



وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة عبد الحميد بن باديس - مستغانم
كلية العلوم الاقتصادية و التجارية و علوم التسيير
قسم العلوم التجارية



مطبوعة بيداغوجية موجهة لطلبة السنة أولى ماستر
تخصص: مالية وتجارة دولية

بعنوان:

تحليل السلاسل الزمنية

من إعداد:

د/ بورحلة زهرة
أستاذة محاضرة قسم -ب-

السنة الجامعية: 2025/2024

تقديم المادة

الجهات المستهدفة من المطبوعة:

هذه المطبوعة موجهة إلى طلبة السنة أولى ماستر ، شعبة العلوم التجارية، تخصص مالية وتجارة دولية (قسم العلوم التجارية).

الهدف من المقياس:

- تهدف هذه المادة إلى إعطاء الطالب لمحة شاملة حول السلاسل الزمنية ومركباتها وطرق الكشف عنها من خلال تطبيقها على بيانات أي ظاهرة يرغب الطالب في دراستها من أجل التقدير والتنبؤ بتلك الظواهر.
- تهدف هذه المادة إلى جعل الطالب يتمكن من النمذجة من أجل الاستفادة منها في أبحاثه المستقبلية.
- ربط المفاهيم والقواعد النظرية باستخداماتها التطبيقية.
- استيعاب المفاهيم المتعلقة بالسلسلة الزمنية وطرق تقدير مركباتها والكشف عنها.
- استيعاب المفاهيم الأساسية الضرورية لموضوع السلاسل الزمنية مثل الإستقرارية، بنوعها التامة والضعيفة، ودالي الارتباط الذاتي والذاتي الجزئي وطرق تقديرهما وأهم التحويلات الرياضية لجعل السلسلة مستقرة.
- معرفة أهم نماذج التمهيد الأمي للتنبؤ بالسلاسل الزمنية بالتركيز على التمهيد الأمي البسيط والمضاعف، وكذلك عرض طريقة التنبؤ لهولت ووينترز.
- تنمية القدرة على استخدام بعض البرامج الرياضية المستخدمة في هذا المجال.

متطلبات المقياس:

ينتظر أن يكون الطالب على علم بأساسيات الإحصاء الوصفي (Descriptive Statistics) والإحصاء الاستدلالي (Inferential Statistics)، فضلا عن مبادئ استخدام جهاز الكمبيوتر والتعامل مع كافة البرامج خاصة برنامج Eviews.

الأدوات المعتمدة في التدريس:

المراجع العلمية حول الموضوع من كتب، مجلات، مطبوعات، فضلا عن استخدام برمجية في التطبيقات . Eviews

الفهرس

الصفحة	العناوين
أ	تقديم المادة
ب	الفهرس
01	مقدمة
04	المحور الأول : عموميات حول السلاسل الزمنية وتقدير مركباتها
05	1- مفاهيم أساسية حول السلاسل الزمنية
05	1-1 مفهوم السلاسل الزمنية
07	2-1 أشكال السلاسل الزمنية
08	3-1 مراحل التعامل مع السلاسل الزمنية
09	4-1 الأهداف الرئيسية من دراسة السلاسل الزمنية
10	2- المركبات الجوهرية للسلاسل الزمنية
10	1-2 مركبات السلاسل الزمنية
14	2-2 أشكال نماذج السلاسل الزمنية وطرق تحديدها
16	3- قياس الاتجاه العام
18	1-3 مثال تطبيقي محلول
20	2-3 مثال تطبيقي محلول
21	4- قياس المركبة الفصلية (الموسمية)
21	1-4 إختبار Kruskal-Wallis
23	2-4 مثال تطبيقي محلول
26	أسئلة وتمارين محلولة حول المحور الأول
40	المحور الثاني: الاستقرارية والارتباط الذاتي والجزئي
41	5- دراسة استقرارية السلاسل الزمنية
41	1-5 استقرارية السلاسل الزمنية
43	2-5 سلسلة التشويش الأبيض أو الضجة البيضاء
44	6- دالة الارتباط الذاتي
46	1-6 منحني دالة الارتباط الذاتي

47	2-6 خواص دالة الارتباط الذاتي
49	7- دالة الارتباط الذاتي الجزئي
52	1-7 خواص دالة الارتباط الجزئي
54	8- توصيف حالات النماذج غير مستقرة
55	1-8 اختبار ديكي-فولر المطور
58	2-8 اختبار فيليب-بيرون
59	3-8 اختبار KPSS
60	أسئلة وتمارين محلولة حول المحور الثاني
68	المحور الثالث: نماذج التمهيد الآسي للتنبؤ بالسلاسل الزمنية
69	9- نموذج التمهيد الآسي البسيط (الأحادي)
71	1-9 أمثلة تطبيقية محلولة
76	10- نموذج التمهيد الآسي المزدوج (النموذج الخطي)
76	1-10 نموذج Brown
79	2-10 نموذج Holt
84	11- نموذج التمهيد الآسي الثلاثي هولت وينتر
85	1-11 طريقة Holt-Winters التجميعية (المضافة)
86	2-11 طريقة Holt-Winters (المضاعفة)
94	أسئلة وتمارين محلولة حول المحور الثالث
102	قائمة المراجع

مقدمة

في ظل التغيرات المتسارعة التي تشهدها الاقتصاديات الحديثة، أصبحت القدرة على تحليل البيانات الزمنية أداة لا غنى عنها لفهم ديناميكية المتغيرات الاقتصادية والاجتماعية، واتخاذ قرارات مبنية على أسس كمية رصينة. ومن هذا المنطلق، يكتسي مقياس تحليل السلاسل الزمنية أهمية بالغة ضمن منظومة التكوين الأكاديمي في تخصصات الاقتصاد، التجارة، الإحصاء، والبحث العلمي. فتحليل السلاسل الزمنية يعتبر مدخلا أساسيا لفهم كافة الظواهر الاقتصادية والمالية التي تتغير مع مرور الزمن، سواء كانت مؤشرات سعرية، إنتاجية، أو ديمغرافية، أو غيرها. ومنه يعد من أهم الأدوات الكمية المستخدمة في دراسة وتحليل شتى الظواهر الاقتصادية والاجتماعية التي تتطور عبر الزمن. إذ لا يقتصر هذا الأخير على مجرد تتبع التغيرات في البيانات، بل يسعى إلى فهم البنية الداخلية للسلسلة الزمنية، تقدير مكوناتها الأساسية، وتفسير أنماطها السلوكية من أجل التنبؤ بالمستقبل وصياغة السياسات الاقتصادية الرشيدة. وبالتالي تنطلق هذه المطبوعة البيداغوجية من أساسيات السلاسل الزمنية، حيث يتعرف الطالب على طبيعة البيانات الزمنية وكيفية تفكيكها إلى مركباتها الأربعة الرئيسية: الاتجاه العام، الموسمية، الدورات الاقتصادية، والمكون العشوائي. يعد هذا التفكيك ضروريا للتمييز بين التغيرات المنتظمة وغير المنتظمة، ولبناء قاعدة تحليلية قوية قبل الانتقال إلى النمذجة. حيث يتيح تقدير هذه المركبات للطالب إمكانية الفصل بين السلوك المنتظم للسلسلة والاضطرابات المؤقتة، مما يعد خطوة أولى نحو بناء نماذج تفسيرية أو تنبؤية دقيقة. كما يساعد هذا النوع من التحليل على الإجابة عن أسئلة محورية من قبيل: هل السلسلة في تصاعد أم في تراجع؟ هل هناك نمط موسمي ثابت؟ وهل هناك صدمات خارجية تؤثر بشكل غير منتظم على بنية السلسلة؟. إن هذا التفكيك لا يخدم فقط الجانب التنبئي، بل يسمح كذلك بفهم الخلفيات الاقتصادية للسلوك الزمني للمتغيرات، وهو ما يُعتبر جوهر التحليل الاقتصادي الكمي.

بعد ذلك، تتعمق المطبوعة في مفهوم الاستقرارية (Stationarity) والذي يمثل أحد الأعمدة الأساسية لتحليل السلاسل الزمنية. فخاصية الاستقرارية تعتبر من الشروط الأساسية لبناء نماذج صحيحة إحصائيا في تحليل السلاسل الزمنية. فالسلسلة غير المستقرة أي التي تتغير خصائصها الإحصائية عبر الزمن (مثل المتوسط والتباين) تؤدي إلى نتائج مضللة وغير قابلة للتفسير أو التنبؤ. وبالتالي فإن استقرارية السلسلة أي ثبات

خصائصها الإحصائية عبر الزمن يعتبر شرطاً أساسياً لاستخدام العديد من النماذج الزمنية، مثل نماذج ARIMA. كما تقدم أدوات فنية للكشف عن الاستقرار، من بينها اختبارات ديكي-فولر الموسع (ADF) وفيليبس-بيرون (PP) وغيرها من اختبارات. ويؤكد ذلك شرح مفصل لآليات الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي والتي تعتبران أداتان تحليليتان تسمحان بفهم مدى تأثير القيم السابقة للسلسلة على القيم الحالية، وهو ما يشكل الأساس في اختيار رتبة النماذج الزمنية (مثل AR، MA، أو ARIMA). فهي تعد كأدوات لفهم العلاقات الزمنية داخل السلسلة واختيار النموذج المناسب بناء على شكل المضلعات البيانية لهذه العلاقات. بحيث تستخدم المضلعات الذاتية لتحليل هذه العلاقات، حيث يظهر المخطط الذاتي العادي تأثير القيم المتأخرة، بينما يكشف المخطط الذاتي الجزئي عن التأثيرات الصافية بعد التحكم في الفترات السابقة. إن فهم هذه العلاقات يُعدّ محورياً في ضبط هيكل النماذج الزمنية.

أما في المحور الأخير، تركز المطبوعة على نماذج التمهيد الأسي، التي تعتبر إحدى أكثر الطرق استخداماً في التنبؤ بالسلاسل الزمنية، ومن بين الأدوات التطبيقية البسيطة والفعالة في التنبؤ، خاصة في الحالات التي يغلب عليها الطابع القصير الأجل أو عدم انتظام الموسمية. وتقوم هذه النماذج على مبدأ إعطاء أوزان متفاوتة للقيم السابقة، مع التركيز الأكبر على القيم الأقرب زمنياً، وذلك بطريقة تقلل من أثر الصدمات العابرة وتحسن من دقة التنبؤ. وتتناول المطبوعة أشهر هذه النماذج، بما في ذلك نموذج التمهيد البسيط المستخدم عندما لا تحتوي السلسلة على اتجاه أو موسمية. نموذج هولت الذي يأخذ في الحسبان الاتجاه العام. وفي الأخير نموذج هولت-وينترز الذي يستخدم في حالة وجود اتجاه وموسمية معا (إما بشكل إضافي أو ضرب). مع توضيح كيفية استخدام كل نموذج حسب خصائص السلسلة المدروسة. بحيث تستخدم هذه النماذج بكثرة في المؤسسات التجارية والمالية والإدارية لاتخاذ قرارات قصيرة الأجل مثل التزويد بالمخزون، التوظيف الموسمي، أو التسعير، نظراً لبساطتها وسرعتها في التقدير دون الحاجة إلى افتراضات قوية حول بنية السلسلة. وفي هذا السياق فإن هذه المطبوعة تهدف إلى تمكين الطالب من الربط بين الأسس النظرية والتحليل التطبيقي، من خلال دمج المفاهيم الإحصائية بالواقع الاقتصادي، وتدريبه على استخدام البرمجيات الإحصائية مثل EViews لتطبيق هذه النماذج على بيانات حقيقية، لا سيما من الاقتصاد الجزائري. وبذلك، لا تقدم هذه المطبوعة مجرد محتوى بيداغوجي

جامد، بل تعد مدخلا عمليا لفهم الحركية الزمنية للظواهر الاقتصادية، وتسهم في تطوير مهارات التحليل، النقد، والتفسير لدى الطلبة، بما يعزز من قدرتهم على اتخاذ قرارات مستندة إلى بيانات ومعطيات دقيقة.

المحور الأول

عموميات حول السلاسل الزمنية وتقدير مركباتها

نهدف من خلال هذا المحور إلى التطرق لما يلي :

- ✓ مفاهيم أساسية حول السلاسل الزمنية؛
- ✓ المركبات الجوهرية للسلاسل الزمنية؛
- ✓ قياس الاتجاه العام؛
- ✓ قياس المركبة الفصلية (الموسمية)؛
- ✓ أسئلة وتمارين محلولة

المحاضرة الأولى

سيتم التطرق من خلال هذه المحاضرة إلى موضوع هام من مواضيع الاقتصاد القياسي والمتمثل في السلاسل الزمنية. حيث سنحاول من خلال هذه المحاضرة أن نتطرق إلى مفاهيم ومبادئ وأهداف السلاسل الزمنية وإعطاء الطالب لمحة عامة حول السلاسل الزمنية.

1- مفاهيم أساسية حول السلاسل الزمنية:

1-1 مفهوم السلاسل الزمنية **Time series** : لقد تعددت واختلفت المفاهيم حول السلاسل الزمنية حيث ومن بين أهم هذه المفاهيم يمكن التطرق إلى ما يلي:

- تتألف مجموعة بيانات السلسلة الزمنية مشاهدات متغير أو متغيرات خلال الزمن. ومن الأمثلة على بيانات السلسلة الزمنية أسعار الأسهم، وعرض النقد، ومؤشر أسعار المستهلك، والنتائج المحلي الاجمالي، ومعدلات جرائم القتل السنوية، وأعداد مبيعات السيارات. ولأن الأحداث الماضية يمكن أن تؤثر في الأحداث المقبلة، فإن إبطاء السلوك سائد في العلوم الاجتماعية، ويعد الزمن مهما في سلسلة بيانات محددة. وخلافا لترتيب البيانات المقطعية، فإن التسلسل التاريخي لترتيب مشاهدات سلسلة زمنية يحتمل أن ينقل معلومات مهمة¹.
- تعرف السلسلة الزمنية بأنها مجموعة من المشاهدات observations (المتتالية) التي تقع مع الزمن بشكل متتابع. ومن بين الأمثلة عليها البيانات اليومية، أو الأسبوعية، أو الشهرية، أو السنوية والتي يمكن رصدها عن ظاهرة ما، قابلة للملاحظة والقياس. وتنشأ السلاسل الزمنية في الطبيعة حولنا، بأشكال متعددة². حيث يرمز للمشاهدات في سلسلة حجمها n بـ $y_1, y_2, \dots, y_t, \dots, y_n$ حيث أن y_t هي قيمة الظاهرة في الزمن t . ويمكن النظر لقيم المشاهدات

¹ خالد محمد السواعي (2011)، **Eviews والقياس الاقتصادي**، عمان-الأردن، دار الكتاب الثقافي، الطبعة الأولى، ص 29.

² عبد الرزاق بني هاني (2014)، **الاقتصاد القياسي- نظرية الانحدار البسيط والمتعدد**، عمان- دار وائل للنشر والتوزيع، الطبعة الأولى، ص 267.

في السلسلة الزمنية كتحقق realization معين لعملية تصادفية خفية هي المسؤولة عن النمط المشاهد في السلسلة³.

■ عادة ما تكون مشاهدات السلسلة الزمنية مرتبطة ببعضها البعض، ويأخذ الارتباط بين هذه المشاهدات أشكالاً وأنماطاً عديدة تختلف باختلاف طبيعة الظاهرة، ومن ثم فإن ترتيب المشاهدات في السلاسل الزمنية ذو أهمية خاصة ولذلك فإن معظم الأساليب التي تستخدم في تحليل البيانات التجريبية أو بيانات الحصر لا تكون صالحة لتحليل السلاسل الزمنية وبالتالي لابد من ابتكار وتطوير أدوات وأساليب خاصة لتحليل السلاسل الزمنية⁴. فإذا كانت المجموعة متصلة توصف السلسلة الزمنية بأنها سلسلة زمنية متصلة continuous time series. أما إذا كانت متقطعة فإنها تسمى سلسلة زمنية متقطعة discrete time series⁵.

■ كما تعرف أيضا بأنها مجموعة من القيم الخاصة بمؤشر ما مأخوذة خلال فترات زمنية متتالية وهي تعكس تطور ذلك المؤشر عبر الزمن. كل قيمة (حد) (y_t) من حدود السلسلة الزمنية يتشكل نتيجة لتفاعل عدد كبير من العوامل المؤثرة في الظاهرة المدروسة⁶.

وبالتالي يمكن تمثيل السلسلة الزمنية بيانياً في المستوي، حيث أن المحور الأفقي يمثل الزمن و المحور العمودي يمثل قيم السلسلة المدروسة ويسمى بمنحنى التطور التاريخي للسلسلة (Histogramme)⁷. حيث تعرض السلسلة الزمنية عادة في صورة جدول أو خط أو منحنى بياني، يعرف بالخط التاريخي أو المنحنى الزمني كما في المثال الموضح أدناه وفي جدول يبين تطور إنتاج منتج ما لإحدى المؤسسات خلال الفترة الزمنية 2020-2025 :

³ زين العابدين البشير (2016)، تحليل السلاسل الزمنية- في مجال التكرار ومجال الزمن، عمان- دار الجنان للتوزيع والنشر، الطبعة الأولى، ص 07.

⁴ رملي محمد (2019-2020)، تحليل السلاسل الزمنية، مطبوعة موجهة لطلبة الماستر تخصص اقتصاد كمي، جامعة الطاهر مولاي سعيدة، ص 9.

⁵ زين العابدين البشير (2016)، مرجع سبق ذكره، ص 07.

⁶ مكيد علي (2011)، الاقتصاد القياسي- دروس ومسائل محلولة، الجزائر- ديوان المطبوعات الجامعية، الطبعة الثانية، ص 279.

⁷ العقاب محمد (2017/2018)، تحليل السلاسل الزمنية- محاضرات وتطبيقات في الاقتصاد، مطبوعة علمية متخصصة موجهة لطلبة السنة الأولى ماستر إقتصاد كمي، جامعة زيان العاشور الجلفة، الجزائر، ص 01.

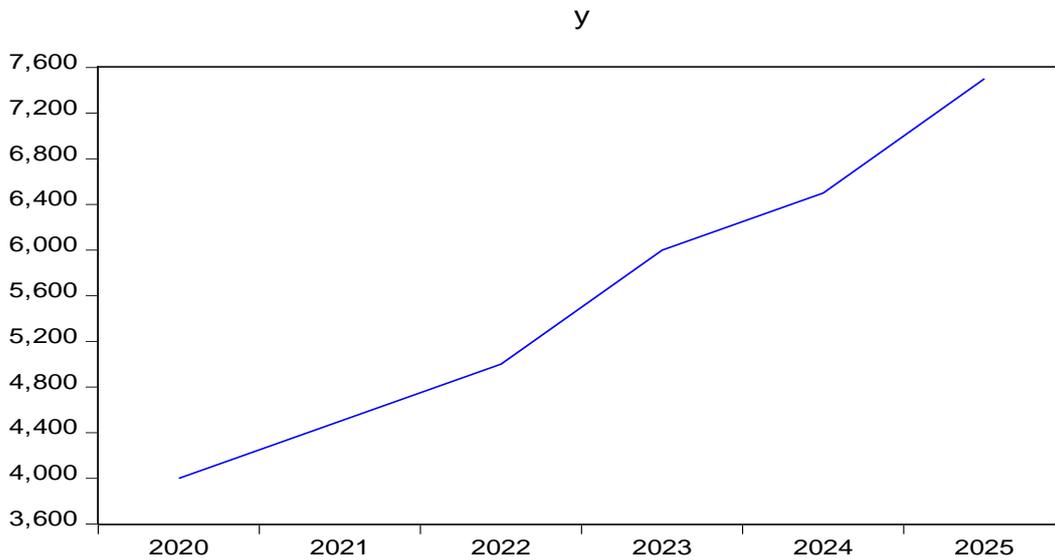
الجدول 1-1: تطور حجم إنتاج إحدى المؤسسات 2020-2025

السنة	2020	2021	2022	2023	2024	2025
حجم الإنتاج - الوحدة/ بالطن	4000	4500	5000	6000	6500	7500

المصدر: من إعداد الباحث

ويمكن تمثيل هذا التطور بيانيا في المنحنى البياني الموضح أدناه كما يلي:

الشكل رقم 01: المنحنى التاريخي لتطور حجم إنتاج إحدى المؤسسات 2020-2025



المصدر: من إعداد الباحث بالاعتماد على برنامج Eviews

2-1 أشكال السلاسل الزمنية: يوجد للسلاسل الزمنية عدة أشكال حيث وعلى سبيل المثال نذكر ثلاثة أشكال

لها كما يلي⁸:

- السلاسل الزمنية الاقتصادية **Economic Time series**: وتتمثل هذه السلاسل على سبيل المثال

وليس الحصر في سلاسل أسعار السلع والأسهم، قيم الصادرات والواردات، الإنتاج الصناعي

والاستهلاك، الرقم القياسي للأسعار والإنتاج، عرض النقد بأشكاله المتعددة، الودائع لدى البنوك، وما

شابه من هذه المتغيرات الاقتصادية.

⁸ عبد الرزاق بني هاني (2014)، مرجع سبق ذكره، ص 267-268.

■ السلاسل الزمنية السكانية **Demographic Time series**: حيث تتمثل هذه السلاسل في بيانات عدد السكان خلال السنوات المتعاقبة، في دولة ما، وتشمل توزيع السكان بين الذكور والإناث، والهيكل العمري، وتركز السكان في المناطق الجغرافية، وما شابه ذلك.

■ السلاسل الزمنية المعبرة على حدث ما **Point Process**: إذ تتمثل هذه السلاسل الزمنية في الحوادث على الطرقات أو حوادث اصطدام القطارات أو حوادث سقوط طائرات الركاب المدنيين. وعادة ما تمثل مثل هذه السلسلة على شكل خط مستقيم.

3-1 مراحل التعامل مع السلاسل الزمنية: لقد تعددت مراحل السلاسل الزمنية حيث أن هذه المراحل تتضمن ثلاث خطوات أساسية و تتمثل في⁹:

- تحديد ما إذا كانت السلسلة مستقرة أو لا؛
- إجراء إختبار التكامل المشترك **Test Cointegration** لتحديد ما إذا كان هناك علاقة طويلة الأجل في السلسلة؛
- تحديد نموذج تصحيح الخطأ **Error Correction Model**.

4-1 الأهداف الرئيسية من دراسة السلاسل الزمنية: غالبا ما تؤدي أسباب دراسة أية سلسلة زمنية إلى تحديد الطرق المستخدمة في دراستها. لذا، يستحسن إعطاء نظرة عامة لبعض أهداف دراسة السلاسل الزمنية¹⁰. ويمكن تلخيص أهم الأهداف الرئيسية من دراسة السلاسل الزمنية بالشكل التالي¹¹:

- تحليل وصف وشرح تطور ظاهرة معينة عبر الزمن؛

⁹ عبد القادر الجندي، معتمد تاطحي (2021). صياغة النماذج المالية والاقتصادية مع Eviews دليل للطلبة والمحترفين. مصر- دار حميثرا للنشر، الطبعة الأولى، ص58.

¹⁰ والتر فاندل (1992)، السلاسل الزمنية من الوجة التطبيقية ونماذج بوكس-جنكيز. المملكة العربية السعودية، الرياض، دار المريخ للنشر، ص23.

¹¹ جيلالي جلاطو (2022)، الإحصاء والاقتصاد القياسي- تمارين ومسائل محلولة في مجال الاقتصاد، المالية، التجارة، النقود والبنوك، الجزائر- النشر الجامعي الجديد، ص241.

■ المراقبة: مثلا مراقبة تسيير المخزون، مراقبة تطور عملية معينة (عملية التصنيع، التوظيف، الانتاج ... الخ)؛

■ التنبؤ: هو استباق التوقع بسلوك ظاهرة معينة في المستقبل؛

■ الكشف عن الاختلالات الانقطاعات المستقبلية عن طريق الجدلية أو قيم الظاهرة بفارق الزمن.

و يكمن الهدف الرئيسي من دراسة السلاسل الزمنية في واحدة أو أكثر من الحالات التالية¹²:

■ الشرح والوصف: حيث يتم تمثيل المشاهدات في صورة بيانية لمعرفة سلوكها عبر الزمن؛

■ التفسير: يمكننا فهم سلسلة زمنية معينة من تغاير سلسلة زمنية أخرى مرتبطة معها؛

■ التنبؤ (Prediction): يمكننا بواسطة آليات التحليل المناسبة التنبؤ بقيم مستقبلية غير معروفة في البيانات المتاحة (الراهنة).

■ الضبط والسيطرة (Control): وهي الحالة التي يمكن بواسطتها ضبط سلسلة ما من مجرد معرفة

سلوك سلسلة أخرى، ومثال على ذلك لو افترضنا أن y_t هي تمثل سلسلة مستوى الأسعار المجمعة

(aggregate price) ، وهي مرتبطة نظريا بالسلسلة X_t التي تمثل الطلب على النقد. يمكننا بناء على

ذلك، معرفة سلوك X_t والسيطرة عليها نظريا.

¹² عبد الرزاق بني هاني (2014)، مرجع سبق ذكره، ص 269-270.

