس ، 2019.

5- عبد الرحمن يسري، ***الاقتصاد الجزئي***، دار النهضة العربية، مصر ، 2018.

6- عتو الشارف ، ***تمارين في الاقتصاد الجزئي*** ، النشر الجامعي الجديد ، تلمسان ، الجزائر ، 2019 .

7- غراب رزيقة ، ***الاقتصاد الجزئي المرونات "محاضرات مدعمة بأعمال تطبيقية بحلولها النموذجية"*** ، مركز الكتاب الأكاديمي ، عمان ، 2014 .

8- محسن النجار، ***مبادئ الاقتصاد الجزئي***، دار المسيرة للنشر والتوزيع، 2020.

9- محمود حسين الوادي ، أحمد عارف العساف ، وليد أحمد صافي ، ***الاقتصاد الجزئي ،*** دار المسيرة للنشر و التوزيع و الطباعة ، عمان ، 2008.

10- محمود حسين الوادي ، كاظم جاسم العيساوي ، ***الاقتصاج الجزئي تحليل نظري و تطبيقي*** ، دار المسيرة للنشر و التوزيع و الطباعة ، 2007 .

11- مصطفى طويطي ، ***الاقتصاد الجزئي تحليل نظري و تطبيقي ،*** النشر الجامعي الجديد ،تلمسان ، الجزائر ، 2017.

12- مناور فريح حداد ، حازم بدر الخطيب ، ***مبادئ الاقتصاد الجزئي*** ، دار حامد للنشر و التوزيع ، عمان ، 2013 .

13- وسيلة حمداوي ، ***نظرية الاقتصاد الجزئي*** ،النشر الجامعي ، قالمة ،الجزائر،2010.

المراجع باللغة الفرنسية :

1- David Besanko ،***Microeconomics*** ،John Wiley & Sons ،2017.

2- Hal R. Varian ،***Intermediate Microeconomics***: A Modern Approach ،W.W. Norton & Company,2020 .

3- Paul A. Samuelson ،***Microeconomics*** ،McGraw-Hill ,2018.

4- Robert S. Pindyck ،***Microeconomics*** ،Pearson Education ،2018.