المحاضرة الثانية

حيث سيتم التطرق من خلال هذه المحاضرة إلى كافة المركبات الجوهرية للسلاسل الزمنية وكافة العناصر المكونة لها وهذا من أجل إعطاء الطالبة لمحة عامة حول مركبات السلاسل الزمنية. فالسلاسل الزمنية تعد من الأدوات الأساسية في تحليل البيانات المرتبطة بالزمن، حيث تهدف إلى فهم سلوك المتغيرات مع مرور الوقت من أجل التنبؤ بالمستقبل واتخاذ قرارات دقيقة. في هذه المحاضرة، سنتعرف على المركبات الجوهرية للسلاسل الزمنية، وهي العناصر الأساسية التي تكون أي سلسلة زمنية. يشمل ذلك الاتجاه العام (Trend)، الموسمية (Seasonality)، الدورية (Cyclic)، والتشوش العشوائي (Irregular أو Noise). فهم هذه المركبات يعد خطوة أساسية لتحليل السلاسل الزمنية بشكل علمي وتطبيق نماذج التنبؤ المناسبة لها.

2- المركبات الجوهرية للسلاسل الزمنية

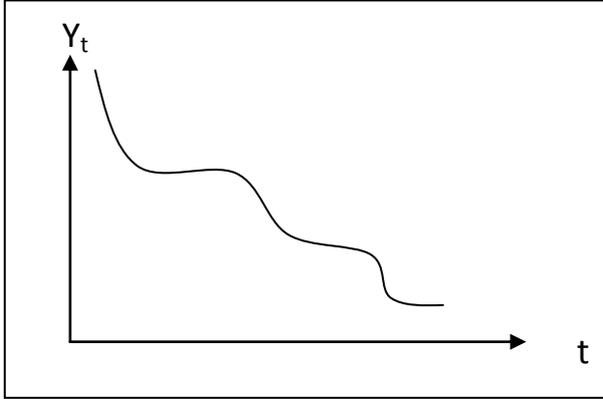
1-2 المركبات للسلاسل الزمنية : بغرض دراسة و تحليل السلسلة الزمنية فانه في البداية يجب تحديد مركبات السلسلة و العناصر المكونة لها، و من أهم المركبات نذكر:

1-1-2 مركبة الاتجاه العام (T) the trend

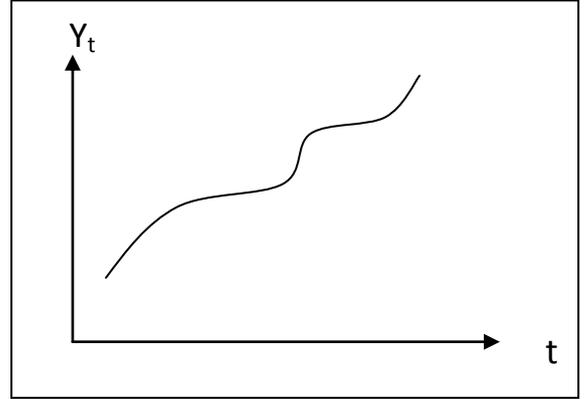
يشير الاتجاه العام إلى التغيرات والتحركات طويلة المدى وهذه التغيرات تأخذ شكلها بصورة تدريجية وتغيرها بطيء. وتستمر في اتجاه واحد متزايد أو متناقص مدة طويلة من الزمن، وإن حدث وتغير اتجاهها فإنها تبقى على هذا الاتجاه الجديد فترة طويلة أخرى. وتغيرات الاتجاه تكون متصلة وليست على شكل متموج¹³. و نرسم مركبة الاتجاه العام بالرمز T، و الشكل التالي يوضح حالة وجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة:

¹³ حمداوي الطاوس (2016)، مدخل للاقتصاد القياسي دروس وتمارين مرفقة بالحل، دار هومة للطباعة والنشر والتوزيع- الجزائر، ص 105.

الشكل رقم 2-2 : مركبة الاتجاه العام
بالنقصان



الشكل رقم 1-2 : مركبة الاتجاه العام
بالزيادة



المصدر: العقاب محمد (2017-2018)، مرجع سبق ذكره، ص02.

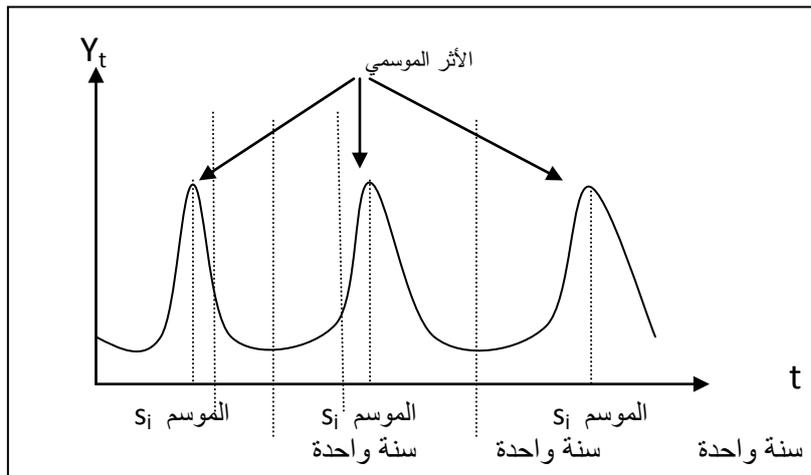
2-1-2 المركبة الموسمية أو الفصلية (S) Seasonal Variations

هذه التغيرات تكون في شكل زيادة أو نقصان تتكرر في فترات زمنية معينة بطول فترة تكرار ثابت. ومن

أمثلة ذلك حجم المبيعات الشهرية لسلعة الثلج والتي تزيد في أشهر الصيف وتقل في أشهر الشتاء بفترة تكرار 12 أشهراً. والفترة الزمنية للتغيرات الموسمية أقل من سنة: شهر، ربع سنة، الخ¹⁴. و نرمز للمركبة الفصلية

بالرمز S. و الشكل التالي يوضح حالة وجود المركبة الفصلية أو الموسمية ضمن السلسلة:

الشكل رقم 3-2 : سلسلة تتضمن وجود المركبة الفصلية أو الموسمية



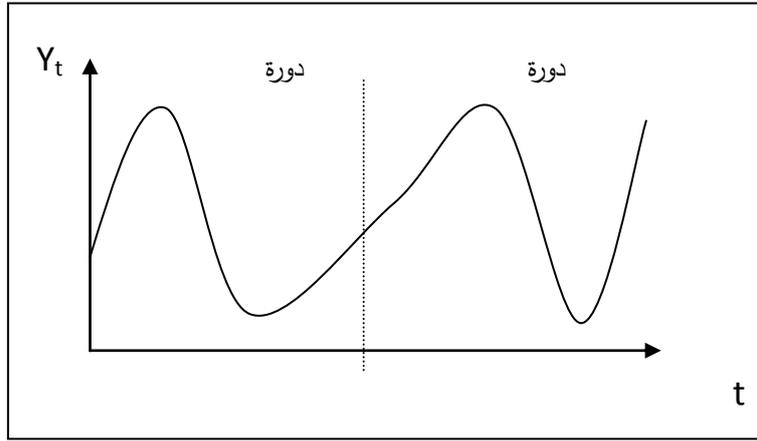
المصدر: العقاب محمد (2017-2018)، مرجع سبق ذكره، ص02.

¹⁴ زين العابدين البشير (2016)، مرجع سبق ذكره، ص 12.

3-1-2 المركبة الدورية (C) Cyclical Variations

تعكس هذه المركبة في السلاسل الزمنية طويلة المدى، والتي تبرز انتقال أثر الأحوال الاقتصادية مثلا، وهي تغيرات تشبه التغيرات الموسمية إلا أنها تتم في فترات أطول نسبيا من الفترات الموسمية، وبالمقارنة بالتغيرات الموسمية فإن طول الفترة الزمنية غير معلوم وإنما يتراوح عادة بين ثلاث سنوات إلى عشر سنوات، وبالتالي يصعب التعرف على التقلبات الدورية ومقاديرها لأنها تختلف اختلافا كبيرا من دورة لأخرى سواء من حيث طول الفترة الزمنية للدورة أو اتساع تقلباتها ومداهما ونرمز لها بالرمز C^{15} . والشكل التالي يوضح حالة وجود المركبة الدورية ضمن السلسلة:

الشكل رقم 4-2 : سلسلة تتضمن وجود المركبة الدورية



المصدر: العقاب محمد (2017-2018)، مرجع سبق ذكره، ص 03.

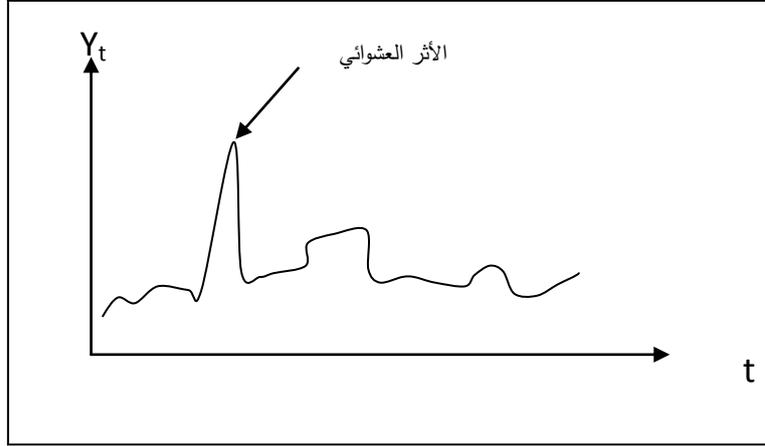
4-1-2 المركبة العشوائية (I) Irregular variation

وتعرف بأنها ما تبقى من السلسلة بعد إزالة الاتجاه والمركبة الدورانية والمركبة الموسمية. ورغم أن المركبة غير المنتظمة عشوائية بتعريفها، إلا أنه يمكن التنبؤ بها، إلى حد ما من خلال بعض النماذج الاحتمالية. ويتم ذلك بجعل السلسلة الزمنية مستقرة (ثابتة). ويقصد بذلك غياب (أو إزالة) التغير المنتظم في متوسطها (الاتجاه). وغياب (أو إزالة) التغير في تباينها مع الزمن، مما يتضمن إزالة الاتجاه والتغير الدوري من السلسلة، وقد يضطر الباحث إلى تحويل السلسلة بواسطة اللوغاريتم أو تربيعها، مثلا، وذلك من أجل الحصول على استقرار في تباين القيم، وتحويل الأثر الموسمي إلى صيغة جمعية (إضافية)، يمكن التعامل معها بسهولة،

¹⁵ شيخي محمد (2012)، طرق الاقتصاد القياسي محاضرات وتطبيقات، دار الحامد للنشر والتوزيع- عمان، الطبعة الأولى، ص 197.

وتطبيق آليات التوزيع الطبيعي على بيانات السلسلة¹⁶، و نمرز للمركبة العشوائية بالرمز I و الشكل التالي يوضح حالة وجود المركبة العشوائية ضمن السلسلة:

الشكل رقم 2-5: سلسلة تتضمن وجود المركبة العشوائية



المصدر: العقاب محمد (2017-2018)، مرجع سبق ذكره، ص03.

ملاحظة

تعتبر مركبتي الاتجاه العام و المركبة الموسمية أو الفصلية الأكثر ظهوراً في السلاسل المتعلقة بالدراسات الاقتصادية¹⁷. وتتكون السلاسل الزمنية بصفة عامة من أربع مركبات كما هو موضح في الجدول أدناه.

الجدول رقم 2-1: مركبات السلاسل الزمنية

مركبة الاتجاه العام	المركبة الفصلية أو الموسمية	المركبة الدورية أو مركبة الدورات الاقتصادية	المركبة العشوائية
تبين هذه المركبة الاتجاه العام للظاهرة المدروسة على المدى الطويل، وتكون في شكل خط مستقيم، حيث يعبر عنها	تمثل هذه المركبة التغيرات والتذبذبات الموسمية أو الفصلية، الناتجة عن التغيرات في الفصول بسبب تأثير عوامل خارجية، وهي تتم غالباً بطريقة منتظمة، بحيث توضح تغير الظاهرة المدروسة على المدى	تبين هذه المركبة أثر تطور النشاط الاقتصادي في المدى المتوسط والطويل، حيث تتناسب مراحل هذه المركبة مع مراحل الدورات الاقتصادية (ركود، انتعاش، رواج وكساد)، وهي تتكرر	تعتبر المركبة العشوائية على التغيرات التي يصعب التحكم فيها وضبطها، وهي نتيجة لعدة عوامل غير منتظمة

¹⁶ عبد الرزاق بني هاني (2014)، مرجع سبق ذكره، ص273.

¹⁷ العقاب محمد (2017-2018)، مرجع سبق ذكره، ص02.

إحصائيا كما يلي: $X_t = b + a.t$	القصير	باستمرار عبر الزمن.	ولا علاقة لها بعنصر الزمن.
-------------------------------------	--------	---------------------	-------------------------------

المصدر: من إعداد الطالبة بالاعتماد على عدة مراجع.

كما تدرس السلاسل الزمنية عادة لتحقيق عدد من الأهداف. وقد يكون أول أهداف هذه الدراسة هو استخدام السلسلة الزمنية لوصف وتصوير المعلومات المتاحة عن فترة زمنية توضح تطور الظاهرة المدروسة أي وصف الملامح والسمات الرئيسية للسلسلة. أما الهدف الثاني من دراسة السلاسل الزمنية فيمكن في التفسير ويقصد به توضيح وشرح التغيرات التي تحدث في الظاهرة باستخدام السلاسل الزمنية الأخرى التي ترتبط بها أو باستخدام عوامل البيئة المحيطة بالظاهرة. بينما من أهم أهداف دراسة السلاسل الزمنية على الإطلاق فهو التنبؤ بالمشاهدات المستقبلية والذي عادة ما يمثل الهدف النهائي من تحليل السلاسل الزمنية. وهذا الهدف هو أوضح الأهداف وأكثرها شعبية بالنسبة لدارس الإحصاء أو مستخدميه، فتحليل السلاسل الزمنية يبدأ عادة بالتعرف على النمط المناسب لشرح آلية تطور هذه السلسلة واستكمال هذا النمط مستقبلاً¹⁸.

2-2 أشكال نماذج السلاسل الزمنية وطرق تحديدها

يمكن أن نميز بين شكلين من أشكال هذه النماذج بناء على أنواع العلاقات بين المتغير التابع والمتغير المستقل، ويمكن أن نختصرها في علاقيتين، الخطية وغير الخطية، فالعلاقة الخطية تتعلق بالشكل التجميعي، والعلاقة غير الخطية ترتبط بالشكل المضاعف، وفيما يلي يمكن تمييز هذه النماذج¹⁹:

1-2-2 النموذج الضريبي: هو النموذج الذي يفترض أن قيمة الظاهرة (المشاهدة) عند أي نقطة زمنية يساوي حاصل ضرب المركبات الأربعة أي أن:

$$Y = T \times S \times C \times I$$

¹⁸ سمير مصطفى شعراوي (2005)، مقدمة في التحليل الحديث للسلاسل الزمنية، الطبعة الأولى، جدة: جامعة الملك عبد العزيز، الموقع الإلكتروني: <https://www.alfreed-ph.com/2018/09/Introduction-to-Modern-Analysis-of-time-Chains-pdf26.html>، تاريخ الاطلاع: 2025-8-29.

على الساعة: 13:00، ص: 11.

¹⁹ عرقوب خديجة (2023-2024)، مطبوعة محاضرات في مقياس تقنيات التنبؤ موجبة لطلبة السنة الثالثة ليسانس تخصص إدارة أعمال، جامعة 20 أوت 1955 سكيكدة، ص 19.

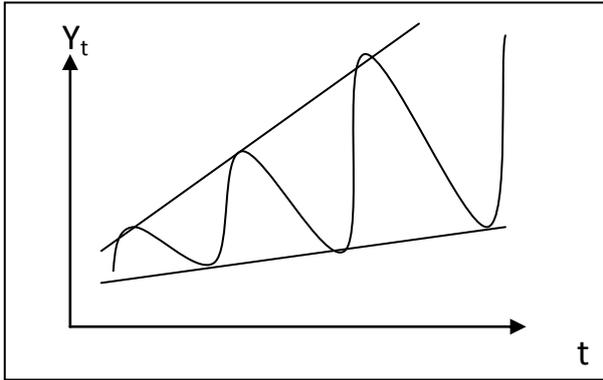
ومن صفات هذا النموذج أنه يستخدم في الحالات التي يمكن أن نفرض فيها أن المركبات الأربع يؤثر بعضها في بعض على الرغم من أن مصادر حدوثها تكون مختلفة. ومن أمثلة السلاسل التي يصلح لها النموذج الضربي سلسلة كميات المبيعات من سلعة معينة، لأنه يبدو أن هناك تأثيراً واضحاً للمركبات فيما بينها .

2-2-2 النموذج الجمعي : هو النموذج الذي يفترض أن قيمة الظاهرة (المشاهدة) عند أي نقطة زمنية يساوي حاصل جمع المركبات الأربعة أي أن:

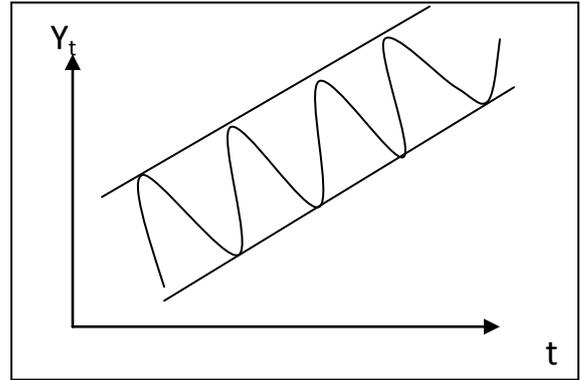
$$Y = T + S + C + I$$

وعند استعمال هذا النموذج يجب أن يكون بالإمكان فرض أن جميع المركبات مستقل بعضها عن بعض ، بمعنى أن حدوث إحداها لا يؤثر في حدوث المركبات الأخرى. وفي هذا النموذج يجب أن يكون مجموع قيم المركبة الفصلية على مدار السنة مساوياً صفرًا.

الشكل رقم 2-7: حالة نموذج الجداء



الشكل رقم 2-6: حالة نموذج الجمع



المصدر: العقاب محمد (2017-2018)، مرجع سبق ذكره، ص04.

ملاحظة

و القصد من تحديد مركبات السلسلة و نوع نموذج المركبات هو معرفة مدى تأثير كل منها على قيم الظاهرة المدروسة حتى يتسنى لنا عزل هذه الآثار الخارجية و تحديد القيم الحقيقية للسلسلة المدروسة²⁰.

²⁰ العقاب محمد (2017-2018)، مرجع سبق ذكره، ص04.

المحاضرة الثالثة

بعد التعرف في المحاضرة السابقة على المركبات الجوهرية التي تكون السلاسل الزمنية، ننتقل في هذه المحاضرة إلى كيفية تقدير هذه المركبات عمليا. إذ يعتبر فصل كل مكون من مكونات السلسلة خطوة أساسية لتحليلها بدقة، مما يُمكن من بناء نماذج تنبؤية فعالة. سنتناول المحاضرة طريقة الاتجاه العام لتقدير كل من مركبات السلاسل الزمنية وذلك من خلال إتباع طريقة المربعات الصغرى وهذا من أجل إعطاء الطلبة فكرة عامة عن كيفية حساب وقياس مركبات السلاسل الزمنية.

3- قياس الاتجاه العام

الاتجاه العام هو أهم مركبة من مركبات السلسلة الزمنية ويمثل التغير طويل الأجل في السلسلة²¹. يوجد حالتان لقياس لاتجاه العام ألا وهما اتجاه عام خطي واتجاه عام غير خطي. حيث سنتطرق من خلال هذه المحاضرة إلى تحليل وقياس الاتجاه العام الخطي والذي يمكن تمثيله بخط مستقيم يكون وفق المعادلة التالية²²:

$$\hat{y} = a + bx$$

حيث أن \hat{y} القيمة الاتجاهية (أي القيمة من خط الاتجاه العام) المقابلة للوحدة الزمنية X . وإذا تم رسم خط الاتجاه العام فإن a ستمثل الجزء المقطوع من المحور الرأسي بينما b تمثل ميله. وتتوفر عدة طرق لإيجاد خط الاتجاه العام لسلسلة زمنية وتحديد اتجاه قيم a و b التي تحدد الخط تماما. وتباين هذه الطرق من حيث البساطة والدقة. وسنتعرض فيما يلي لأكثرها استخداما وهي طريقة المربعات الصغرى.

أفرض أن X و Y متغيران يمثلان قيم السلسلة والوحدات الزمنية بالترتيب وأن العلاقة بين قيمة

السلسلة في الزمن t ، y_t والوحدات الزمنية X_t تأخذ الشكل:

$$t = 1, 2, \dots, n$$

$$Y_t = \alpha + \beta x_t + \sigma \epsilon_t$$

²¹ سمير مصطفى شعراوي (2005)، مرجع سبق ذكره، ص 48.

²² زين العابدين البشير (2016)، مرجع سبق ذكره، ص ص 14-15.

حيث أن α و β توأبث مجهولة و e_t متغير عشوائي وسطه الحسابي صفر وتباينه σ^2 . هذا النموذج - أو التصور المبسط للواقع- يفترض فيه أن قيم السلسلة الزمنية لها اتجاه عام يمثله خط مستقيم يقطع من المحور الرأسي مقدار α وله ميل β ، مع الاعتراف بأن القيمة الحقيقية المقابلة لأي X قد تنحرف عن القيمة من الخط بمقدار e والذي يمثّل آثار التغيرات الأخرى.

وتقوم طريقة المربعات الصغرى على إيجاد المقدرات a و b لـ α و β بالترتيب التي تصغر مجموع مربعات

الخطأ

$$\sum_{t=1}^n e_t^2 = \sum_{t=1}^n (y_t - \alpha - \beta x_t)^2$$

ولتحقيق ذلك تتم مفاضلة مجموع المربعات جزئياً مرة بالنسبة لـ α ووضع الناتج مساوياً للصفر، ومرة

بالنسبة لـ β ووضع الناتج مساوياً للصفر. حيث يقود ذلك للمعادلات الطبيعية:

$$na + b \sum_t X_t = \sum_t y_t$$

$$a \sum_t X_t + b \sum_t X_t^2 = \sum_t y_t X_t$$

ويحلها أنياً نحصل على المقدرات a و b والتي تأخذ الشكل²³:

$$a = \bar{y} - b\bar{X}$$

$$b = \frac{\sum Xy - \frac{(\sum X)(\sum y)}{n}}{\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{n}}$$

حيث \bar{y} و \bar{X} متوسط قيم y و X بالترتيب.

²³ زين العابدين البشير (2016)، مرجع سبق ذكره، ص ص 16-17.

وبما أن X في السلسلة الزمنية تمثل فترات تبعد عن بعضها عادة بمسافات متساوية، فيمكن تسهيل حل المعادلات والحسابات لاحقا إذا استخدمنا ترميزا مناسباً للزمن. ونظريا أي متغير جديد تكون القيم فيه تبعد عن بعضها بمسافات متساوية يصلح لتمثيل متغير الزمن X . فمثلا نضع القيمة الأولى لـ X في السلسلة والتي تليها 1 ثم 2 وهكذا، أو نضع القيمة الثالثة والتي قبلها -1 ثم -2 ، والتي تليها 1 ثم 2 ثم 3 وهكذا. في كل هذه الترميزات لن تتأثر قيمة b ولكن قيمة a ستتأثر بنقطة الأصل أي الوحدة الزمنية الممثلة بصفر. لكن مادما نعرف نقطة الأصل فلن يؤثر أي ترميز نستخدمه على القيمة الاتجاهية التي تحسب من معادلة الخط.

وما دمنا نبحث عن التبسيط، فإننا نستخدم الترميز الذي يقود لأقل تعقيدات في الحساب. هذا الترميز هو الذي يكون بحيث يجعل قيم X صفرا. في هذه الحالة تكون المقدرات بالشكل البسيط.

$$b = \frac{\sum XY}{\sum X^2} \quad \text{و} \quad a = \frac{\sum y}{n}$$

وتختلف طريقة الترميز حسب ما إذا كان عدد قيم السلسلة n فردي أم زوجي كما يوضح المثال التالي:

1-3 مثال تطبيقي رقم 01:

يوضح الجدول أدناه قيم سلسلة افتراضية تتكون من :

1	2	3	4	5
السنة	y	x	X^2	xy
1995	1	-2	4	-2
1996	5	-1	1	-5
1997	6	0	0	0
1998	7	1	1	7
1999	6	2	4	12
المجموع	25	0	10	12

حل المثال التطبيقي رقم 01

قيم السلسلة الزمنية معطاة بالعمود 2 ، وبما أن عدد قيم السلسلة فردي فهناك سنة في الوسط. فإذا أردنا أن يكون مجموع قيم X صفر نضع مقابل السنة في الوسط تم -1 ، -2 ، للسنوات قبلها و 1 ، 2 ، للتي بعدها.

ولحساب a و b بطريقة المربعات الصغرى نحتاج لمعرفة $n, \sum Y, \sum X^2, \sum XY$. من الجدول نجد:

$$\sum xy = 12 , \quad \sum X^2 = 10, \quad \sum Y = 25 , \quad n = 5$$

إذن:

$$a = \frac{\sum y}{n} = \frac{25}{5} = 5 \quad \text{و} \quad b = \frac{\sum XY}{\sum X^2} = \frac{12}{10} = 1.2$$

وبالتالي فإن معادلة خط الاتجاه العام المقدرة هي كالتالي:

$$\hat{y} = 5 + 1.2x$$

حيث أن نقطة الأصل هي منتصف سنة 1997 ، الوحدة الزمنية سنة.

ومن الضروري إضافة العبارات بين القوسين، لأنها توضح لمستخدم المعادلة السنة التي وضع أمامها الصفر وكيف تتزايد قيم X . هذه المعلومات مطلوبة إذا توفرت فقط المعادلة (دون الجدول) ونريد استخدام المعادلة لإيجاد القيمة الاتجاهية لأي سنة. مثلاً لإيجاد القيمة الاتجاهية لسنة 1997 نعوض في المعادلة $X = -1$ لنحصل على:

$$\hat{y} = 5 + 1.2(-1) = 5 - 1.2 = 3.8$$

كذلك لإيجاد القيمة الاتجاهية لسنة 2000 نعوض $X = 3$ وهكذا. وما كنا لنستطيع معرفة قيم X ما لم نعرف نقطة الأصل.

2-3 مثال تطبيقي رقم 02

يوضح الجدول التالي قيم لسلسلة زمنية عددها زوجي وخطوات الحل:

1	2	3	4	5
السنة	y	x	X ²	xy
1995	1	-5	25	-5
1996	5	-3	9	-15
1997	6	-1	1	-6
1998	7	1	1	7
1999	6	3	9	18
2000	5	5	25	25
المجموع	30	0	70	24

حل المثال التطبيقي رقم 02

بما أنه لا توجد نقطة في الوسط، نأخذ كنقطة أصل منتصف الفترة بين السنتين اللتين في الوسط، فإذا

وضعنا 1 - مقابل سنة 1997 و +1 مقابل سنة 1998 تكون الزيادة في قيمة X بين كل سنتين متتاليتين 2 مما

يعني أن الوحدة الزمنية التي قيست بها X نصف سنة. من الجدول نجد

$$\sum Xy = 24 , \quad \sum X^2 = 70, \quad \sum Y = 30 , \quad n = 6$$

ومعادلة خط الاتجاه العام المقدره::

$$\hat{y} = 5 + 0.34x$$

(حيث نقطة الأصل منتصف الفترة بين 1997 و 1998 والوحدة الزمنية نصف سنة).

المحاضرة الرابعة

تعد المركبة الفصلية أو الموسمية (Seasonality) من أهم مكونات السلاسل الزمنية، حيث تعبر عن التغيرات المنتظمة والمتكررة خلال فترات زمنية محددة (مثل الفصول، الأشهر، أو الأيام). فهم هذه المركبة وقياسها بدقة يساعد على تحسين التنبؤات المستقبلية من خلال عزل التأثيرات الموسمية عن باقي المكونات. حيث في هذه المحاضرة، سنركز على طرق قياس المركبة الموسمية باستخدام اختبار Kruskal-Wallis .

4- قياس المركبة الفصلية (الموسمية)

تعبر المركبة الفصلية أو الموسمية عن تفاوت تغير الظاهرة المدروسة من فترة زمنية إلى فترة أخرى، أو تعبر عن التذبذبات التي تحدث من فترة زمنية في سنة معينة إلى فترة زمنية من سنة موالية (من ساعة إلى ساعة، ومن يوم إلى يوم، ومن أسبوع إلى أسبوع، من شهر إلى شهر ،الخ) . مثلا الاستهلاك المنزلي أو الصناعي من الطاقة الكهربائية خلال 24 ساعة، فمن خلال التغيرات والتذبذبات يمكن أخذ فكرة عن استهلاك هذه الطاقة خلال الفترة المدروسة ويتم ذلك عن طريق العرض البياني حيث يمكن كشف وتحديد شكل المركبة الفصلية أو الموسمية بيانيا بكل وضوح، غير أن الطريقة البيانية تتطلب دقة كبيرة في العرض البياني وبالتالي نعتمد أساسا على الطريقة التحليلية للتأكد من وجود أو عدم وجود هذه المركبة، حيث نقتصر على أحد الاختبارات الهامة: اختبار Kruskal-Wallis²⁴ .

1-4 اختبار Kruskal-Wallis: يعتبر اختبار Kruskal-Wallis من أهم الاختبارات استعمالا للتأكد من وجود أو عدم وجود المركبة الفصلية، كما يستعمل في المقارنة بين العينات المسحوبة من نفس المجتمع، ويرمز له بالرمز KW .

أ- العلاقة الإحصائية لاختبار KW : هي عبارة عن علاقة تجريبية تعطى بالشكل التالي:

²⁴ جيلالي جلاطو (2022). مرجع سبق ذكره، ص 249-250..

$$KW = \frac{12}{n(n+1)} \sum_{j=1}^m \frac{R_j^2}{m_j} - 3(n+1)$$

حيث أن هذا المقدار يتبع توزيع $\chi^2_{(p-1)}$ ddl كاي مربع ب $(p-1)$ درجة حرية:

$$KW \rightarrow \chi^2_{(p-1)} \text{ddl}$$

علما أن:

- R_j : مجموع رتب الفصل؛
- m_j : عدد القيم أو المشاهدات القابلة للفصل؛
- p : دورية المركبة الفصلية، فإذا كانت السنة مقسمة إلى ثلاثيات فإن $p = 4$ وإذا كانت مقسمة لأشهر فإن $p = 12$ وهكذا الخ.
- n : حجم العينة²⁵.
- وهو يقوم على الفرضيتين التاليتين²⁶:
- H_0 : السلسلة الزمنية تخلو من الموسمية؛
- H_1 : السلسلة الزمنية تحتوي على مركبة موسمية.

ب- أهم خطوات تطبيق اختبار KW: من أجل تطبيق هذا الاختبار يجب إتباع الخطوات التالي:

- إبعاد الاتجاه العام
- تحديد وجود أو عدم وجود الموسمية من خلال تحديد الرتب R_j تم تعديل هذه الرتب.
- تحديد القيم المجدولة لـ $\chi^2_{(p-1)}$ عند مستوى معنوية α ودرجة حرية $(p-1)$.
- مقارنة القيم المحسوبة مع الجدولية إذا كانت:

²⁵ جيلالي جلاطو (2022)، مرجع سبق ذكره، ص 249-250.

²⁶ قليل محمد صغير (2018/2019)، محاضرات في تحليل السلاسل الزمنية - مدعمة بأمثلة محلولة -، مطبوعة بيداغوجية، قسم العلوم الاقتصادية، جامعة مصطفى إسمطبولي معسكر، الجزائر، ص 14-15.

$$KW > x_{\alpha,p-1}^2$$

نقول أن السلسلة تحتوي على مركبة موسمية. والعكس صحيح.

2-4 مثال تطبيقي رقم 01:

ليكن لدينا المعطيات التالية حول متغير اجتماعي معين خلال الفترة 2013.1 - 2017.4

مشاهدة	سنة/ فصل	مشاهدة	سنة/ فصل	مشاهدة	سنة/ فصل
60	3	32	4	14	2013/1
36	4	12	2015/1	20	2
6	2017/1	12	2	44	3
11	2	68	3	21	4
64	3	29	4	10	2014/1
50	4	7	2016/1	19	2
		18	2	64	3

3-4 حل المثال التطبيقي رقم 01:

بعد ترتيب المشاهدات نحصل على الجدول التالي:

2	2015/1	4	3	2	2014/1	4	3	2	2013/1	T
12	12	32	64	19	10	21	44	20	14	مشاهدة
5	5	13	18	9	3	11	15	10	7	الرتبة
4	3	2	2017/1	4	3	2	2016/1	4	3	T
50	64	11	6	36	60	18	7	29	68	مشاهدة
16	18	4	1	14	17	8	2	12	20	الرتبة

ويكون الترتيب حسب الفصل كالتالي (ترتيب الرتب):

المجموع	5	4	3	2	1	فصل / سنة
18.5	1	2	5.5	3	7	1
36.5	4	8	5.5	9	10	2
89	18.5	17	20	18.5	15	3
66	16	14	12	13	11	4

باستخدام العلاقة التجريبية التالية لـ KW :

$$KW = \frac{12}{n(n+1)} \sum_{j=1}^m \frac{R_j^2}{m_j} - 3(n+1)$$

ولدينا أيضا: $m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = m_5$ $T = 20$

نتحصل على النتيجة التالية:

$$KW = \frac{12}{20(20+1)} \left[\frac{18.5^2}{5} + \frac{36.5^2}{5} + \frac{89^2}{5} + \frac{66^2}{5} \right] - 3(20+1)$$

$$\rightarrow KW = 16.46$$

انطلاقا من الجدول الإحصائي لكاي مربع يتم تحديد القيمة الجدولية لـ

$$x_{\alpha}^2(p-1) = x_{\alpha}^2(3) = 7.815$$

بما أن

$$KW > x_{\alpha,p-1}^2$$

فإننا نرفض فرضية العدم H_0 ونقبل الفرضية البديلة H_1 ، وبالتالي فان السلسلة الزمنية تحتوي على

مركبة موسمية²⁷ .

²⁷ قليل محمد صغير (2019/2018) ، مرجع سبق ذكره ، ص 14-15 .

أسئلة وتمارين محلولة

التمرين رقم 01: أجب على الأسئلة التالية:

- ما المقصود بالسلاسل الزمنية؟
- ما هو الفرق بين السلاسل الزمنية الاقتصادية والسلاسل الزمنية السكانية؟
- ما هي أهداف السلاسل الزمنية؟
- ما هي أهم المراحل التي تمر بها السلاسل الزمنية؟
- ما هو الفرق بين السلاسل الزمنية المتصلة والسلاسل الزمنية المتقطعة؟
- إلى أي نوع من أنواع الاقتصاد ينتهي تحليل السلاسل الزمنية؟
- ما هي طرق التعامل مع السلاسل الزمنية؟

التمرين رقم 02: يمثل الجدول الموضح أدناه سلسلة البيانات السنوية للتداول النقدي في الجزائر (التغير السنوي، بالمليار دينار جزائري) خلال الفترة (2013-2022) كما يلي:

السنة	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022
النقد	250.4	487	449.2	383.1	214.8	205.1	522.1	686.8	573.2	743.9

المطلوب:

- ما هو الشكل الذي تنتهي إليه هذه السلسلة الزمنية؟
- مثل هذه السلسلة بيانيا؟

التمرين رقم 03: يمثل الجدول التالي أرباح إحدى الشركات بالمليون دينار خلال الفترة الممتدة ما بين 2012-2023 كما يلي:

السنة	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
الأرباح	4.7	2.8	9.8	8.9	12.6	14.5	13.8	11.7	11.3	12.7	10.9	14.7

المطلوب:

- حدد شكل هذه السلسلة الزمنية؟
- مثل هذه السلسلة بيانياً؟ مع التعليق؟

التمرين رقم 04: يوضح الجدول أدناه قيم سلسلة زمنية لتكلفة إنتاج إحدى السلع (Um) تتكون من ما هو

كالتالي :

السنة	y	x
2000	8	-4
2001	12	-3
2002	25	-2
2003	10	-1
2004	22	0
2005	16	1
2006	32	2
2007	36	3
2008	23	4
المجموع	184	0

المطلوب:

- تقدير معادلة الاتجاه العام للسلسلة الزمنية؟
- تقدير القيم الاتجاهية لعامي 2001 ، 2005 ، ثم تخليص قيم العامين السابقين من أثر الاتجاه العام؟
- تقدير التكلفة لعامي 2006 ، 2008 ؟

التمرين رقم 05: لديك مجموعة من البيانات الزمنية تُظهر مبيعات منتج معين على مدار 12 شهرا وهي موضحة

كما يلي:

الشهر x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
المبيعات y	150	160	170	180	190	200	210	220	230	240	250	260

المطلوب:

- قم برسم النقاط البيانية لمبيعات المنتج مقابل الأشهر؟
- قم بتقدير معادلة الاتجاه العام باستخدام طريقة المربعات الصغرى لتقدير معادلة الخط المستقيم للاتجاه العام. وافترض أن المعادلة تأخذ الشكل:

$$\hat{y} = a + bx$$

حيث أن y هي المبيعات و X هي الأشهر

- ماذا تخبرك معادلة الاتجاه العام عن مبيعات المنتج في الأشهر القادمة؟

التمرين رقم 06: ليكن لدينا المعطيات التالية حول متغير اجتماعي معين خلال الفترة الممتدة ما بين 2017.1 -

2021.4 :

سنة/ فصل	مشاهدة	سنة/ فصل	مشاهدة	سنة/ فصل	مشاهدة
2017/1	15	4	33	3	61
2	21	2019/1	13	4	37
3	45	2	13	2021/1	7
4	22	3	69	2	12
2018/1	11	4	30	3	65
2	20	2020/1	8	4	51
3	65	2	19		

المطلوب:

- هل هذه السلسلة الزمنية تحتوي على المركبة الموسمية؟

التمرين رقم 07: ليكن لدينا المعطيات التالية حول درجات الحرارة ومعدلات هطول الأمطار معين خلال الفترة

2021.4 - 2017.1 :

مشاهدة	سنة/ فصل	مشاهدة	سنة/ فصل	مشاهدة	سنة/ فصل
54	3	19	4	51	2020/1
27	4	23	2022/1	12	2
		19	2	54	3
		36	3	30	4
		28	4	8	2021/1
		5	2023/1	14	2
		16	2	38	3

المطلوب:

- أنثى رسما بيانيا يوضح التغيرات في درجات الحرارة ومعدلات الأمطار بين الفصول المختلفة؟
- هل هذه السلسلة الزمنية تحتوي على المركبة الموسمية؟

حل التمرين رقم 01: الإجابة على كافة الأسئلة:

1- السلاسل الزمنية : هي عبارة عن مجموعة مشاهدات مرتبة حسب الزمن كالسنين أو الفصول أو الأشهر أو الأيام أو أية وحدة زمنية. فهي بذلك عبارة عن سجل تاريخي يتم اعتماده لبناء التوقعات المستقبلية.

2- الفرق بين السلاسل الزمنية الاقتصادية والسلاسل الزمنية السكانية: هو السلسلة الزمنية الاقتصادية تتعلق بكافة البيانات المتعلقة بالظواهر الاقتصادية أما السلسلة الزمنية السكانية فهي تتعلق بكافة البيانات التي ترتبط بالسكان.

3- تهدف السلاسل الزمنية إلى ما يلي:

- تحليل وصف وشرح تطور ظاهرة معينة عبر الزمن؛
- المراقبة: مثلا مراقبة تسيير المخزون، مراقبة تطور عملية معينة (عملية التصنيع، التوظيف، الانتاج ... الخ)؛
- التنبؤ: هو استباق التوقع بسلوك ظاهرة معينة في المستقبل؛
- الكشف عن الاختلالات الانقطاعات المستقبلية عن طريق الجدلية أو قيم الظاهرة بفارق الزمن.

4- تتمثل مراحل السلاسل الزمنية في :

- تحديد ما إذا كانت السلسلة مستقرة أو لا؛
- إجراء إختبار التكامل المشترك Test Cointegration لتحديد ما إذا كان هناك علاقة طويلة الأجل في السلسلة؛
- تحديد نموذج تصحيح الخطأ Error Correction Model .

5- الفرق بين السلاسل الزمنية المتصلة والسلاسل الزمنية المتقطعة: يقال عن السلسلة الزمنية أنها متصلة إذا نشأت مفرداتها بشكل متصل زمنيا، وتكون متقطعة إذا نشأت مفرداتها بشكل متقطع خلال الفترات الزمنية المتعاقبة. ويمكن للباحث في جميع الأحوال، اعتبار السلسلة متصلة حتى ولو نشأت المشاهدات فيها بشكل متقطع . أو اعتبارها متقطعة حتى لو نشأت المشاهدات فيها بشكل متصل مع الزمن. ويمكننا قراءة عدد من المشاهدات خلال فترات متقطعة متقاربة أو متباعدة لنحصل على عينة سلسلة. ويمكننا تجميع عدد من المشاهدات المكونة للسلسلة الزمنية للحصول على سلسلة متقطعة²⁸.

6- ينتهي مقياس تحليل السلاسل الزمنية إلى الاقتصاد القياسي.

7- تنحصر آليات التعامل مع السلاسل الزمنية في ثلاث طرق رئيسية وهي كما يلي²⁹:

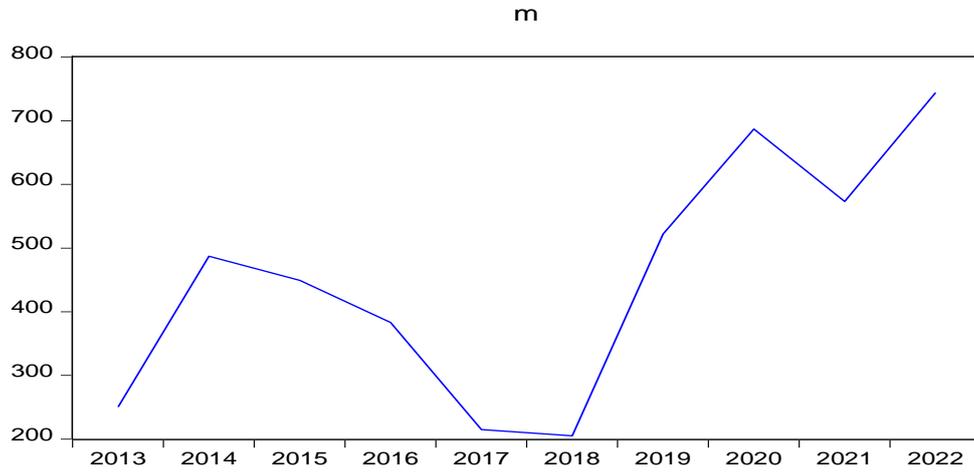
- الطريقة الوصفية (**descriptive method**): ويتم من خلالها رسم صورة بيانية للمشاهدات، وذلك للبحث عن اتجاه (trend) البيانات، و التذبذبات الموسمية (seasonal fluctuations) فيها.
- طريقة التحليل في المجال الزمني (**time domain analysis**): وتقوم هذه الطريقة على تحليل واستعمال ما يسمى دالة الارتباط الذاتي (autocorrelation function)، التي تزودنا بمعلومات هامة عن كيفية نشئ وتطور السلسلة الزمنية عبر الفترات المتعاقبة.
- طريقة التحليل الطيفي (**spectral analysis**): أو ما يسمى بشكل عام التحليل في المجال الترددي (frequency domain analysis)، وفيها ينظر إلى السلسلة أنها تتكون من مركبات (components) مختلفة، هي الاتجاه (T= trend) والدورة (C= cycle) والتذبذبات الموسمية (S= seasonal fluctuations) والتذبذبات غير منتظمة أو العشوائية (e= irregular or error). ويتم من خلال هذا التحليل وصف التغيرات في السلسلة الزمنية بواسطة الدورة (المركبة الدورانية) (cyclical component) وهي المركبة التي تظهر مدى تردد (تكرار) التذبذب في السلسلة.

²⁸ عبد الرزاق بني هاني (2014)، مرجع سبق ذكره، ص 269.

²⁹ نفس المرجع، ص 270.

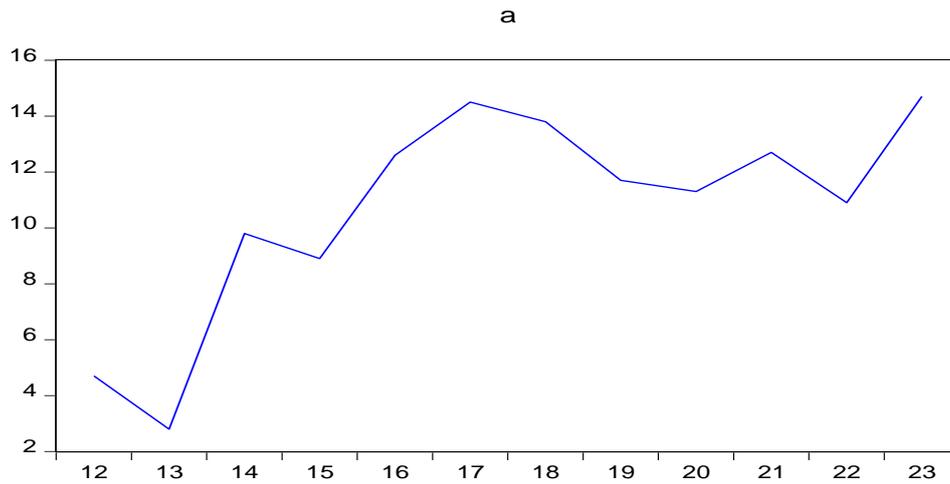
حل التمرين رقم 02

- تنتمي هذه السلسلة الزمنية إلى السلاسل الزمنية الاقتصادية.
- التمثيل البياني للسلسلة الزمنية:



حل التمرين رقم 03

- تنتمي هذه السلسلة الزمنية إلى السلاسل الزمنية الاقتصادية.
- التمثيل البياني للسلسلة الزمنية:



حل التمرين رقم 04

1- تقدير معادلة الاتجاه العام للسلسلة الزمنية:

السنة	y	x	X ²	xy
2000	8	-4	16	-32
2001	12	-3	9	-36
2002	25	-2	4	-50
2003	10	-1	1	-10
2004	22	0	0	0
2005	16	1	1	16
2006	32	2	4	64
2007	36	3	9	108
2008	23	4	16	92
المجموع	184	0	60	152

لحساب a و b بطريقة المربعات الصغرى نحتاج لمعرفة $\sum Xy$, $\sum X^2$, $\sum Y$, n . من الجدول نجد:

$$\sum Xy = 152, \quad \sum X^2 = 60, \quad \sum Y = 184, \quad n = 9$$

إذن:

$$a = \frac{\sum y}{n} = \frac{184}{9} = 20.44 \quad \text{و} \quad b = \frac{\sum XY}{\sum X^2} = \frac{152}{60} = 2.53$$

وبالتالي فإن معادلة خط الاتجاه العام المقدرة هي كالتالي:

$$\hat{y} = 20.44 + 2.53x$$

حيث أن نقطة الأصل هي منتصف سنة 2004، الوحدة الزمنية سنة.

2- تقدير القيم الاتجاهية لعامي 2001، 2007 ثم تخلص قيم العاملين السابقين من أثر الاتجاه العام:

بالتعويض في معادلة الاتجاه بقيم X القابلة لعامي 2001، 2007 تم تخلص القيم من أثر الاتجاه العام

بالمعادلة:

القيمة المستخلصة من أثر الاتجاه العام = (القيمة الاتجاهية / القيمة الفعلية) * 100

أ/ القيمة الاتجاهية لعام 2001:

$$\hat{y} = 20.44 + 2.53(-3) = 12.85$$

تلخيص قيمة عام 2001 من أثر الاتجاه العام:

$$\%107.08 = 100 \times \frac{12.85}{12} = \text{القيمة المستخلصة من أثر الاتجاه العام}$$

ب/ القيمة الاتجاهية لعام 2005:

$$\hat{y} = 20.44 + 2.53(1) = 22.97$$

تلخيص قيمة عام 2005 من أثر الاتجاه العام:

$$\% 143.56 = 100 \times \frac{22.97}{16} = \text{القيمة المستخلصة من أثر الاتجاه العام}$$

3- تقدير التكلفة لعامي 2006 ، 2008:

أ/ تقدير التكلفة لعام 2006

حساب قيمة x لعام 2006

X = السنة المراد تقديرها - سنة الأساس

$$x = 2006 - 2004 = 2$$

$$\hat{y} = 20.44 + 2.53(2) = 25.5$$

أ/ تقدير التكلفة لعام 2008

حساب قيمة x لعام 2008

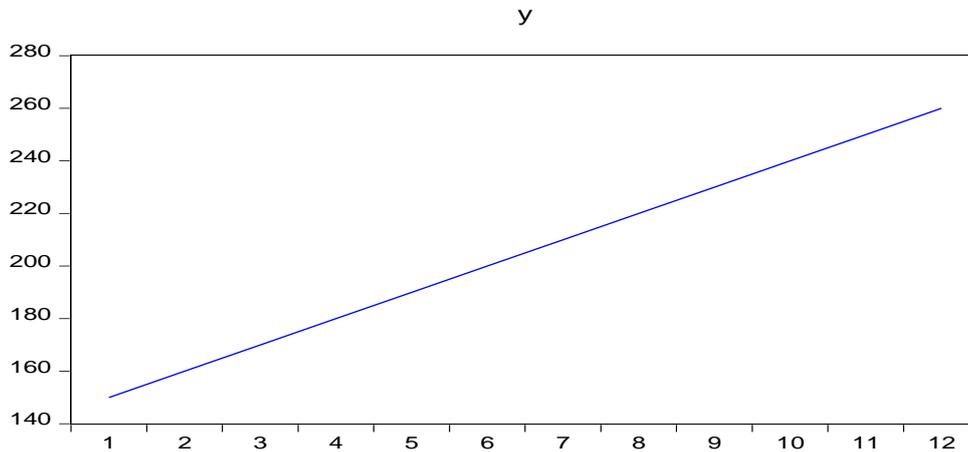
X = السنة المراد تقديرها - سنة الأساس

$$x = 2008 - 2004 = 4$$

$$\hat{y} = 20.44 + 2.53(4) = 30.56$$

حل التمرين رقم 5

1- رسم النقاط البيانية لمبيعات المنتج مقابل الأشهر:



2- تقدير معادلة الاتجاه العام باستخدام طريقة المربعات الصغرى:

y	x	X ²	xy
150	1	1	150
160	2	4	320
170	3	9	510
180	4	16	720
190	5	25	950
200	6	36	1200
210	7	49	1470
220	8	64	1760
230	9	81	2070
240	10	100	2400
250	11	121	2750
260	12	144	3120
2460	78	650	17420

لحساب a و b بطريقة المربعات الصغرى نحتاج لمعرفة $\sum Xy, \sum X^2, \sum Y, n$ من الجدول نجد:

$$\sum Xy = 17420, \sum X = 78, \sum X^2 = 650, \sum Y = 2460, \quad n = 12$$

إذن:

$$a = \frac{\sum y}{n} - b \frac{\sum X}{n} = \frac{2460}{12} - 10 \frac{78}{12} = 140 \quad \text{و}$$

$$b = \frac{n \sum XY - \sum X \sum Y}{\sum X^2 - (\sum X)^2} = \frac{17160}{1716} = 10$$

وبالتالي فإن معادلة خط الاتجاه العام المقدره هي كالتالي:

$$\hat{y} = 140 + 10x$$

حيث أن نقطة الأصل هي منتصف سنة الشهرين 6 و 7، الوحدة الزمنية نصف شهر.

3- تخبرنا معادلة الاتجاه العام عن مبيعات المنتج في الأشهر القادمة: المعادلة تشير إلى أن هناك اتجاهًا إيجابيًا

واضحًا في مبيعات المنتج، مما يعني أن المبيعات تزداد مع مرور الوقت. يمكنك استخدام هذه المعادلة لتقدير

مبيعات الأشهر القادمة.

حل التمرين السادس

1- ترتيب المشاهدات : بعد ترتيب المشاهدات فقد تم الحصول على :

2	2019/1	4	3	2	2018/1	4	3	2	2017/1	T
13	13	33	65	20	11	22	45	21	15	مشاهدة
5.5	5.5	13	18.5	9	3	11	15	10	7	الرتبة
4	3	2	2021/1	4	3	2	2020/1	4	3	T

51	65	12	7	37	61	19	8	30	69	مشاهدة
16	18.5	4	1	14	17	8	2	12	20	الرتبة

ويكون الترتيب حسب الفصل كالتالي (ترتيب الرتب):

المجموع	5	4	3	2	1	فصل / سنة
18.5	1	2	5.5	3	7	1
36.5	4	8	5.5	9	10	2
89	18.5	17	20	18.5	15	3
66	16	14	12	13	11	4

باستخدام العلاقة التجريبية التالية لـ KW:

$$KW = \frac{12}{n(n+1)} \sum_{j=1}^m \frac{R_j^2}{m_j} - 3(n+1)$$

ولدينا أيضا: $m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = m_5$ $T = 20$

نتحصل على النتيجة التالية:

$$KW = \frac{12}{20(20+1)} \left[\frac{18.5^2}{5} + \frac{36.5^2}{5} + \frac{89^2}{5} + \frac{66^2}{5} \right] - 3(20+1)$$

$$\rightarrow KW = 16.46$$

انطلاقا من الجدول الإحصائي لكاي مربع وعند مستوى معنوية 0.05 يتم تحديد القيمة الجدولية لـ

$$x_{\alpha}^2(p-1) = x_{\alpha}^2(4-1) = x_{\alpha}^2(3) = 7.815$$

بما أن

$$KW > \chi^2_{\alpha, p-1}$$

فإننا نرفض فرضية العدم H_0 ونقبل الفرضية البديلة H_1 ، وبالتالي فإن السلسلة الزمنية تحتوي على

مركبة موسمية.

حل التمرين السابع

1- ترتيب المشاهدات : بعد ترتيب المشاهدات فقد تم الحصول على :

2	2022/1	4	3	2	2021/1	4	3	2	2020/1	T
19	23	19	38	14	8	30	54	12	51	مشاهدة
6.5	8	6.5	13	4	2	11	15.5	3	14	الرتبة
				4	3	2	2023/1	4	3	T
				27	54	16	5	28	36	مشاهدة
				9	15.5	5	1	10	12	الرتبة

ويكون الترتيب حسب الفصل كالتالي (ترتيب الرتب):

المجموع	4	3	2	1	فصل / سنة
25	1	8	2	14	1
18.5	5	6.5	4	3	2
56	15.5	12	13	15.5	3
36.5	9	10	6.5	11	4

باستخدام العلاقة التجريبية التالية لـ KW :

$$KW = \frac{12}{n(n+1)} \sum_{j=1}^m \frac{R_j^2}{m_j} - 3(n+1)$$

$$m_1 = m_2 = m_3 = m_4 \quad T = 16 \quad \text{ولدينا أيضا:}$$

نتحصل على النتيجة التالية:

$$KW = \frac{12}{16(16+1)} \left[\frac{25^2}{4} + \frac{18.5^2}{4} + \frac{56^2}{4} + \frac{36.5^2}{4} \right] - 3(16+1)$$

$$\rightarrow KW = 8.96$$

انطلاقا من الجدول الإحصائي لكاي مربع يتم تحديد القيمة الجدولية لـ

$$x_{\alpha}^2(p-1) = x_{\alpha}^2(3) = 7.815$$

بما أن

$$KW > x_{\alpha, p-1}^2$$

فإننا نرفض فرضية العدم H_0 ونقبل الفرضية البديلة H_1 ، وبالتالي فإن السلسلة الزمنية تحتوي على

مركبة موسمية.

المحور الثاني

الاستقرارية والارتباط الذاتي والجزئي

نهدف من خلال هذا المحور إلى التطرق لما يلي :

- ✓ دراسة استقرارية السلاسل الزمنية؛
- ✓ دالة الارتباط الذاتي؛
- ✓ دالة الارتباط الذاتي الجزئي؛
- ✓ توصيف حالات النماذج غير مستقرة
- ✓ أسئلة وتمارين محلولة.

تعد الاستقرارية (Stationarity) من الخصائص الأساسية التي يجب التحقق منها عند تحليل السلاسل الزمنية. فالكثير من الأساليب التحليلية تفترض أن السلسلة الزمنية مستقرة من حيث المتوسط، والتباين، والتوزيع الاحتمالي بمرور الزمن. في هذه المحاضرة، سنتناول مفهوم الاستقرارية بأنواعها، ونفرق بين: الاستقرارية الضعيفة، الاستقرارية القوية. كما سنناقش طرق اختبار الاستقرارية، مثل: اختبار ديكي-فولر (-Dickey Fuller Test)، اختبار KPSS وغيرها، وكذلك سلسلة التثويدش الأبيض أو الضجة البيضاء.

5- دراسة استقرارية السلاسل الزمنية

1-5 استقرارية السلاسل الزمنية: قبل القيام بنمذجة السلسلة الزمنية و التنبؤ يجب في البداية التأكد من الخصائص العشوائية للسلسلة، فإذا كان الأمل الرياضي و التباين للسلسلة ثابتين عبر الزمن نقول عندئذٍ أن السلسلة مستقرة ومقبولة لنمذجة والتنبؤ. فالسلسلة الزمنية المستقرة هي التي تتغير مستوياتها عبر الزمن مع ثبات الأمل والتباين عبر الزمن أي عدم وجود اتجاه عام لا بزيادة لا بنقصان³⁰. حيث تكون السلسلة العشوائية مستقرة، إذا تذبذبت حول وسط حسابي ثابت، مع تباين وتباين مشترك ليس لهم علاقة بالزمن³¹، أي يمكن أن نقول عن السلسلة Y_t أنها مستقرة إذا حققت الشروط التالية³²:

- ثبات المتوسط عبر الزمن: $E(Y_t) = E(Y_{t+h}) = \mu$
- ثبات التباين عبر الزمن: $Var(Y_t) = Var(Y_{t+h}) = \sigma^2$
- استقلال التباين المشترك عن الزمن:

$$Cov(Y_t, Y_{t+h}) = E[(Y_t - \mu)(Y_{t+h} - \mu)] = \gamma_h$$

³⁰ العقاب محمد (2018-2017). مرجع سبق ذكره، ص30.

³¹ Régis Bourbonnais, Michel Terraza. (2016), « **Analyse des séries temporelles : Cours et exercices corrigés - Applications à l'économie et à la gestion** », 4ème édition, Dunod, Paris, France, p84.

³² العقاب محمد (2018-2017). مرجع سبق ذكره، ص30.

إن التمثيل البياني للسلسلة يعطينا احاءات عن استقرارية السلسلة من عدمه، غير أن هذا لا يكفي بل يجب الاعتماد على اختبارات إحصائية متخصصة سنتعرف عليها فيما بعد. ويمكن التمييز بين نوعين من أنواع الاستقرارية والتي تتمثل في الاستقرارية التامة (القوية) الاستقرارية الضعيفة والتي هي كما يلي:

▪ **الاستقرارية التامة (القوية) Strong Stationary** : نقول أن السلسلة الزمنية y هي مستقرة بصفة تامة وقوية إذا كان القانون الاحتمالي لـ $\{Y_{t1}, Y_{t2}, \dots, Y_{tn}\}$ هو نفس القانون الاحتمالي لـ $\{Y_{t1+h}, Y_{t2+h}, \dots, Y_{tn+h}\}$ لكل $\{t_1, t_2, \dots, t_n\}$ و $t_i \in \tau$ من أجل $i = 1, 2, \dots, n$ ولكل $h \in \tau$ من أجل $t_{i+h} \in \tau$ ، أيضا السيرورة العشوائية تكون مستقرة تماما إذا ظل توزيع قيمها كما هو مرور الزمن، مما يعني أن احتمال أن يقع y في مجال معين هو نفس الاحتمال كما في أي وقت في الماضي أو المستقبل³³.

▪ **الاستقرارية الضعيفة Weak Stationary** : إن مفهوم الاستقرارية الضعيفة يسمح للتوزيع الاحتمالي المشترك للمتغيرات $X_{t1}, X_{t2}, \dots, X_{tn}$ بالتغير لحد ما مع الزمن. ولكن يتطلب أن يكون الوسط والتباين ثابتين. كذلك يتطلب أن يكون التباين $cov(X_t, X_{t+k})$ دالة لفترات الإبطاء للفترة k فقط ولا يعتمد على الزمن t . كما يقال للسلسلة $\{X_t\}$ بأنها مستقرة من الرتبة الثانية - Second-order Stationary إذا حققت الشروط التالية³⁴:

- $E(X_t) = \mu$ حيث μ كمية ثابتة لا تعتمد على الزمن t .
- $Var(X_t) = \sigma^2$ حيث σ^2 كمية ثابتة لا تعتمد على الزمن t .
- $cov(X_{t1}, X_{t2}) = \gamma(t_2 - t_1)$ دالة بدلالة $|t_2, t_1|$ فقط.

³³ عطاالله عمر (2022-2023)، محاضرات في مقياس السلاسل الزمنية لطلبة السنة أولى ماستر اقتصاد كمي، جامعة الشهيد حمة لخضر- الوادي- الجزائر، ص 16.

³⁴ قليل محمد صغير (2018-2019)، مرجع سبق ذكره، ص 40.

2-5 سلسلة التشويش الأبيض أو الضجة البيضاء (Un Bruit Blanc)

تعرف سلسلة الضجة البيضاء أو التشويش الأبيض على أنها عبارة عن متتابعة من المشاهدات المستقلة فيما بينها و لها توزيعات متطابقة بمتوسط معدوم و تباين ثابت و نرمز لها بالرمز (BB)، فإذا كانت ζ_t سلسلة تشويش ابيض يكون³⁵:

$$E(\zeta_t) = 0, \quad \forall t \quad \blacksquare \text{ متوسط معدوم:}$$

$$\text{Var}(\zeta_t) = \sigma^2, \quad \forall t \quad \blacksquare \text{ ثبات التباين عبر الزمن:}$$

$$\text{Cov}(\zeta_t, \zeta_s) = 0, \quad \forall t \neq s \quad \blacksquare \text{ التباين المشترك معدوم:}$$

$$\zeta_t \rightarrow BB(0, \sigma^2) \quad \text{و يمكننا أن نكتب:}$$

ملاحظة

من تعريف سلسلة الضجة البيضاء فان كل من الأمل و التباين و التباين المشترك لهذه السلسلة هي ثوابت وتختلف عن الزمن و بالتالي فهي تحقق شروط الاستقرارية، و عليه يمكننا القول أن أي سلسلة تشويش ابيض فهي مستقرة بالتعريف و لا نحتاج إلى إثبات ذلك.

³⁵ العقاب محمد (2017-2018)، مرجع سبق ذكره، ص30.

المحاضرة السادسة

في تحليل السلاسل الزمنية، تعتبر دالة الارتباط الذاتي أداة أساسية لفهم العلاقة بين مشاهدات السلسلة عبر الزمن. فهي تستخدم لتحديد ما إذا كانت القيم السابقة للسلسلة الزمنية تؤثر على القيم الحالية، وإلى أي مدى يستمر هذا التأثير عبر الفترات الزمنية المختلفة. في هذه المحاضرة، سنقوم بالتطرق إلى تعريف دالة الارتباط الذاتي ومفهومها وكل ما يتعلق بها.

6- دالة الارتباط الذاتي (FAC)

تعتبر دالة الارتباط الذاتي أحد الاختبارات البسيطة للإستقرارية وتعمل على قياس الارتباط بين مشاهدات السلسلة مع نفسها عند الفجوة الزمنية المتأخرة³⁶. وبالتالي دالة الارتباط الذاتي (FAC) هي الدالة التي تقيس الارتباط بين السلسلة Y_t و نفس السلسلة بتأخير قدره h أي Y_{t-h} و نرمز لها بالرمز ρ_h و نكتب³⁷:

$$\rho_h = \frac{Cov(Y_t, Y_{t-h})}{\sigma_{Y_t} \times \sigma_{Y_{t-h}}}$$

و عملياً فإننا نستعمل مقدر دالة الارتباط الذاتي و هي:

$$r_h = \hat{\rho}_h = \frac{\sum_{t=h+1}^n (Y_t - \bar{Y})(Y_{t-h} - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^n (Y_t - \bar{Y})^2}$$

مثال تطبيقي رقم 01

احسب قيمة دالة الارتباط الذاتي عند تأخيرات قدرها $h=1, h=2, h=3$ أي r_1, r_2, r_3 للسلسلة

التالية:

³⁶ رملي محمد (2019-2020)، مرجع سبق ذكره، ص 67.

³⁷ العقاب محمد (2017-2018)، مرجع سبق ذكره، ص 31.

Obs	1	2	3	4	5	6
Y_t	12	11	10	10	8	9

حل المثال التطبيقي رقم 01:

حساب قيمة دالة الارتباط الذاتي عند تأخير قدره $h = 1$ أي r_1

Obs	Y_t	Y_{t-1}	$Y_t - \bar{Y}$	$Y_{t-1} - \bar{Y}$	$(Y_t - \bar{Y}) * (Y_{t-1} - \bar{Y})$	$(Y_t - \bar{Y})^2$
1	12		2			4
2	11	12	1	2	2	1
3	10	11	0	1	0	0
4	10	10	0	0	0	0
5	8	10	-2	0	0	4
6	9	8	-1	-2	2	1
\bar{Y}	10				4	10

حيث أن:

$$r_1 = \hat{\rho}_1 = \frac{\sum_{t=2}^6 (Y_t - \bar{Y})(Y_{t-1} - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^6 (Y_t - \bar{Y})^2} = \frac{4}{10} = 0.4$$

حساب قيمة دالة الارتباط الذاتي عند تأخير قدره $h = 2$ أي r_2

Obs	Y_t	Y_{t-2}	$Y_t - \bar{Y}$	$Y_{t-2} - \bar{Y}$	$(Y_t - \bar{Y}) * (Y_{t-2} - \bar{Y})$
1	12		2		
2	11		1		
3	10	12	0	2	0
4	10	11	0	1	0
5	8	10	-2	0	0
6	9	10	-1	0	0
\bar{Y}	10				0

$$r_2 = \hat{\rho}_2 = \frac{\sum_{t=3}^6 (Y_t - \bar{Y})(Y_{t-2} - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^6 (Y_t - \bar{Y})^2} = \frac{0}{10} = 0$$

حساب قيمة دالة الارتباط الذاتي عند تأخير قدره $h = 3$ أي r_3

Obs	Y_t	Y_{t-2}	$Y_t - \bar{Y}$	$Y_{t-2} - \bar{Y}$	$(Y_t - \bar{Y}) * (Y_{t-2} - \bar{Y})$
1	12		2		
2	11		1		
3	10		0		
4	10	12	0	2	0
5	8	11	-2	1	-2
6	9	10	-1	0	0
\bar{Y}	10				-2

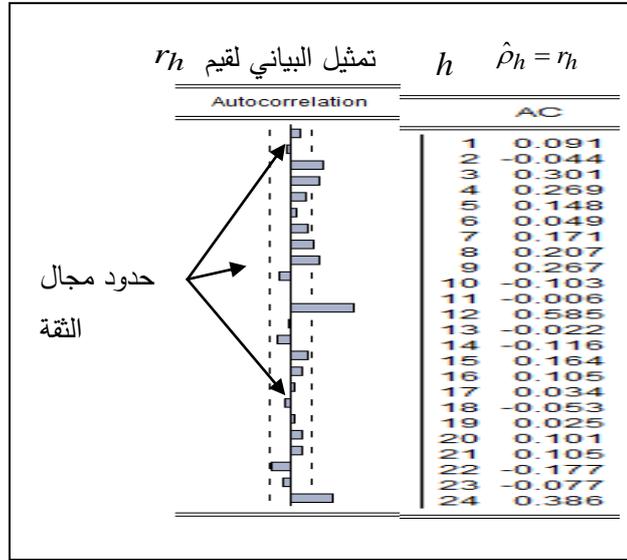
$$r_3 = \hat{\rho}_3 = \frac{\sum_{t=4}^6 (Y_t - \bar{Y})(Y_{t-3} - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^6 (Y_t - \bar{Y})^2} = \frac{-2}{10} = -0.2$$

1-6 منحنى دالة الارتباط الذاتي Corrélogramme

هذا المنحنى هو عبارة عن تمثيل بياني لدالة الارتباط الذاتي ، حيث يسمح هذا المنحنى البياني بالكشف عن وجود مركبة الموسمية، اختبار استقرار السلسلة الزمنية، وكذلك الكشف عن وجود ارتباط المتغيرات الداخلية³⁸ ، وهذا ما يمكن التعرض إليه من خلال الشكل الموضح أدناه.

³⁸ قليل محمد صغير (2018-2019)، مرجع سبق ذكره، ص 42.

الشكل رقم 6-1: التمثيل البياني لدالة الارتباط الذاتي (Correlogramme)



المصدر: العقاب محمد (2017-2018)، مرجع سبق ذكره، ص 33.

2-6- خواص دالة الارتباط الذاتي Autocorrelation Function

دالة الارتباط الذاتي هي أداة إحصائية تستخدم لفهم العلاقات الزمنية في البيانات حيث تتميز بمجموعة

من الخصائص وتتمثل فيما يلي³⁹:

▪ دالة الارتباط الذاتي متناظرة حول الصفر أي أن: $\rho(h) = \rho(-h)$

▪ دالة الارتباط الذاتي محصورة بين 1 و -1: $-1 \leq \rho_h \leq 1$

▪ لما $h = 0$ فإن $\rho_0 = 1$: $\rho_0 = \frac{Cov(Y_t, Y_t)}{\sigma_{Y_t} \times \sigma_{Y_t}} = \frac{Var(Y_t)}{Var(Y_t)} = 1$

▪ يسمى التمثيل البياني لقيم دالة الارتباط الذاتي بـ (Correlogramme) وتتراوح قيمه بين 1 و -1-

▪ تحديد قيمة التأخير h : إذا كان طول السلسلة المدروسة يقل عن 150 مشاهدة فإن قيمة التأخير

تكون: $n/6 \leq h \leq n/3$ ، أما إذا كان طول السلسلة أكبر عن 150 مشاهدة فإن قيمة التأخير تكون:

$h = n/5$. و عملياً إذا كانت المعطيات شهرية أو فصلية نأخذ $h = 24$ من أجل ملاحظة كل التغيرات

³⁹ مزواغي جيلالي (2024-2025)، مطبوعة بيداغوجية بعنوان تحليل السلاسل الزمنية، موجهة لطلبة السنة أولى ماستر اقتصاد نقدي ومالي، ميدان العلوم الاقتصادية التجارية وعلوم التسيير، جامعة غليزان، ص 66.

الشهرية و الفصلية، أما إذا كانت المعطيات يومية نأخذ قيمة التأخير $30 \leq h \leq 36$ ، أما في حالة المعطيات السنوية فنأخذ $15 \leq h \leq 20$ ⁴⁰.

⁴⁰ العقاب محمد (2017-2018)، مرجع سبق ذكره، ص32.

تعد دالة الارتباط الذاتي الجزئي أداة مكتملة ومهمة إلى جانب دالة الارتباط الذاتي في تحليل السلاسل الزمنية، خصوصا عند تحديد بنية النماذج مثل نموذج الانحدار الذاتي (AR). على عكس ACF، التي تقيس العلاقة بين القيم الحالية والقيم المتأخرة دون عزل تأثيرات الفترات الوسطى، فإن PACF تقيس العلاقة الخالصة بين القيم الحالية والقيم المتأخرة بعد إزالة تأثير القيم الواقعة بينهما. في هذه المحاضرة، سنتناول تعريف دالة الارتباط الذاتي الجزئي ومفهومها الإحصائي. وبالتالي فإن دالة الارتباط الذاتي الجزئي تلعب دورا هاما لا يقل أهمية عن دالة الارتباط الذاتي، فمن خلالها نستطيع تحديد درجة نماذج الانحدار الذاتي.

7- دالة الارتباط الذاتي الجزئي Partial AutoCorrelation Function ACF

إن دالة الارتباط الذاتي الجزئي هي عبارة عن أداة إحصائية تستخدم في تحليل السلاسل الزمنية⁴¹ حيث تقيس الارتباط بين السلسلة Y_t و نفس السلسلة بتأخير قدره h أي Y_{t-h} بعد إزالة تأثير الترابط الناتج عن

القيم التي بينهما: $(Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-h+1})$ و يرمز لها بالرمز ϕ_{hh} و نكتب⁴²:

$$\hat{\phi}_{hh} = \hat{\phi}_{00} = 1 \quad \text{فان } h = 0$$

$$\hat{\phi}_{hh} = \hat{\phi}_{11} = r_1 \quad \text{فان } h = 1$$

$$\hat{\phi}_{hh} = r_{hh} = \frac{|P_h^*|}{|P_h|} \quad \text{فان } h = 2, 3, 4, \dots$$

| | يرمز إلى محدد المصفوفة و P_h هي مصفوفة مربعة ذات البعد h .

حيث أن:

⁴¹ مزواغي جيلالي (2024-2025)، مرجع سبق ذكره، ص 67.

⁴² العقاب محمد (2017-2018)، مرجع سبق ذكره، 35-36.

$$|P_h| = \begin{vmatrix} 1 & r_1 & r_2 & \cdot & \cdot & r_{h-2} & r_{h-1} \\ r_1 & 1 & r_1 & r_2 & \cdot & \cdot & r_{h-2} \\ r_2 & r_1 & 1 & r_1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & r_1 & \cdot & r_1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & r_1 & \cdot & r_1 & r_2 \\ r_{h-2} & r_{h-3} & \cdot & \cdot & r_1 & 1 & r_1 \\ r_{h-1} & r_{h-2} & \cdot & \cdot & \cdot & r_1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$|P_h^*| = \begin{vmatrix} 1 & r_1 & r_2 & \cdot & \cdot & r_{h-2} & r_1 \\ r_1 & 1 & r_1 & r_2 & \cdot & \cdot & r_2 \\ r_2 & r_1 & 1 & r_1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & r_1 & \cdot & r_1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & r_1 & \cdot & r_1 & \cdot \\ r_{h-2} & r_{h-3} & \cdot & \cdot & r_1 & 1 & r_{h-1} \\ r_{h-1} & r_{h-2} & \cdot & \cdot & \cdot & r_1 & r_h \end{vmatrix}$$

مثال تطبيقي رقم 01

احسب قيمة دالة الارتباط الذاتي الجزئي عند تأخير قدره $h=2$ أي r_{22} في المثال 1

لدينا:

$$\hat{\phi}_{22} = r_{22} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & r_1 \\ r_1 & r_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & r_1 \\ r_1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{r_2 - r_1^2}{1 - r_1^2}$$

حل المثال التطبيقي رقم 01

على أساس قيم دالة الارتباط الذاتي عند التأخيرات 1، 2 نعوض في العبارة أعلاه نجد أن:

$$\hat{\phi}_{22} = r_{22} = \frac{r_2 - r_1^2}{1 - r_1^2} = \frac{0 - (0.4)^2}{1 - (0.4)^2} = -0.19$$

مثال تطبيقي رقم 02

احسب قيمة دالة الارتباط الذاتي الجزئي عند تأخير قدره $h=3$ أي r_{33} في المثال 1

لدينا:

$$\begin{aligned} \hat{\phi}_{33} = r_{33} &= \frac{|P_3^*|}{|P_3|} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \eta_1 & \eta_1 \\ \eta_1 & 1 & r_2 \\ r_2 & \eta_1 & r_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \eta_1 & r_2 \\ \eta_1 & 1 & \eta_1 \\ r_2 & \eta_1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{1 \times \begin{vmatrix} 1 & r_2 \\ \eta_1 & r_3 \end{vmatrix} - \eta_1 \times \begin{vmatrix} \eta_1 & r_2 \\ r_2 & r_3 \end{vmatrix} + \eta_1 \times \begin{vmatrix} \eta_1 & 1 \\ r_2 & \eta_1 \end{vmatrix}}{1 \times \begin{vmatrix} 1 & \eta_1 \\ \eta_1 & 1 \end{vmatrix} - \eta_1 \times \begin{vmatrix} \eta_1 & \eta_1 \\ r_2 & 1 \end{vmatrix} + r_2 \times \begin{vmatrix} \eta_1 & 1 \\ r_2 & \eta_1 \end{vmatrix}} \\ &= \frac{1 \times (r_3 - \eta_1 r_2) - \eta_1 \times (\eta_1 r_3 - r_2^2) + \eta_1 \times (\eta_1^2 - r_2)}{1 \times (1 - \eta_1^2) - \eta_1 \times (\eta_1 - \eta_1 r_2) + r_2 \times (\eta_1^2 - r_2)} \\ &= \frac{r_1^3 - \eta_1 r_2 (2 - r_2) + r_3 (1 - \eta_1^2)}{1 - r_2^2 - 2\eta_1^2 (1 - r_2)} \end{aligned}$$

حل المثال التطبيقي رقم 02

على أساس قيم دالة الارتباط الذاتي عند التأخيرات 1، 2 و 3 نعوض في العبارة أعلاه نجد أن:

$$\begin{aligned} \hat{\phi}_{33} = r_{33} &= \frac{r_1^3 - \eta_1 r_2 (2 - r_2) + r_3 (1 - \eta_1^2)}{1 - r_2^2 - 2\eta_1^2 (1 - r_2)} \\ &= \frac{(0.4)^3 - 0.4 \times 0 \times (2 - 0) - 0.2 \times (1 - (0.4)^2)}{1 - (0)^2 - 2 \times (0.4)^2 \times (1 - 0)} = -0.15 \end{aligned}$$

و باستعمال برنامج Eviews9.0 تم التحصل على نفس النتائج:

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC
1	0.400	0.400	
2	0.000	-0.190	
3	-0.200	-0.153	
4	-0.500	-0.442	
5	-0.200	0.208	

1-7 خواص دالة الارتباط الذاتي الجزئي

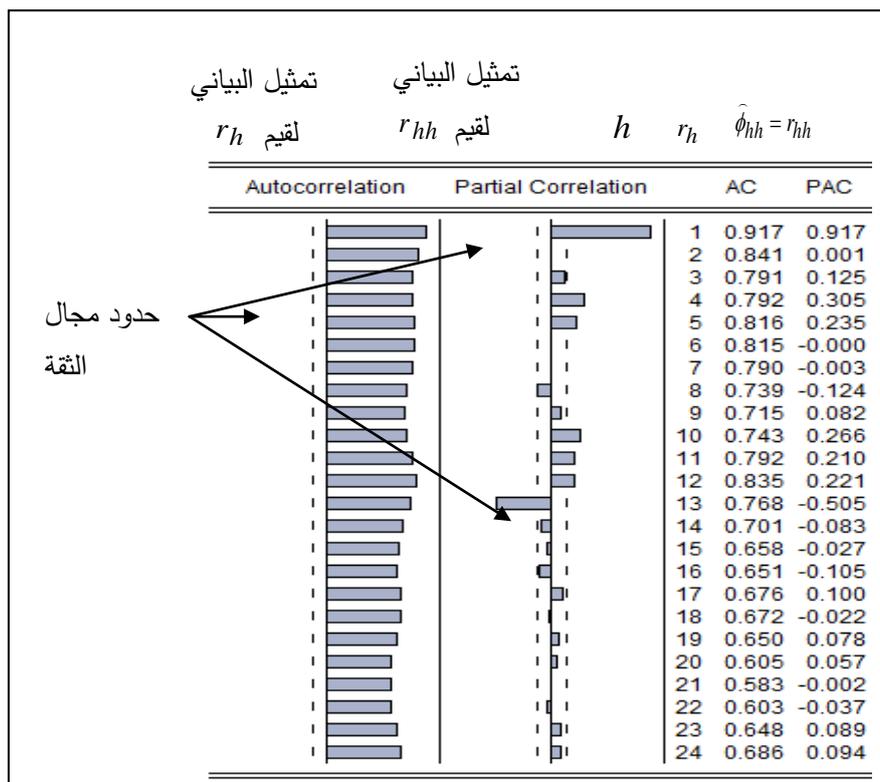
تتميز دالة الارتباط الذاتي الجزئي بعدة خصائص والتي من بينها ما يلي⁴³:

- معامل الارتباط الذاتي الجزئي عند الفجوة صفر يساوي الواحد، أي $\phi_{00} = 1$ لأي عملية عشوائية مستقرة؛
- قيمة ϕ_{kk} تقع دائما ضمن المجال $[-1, 1]$ ؛
- معامل الارتباط الذاتي الجزئي عند الفجوة الأولى يساوي دائما معامل الارتباط الذاتي عند الدرجة الأولى أي $\phi_{11} = \rho_1$ لأنه لا يوجد متغير بين y_i و y_{i-1} ؛
- إذا كان $\phi_{kk} = 0$ فهذا يعني أنه لا توجد علاقة خطية بين متغيرين الفاصل الزمني بينهما k ، لكن قد توجد علاقة غير خطية.

وبالتالي تأخذ دالة الارتباط الذاتي الجزئي أشكالا شبيهة بدالة الارتباط الذاتي فتارة نجدها تتناقص بشكل أسي بطيء وتارة بشكل أسي سريع، وأحيانا تنعدم بعدة الفجوة الأولى فقط $k=1$ ، وتارة تتناقص بشكل جيبي.....، تتميز هاته الأشكال مفيد جدا -بل يشكل حجرة الزاوية في منهجية بوكس جينكيز- تحديد النموذج المناسب لتمثيل سلوكها، وأيضا لدراسة صلاحية النموذج من خلال شكل دالة الارتباط الذاتي لسلسلة البواقي.

⁴³ إبراهيم عدلي (2019-2020)، مطبوعة دروس في مقياس تحليل السلاسل الزمنية، جامعة العربي بن مهيدي أم البواقي، الجزائر، ص 15.

الشكل رقم 1-7 : التمثيل البياني لدالة الارتباط الذاتي الجزئي (Correlogramme Partielle)



المصدر: العقاب محمد (2017-2018)، مرجع سبق ذكره، ص 36.

ملاحظة

إن تحليل كل من دالتي الارتباط الذاتي البسيط (FAC) و الجزئي (FACP) دور كبير و أساسي في تحديد نوع

النموذج المعتمد في تقدير السلسلة الزمنية المدروسة كما سنرى ذلك لاحقاً.

المحاضرة الثامنة

في تحليل السلاسل الزمنية، تعد الاستقرارية شرطا أساسيا لتطبيق العديد من النماذج الإحصائية. ومع ذلك، تواجهنا في الواقع العديد من السلاسل غير المستقرة، والتي يصعب نمذجتها أو التنبؤ بها دون معالجة أولية. وبالتالي وفي هذه المحاضرة، سنقوم بتوصيف النماذج غير المستقرة، من خلال التعرف على خصائص السلاسل غير المستقرة، تحليل السلوك الزمني للسلسلة عبر الرسوم البيانية،

8- توصيف حالات النماذج غير مستقرة

تسمى اختبارات الاستقرارية باختبارات جذر الوحدة و من أهمها: ديكي فولر (DF)، ديكي فولر المطور (ADF)، فيليبس بيرون (PP) و (KPSS). ولا يقتصر دور هذه الاختبارات في الكشف عن استقرارية السلسلة فقط بل لها دور في تحديد سبب عدم الاستقرارية و الطريقة المثلى في جعل السلسلة مستقرة في حالة ثبوت عدم استقراريتهما. و بغرض فهم هذه الاختبارات نعمل في البداية على تعريف نوعين من النماذج غير مستقرة وهما⁴⁴:

• النموذج (Trend Stationary) TS: هذا النوع من النماذج غير مستقر، وتبرز عدم استقرارية

تحديده Deterministic، وتأخذ الشكل:

$$Y_t = f(t) + \varepsilon_t$$

حيث أن:

$f(t)$: دالة كثير حدود للزمن (خطية أو غير خطية)؛

ε_t : تشويش أبيض.

وبالتالي فإن هذا النموذج غير مستقر ككل لأن متوسطة $E(Y_t)$ مرتبطة بالزمن (t) ، لكننا نجعله

مستقرا بتقدير المعالم \hat{a}_0, \hat{a}_1 بطريقة المربعات الصغرى العادية وطرح المقدار $\hat{a}_0 + \hat{a}_1 t$ من Y_t أي

$$Y_t - \hat{a}_0 + \hat{a}_1 t$$

⁴⁴ تومي صالح (2010)، مدخل لنظرية القياس الاقتصادي، الجزء الثاني، الطبعة الثانية، ديوان المطبوعات الجامعية، ص 173.

- النموذج (Difference Stationary) DS: هذه النماذج غير مستقرة أيضا وتبرز عدم استقرارية عشوائية Stochastic، وتأخذ الشكل:

$$Y_t = Y_{t-1} + \beta + \varepsilon_t$$

وعلى عكس نموذج TS الذي يتميز باتجاه المحدد، فالمسار العشوائي يوضح لنا أن مسار Y_t عند اللحظة الزمنية (t) يبدأ عند توقف مسار (Y_{t-1}) ويتبع اتجاه الصدمة (ε_t)، بحيث (ε_t) تمثل التشويش أو الخطأ الأبيض، وتكون في مسار DS علاقة الاتجاه غير واضحة وأكيدة حيث أن أي صدمة غير متوقعة في لحظة من الزمن تؤثر في مسار الاتجاه في المستقبل، وبعبارة أخرى أي صدمة عابرة في لحظة ما لها أثر دائم على مستوى المسار بما أن المسار لا يعود إلى حالته الأولى بسبب الصدمة.

1-8 اختبار ديكي-فولر المطور Augmented Dickey-Fuller: قدم من قبل ديكي-فولر سنة 1979 اختبار DF والهدف منه هو دراسة ما إذا كان للمتغير جذر وحدة⁴⁵. ولكن في حالة وجود مشكلة الارتباط الذاتي أو التسلسلي في الحد العشوائي، فإنه لا يمكن استخدام هذا الاختبار وبالتالي ولهذا السبب فقد اقترح ديكي فولر اختبار آخر يعرف باختبار جذر الوحدة المطور ADF يعتمد على نفس عناصر اختبار ديكي-فولر ولكنه يقوم بالتخلص من الارتباط الذاتي للحد العشوائي، وهذا يصبح له قوة للكشف عن استقرارية السلاسل الزمنية وتحديد مسارها، وهو كذلك يرتكز على فرضيتين هما⁴⁶:

- الفرضية العدمية: $H_0: \phi = 1$

- الفرضية البديلة: $H_0: \phi \neq 1$

بحيث إذا تحققت الفرضية العدمية هذا يعني أن السلسلة تحتوي على جذر الوحدة وبالتالي فهي غير مستقرة، بينما إذا تحققت الفرضية البديلة معناه عدم وجود جذر الوحدة وبالتالي فإن هذه السلسلة الزمنية مستقرة. ويعتمد على ثلاثة صيغ أي ثلاثة نماذج باستعمال طريقة المربعات الصغرى (MCO) وهي كالتالي:

⁴⁵ Dfuller-Augmented Dickey-fuller unit-root test, Web site: <https://www.stata.com/manuals13/tsdfuller.pdf>, Accessed on: 13-08-2025, at 15:30.

⁴⁶ Régis bourbonnis(2003), **Econometrie**, 5^{ème} édition, Dunod, Paris, p 225.

$$\Delta Y_t = \phi Y_{t-1} + \sum_{j=2}^K \rho_j \Delta Y_{t-j+1} + \varepsilon_1 \quad \text{النموذج الأول:}$$

$$\Delta Y_t = \phi Y_{t-1} + \sum_{j=2}^K \rho_j \Delta Y_{t-j+1} + c + \varepsilon_1 \quad \text{النموذج الثاني:}$$

$$\Delta Y_t = \phi Y_{t-1} + \sum_{j=2}^K \rho_j \Delta Y_{t-j+1} + c + bt + \varepsilon_1 \quad \text{النموذج الثالث:}$$

بحيث:

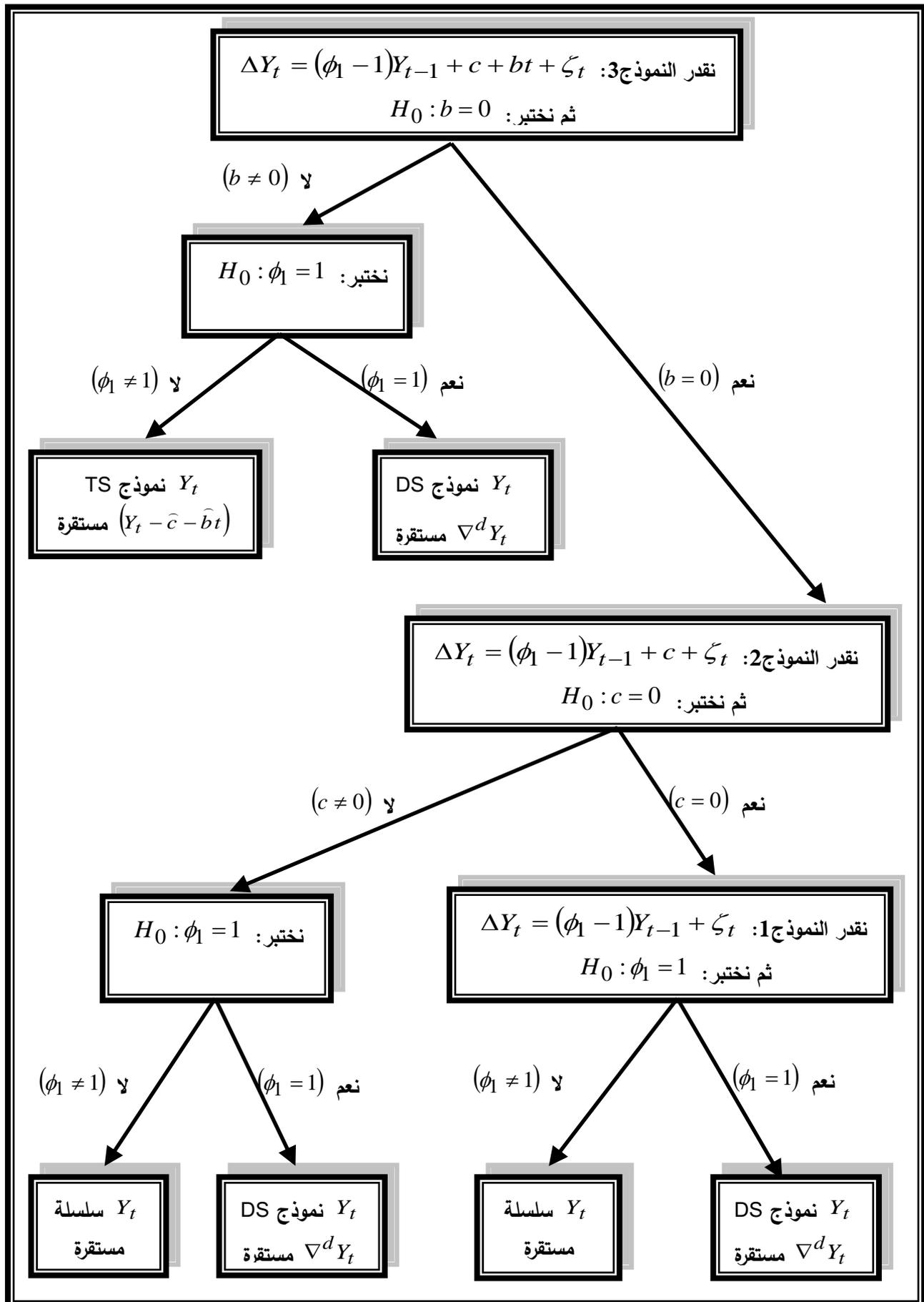
$$\phi = (1 - \rho) \quad \text{و } k: \text{ تمثل درجة التأخير.}$$

ومنه نستطيع أن نحدد قيمة عدد التأخر أي درجة التأخر k وتحدد باستعمال معيار Shwartz (SC) 1978

ومعيار Akaike (AIC) 1974.⁴⁷

الشكل رقم 1-8: المنهجية المبسطة لاختبار جذر الوحدة لديكي فولر

⁴⁷ Régis Bourbonnis(2015), Econométrie: Cours et exercices corrigés, 9^{ème} édition, Dunod, Paris, p 250.



المصدر: العقاب محمد (2017-2018)، مرجع سبق ذكره، ص 42.

2-8 اختبار فيليب-بيرون Philips and Perron (1988): يقوم اختبار فيليبس وبيرون على أساس تصحيح غير معلمي لإحصائية اختبار ديكي-فولر إذ يأخذ بعين الاعتبار الأخطاء المرتبطة ذاتيا. ويمر هذا الاختبار بأربعة مراحل والتي تتمثل فيما يلي⁴⁹:

• يتم تقدير النماذج الثلاثة لاختبار ديكي-فولر بواسطة المربعات الصغرى وحساب الإحصائيات المرافقة

لها:

• تقدير التباين في المدى القصير للبواقي

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \hat{\varepsilon}_t^2$$

• تقدير التباين في المدى الطويل S_t^2 (المعامل المصحح) والذي يتم الحصول عليه انطلاقا من الانحرافات

المعيارية لبواقي النماذج السابقة بحث أن:

$$S_t^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n e_t^2 + 2 \sum_{t=1}^p \left(1 - \frac{i}{L+1}\right) \frac{1}{n} \sum_{t=i+1}^n e_t e_{t-1}$$

من المهم تقدير التباين لتحديد عدد درجات التأخير p وتقدر كدالة لعدد المشاهدات n أي:

$$\rho \approx 4(n/100)^{2/9}$$

• تحسب إحصائية فيليبس وبيرون كما يلي:

$$t_{\hat{\phi}}^* = \sqrt{k} \times \frac{(\hat{\phi}_1 - 1)}{\hat{\sigma} \hat{\phi}_1} + \frac{n(k-1)\hat{\sigma} \hat{\phi}_1}{\sqrt{k}}$$

⁴⁹ أحمد سلامي، إسماعيل بن قانة (2016). واقع العلاقة طويلة الأجل بين الإنفاق على التعليم والنمو الاقتصادي في الجزائر دراسة قياسية للفترة (1964-2013)، مجلة رؤى اقتصادية، المجلد 06، العدد 10، الموقع الإلكتروني: <https://www.asjp.cerist.dz/en/article/39901>. تاريخ

الإطلاع: 2025-08-14، الساعة: 17:45، ص 59.

حيث أن: $k = \frac{\sigma^2}{S_t^2}$ وتقارن إحصائية فيليبس بيرون مع القيم الحرجة الموجودة في جدول ماك كينون⁵⁰.

3-8 إختبار (Kwiatkowski, Phillips, Schmidt et Shin, 1992) KPSS: يعتمد اختبار (KPSS)

على الفرضية المعدومة التي تنص على أن السلسلة مستقرة، ويتم اختبار هذه الفرضية على أساس نموذجين فقط النموذج 2 مع وجود ثابت و النموذج 3 مع ثابت و اتجاه عام، و تحديد الإحصائية المحسوبة لهذا الاختبار

يعتمد على التباين طويل المدى للبواقي S_t^2 لاختبار (PP) وهي⁵¹:

$$LM = \frac{1}{S_t^2} \frac{\sum_{t=1}^n \tau_t^2}{n^2}$$

حيث أن: $\tau_t = \sum_{i=1}^t e_i$ يمثل المجموع الجزئي لمربعات البواقي: $t = 1, 2, \dots, n$

إذا كانت LM اكبر من الإحصائية المجدولة نرفض الفرضية المعدومة و نقول أن السلسلة غير مستقرة. و منهجية هذا الاختبار هي نفس منهجية اختبار ديكي فولر.

الجدول رقم 1-8: الإحصائية المجدولة لاختبار (KPSS)

مستوى المعنوية	1%	5%	10%
النموذج 2	0.739	0.463	0.347
النموذج 3	0.216	0.146	0.119

المصدر: العقاب محمد (2017-2018)، مرجع سبق ذكره، ص 43.

⁵⁰ Régis Bourbonnis, Michel Terraza (2004), Analyse Des Séries Temporelles, Dunod, Paris, pp 158-159.

⁵¹ العقاب محمد (2017-2018)، مرجع سبق ذكره، ص 43.

أسئلة وتمارين محلولة

التمرين رقم 01: الجدول التالي يوضح قيم السلسلة Y_t :

t	1	2	3	4	5	6
Y_t	9	12	14	15	16	12

المطلوب:

- احسب قيم دالة الارتباط الذاتي: r_1 ، r_2 ، و r_3 ؛
- ماذا تستنتج من خلال مقارنتك بين القيم المحسوبة لكل من r_1 ، r_2 ، و r_3 ؛

التمرين رقم 02: الجدول التالي يوضح قيم السلسلة Y_t :

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y_t	12	8	10	8	14	5	16	20	14	13

المطلوب:

- احسب قيم دالة الارتباط الذاتي: r_1 و r_5 ؛

التمرين رقم 03: الجدول التالي يوضح قيم السلسلة Y_t :

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Y_t	78	40	26	18	10	35	60	66	68

المطلوب:

- احسب قيم دالة الارتباط الذاتي: r_1 ، r_2 ، و r_4 ؛

التمرين رقم 04: الجدول التالي يوضح قيم السلسلة Y_t :

t	1	2	3	4	5	6
y_t	9	12	14	15	16	12

المطلوب:

1. احسب قيم دالة الارتباط الذاتي: r_1 , r_2 , و r_3 .2. احسب قيم دالة الارتباط الذاتي الجزئي: r_{11} , r_{22} , و r_{33} .التمرين الخامس: عرف ما يلي:

- دالة الانحدار الذاتي؟
- دالة الانحدار الذاتي الجزئي؟
- ما هي أهم خصائص دالة الانحدار الذاتي؟
- ما هي أهم خصائص دالة الانحدار الذاتي الجزئي؟

حل التمرين رقم 01

1- حساب قيمة دالة الارتباط الذاتي عند تأخير قدره $h = 1$ أي r_1 :

T	Y_t	Y_{t-1}	$Y_t - \bar{Y}$	$Y_{t-1} - \bar{Y}$	$(Y_t - \bar{Y}) * (Y_{t-1} - \bar{Y})$	$(Y_t - \bar{Y})^2$
1	9	-	-4	-	-	16
2	12	9	-1	-4	4	1
3	14	12	1	-1	-1	1
4	15	14	2	1	2	4
5	16	15	3	2	6	9
6	12	16	-1	3	-3	1
\bar{Y}	$78/6=13$				8	32

وبالتالي فإن :

$$r_1 = \frac{8}{32} = 0.25$$

2- حساب قيمة دالة الارتباط الذاتي عند تأخير قدره $h=2$ أي r_2 :

T	Y_t	Y_{t-2}	$Y_t - \bar{Y}$	$Y_{t-2} - \bar{Y}$	$(Y_t - \bar{Y}) * (Y_{t-2} - \bar{Y})$	$(Y_t - \bar{Y})^2$
1	9	-	-4	-	-	16
2	12	-	-1	-	-	1
3	14	9	1	-4	-4	1
4	15	12	2	-1	-2	4
5	16	14	3	1	3	9
6	12	15	-1	2	-2	1
\bar{Y}	$78/6=13$				-5	32

وبالتالي فإن :

$$r_2 = \frac{-5}{32} = -0.15$$

3- حساب قيمة دالة الارتباط الذاتي عند تأخير قدره $h=3$ أي r_3 :

T	Y_t	Y_{t-3}	$Y_t - \bar{Y}$	$Y_{t-3} - \bar{Y}$	$(Y_t - \bar{Y}) * (Y_{t-3} - \bar{Y})$	$(Y_t - \bar{Y})^2$
1	9	-	-4	-	-	16
2	12	-	-1	-	-	1
3	14	-	1	-	-	1
4	15	9	2	-4	-8	4
5	16	12	3	-1	-3	9
6	12	14	-1	1	-1	1
\bar{Y}	78/6= 13				-12	32

وبالتالي فإن :

$$r_3 = \frac{-12}{32} = -0.375$$

حل التمرين رقم 021- حساب قيمة دالة الارتباط الذاتي عند تأخير قدره $h = 1$ أي r_1 :

T	Y_t	Y_{t-1}	$Y_t - \bar{Y}$	$Y_{t-1} - \bar{Y}$	$(Y_t - \bar{Y}) * (Y_{t-1} - \bar{Y})$	$(Y_t - \bar{Y})^2$
1	12	-	0	-	-	0
2	8	12	-4	0	0	16
3	10	8	-2	-4	8	4
4	8	10	-4	-2	8	16
5	14	8	2	-4	-8	4
6	5	14	-7	2	-14	49
7	16	5	4	-7	-28	16
8	20	16	8	4	32	64
9	14	20	2	8	16	4
10	13	14	1	2	2	1
\bar{Y}	120/10=12				16	174

وبالتالي فإن :

$$r_1 = \frac{16}{174} = 0.091$$

2- حساب قيمة دالة الارتباط الذاتي عند تأخير قدره $h=5$ أي r_5 :

T	Y_t	Y_{t-5}	$Y_t - \bar{Y}$	$Y_{t-5} - \bar{Y}$	$(Y_t - \bar{Y}) * (Y_{t-5} - \bar{Y})$	$(Y_t - \bar{Y})^2$
1	12	-	0	-	-	0
2	8	-	-4	-	-	16
3	10	-	-2	-	-	4
4	8	-	-4	-	-	16
5	14	-	2	-	-	4
6	5	12	-7	0	0	49
7	16	8	4	-4	-16	16
8	20	10	8	-2	-16	64
9	14	8	2	-4	-8	4
10	13	14	1	2	2	1
\bar{Y}	120/10=12				-38	174

وبالتالي فإن:

$$r_5 = \frac{-38}{174} = -0.218$$

حل التمرين الرابع

1- حساب قيم دالة الارتباط الذاتي: r_1 , r_2 , و r_3

1-1 حساب قيمة دالة الارتباط الذاتي عند تأخير قدره $h = 1$ أي r_1

Obs	Y_t	Y_{t-1}	$Y_t - m$	$Y_{t-1} - m$	$(Y_t - m) * (Y_{t-1} - m)$	$(Y_t - m)^2$
1	9		-4			16
2	12	9	-1	-4	4	1
3	14	12	1	-1	-1	1
4	15	14	2	1	2	4
5	16	15	3	2	6	9
6	12	16	-1	3	-3	1

m	13				8	32
---	----	--	--	--	---	----

حيث أن m تعبر عن متوسط Y

$$r_1 = \hat{\rho}_1 = \frac{\sum_{t=2}^6 (Y_t - \bar{Y})(Y_{t-1} - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^6 (Y_t - \bar{Y})^2} = \frac{8}{32} = 0.25$$

2-1 حساب قيمة دالة الارتباط الذاتي عند تأخير قدره $h = 2$ أي r_2

Obs	Y_t	Y_{t-2}	Y_{t-m}	Y_{t-2-m}	$(Y_{t-m}) * (Y_{t-2-m})$
1	9		-4		
2	12		-1		
3	14	9	1	-4	-4
4	15	12	2	-1	-2
5	16	14	3	1	3
6	12	15	-1	2	-2
m	13				-5

وبالتالي نجد

$$r_2 = \hat{\rho}_2 = \frac{\sum_{t=3}^6 (Y_t - \bar{Y})(Y_{t-2} - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^6 (Y_t - \bar{Y})^2} = \frac{-5}{32} = -0.156$$

3-1 حساب قيمة دالة الارتباط الذاتي عند تأخير قدره $h = 3$ أي r_3

Obs	Y_t	Y_{t-2}	Y_{t-m}	Y_{t-2-m}	$(Y_{t-m}) * (Y_{t-2-m})$
1	9		-4		
2	12		-1		
3	14		1		
4	15	9	2	-4	-8
5	16	12	3	-1	-3
6	12	14	-1	1	-1

m	13				-12
---	----	--	--	--	-----

وبالتالي نجد:

$$r_3 = \hat{\rho}_3 = \frac{\sum_{t=4}^6 (Y_t - \bar{Y})(Y_{t-3} - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^6 (Y_t - \bar{Y})^2} = \frac{-12}{32} = -0.375$$

2- احسب قيم دالة الارتباط الذاتي الجزئي: r_{11} ، r_{22} ، و r_{33}

1-2 حساب قيمة دالة الارتباط الذاتي الجزئي r_{11} :

$$r_{11} = \eta_1 = 0.25$$

2-2 حساب قيمة دالة الارتباط الذاتي الجزئي r_{22} :

$$\hat{\phi}_{22} = r_{22} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \eta_1 \\ \eta_1 & r_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \eta_1 \\ \eta_1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{r_2 - \eta_1^2}{1 - \eta_1^2}$$

و على أساس قيم دالة الارتباط الذاتي عند التأخيرات 1، 2 نعوض في العبارة أعلاه نجد أن:

$$\hat{\phi}_{22} = r_{22} = \frac{r_2 - \eta_1^2}{1 - \eta_1^2} = \frac{-0.156 - (0.25)^2}{1 - (0.25)^2} = -0.233$$

3-2 حساب قيمة دالة الارتباط الذاتي الجزئي عند تأخير قدره $h=3$ أي r_{33} :

$$\hat{\phi}_{33} = r_{33} = \frac{|P_3^*|}{|P_3|} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \eta_1 & \eta_1 \\ \eta_1 & 1 & r_2 \\ r_2 & \eta_1 & r_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \eta_1 & r_2 \\ \eta_1 & 1 & \eta_1 \\ r_2 & \eta_1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{1 \times \begin{vmatrix} 1 & r_2 \\ \eta_1 & r_3 \end{vmatrix} - \eta_1 \times \begin{vmatrix} \eta_1 & r_2 \\ r_2 & r_3 \end{vmatrix} + \eta_1 \times \begin{vmatrix} \eta_1 & 1 \\ r_2 & \eta_1 \end{vmatrix}}{1 \times \begin{vmatrix} 1 & \eta_1 \\ \eta_1 & 1 \end{vmatrix} - \eta_1 \times \begin{vmatrix} \eta_1 & \eta_1 \\ r_2 & 1 \end{vmatrix} + r_2 \times \begin{vmatrix} \eta_1 & 1 \\ r_2 & \eta_1 \end{vmatrix}}$$

$$\begin{aligned}\hat{\phi}_{33} = r_{33} &= \frac{1 \times (r_3 - \eta r_2) - \eta \times (\eta r_3 - r_2^2) + \eta \times (\eta^2 - r_2)}{1 \times (1 - \eta^2) - \eta \times (\eta - \eta r_2) + r_2 \times (\eta^2 - r_2)} \\ &= \frac{\eta^3 - \eta r_2(2 - r_2) + r_3(1 - \eta^2)}{1 - r_2^2 - 2\eta^2(1 - r_2)}\end{aligned}$$

و على أساس قيم دالة الارتباط الذاتي عند التأخيرات 1، 2 و 3 نعوض في العبارة أعلاه نجد أن:

$$\begin{aligned}\hat{\phi}_{33} = r_{33} &= \frac{\eta^3 - \eta r_2(2 - r_2) + r_3(1 - \eta^2)}{1 - r_2^2 - 2\eta^2(1 - r_2)} \\ &= \frac{(0.25)^3 + 0.25 \times 0.156 \times (2 + 0.156) - 0.375 \times (1 - (0.25)^2)}{1 - (-0.156)^2 - 2 \times (0.25)^2 \times (1 + 0.156)} = -0.303\end{aligned}$$

و باستعمال برنامج Eviews9.0 تم التحصل على نفس النتائج:

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC
1	0.250	0.250	
2	-0.156	-0.233	
3	-0.375	-0.303	
4	-0.344	-0.249	
5	0.125	0.185	

المحور الثاني

نماذج التمهيد الأسي للتنبؤ بالسلاسل الزمنية

نهدف من خلال هذا المحور إلى التطرق لما يلي :

- ✓ طريقة التمهيد الأسي البسيط (الأحادي)؛
- ✓ نموذج التمهيد الأسي المزدوج (النموذج الخطي)
- ✓ طريقة التمهيد الأسي الثلاثي هولت وينتر
- ✓ أسئلة وتمارين محلولة.

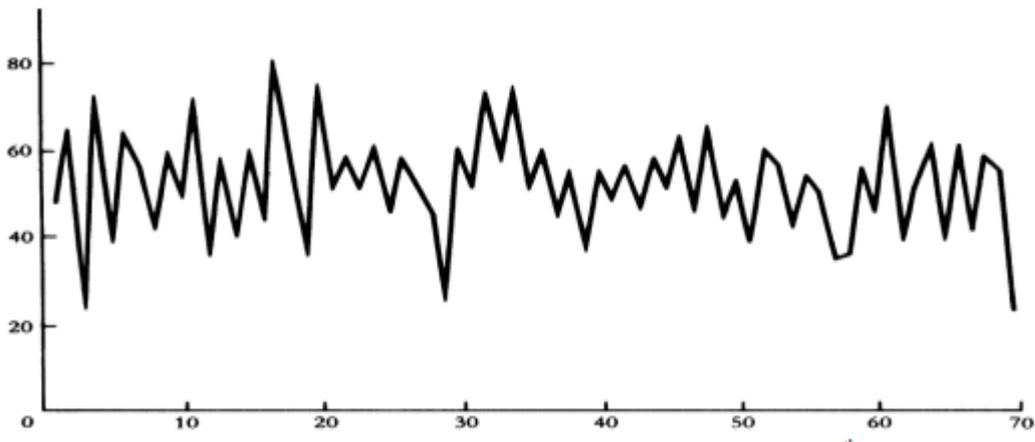
المحاضرة التاسعة

في عالم البيانات والإحصاء، تلعب أساليب التنبؤ دورا محوريا في فهم الاتجاهات المستقبلية واتخاذ قرارات مدروسة. ومن بين هذه الأساليب، تبرز طريقة التمهيد الأسّي البسيط كواحدة من أكثر الطرائق استخداما في تحليل السلاسل الزمنية قصيرة المدى. في هذه المحاضرة، سنبدأ بمقدمة تعريفية عن أهمية التمهيد في التنبؤات، ثم ننتقل إلى شرح مبدأ التمهيد الأسّي البسيط الذي يقوم على إعطاء أوزان أكبر للملاحظات الحديثة وأوزان أقل للقديمة، مما يجعله مناسباً للتعامل مع البيانات التي لا تتضمن اتجاهها أو موسمية واضحة.

9- طريقة التمهيد الأسّي البسيط (الأحادي) Simple Exponential Smoothing:

نستخدم هذه الطريقة في حالة السلاسل الزمنية التي تسلك مسارا عشوائيا حول وسط حسابي ثابت، أي أن السلسلة لا تحتوي على مركبة اتجاه عام ولا مركبة أو تقلبات فصلية. ونقصد به كذلك النموذج المستقرة وهذا ما يمكن توضيحه في الرسم التوضيحي التالي⁵²:

الشكل رقم 9-1: نموذج سلسلة زمنية مستقرة



المصدر: بوقرودة مريم (2022-2023)، مرجع سبق ذكره، ص75.

⁵² بوقرودة مريم (2022-2023)، نماذج التنبؤ، مطبوعة بيداغوجية لطلبة السنة الثالثة ليسانس تخصص اقتصاد وتسيير المؤسسات، جامعة عبد الحميد بن باديس-مستغانم، الجزائر، ص75.

- ويقصد بالتمهيد صقل أو تنعيم البيانات التي لها تشويش، أي محاولة تقليل التغيرات في قيم السلسلة حول خط المنحنى الذي يمثل النمط العام للسلسلة.
- يعد التمهيد الأسي أحد التقنيات المألوفة للتنبؤ بالسلاسل الزمنية، فضلا عن أنه يعطي نتائج ذات كفاءة عالية ويقلل من القيم المفقودة باستخدام التنبؤ بالطرائق التقليدية مثل طريقة (Naive) أو ما يعرف بطريقة المشي العشوائي وطريقة الوسط الحسابي البسيط وطريقة الوسط الحسابي المتحرك⁵³.
- هذا النموذج يعطي أوزان نسبية لقيم الظاهرة القديمة تتناقص بمعدل متتالية هندسية، بمعنى أنها تعطي أوزانا للبيانات الحديثة تكون أكبر من أوزان البيانات القديمة، وذلك للبيانات التي بها اتجاهية فقط⁵⁴، ويمكن حساب التنبؤ بهذه الطريقة كما يلي⁵⁵:

$$\widehat{y}_{t+1} = \alpha y_t + (1 - \alpha) \widehat{y}_t \quad / \alpha \in [0,1]$$

حيث:

- α : ثابت التمهيد أو معامل التمهيد، يستخدم لتحديد أوزان البيانات ويكون $\alpha \in [0,1]$.
 - y_t : قيمة السلسلة الأصلية أو المشاهدة أو القيمة الفعلية في الفترة t .
 - \widehat{y}_t : القيمة المقدرة في الفترة t .
 - \widehat{y}_{t+1} : القيمة المقدرة في الفترة $t+1$.
- تعتمد التنبؤات \widehat{y}_{t+1} على ترجيح أحدث المشاهدات (القيمة الفعلية) بوزن α وترجيح أحدث التنبؤات بـ $(1 - \alpha)$ إذن للقيام بعملية التنبؤ نحتاج تنبؤ أولي وقيمة فعلية وثابت التمهيد α . إذا كانت القيمة المقدرة \widehat{y}_1 ، غير معروفة، يمكننا:

⁵³ غزوان هاني محمود (2010)، تحسين طريقة التمهيد الأسي البسيط للتكهن بالسلاسل الزمنية، المجلة العراقية للعلوم الاحصائية، العدد 18، ص 263.

⁵⁴ محمد عمر الشويرف، نجاح الطاهر البيباص (2015)، التنبؤ بالكميات المنتجة من النفط الخام في ليبيا باستخدام النماذج المحددة (نماذج التمهيد الأسي) خلال الفترة 1972-2013، مجلة العلوم الاقتصادية والسياسية، العدد الخامس، متوفر على الموقع الإلكتروني:

<https://www.docdroid.net/XrdBICq/1-pdf#page=2>، تاريخ الاطلاع 20-08-2025، على 18:18 ص 10

⁵⁵ عرقوب خديجة (2023-2024)، مرجع سبق ذكره، ص 56.

▪ وضع أو افتراض أن القيمة المقدرة الأولى تساوي القيمة الفعلية (المشاهدة) الأولى أي نستخدم

$$\hat{y}_t = y_1$$

▪ استخدام متوسط المشاهدات الخمس أو الست الأولى للقيمة الأولية الممهدة.

إن تأسيس التمهيد الأسّي يعود للباحث Holt في سنة 1957 م، وكذلك الباحث Brown سنة 1962 م. وتعتبر هذه الطريقة من بين الأساليب الشائعة في الحياة العملية، وتعتمد على فكرة أن المعلومات القديمة أقل أهمية من المعلومات الحديثة، لهذا يجب أن تعطي وزناً أقل، بحيث يؤخذ التنبؤ الخاص بالفترة السابقة ويجري عليه التعديل للحصول على التنبؤ الخاص بالفترة اللاحقة. ويعبر هذا التعديل على خطأ التنبؤ في الفترة السابقة، ويتم حسابه بضرب خطأ التنبؤ في الفترة السابقة في المعامل الثابت α الذي يتراوح بين 0 و 1 كما سبق الذكر.⁵⁶

يستخدم نموذج التمهيد الأسّي البسيط والذي يسمى أيضاً بالنموذج المستقر، عندما تكون السلسلة الزمنية مستقرة، بمعنى عشوائية لا تحتوي على مركبة اتجاه عام ولا مركبة موسمية. أما في حالة عدم توفر هذا الشرط، يستخدم نموذج آخر للتنبؤ.⁵⁷

1-9 مثال تطبيقي رقم 01

ليكن لدينا سلسلة زمنية لمبيعات سلعة ما أسبوعياً كما هو موضح في الجدول أدناه:

الأسبوع	المبيعات
الأول	50
الثاني	55
الثالث	53
الرابع	58
الخامس	52
السادس	56
السابع	54

⁵⁶ سهيلة عتروس، جمال خنشور (2015)، التنبؤ بالمبيعات بمؤسسة مطاحن الزيبان القنطرة- بسكرة- دراسة مقارنة باستخدام طريقي التمهيد الأسّي الثلاثي لـ Holt-Winters و منهجية Box-Jenkins في التنبؤ بالمبيعات، مجلة رؤى اقتصادية، جامعة الشهيد حمة لخضر، الوادي- الجزائر، العدد 09، متوفر على الموقع الإلكتروني: <https://www.asjp.cerist.dz/en/downArticle/126/5/9/39888>، ص 192.

⁵⁷ عرقوب خديجة (2023-2024)، مرجع سبق ذكره، ص 58-59.

المطلوب:

▪ حساب تنبؤات التمهيد الأسّي البسيط باستخدام $\alpha = 0.3$ مع أخطاء التنبؤ؟

حل المثال التطبيقي رقم 01

بما أن $\alpha = 0.3$ فإن $1 - \alpha = 1 - 0.3 = 0.7$

وبالتالي تصبح معادلة التمهيد الأسّي البسيط كما يلي:

$$\widehat{y}_{t+1} = 0.3y_t + 0.7\widehat{y}_t$$

إذا لم تعطى القيمة المقدرة للفترة الأولى، نفترض أن: $\widehat{y}_t = y_1$ ، أي نفترض أن القيمة المقدرة للفترة

الأولى هي نفسها القيمة الحقيقية الأولى، وبالتالي $\widehat{y}_1 = 50$ ، وبالتالي يتم حساب بقية القيم كما يلي:

الأسبوع	المبيعات y_i	التنبؤات
الأول	50	50
الثاني	55	$\widehat{y}_2 = 0.3(50) + 0.7(50) = 50$
الثالث	53	$\widehat{y}_3 = 0.3(55) + 0.7(50) = 51.5$
الرابع	58	$\widehat{y}_4 = 0.3(53) + 0.7(51.5) = 51.95$
الخامس	52	$\widehat{y}_5 = 0.3(58) + 0.7(51.95) = 53.565$
السادس	56	$\widehat{y}_6 = 0.3(52) + 0.7(53.565) = 53.195$
السابع	54	$\widehat{y}_7 = 0.3(56) + 0.7(53.195) = 53.837$
الثامن (تنبؤ)	-	$\widehat{y}_8 = 0.3(54) + 0.7(53.837) = 53.886$

حساب الأخطاء:

الأسبوع	المبيعات y_i	التنبؤات	الأخطاء $e = (y_i - \widehat{y}_i)$	الخطأ التربيعي
الأول	50	-	-	-
الثاني	55	50	5	25
الثالث	53	51.5	1.5	2.25

الرابع	58	51.95	6.05	36.6
الخامس	52	53.565	-1.565	2.45
السادس	56	53.195	2.805	7.87
السابع	54	53.837	0.163	0.027

مثال تطبيقي رقم 02

يمثل الجدول التالي مبيعات منتج ما لأحد المصانع خلال 12 شهرا:

الأشهر	المبيعات y_i
جانفي	17
فيفري	21
مارس	19
أفريل	23
ماي	18
جوان	16
جويلية	20
أوت	18
سبتمبر	22
أكتوبر	20
نوفمبر	15
ديسمبر	22

المطلوب:

▪ التنبؤ بالمبيعات باستخدام طريقة التمهيد الأسي البسيط وحساب أخطاء التنبؤ، مع العلم أن ثابت

$$\alpha = 0.3$$

حل المثال التطبيقي رقم 02

$$1 - \alpha = 1 - 0.3 = 0.7 \quad \text{فإن} \quad \alpha = 0.3 \quad \text{بما أن}$$

وبالتالي تصبح معادلة التمهيد الأسي البسيط كما يلي:

$$\widehat{y}_{t+1} = 0.3y_t + 0.7\widehat{y}_t$$

إذا لم تعطى القيمة المقدرة للفترة الأولى، نفترض أن: $\hat{y}_1 = y_1$ ، أي نفترض أن القيمة المقدرة للفترة

الأولى هي نفسها القيمة الحقيقية الأولى، وبالتالي $\hat{y}_1 = 17$ ، وبالتالي يتم حساب بقية القيم كما يلي:

الاشهر	المبيعات y_i	التنبؤات
جانفي	17	17
فيفري	21	$\hat{y}_2 = 0.3(17) + 0.7(17) = 17$
مارس	19	$\hat{y}_3 = 0.3(21) + 0.7(17) = 18.20$
أفريل	23	$\hat{y}_4 = 0.3(19) + 0.7(18.20) = 18.44$
ماي	18	$\hat{y}_5 = 0.3(23) + 0.7(18.44) = 19.81$
جوان	16	$\hat{y}_6 = 0.3(18) + 0.7(19.81) = 19.27$
جويلية	20	$\hat{y}_7 = 0.3(16) + 0.7(19.27) = 18.29$
أوت	18	$\hat{y}_8 = 0.3(20) + 0.7(18.29) = 18.80$
سبتمبر	22	$\hat{y}_9 = 0.3(18) + 0.7(18.80) = 18.56$
أكتوبر	20	$\hat{y}_{10} = 0.3(22) + 0.7(18.56) = 19.59$
نوفمبر	15	$\hat{y}_{11} = 0.3(20) + 0.7(19.59) = 19.71$
ديسمبر	22	$\hat{y}_{12} = 0.3(15) + 0.7(19.71) = 18.30$

حساب الأخطاء:

الاشهر	المبيعات y_i	\hat{y}_i	الأخطاء $e = (y_i - \hat{y}_i)$	الخطأ التربيعي
جانفي	17	17	-	-
فيفري	21	17	21- 17= 4	16
مارس	19	18.20	0.80	0.64
أفريل	23	18.44	4.56	20.79
ماي	18	19.81	- 1.81	3.28
جوان	16	19.27	- 3.27	10.69

جولية	20	18.29	1.71	2.92
أوت	18	18.80	-0.8	0.64
سبتمبر	22	18.56	3.44	11.83
أكتوبر	20	19.59	0.41	0.17
نوفمبر	15	19.71	-4.71	22.18
ديسمبر	22	18.30	-3.7	13.69

بعد أن تعرفنا في المحاضرة السابقة على طريقة التمهيد الآسي البسيط واستخدمناها للتعامل مع البيانات المستقرة غير المصحوبة باتجاه، ننتقل في هذه المحاضرة إلى تطوير أكثر تعقيدا وهو نموذج التمهيد الآسي المزدوج أو ما يعرف بـ النموذج الخطي. هذا النموذج يستخدم عندما تحتوي السلسلة الزمنية على اتجاه خطي (Trend)، حيث لا يكون التمهيد الآسي البسيط كافيا للتعامل مع التغيرات المستمرة في البيانات عبر الزمن.

10- نموذج التمهيد الآسي المزدوج (النموذج الخطي) Double Exponential Smoothing

يستخدم التمهيد الآسي المضاعف في حالة احتواء السلسلة الزمنية على اتجاه عام وتكون من الشكل التالي:

$$x_t = a_t + \beta_t * t$$

كما يعتمد قبل تقدير a و β على تمهيد أو تلميس السلسلة الزمنية مرتين متتاليتين وهذا ما جعله يسمى بالنموذج المزدوج أو الثنائي. فعند استخدام تقنية التمهيد الآسي المضاعف، يجب التمييز بين نوعين من التمهيد المضاعف: التمهيد المضاعف لـ Holt (1957) والتمهيد المضاعف لـ Brown (1957)⁵⁸. وبالتالي تقوم طريقة التلميس الآسي المزدوج على فكرة تلميس سلسلة مملسة من قبل، ومن هنا أتت تسمية مزدوج⁵⁹.

1-10 نموذج Brown: ومن بين العلاقات التي يقوم عليها نموذج التمهيد الآسي المزدوج أو الثنائي حسب هذا النوع توجد علاقتين تتمثل وفق المراحل الآتية⁶⁰:

⁵⁸ بوقرورة مريم (2022-2023)، مرجع سبق ذكره، ص 77.

⁵⁹ بن معزوز محمد زكريا (2021-2022)، مطبوعة بيداغوجية حول نماذج التنين، موجهة لطلبة السنة الثالثة ليسانس تخصص إقتصاد وتسيير المؤسسات، جامعة باجي مختار- عنابة، الجزائر، ص 60.

⁶⁰ بن معزوز محمد زكريا (2021-2022) مرجع سبق ذكره، ص 60-61.

1-1-10 المرحلة الأولى: نقوم بتمليس السلسلة الأصلية بنفس طريقة التمهيد الأسي البسيط على مرحلتين
باعتتماد المعادلتين الآتيتين:

$$S_t = \alpha x_t + (1 - \alpha)S_{t-1}$$

$$SS_t = \alpha S_t + (1 - \alpha)SS_{t-1}$$

حيث أن:

- S_t : القيمة المملسة في الزمن t
- α : معامل التمليس، حيث أن $\alpha \in (0; 1)$
- x_t : المشاهدة في الزمن t
- S_{t-1} : القيمة المملسة في الزمن $(t-1)$
- SS_{t-1} : إعادة تمليس القيمة S_t في الزمن t .

2-1-10 المرحلة الثانية: نحتاج كذلك في تحليلنا إلى حساب قيم الميل b_t والحد الثابت a_t ، واللدان يمكن
الحصول عليهما وفق المعادلتين التاليتين:

$$b_t = \frac{\alpha}{1 - \alpha} (S_t - SS_t)$$

$$a_t = 2S_t - SS_t$$

3-1-9 المرحلة الثالثة: التنبؤ في الأفق h يكون وفق المعادلة التالية:

$$\hat{x}_{n+h} = a_n + b_n * h$$

$$(ou : h = 1, 2, \dots, k)$$

مثال تطبيقي رقم 01:

ليكن لدينا عدد الوحدات التالفة المنتجة في أحد المصانع والمعطاة بصفة شهرية كما هو موضح في

الجدول أدناه:

الأشهر	جانفي	فيفري	مارس	أفريل	ماي	جوان	جويلية	أوت	سبتمبر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر
y	57	55	63	66	63	67	67	69	75	79	76	82

المطلوب:

■ باستخدام نموذج التمهيد الأسّي المزدوج ل Brown للتنبؤ بعدد المنتجات المعلبة للأشهر الأربع المقبل،

حيث α يساوي 0.5.

حل المثال التطبيقي رقم 01

باستخدام نموذج التمهيد الأسّي المزدوج ل Brown سيتم التنبؤ بعدد المنتجات المعلبة للأشهر الأربع

المقبل، لما α يساوي 0.5.

t	y	$S_t = \alpha x_t + (1 - \alpha)S_{t-1}$	$SS_t = \alpha S_t + (1 - \alpha)SS_{t-1}$	$b_t = \frac{\alpha}{1 - \alpha} (S_t - SS_t)$	$a_t = 2S_t - SS_t$	$\hat{y}_{t+h} = a_{0t} + a_{1t}$
1	57	57	57	0	57	-
2	55	$0.5(55) + 0.5(57) = 56$	$0.5(56) + 0.5(57) = 56.5$	$\frac{0.5}{1-0.5} (56 - 56.5) = -0.5$	$2(56) - 56.5 = 55.5$	57
3	63	$0.5(63) + 0.5(56) = 59.5$	$0.5(59.5) + 0.5(56.5) = 58$	$\frac{0.5}{1-0.5} (59.5 - 58) = 1.5$	$2(59.5) - 58 = 61$	$55.5 - 0.5(1) = 55$
4	66	$0.5(66) + 0.5(59.5) = 62.75$	$0.5(62.75) + 0.5(58) = 60.38$	$\frac{0.5}{1-0.5} (62.75 - 60.38) = 2.37$	$2(62.75) - 60.38 = 65.12$	$61 + 1.5(1) = 62.5$
5	63	$0.5(63) + 0.5(62.75) = 62.88$	$0.5(62.88) + 0.5(60.38) = 61.63$	$\frac{0.5}{1-0.5} (62.88 - 61.63) = 1.25$	$2(62.88) - 61.63 = 64.13$	$65.12 + 2.37(1) = 67.5$
6	67	$0.5(67) + 0.5(62.88) = 64.94$	$0.5(64.94) + 0.5(61.63) = 63.28$	$\frac{0.5}{1-0.5} (64.94 - 63.28) = 1.66$	$2(64.94) - 63.28 = 66.60$	$64.13 + 1.25(1) = 65.4$
7	67	$0.5(67) + 0.5(64.94) = 65.97$	$0.5(65.97) + 0.5(63.28) = 64.63$	$\frac{0.5}{1-0.5} (65.97 - 64.63) = 1.34$	$2(65.97) - 64.63 = 67.31$	$66.60 + 1.66(1) = 68.3$

8	69	$0.5(69)+0.5(65.97)=67.50$	$0.5(67.50)+0.5(64.63)=66.06$	$\frac{0.5}{1-0.5}$ $(67.50 - 66.06)=$ 68.94	$2(67.50)-$ 66.06=68.94	$67.31+1.34(1)=68.65$
9	75	$0.5(75)+0.5(67.50)=71.25$	$0.5(71.25)+0.5(66.06)=68.65$	$\frac{0.5}{1-0.5}$ $(71.25 - 68.65)=$ 2.6	$2(71.25)-$ 68.65=73.85	$68.94+1.44(1)=70.40$
10	79	$0.5(79)+0.5(71.25)=75.12$	$0.5(75.12)+0.5(68.65)=71.88$	$\frac{0.5}{1-0.5}$ $(75.12 - 71.88)=$ 3.24	$2(75.12)-$ 71.88=78.36	$73.85+2.6(1)=76.45$
11	76	$0.5(76)+0.5(75.12)=75.56$	$0.5(75.56)+0.5(71.88)=73.72$	$\frac{0.5}{1-0.5}$ $(75.56 - 73.72)=$ 1.84	$2(75.56)+73.72=$ 77.4	$78.36+3.24(1)=81.60$
12	82	$0.5(82)+0.5(75.56)=78.78$	$0.5(78.78)+0.5(73.72)=76.25$	$\frac{0.5}{1-0.5}$ $(78.78 - 76.25)=$ 2.53	$2(78.78)-$ 76.25=81.31	$77.4+1.84(1)=79.24$
13						$81.31+2.53(1)=83.84$
14						$81.31+2.53(2)=86.37$
15						$81.31+2.53(3)=88.90$
16						$81.31+2.53(4)=91.43$

2-10 نموذج Holt : يلجأ إلى هذه الطريقة في نفس ظروف استعمال التقنية السابقة، وهذا طبعاً لا يعني أنها

تعطي نفس النتائج. تتكون هذه الطريقة من معادلتين وكذا تابي تمهيد أحدهما خاص بالعشوائية والآخر

بالاتجاه العام، وتكتب كما يلي⁶¹:

$$\tilde{Y}_t = \alpha y_t + (1 - \alpha)(\tilde{y}_{t-1} + r_{t-1})$$

$$r_t = \gamma(\tilde{y}_t - \tilde{y}_{t-1}) + (1 - \gamma)r_{t-1}$$

للتخلص من إشكالية قيم الانطلاق، نقترح من بين مجموعة من الصيغ، الصيغتين التاليتين:

$$\tilde{Y}_1 = y_1$$

⁶¹ مولود حشمان (2010). السلاسل الزمنية وتقنيات التنبؤ القصير المدى، الطبعة الثالثة، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، ص 96-97.

$$r_1 = 0$$

أو

$$\tilde{Y}_2 = y_2$$

$$r_2 = y_2 - y_1$$

بهذا تنطلق عملية التمهيد من الفترة الثانية في الحالة الأولى ومن الثالثة في الحالة الثانية. لأغراض التنبؤ، تكتب تلك المعادلتين في الصيغة المعدلة التالية:

$$\hat{y}_{T+L} = \tilde{y}_T + lr_T$$

هو تقريبا نفس نموذج الاتجاه العام المحلي حيث:

$$r_T = \tilde{y}_T - \tilde{y}_{T-1}$$

لما $\gamma = 1$ في العلاقة

$$r_t = \gamma(\tilde{y}_t - \tilde{y}_{t-1}) + (1 - \gamma)r_{t-1}$$

ملاحظة: في حالة $\alpha = \beta$ فإن النموذج Holt هو نموذج التمهيد الأسّي الثنائي Brown. أما صيغة هذا النموذج فهي كالتالي:⁶²

$$\alpha_{0t} = \alpha y_t + (1 - \alpha)(\alpha_{0t-1} + \alpha_{1t-1})$$

$$\alpha_{1t} = \beta(\alpha_{0t} - \alpha_{0t-1}) + (1 - \beta)\alpha_{1t-1}$$

والتنبؤ بالأفق h يحسب بالمعادلة التالية:

$$\hat{y}_{t+h} = a_{0t} + ha_{1t}$$

ومن أجل البدء لدينا:

⁶² عرقوب خديجة (2023-2024)، مرجع سبق ذكره، ص 65-67.

$$\alpha_{0t} = y_t$$

و

$$\alpha_{1t} = 0$$

مثال تطبيقي رقم 02

باستخدام نفس معطيات المثال السابق في نموذج Brown :

الأشهر	جانفي	فيفري	مارس	أفريل	ماي	جوان	جويلية	أوت	سبتمبر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر
y	57	55	63	66	63	67	67	69	75	79	76	82

المطلوب:

▪ باستخدام نموذج Holt للتنبؤ بعدد الوحدات التالفة للأشهر الأربعة اللاحقة، حيث $\alpha = 0.3$ و

$$\beta = 0.2$$

حل المثال التطبيقي رقم 02

من أجل البدء لدينا:

$$\alpha_{1t} = 0$$

و

$$\alpha_{0t} = y_t = 57$$

$$(1 - \beta) = (1 - 0.2) = 0.8$$

$$(1 - \alpha) = (1 - 0.3) = 0.7$$

و

$$(\beta = 0.2) \text{ و } (\alpha = 0.3)$$

t	y	$\alpha_{0t} = \alpha y_t + (1 - \alpha)(\alpha_{0t-1} + \alpha_{1t-1})$	$\alpha_{1t} = \beta(\alpha_{0t} - \alpha_{0t-1}) + (1 - \beta)\alpha_{1t-1}$	$\hat{y}_{t+h} = a_{0t} + ha_{1t}$
1	57	57	57	-
2	55	$0.3(55) + (1 - 0.3)(57 + 0) = 56.4$	$0.2(56.4 - 57) + (1 - 0.2) \cdot 57 = -0.12$	57
3	63	$0.3(63) + (0.7)(56.4 + 0.12) = 58.3$	$0.2(58.3 - 56.4) + (0.8)(-0.12) = 0.3$	$56.4 - 1.12(1) = 58.6$
4	66	$0.3(66) + (0.7)(58.3 + 0.3) = 60.82$	$0.2(60.82 - 58.3) + (0.8)(0.3) = 0.74$	$58.3 + 0.3(1) = 58.6$
5	63	$0.3(63) + 0.7(60.82 + 0.74) = 62$	$0.2(62 - 60.82) + 0.8(0.74) = 0.83$	$60.82 + 0.74(1) = 61.56$
6	67	$0.3(67) + 0.7(62 + 0.83) = 64.1$	$0.2(64.1662) + 0.8(0.83) = 1.1$	$62 + 0.83(1) = 62.83$
7	67	$0.3(67) + 0.7(64.1 + 1.1) = 65.74$	$0.2(65.74 - 64.1) + 0.8(1.1) = 1.21$	$64.1 + 1.1(1) = 65.2$
8	69	$0.3(69) + 0.7(65.74 + 1.21) = 67.60$	$0.2(67.60 - 65.74) + 0.8(1.21) = 1.34$	$65.74 + 1.21(1) = 66.95$
9	75	$0.3(75) + 0.7(67.60 + 1.34) = 70.76$	$0.2(70.76 - 67.60) + 0.8(1.34) = 1.70$	$67.60 + 1.34(1) = 68.94$
10	79	$0.3(79) + 0.7(70.76 + 1.70) = 74.42$	$0.2(74.42 - 70.76) + 0.8(1.70) = 2.10$	$70.76 + 1.70(1) = 72.46$
11	76	$0.3(76) + 0.7(74.42 + 2.10) = 76.40$	$0.2(76.40 - 74.42) + 0.8(2.10) = 2.10$	$74.42 + 2.10(1) = 76.52$
12	82	$0.3(82) + 0.7(76.40 + 2.10) = 79.55$	$0.2(79.55 - 76.40) + 0.8(2.10) = 2.31$	$76.40 + 2.10(1) = 78.5$
13				$79.55 + 2.31(1) = 81.86$
14				$79.55 + 2.31(2) = 84.17$
15				$79.55 + 2.31(3) = 86.48$
16				$79.55 + 2.31(4) = 88$

h=2				.79
-----	--	--	--	-----

المحاضرة الحادية عشر

مع تطور وتحليل السلاسل الزمنية، تصبح الحاجة ماسة إلى نماذج أكثر قدرة على التعامل مع بيانات تحتوي على موسمية (Seasonality)، إلى جانب الاتجاه والتقلبات في المستوى. وهنا يأتي دور طريقة التمهيد الأسي الثلاثي، والتي تعرف أيضا باسم نموذج هولت-وينتر (Holt-Winters Model). وهذا النموذج يعد امتدادا لنموذجي التمهيد الأسي البسيط والمزدوج، حيث يضيف مكونا ثالثا وهو الموسمية، مما يجعله مناسباً جداً للتنبؤ بالبيانات التي تظهر فيها أنماط موسمية متكررة (مثل بيانات المبيعات الشهرية، درجات الحرارة الموسمية، أو غيرها).

11- طريقة التمهيد الأسي الثلاثي هولت وينتر Holt-Winters

من نقائص نموذج هولت Holt أنه لا يقوم بتمثيل التغيرات الموسمية هذا ما أدى إلى ظهور نموذج Holt-Winters، الذي يعكس مساهمة Holt بالإضافة إلى معادلة Winters تلك الخاصة بالتغيرات الموسمية⁶³. وبالتالي تستخدم طريقة التمهيد الأسي البسيط والتمهيد الأسي المزدوج في التنبؤ عندما تكون السلسلة الزمنية خالية من المركبة الموسمية، أما في حالة تواجدها (بالإضافة إلى مركبة الاتجاه العام والمركبة العشوائية)، فإننا نلجأ إلى طريقة Holt-Winters. نستخدم في هذه الطريقة ثلاث معدلات للتمهيد تصاحبها ثلاث معاملات مختلفة هي كالآتي⁶⁴:

- a_t : وهي تمثل تمهيد المستوى أو المتوسط مع معامل التمهيد a ، حيث $\alpha \in [0,1]$
- b_t : وهي تمثل تمهيد الاتجاه مع معامل التمهيد β ، حيث $\beta \in [0,1]$
- S_t : وهي تمثل تمهيد الموسمية مع معامل التمهيد γ ، حيث $\gamma \in [0,1]$

⁶³ قليل محمد صغير (2018-2019)، مرجع سبق ذكره، ص 34.

⁶⁴ عرقوب خديجة (2023-2024)، مرجع سبق ذكره، ص 67-69.

تظهر طريقة التمهيد الآسي الثلاثي لـ Holt-Winters ، في شكلين مختلفين حسب أسلوب نمذجة الموسمية، فهو يكون إما بطريقة خطية (موسمية مضافة تجميعية) في حالة الشكل التجميعي للسلسلة الزمنية، أو بطريقة غير خطية (موسمية مضاعفة) في حالة الشكل الجدائي أو المضاعف للسلسلة الزمنية.

1-11 طريقة Holt-Winters التجميعية (المضافة): وفق هذه الطريقة فإن المركبة الموسمية تأخذ الشكل

التجميعي في معادلة التنبؤ التي تكون وفق إحدى الصيغتين التاليتين:

▪ إذا كان لدينا: $1 \leq h \leq p$ فإن التنبؤ هو الآتي:

$$\hat{y}_{t+h} = a_t + b_t * h + S_{t+h-p}$$

▪ إذا كان لدينا: $p + 1 \leq h \leq 2p$ فإن التنبؤ هو الآتي:

$$\hat{y}_{t+h} = a_t + b_t * h + S_{t+h-2p}$$

حيث أن:

▪ p هو مدة المركبة الموسمية و h هو أفق التنبؤ،

▪ \hat{y}_{t+h} فهي تمثل القيمة المتنبأ بها للفترة $t + h$.

أما معادلات التمهيد والتي تعبر عن معدلات الثوابت a_t ، b_t ، S_t ، في معادلة التنبؤ، فتحسب

بالعلاقات التالية:

▪ تمهيد المستوى (المتوسط): $\alpha_t = \alpha(y - S_{t-p}) + (1 - \alpha)(a_{t-1} + b_{t-1})$

▪ تمهيد الاتجاه: $b_t = \beta(a_t - a_{t-1}) + (1 - \beta)b_{t-1}$

▪ تمهيد الموسمية: $S_t = \gamma(\gamma_t - a_t) + (1 - \gamma)S_{t-p}$

حيث:

▪ γ_t : تمثل القيمة الحقيقية للسلسلة الزمنية.

▪ S_t : وهي تعبر عن معامل الموسمية في الفترة t .

▪ تشترط بعض نماذج التنبؤ التأكيد من تحقق الشرط التالي: $\sum_{i=1}^p S_i = 0$

حيث أن:

▪ (p) يعبر عن دورية البيانات ($p = 4, p = 12, \dots$)، وفي حالة عدم تحقق هذا الشرط،

فإن التصحيح يكون باستخدام الصيغة التالية:

$$S_t^* = S_t - \bar{S} \quad \text{و} \quad \bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^p S_i}{p}$$

2-11 طريقة Holt-Winters (المضاعفة): وفق هذه الطريقة فإن المركبة الموسمية تأخذ الشكل الجدائي

المضاعف في معادلة التنبؤ التي تكون وفق إحدى الصيغتين التاليتين:

▪ إذا كان لدينا: $1 \leq h \leq p$ فإن التنبؤ هو الآتي:

$$\hat{y}_{t+h} = (a_t + b_t * h)S_{t+h-p}$$

▪ إذا كان لدينا: $p + 1 \leq h \leq 2p$ فإن التنبؤ هو الآتي:

$$\hat{y}_{t+h} = (a_t + b_t * h)S_{t+h-2p}$$

حيث أن:

▪ p هو مدة المركبة الموسمية و h هو أفق التنبؤ؛

▪ \hat{y}_{t+h} فهي تمثل القيمة المتنبأ بها للفترة $t + h$.

أما معادلات التمهيد والتي تعبر عن معدلات الثوابت a_t ، b_t ، S_t ، في معادلة التنبؤ، فتحسب بالعلاقات

التالية:

▪ تمهيد المستوى (المتوسط): $\alpha_t = \alpha \left(\frac{y_t}{S_{t-p}} \right) + (1 - \alpha)(a_{t-1} + b_{t-1})$

▪ تمهيد الاتجاه: $b_t = \beta(a_t - a_{t-1}) + (1 - \beta)b_{t-1}$

$$S_t = \gamma \left(\frac{y_t}{a_t} \right) + (1 - \gamma) S_{t-p} \quad \text{تمهيد الموسمية}$$

حيث:

▪ γ_t : تمثل القيمة الحقيقية للسلسلة الزمنية.

▪ S_t : وهي تعبر عن معامل الموسمية في الفترة t .

▪ تشترط بعض نماذج التنبؤ التأكد من تحقق الشرط التالي: $\sum_{i=1}^p S_i = p$

حيث أن:

▪ (p) يعبر عن دورية البيانات ($p = 4, p = 12, \dots$). وفي حالة عدم تحقق هذا الشرط،

فإن التصحيح يكون باستخدام الصيغة التالية:

$$S_t^* = \frac{S_i}{\bar{S}} \quad \text{و} \quad \bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^p S_i}{p}$$

القيم الابتدائية للثوابت: إن القيم الابتدائية للثوابت هي نفسها في الطريقتين السابقتين تجميعية كانت أم

ضريبية، ماعدا المعاملات الموسمية، ويتم حسابها للسنة الأولى ($t=1, \dots, p$) على الشكل

التالي:

▪ القيمة الابتدائية للمتوسط تكون كما يلي: $a_p = \bar{y}$ حيث p تمثل طول المركبة الموسمية، و

$$\bar{y} = \frac{\sum_{t=1}^p y_t}{p}$$

▪ القيمة الابتدائية للإتجاه: $b_p = 0$.

▪ القيمة الابتدائية الموسمية: تكون وفق إحدى الصيغتين التاليتين:

❖ بالنسبة للنموذج التجميعي: $S_t = y_t - \bar{y}$ من أجل $t=1, \dots, p$

❖ بالنسبة للنموذج الضريبي: $S_t = \frac{y_t}{\bar{y}}$ من أجل $t=1, \dots, p$

مثال تطبيقي رقم 01:

استخدم صيغة النموذج الجمعي لنموذج Holt-Winters معتمدا على $\alpha = 0.4$; $\beta = 0.1$; $\gamma =$

0.3 للتنبؤ بالمبيعات الربع سنوية للسنة الرابعة، بالإضافة إلى مبيعات الربع الأول من السنة الخامسة إنطلاقا من بيانات الجدول الموالي⁶⁵:

Dates	Trimestre 1	Trimestre 2	Trimestre 3	Trimestre 4
Année 1	1248,30	1392,10	1056,60	3159,10
Année 2	890,80	1065,30	1117,60	2934,20
Année 3	1138,20	1456	1224,30	3090,20

المطلوب:

- أكتب كل العلاقات المستخدمة في الحل؟
- التزم بثلاثة أرقام بعد الفاصلة دون تقريب؟

حل المثال التطبيق رقم 01

معادلات التمهيد التي تعبر عن معدلات الثوابت a_t ، b_t ، S_t ، في معادلة التنبؤ، فتحسب بالعلاقات

التالية:

▪ تمهيد المستوى (المتوسط): $a_t = \alpha(y - S_{t-p}) + (1 - \alpha)(a_{t-1} + b_{t-1})$

▪ تمهيد الاتجاه: $b_t = \beta(a_t - a_{t-1}) + (1 - \beta)b_{t-1}$

▪ تمهيد الموسمية: $S_t = \gamma(\gamma_t - a_t) + (1 - \gamma)S_{t-p}$

	الفترات الزمنية		α_t	b_t	S_t	S_t^*	\hat{y}_{t+h}
1	السنة الأولى T1	1248.30	-	-	-465.725	-465.725	-
2	T2	1392.10	-	-	-321.925	-321.925	-
3	T3	1056.60	-	-	-657.425	-657.425	-

⁶⁵ بن معزوز محمد زكريا (2021-2022) مرجع سبق ذكره، ص 72-76.

4	T4	3159.10	1714.025	0.0	1445.075	1445.075	-
5	السنة الثانية T1	890.80	1571.025	-14.3	-530.075	-516.007	-
6	T2	1065.30	1488.925	-21.080	-352.435	-338.367	1234.800
7	T3	1117.60	1590.717	-8.793	-602.133	-588.065	810.420
8	T4	2934.20	1544.805	-12.505	1428.371	1442.439	3026.999
9	السنة الثالثة T1	1138.20	1581.063	-7.628	-503.911	-511.200	1016.293
10	T2	1456	1661.807	1.209	-308.447	-316.850	1235.067
11	T3	1224.30	1722.756	7.183	-571.030	-580.158	1074.951
12	T4	3090.20	1697.067	3.896	1417.800	1408.208	3172.377
13	السنة الرابعة T1						1189.763
14	T2						1388.009
15	T3						1128.597
16	T4						3120.858
17	السنة الخامسة T1						1205.346

شرح العمليات الحسابية:

بالنسبة للسنة الأولى:

▪ القيمة الابتدائية للمتوسط تكون كما يلي: $a_p = \bar{y}$ حيث p تمثل طول المركبة الموسمية، و

$$\bar{y} = \frac{\sum_{t=1}^p y_t}{p}$$

$a_p = a_4 = \bar{y}$ (المتوسط الحسابي لمشاهدات السنة الأولى)

$$\bar{y} = \frac{1248.30 + 1392.10 + 1056.60 + 3159.10}{4} = \frac{6856.1}{4} = 1714.025$$

▪ القيمة الابتدائية للإتجاه: $b_p = 0$.

▪ القيمة الابتدائية الموسمية: بالنسبة للنموذج التجميعي: $S_t = y_t - \bar{y}$ من أجل

$$t=1, \dots, p$$

$$S_t = y_t - \bar{y} = y_t - 1714.025 \quad \text{من أجل } t=1, \dots, p$$

$$S_1 = 1248.30 - 1714.02 = -465.725$$

$$S_2 = 1392.10 - 1714.02 = -321.925$$

$$S_3 = 1056.60 - 1714.02 = -657.425$$

$$S_4 = 3159.10 - 1714.02 = 1445.075$$

تحقق الشرط التالي: $\sum_{i=1}^p S_i = 0$

$$-465.725 + (-321.925) + (-657.425) + 1445.075 = 0$$

وعليه فإن المؤشرات الموسمية للسنة الأولى لا تحتاج إلى تصحيح.

بالنسبة للسنة الثانية:

الثلاثي الأول ($t=5$):

انطلاقاً من السنة الثانية نشرع في استخدام المعادلات التي يقوم عليها نموذج Holt-Winters كما يلي:

$$a_t = \alpha(y - S_{t-p}) + (1 - \alpha)(a_{t-1} + b_{t-1})$$

$$a_5 = 0.4(y_5 - S_{5-4}) + (1 - 0.4)(a_{5-1} + b_{5-1})$$

$$a_5 = 0.4(y_5 - S_1) + (1 - 0.4)(a_4 + b_4)$$

$$a_5 = 0.4(890.80 - (-465.725)) + (0.6)(1714.025 + 0)$$

$$a_5 = 1571.025$$

$$b_t = \beta(a_t - a_{t-1}) + (1 - \beta)b_{t-1}$$

$$b_5 = 0.1(a_5 - a_{5-1}) + (1 - 0.1)b_{5-1}$$

$$b_5 = 0.1(a_5 - a_{5-1}) + (1 - 0.1)b_{5-1}$$

$$b_5 = 0.1(a_5 - a_4) + (1 - 0.1)b_4$$

$$b_5 = 0.1(1571.025 - 1714.025) + (0.9)0$$

$$b_5 = -14.3$$

$$S_t = \gamma(\gamma_t - a_t) + (1 - \gamma)S_{t-p}$$

$$S_5 = 0.3(\gamma_5 - a_5) + (1 - 0.3)S_{5-4}$$

$$S_5 = 0.3(890.80 - 1571.025) + (0.7)S_1$$

$$S_5 = 0.3(890.80 - 1571.025) + (0.7)(-465.725)$$

$$S_5 = -530.075$$

$$\hat{y}_t = a_{t-1} + b_{t-1} + S_{t-p}$$

$$\hat{y}_6 = a_5 + b_5 + S_2$$

$$\hat{y}_6 = 1571.025 + (-14.3) + (-321.925)$$

$$\hat{y}_6 = 1234.8$$

وهكذا نستمر بنفس الطريقة في العمليات الحسابية إلى غاية نهاية السنة الثانية (t=8):

قبل الانتقال للسنة الثالثة نتحقق من الشرط التالي: $\sum_{i=1}^p S_i = 0$

$$\sum_{i=1}^p S_i = -530.075 + (-352.435) + (-602.133) + 1428.371 = -56.272 \neq 0$$

بما أن مجموع المؤشرات الموسمية للسنة الثانية يختلف عن الصفر، يتوجب إذن تصحيحها على النحو التالي:

$$S_t^* = S_i - \bar{S} \quad / \quad \bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^p S_i}{p} = \frac{-56.272}{4} = -14.068$$

$$S_1^* = (-530.075) - (-14.068) = -516.007$$

$$S_2^* = (-352.435) - (-14.068) = -338.367$$

$$S_3^* = (-602.133) - (-14.068) = -588.065$$

$$S_4^* = 1428.371 - (-14.068) = 1442.439$$

إعادة التحقق من الشرط التالي: $\sum_{i=1}^p S_i = 0$

$$\sum_{i=1}^p S_i^* = -516.007 + (-338.367) + (-588.065) + 1442.439 = 0$$

نلاحظ أنه قد تم تصحيح المؤشرات الموسمية بحيث أن مجموعها أصبح معدوماً.

يتم الاستمرار في باقي الحسابات بنفس الطريقة إلى غاية نهاية المشاهدات أي إلى غاية (t=12) ولكن في هذه المرة نعتد على المؤشرات الموسمية المصححة بدلا من المؤشرات الأصلية.

التنبؤ في الأفق h:

$$\hat{y}_{t+h} = (a_t + b_t * h) + S_{t+h-p}$$

التنبؤ للثلاثي الأول من السنة الرابعة (t=13)

$$\hat{y}_{13} = (a_t + b_t * h) + S_{t+h-p}$$

$$\hat{y}_{13} = 1697.067 + (3.896 * 1) + S_9$$

$$\hat{y}_{13} = 1697.067 + (3.896 * 1) + (-511.200)$$

$$\hat{y}_{13} = 1189.763$$

التنبؤ للثلاثي الثاني من السنة الرابعة (t=14)

$$\hat{y}_{14} = 1697.067 + (3.896 * 2) + S_{10}$$

$$\hat{y}_{14} = 1697.067 + (3.896 * 2) + (-316.850)$$

$$\hat{y}_{14} = 1388.009$$

التنبؤ للثلاثي الثالث من السنة الرابعة (t=15)

$$\hat{y}_{15} = 1697.067 + (3.896 * 3) + S_{11}$$

$$\hat{y}_{15} = 1697.067 + (3.896 * 3) + (-580.158)$$

$$\hat{y}_{15} = 1128.567$$

التنبؤ للثلاثي الرابع من السنة الرابعة (t=16)

$$\hat{y}_{16} = 1697.067 + (3.896 * 4) + S_{12}$$

$$\hat{y}_{16} = 1697.067 + (3.896 * 4) + 1408.208$$

$$\hat{y}_{16} = 3120.859$$

التنبؤ للثلاثي الأول من السنة الخامسة (t=17)

$$\hat{y}_{17} = 1697.067 + (3.896 * 5) + S_9$$

$$\hat{y}_{17} = 1697.067 + (3.896 * 5) + (-511.2)$$

$$\hat{y}_{17} = 1205.347$$

ملاحظة:

عند حساب التنبؤ للثلاثي الأول من السنة الخامسة، استخدمنا المؤشر الموسمي للثلاثي الأول من السنة الثالثة (-511.2) وهذا لأن السنة الرابعة لا تحتوي على مؤشرات موسمية، مما اضطرنا بالعودة إلى السنة الثالثة

صعوداً.

أسئلة وتمارين محلولة

التمرين الأول

يمثل الجدول التالي تسجيل أحد مشتريات مؤسسة اقتصادية خلال 6 أشهر كما هو موضح في الجدول:

المشتريات y_i	الأشهر
24	جانفي
18	فيفري
26	مارس
30	أفريل
14	ماي
12	جوان

المطلوب:

▪ التنبؤ بالمشتريات باستخدام طريقة التمهيد الأسّي البسيط وحساب أخطاء التنبؤ، مع العلم أن ثابت

$$\alpha = 0$$

التمرين الثاني

ليكن لدينا سلسلة زمنية لمبيعات أحد المنتجات لمدة 8 أسابيع كما هو موضح في الجدول أدناه:

المبيعات	الأسبوع
120	الأول
130	الثاني
125	الثالث
140	الرابع
135	الخامس
150	السادس
145	السابع
160	الثامن

المطلوب:

▪ حساب تنبؤات التمهيد الأسّي البسيط باستخدام $\alpha = 0.4$ ؟

- حساب أخطاء التنبؤ لكل أسبوع؟

التمرين الثالث

يمثل الجدول التالي تسجيل مبيعات محل تجاري خلال 6 أشهر كما هو موضح في الجدول:

المبيعات y_i	الأشهر
200	جانفي
220	فيفري
210	مارس
230	أفريل
225	ماي
240	جوان

المطلوب:

- حساب تنبؤات التمهيد الأسي البسيط للمبيعات مع العلم أن ثابت التمهيد $\alpha = 0.5$ ؟
- حساب أخطاء التنبؤ لكل شهر؟
- تقدير المبيعات المتوقعة لشهر يوليو؟

التمرين الرابع

ليكن لدينا عدد الشحنات المعادة بسبب عيوب في مصنع إلكترونيات خلال 12 شهرا كما هو موضح في

الجدول أدناه:

الأشهر	جانفي	فيفري	مارس	أفريل	ماي	جوان	جويلية	أوت	سبتمبر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر
y	45	48	50	52	54	58	61	64	67	70	72	75

المطلوب:

- باستخدام نموذج التمهيد الأسي المزدوج ل Brown مع α يساوي 0.4. قم بحساب التنبؤ بعدد الشحنات المعادة للأشهر الأربعة المقبلة (جانفي- أفريل للسنة التالية)؟
- اشرح باختصار أهمية التمهيد الأسي المزدوج في حالة وجود اتجاه عام في السلسلة الزمنية؟

التمرين الخامس

باستخدام نفس معطيات المثال السابق في نموذج Brown :

الأشهر	جانفي	فيفري	مارس	أفريل	ماي	جوان	جويلية	أوت	سبتمبر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر
y	45	48	50	52	54	58	61	64	67	70	72	75

المطلوب:

- باستخدام نموذج Holt للتنبؤ بعدد الشحنات المعادة للأشهر الأربعة اللاحقة، حيث $\alpha = 0.5$ و $\beta = 0.4$

التمرين السادس

استخدم صيغة النموذج الجمعي لنموذج Holt-Winters معتمدا على $\alpha = 0.2$; $\beta = 0.5$; $\gamma = 0.1$

للتنبؤ بالمبيعات الربع سنوية للسنة الرابعة، بالإضافة إلى مبيعات الربع الأول من السنة الخامسة إنطلاقا

من بيانات الجدول الموالي:

Dates	Trimestre 1	Trimestre 2	Trimestre 3	Trimestre 4
Année 1	1100	1350	1000	3200
Année 2	980	1120	1090	2950
Année 3	1050	1400	1200	3100

المطلوب:

- أحسب المبيعات المتوقعة لجميع أرباع السنة الرابعة؟
- أحسب التنبؤ للمبيعات في الربع الأول من السنة الخامسة؟

حل التمرين الأول:

بما أن $\alpha = 0.4$ فإن $1 - \alpha = 1 - 0.4 = 0.6$

وبالتالي تصبح معادلة التمهيد الأسّي البسيط كما يلي:

$$\widehat{y}_{t+1} = 0.4y_t + 0.6\widehat{y}_t$$

إذا لم تعطى القيمة المقدرة للفترة الأولى، نفترض أن: $\widehat{y}_t = y_1$ ، أي نفترض أن القيمة المقدرة للفترة

الأولى هي نفسها القيمة الحقيقية الأولى، وبالتالي $\widehat{y}_1 = 24$ ، وبالتالي يتم حساب بقية القيم كما يلي:

الأمشهر	المشتريات y_i	التنبؤات
جانفي	24	24
فيفري	18	$\widehat{y}_2 = 0.4(24) + 0.6(24) = 24$
مارس	26	$\widehat{y}_3 = 0.4(18) + 0.6(24) = 21.6$
أفريل	30	$\widehat{y}_4 = 0.4(26) + 0.6(21.6) = 23.36$
ماي	14	$\widehat{y}_5 = 0.4(30) + 0.6(23.36) = 26.016$
جوان	12	$\widehat{y}_6 = 0.4(14) + 0.6(26.016) = 21.2096$
جويلية (تنبؤ)	-	$\widehat{y}_8 = 0.4(12) + 0.6(21.2096) = 17.53$

حساب الأخطاء:

الأمشهر	المشتريات y_i	التنبؤات	الأخطاء $e = (y_i - \widehat{y}_i)$	الخطأ التربيعي
جانفي	24	-	-	-
فيفري	18	24	-6	36
مارس	26	21.6	4.4	19.36
أفريل	30	23.36	6.64	44.09
ماي	14	26.016	-12.016	144.38
جوان	12	21.2096	-9.2096	84.81

حل التمرين الرابع

1- باستخدام نموذج التمهيد الأسي المزدوج ل Brown سيتم التنبؤ بعدد الشحنات المعادة للأشهر الأربعة

المقبل، لما α يساوي 0.4:

t	y	$S_t = \alpha x_t + (1 - \alpha)S_{t-1}$	$SS_t = \alpha S_t + (1 - \alpha)SS_{t-1}$	$b_t = \frac{\alpha}{1 - \alpha} (S_t - SS_t)$	$a_t = 2S_t - SS_t$	$\hat{y}_{t+h} = a_{0t} + a_{1t}$
1	45	45	45	0	45	-
2	48	$0.4(48)+0.6(45)=46.2$	$0.4(46.2)+0.6(45)=45.48$	$\frac{0.4}{1-0.4}(46.2 - 45.48)=0.48$	$2(46.2)-45.48=46.92$	45
3	50	$0.4(50)+0.6(46.2)=47.72$	$0.4(47.72)+0.6(45.48)=46.38$	$\frac{0.4}{1-0.4}(47.72 - 46.38)=0.89$	$2(47.72)-46.38=49.06$	$46.92+0.48(1)=47.4$
4	52	$0.4(52)+0.6(47.72)=49.43$	$0.4(49.43)+0.6(46.38)=47.6$	$\frac{0.4}{1-0.4}(49.43 - 47.6)=1.22$	$2(49.43)-47.6=51.26$	$49.06+0.89(1)=49.95$
5	54	$0.4(54)+0.6(49.43)=51.26$	$0.4(51.26)+0.6(47.6)=49.06$	$\frac{0.4}{1-0.4}(51.26 - 49.06)=1.47$	$2(51.26)-49.06=53.46$	$51.26+1.22(1)=52.48$
6	58	$0.4(58)+0.6(51.26)=53.96$	$0.4(53.96)+0.6(49.06)=51.02$	$\frac{0.4}{1-0.4}(53.96 - 51.02)=1.96$	$2(53.96)-51.02=56.9$	$53.46+1.47(1)=54.93$
7	61	$0.4(61)+0.6(53.96)=56.78$	$0.4(56.78)+0.6(51.02)=53.32$	$\frac{0.4}{1-0.4}(56.78 - 53.32)=2.31$	$2(56.78)-53.32=60.24$	$56.9+1.96(1)=58.86$
8	64	$0.4(64)+0.6(56.78)=59.67$	$0.4(59.67)+0.6(53.32)=55.86$	$\frac{0.4}{1-0.4}(59.67 - 55.86)=2.54$	$2(59.67)-55.86=63.48$	$60.24+2.31(1)=62.55$
9	67	$0.4(67)+0.6(59.67)=62.6$	$0.4(62.6)+0.6(55.86)=58.56$	$\frac{0.4}{1-0.4}(62.6 - 58.56)=2.69$	$2(62.6)-58.56=66.64$	$63.48+2.54(1)=66.02$
10	70	$0.4(70)+0.6(62.6)=65.56$	$0.4(65.56)+0.6(58.56)=61.36$	$\frac{0.4}{1-0.4}(65.56 - 61.36)=2.8$	$2(65.56)-61.36=69.76$	$66.64+2.69(1)=69.33$
11	72	$0.4(72)+0.6(65.56)=68.14$	$0.4(68.14)+0.6(61.36)=64.07$	$\frac{0.4}{1-0.4}(68.14 - 64.07)=2.71$	$2(68.14)-64.07=72.21$	$69.76+2.8(1)=72.56$
12	75	$0.4(75)+0.6(68.14)=70.88$	$0.4(70.88)+0.6(64.07)=66.79$	$\frac{0.4}{1-0.4}(70.88 - 66.79)=2.73$	$2(70.88)-66.79=74.97$	$72.21+2.71(1)=74.92$
13						$74.97+2.73(1)=77.7$

14						74.97+2.73(2) =80.43
15						74.97+2.73(3) =83.16
16						74.97+2.73(4) =85.89

2- أهمية التمهيد الأسي المزدوج في حالة وجود اتجاه عام:

عند وجود اتجاه عام (تصاعدي أو تنازلي) في السلسلة الزمنية، فإن استخدام التمهيد الأسي البسيط فقط لا يكون كافياً، لأنه يفترض أن البيانات مستقرة حول مستوى ثابت، ولا يعالج التغير المستمر بمرور الزمن. ومن هنا تظهر أهمية التمهيد الأسي المزدوج، حيث:

- يعالج الاتجاه العام في البيانات من خلال إدخال مكون إضافي يمثل الميل (Trend).
- يوفر تنبؤات أكثر دقة للسلاسل الزمنية التي تتغير بشكل منتظم مع الزمن.
- يُحدث تحديثين في كل فترة زمنية:
- ✓ تحديث للمستوى (Level)
- ✓ تحديث للاتجاه (Trend)
- يمكن من التنبؤ بالمستقبل بشكل خطي، أي أن التنبؤات تأخذ بعين الاعتبار التغير التدريجي في القيم.

حل التمرين الخامس

باستخدام نموذج هولت للتنبؤ بعدد الشحنات المعادة للأشهر الأربعة اللاحقة ، ومن أجل البدء لدينا:

$$\alpha_{1t} = 0$$

و

$$\alpha_{0t} = y_t = 45$$

$$\text{و } (1 - \beta) = (1 - 0.4) = 0.6$$

$$(1 - \alpha) = (1 - 0.5) = 0.5$$

و

$$(\beta = 0.6) \text{ و } (\alpha = 0.5)$$

t	y	$\alpha_{0t} = \alpha y_t + (1 - \alpha)(\alpha_{0t-1} + \alpha_{1t-1})$	$\alpha_{1t} = \beta(\alpha_{0t} - \alpha_{0t-1}) + (1 - \beta)\alpha_{1t-1}$	$\hat{y}_{t+h} = a_{0t} + ha_{1t}$
1	45	45	45	-
2	48	$0.5(48) + (1-0.5)(45+0) = 46.5$	$0.4(46.5-45) + (1-0.4) = 1.2$	45
3	50	$0.5(50) + (0.5)(46.5+1.2) = 48.85$	$0.4(48.85-46.5) + (0.6)(1.2) = 1.66$	$46.5 + 1.2(1) = 47.7$
4	52	$0.5(52) + (0.5)(48.85+1.66) = 51.26$	$0.4(51.26-48.85) + (0.6)(1.66) = 1.96$	$48.85 + 1.66(1) = 50.51$
5	54	$0.5(54) + 0.5(51.26+1.96) = 53.61$	$0.4(53.61-51.26) + 0.6(1.96) = 2.12$	$51.26 + 1.96(1) = 53.22$
6	58	$0.5(58) + 0.5(53.61+2.12) = 56.87$	$0.4(56.87-53.61) + 0.6(2.12) = 2.58$	$53.61 + 2.12(1) = 55.73$
7	61	$0.5(61) + 0.5(56.87+2.58) = 60.23$	$0.4(60.23-56.87) + 0.6(2.58) = 2.89$	$56.87 + 2.58(1) = 59.45$
8	64	$0.5(64) + 0.5(60.23+2.89) = 63.56$	$0.4(63.56-60.23) + 0.6(2.89) = 3.07$	$60.23 + 2.89(1) = 63.12$
9	67	$0.5(67) + 0.5(63.56+3.07) = 66.82$	$0.4(66.82-63.56) + 0.6(3.07) = 3.15$	$63.56 + 3.07(1) = 66.63$
10	70	$0.5(70) + 0.5(66.82+3.15) = 69.99$	$0.4(69.99-66.82) + 0.6(3.15) = 3.16$	$66.82 + 3.15(1) = 69.97$
11	72	$0.5(72) + 0.5(69.99+3.16) = 69.42$	$0.4(69.42-69.99) + 0.6(3.16) = 1.67$	$69.99 + 3.16(1) = 73.15$
12	75	$0.5(75) + 0.5(69.42+1.67) = 73.06$	$0.4(73.06-69.42) + 0.6(1.67) = 2.46$	$69.42 + 1.67(1) = 71.09$
13				$73.06 + 2.46(1) = 75.52$
14				$73.06 + 2.46(2) = 77.98$
15				$73.06 + 2.46(3) =$

h=2				80.44
16				73.06+2.46(4)=
h=2				82.9

قائمة المراجع

1- الكتب:

1. جيلالي جلاطو (2022)، الإحصاء والاقتصاد القياسي- تمارين ومسائل محلولة في مجال الاقتصاد ، المالية، التجارة، النقود والبنوك، الجزائر- النشر الجامعي الجديد؛
2. عبد القادر الجندلي، معتصم تاطاحي (2021)، صياغة النماذج المالية والاقتصادية مع Eviews دليل للطلبة والمحترفين، مصر- دار حميثرا للنشر، الطبعة الأولى؛
3. حمداوي الطاوس (2016)، مدخل للاقتصاد القياسي دروس و تمارين مرفقة بالحل، دار هومة للطباعة والنشر والتوزيع- الجزائر؛
4. زين العابدين البشير (2016)، تحليل السلاسل الزمنية- في مجال التكرار ومجال الزمن، عمان- دار الجنان للتوزيع والنشر، الطبعة الأولى؛
5. عبد الرزاق بني هاني (2014)، الاقتصاد القياسي- نظرية الانحدار البسيط والمتعدد، عمان- دار وائل للنشر والتوزيع، الطبعة الأولى؛
6. شيخي محمد (2012)، طرق الاقتصاد القياسي محاضرات وتطبيقات، دار الحامد للنشر والتوزيع- عمان، الطبعة الأولى؛
7. خالد محمد السواعي (2011)، Eviews والقياس الاقتصادي، عمان - الأردن ، دار الكتاب الثقافي، الطبعة الأولى؛
8. مكيد علي (2011)، الاقتصاد القياسي - دروس ومسائل محلولة، الجزائر- ديوان المطبوعات الجامعية، الطبعة الثانية؛
9. تومي صالح (2010)، مدخل لنظرية القياس الاقتصادي، الجزء الثاني، الطبعة الثانية، ديوان المطبوعات الجامعية؛
10. مولود حشمان (2010)، السلاسل الزمنية وتقنيات التنبؤ القصير المدى، الطبعة الثالثة، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر؛
11. سمير مصطفى شعراوي (2005)، مقدمة في التحليل الحديث للسلاسل الزمنية، الطبعة الأولى، جدة: جامعة الملك عبد العزيز؛
12. والتر فاندل (1992) ، السلاسل الزمنية من الوجة التطبيقية ونماذج بوكس-جنكيز، المملكة العربية السعودية، الرياض، دار المريخ للنشر.

المطبوعات:

1. مزواغي جيلالي (2024-2025)، مطبوعة بيداغوجية بعنوان تحليل السلاسل الزمنية، موجهة لطلبة السنة أولى ماستر اقتصاد نقدي ومالي، ميدان العلوم الاقتصادية التجارية وعلوم التسيير، جامعة غليزان- الجزائر؛
2. عرقوب خديجة (2023-2024)، مطبوعة محاضرات في مقياس تقنيات التنبؤ موجهة لطلبة السنة الثالثة ليسانس تخصص إدارة أعمال، جامعة 20 أوت 1955 سكيكدة- الجزائر؛
3. بوقروة مريم (2022-2023)، نماذج التنبؤ، مطبوعة بيداغوجية لطلبة السنة الثالثة ليسانس تخصص اقتصاد وتسيير المؤسسات، جامعة عبد الحميد بن باديس-مستغانم، الجزائر؛
4. عطاالله عمر (2022-2023)، محاضرات في مقياس السلاسل الزمنية لطلبة السنة أولى ماستر اقتصاد كمي، جامعة الشهيد حمة لخضر- الوادي- الجزائر؛
5. بن معزوز محمد زكريا (2021-2022)، مطبوعة بيداغوجية حول نماذج التنبؤ، موجهة لطلبة السنة الثالثة ليسانس تخصص إقتصاد وتسيير المؤسسات، جامعة باجي مختار- عنابة، الجزائر؛
6. إبراهيم عدلي (2019-2020)، مطبوعة دروس في مقياس تحليل السلاسل الزمنية، جامعة العربي بن مهيدي أم البواقي، الجزائر؛
7. رملي محمد (2019-2020)، تحليل السلاسل الزمنية، مطبوعة موجهة لطلبة الماستر تخصص اقتصاد كمي، جامعة الطاهر مولاي سعيدة، الجزائر؛
8. قليل محمد صغير (2018/2019)، محاضرات في تحليل السلاسل الزمنية - مدعمة بأمثلة محلولة، مطبوعة بيداغوجية، قسم العلوم الاقتصادية، جامعة مصطفى إسطمبولي معسكر، الجزائر؛
9. العقاب محمد (2017/2018)، تحليل السلاسل الزمنية- محاضرات وتطبيقات في الاقتصاد، مطبوعة علمية متخصصة موجهة لطلبة السنة الأولى ماستر إقتصاد كمي، جامعة زيان العاشور الجلفة، الجزائر؛

المقالات والمجلات

1. أحمد سلامي، إسماعيل بن قانة (2016)، واقع العلاقة طويلة الأجل بين الإنفاق على التعليم والنمو الاقتصادي في الجزائر دراسة قياسية للفترة (1964-2013)، مجلة رؤى اقتصادية، المجلد 06، العدد .10

2. محمد عمر الشويرف، نجاح الطاهر البيباص (2015)، التنبؤ بالكميات المنتجة من النفط الخام في ليبيا باستخدام النماذج المحددة (نماذج التمهيد الأسي) خلال الفترة 1972-2013، مجلة العلوم الاقتصادية والسياسية، العدد الخامس.
3. سهيلة عتروس، جمال خنشور (2015)، التنبؤ بالمبيعات بمؤسسة مطاحن الزيان القنطرة- دسكرة- دراسة مقارنة باستخدام طريقتي التمهيد الأسي الثلاثي لـ Holt-Winters و منهجية Box-Jenkins في التنبؤ بالمبيعات، مجلة رؤى اقتصادية، جامعة الشهيد حمة لخضر، الوادي- الجزائر، العدد 09
4. غزوان هاني محمود (2010)، تحسين طريقة التمهيد الأسي البسيط للتكهن بالسلاسل الزمنية، المجلة العراقية للعلوم الاحصائية، العدد 18.

الكتب بالأجنبية:

1. Régis Bourbonnais, Michel Terraza. (2016), « **Analyse des séries temporelles: Cours et exercices corrigés -Applications à l'économie et à la gestion**», 4ème édition, Dunod, Paris, France.
2. Régis Bourbonnais(2015), **Econométrie: Cours et exercices corrigés**, 9^{ème} édition, Dunod, Paris.
3. Régis Bourbonnais, Michel Terraza (2004), **Analyse Des Séries Temporelles**, Dunod, Paris.
4. Régis bourbonnis(2003), **Econometrie**, 5^{ème} édition, Dunod, Paris.