

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة عبد الحميد ابن باديس - مستغانم
كلية العلوم الاقتصادية، التجارية وعلوم التسيير

مطبوعة بيداغوجية بعنوان

الأساليب الكمية في الإدارة
محاضرات وتمارين محلولة

الموجهة إلى طلبة السنة الأولى ماستر

من إعداد: الدكتورة

تخصص: إدارة أعمال

مقداد نادية

السنة الجامعية 2024-2025

الفهرس

الصفحة	العنوان	الرقم
2	<u>الفهرس</u>	
4	<u>قائمة الجداول</u>	
5	<u>قائمة الأشكال</u>	
6	<u>مقدمة</u>	
8	<u>المحور الأول: مقدمة في الأساليب الكمية في الإدارة ومنهجية التحليل الكمي في اتخاذ القرارات</u>	1
8	المحاضرة الأولى: عموميات عن الأساليب الكمية	1
10	المحاضرة الثانية: ماهية الأساليب الكمية	2
13	المحاضرة الثالثة: أهمية الأساليب الكمية واستخداماتها	3
16	<u>المحور الثاني: البرمجة الخطية (شجرة القرار، مشاكل التخصيص، صفوف الانتظار)</u>	02
16	المحاضرة الرابعة: الأساليب الكمية المستخدمة في عملية اتخاذ القرارات البرمجة الخطية (حالة التعظيم)	4
28	المحاضرة الخامسة: تابع طرق حل مسائل البرمجة الخطية حالة التدنية (التكاليف)	5
34	المحاضرة السادسة: البرمجة الخطية بأسلوب السمبلكس حالة التعظيم (التعظيم)	6
42	المحاضرة السابعة: البرمجة الخطية أسلوب السمبلكس حالة التدنية (التكاليف)	7
50	المحاضرة الثامنة: نظرية القرار (حالة التأكد والقيمة النقدية المتوقعة)	8
57	المحاضرة التاسعة: شجرة القرار	9
70	المحاضرة العاشرة: مشاكل التخصيص	10
79	المحاضرة الحادية عشر: صفوف الانتظار	11
93	<u>المحور الثالث: تحليل التكاليف لغرض اتخاذ القرار</u>	03
93	المحاضرة الثانية عشر: تحليل التكاليف في المدى القصير وفي المدى الطويل	12
102	<u>المحور الرابع: نقطة التعادل</u>	04
102	المحاضرة الثالثة عشر: نقطة التعادل وتحديد الربحية وهامش الأمان	13
115	<u>المحور الخامس: نظرية الألعاب</u>	05
115	المحاضرة الرابعة عشر: نظرية الألعاب	14
124	<u>المحور السادس: محاكاة النموذج</u>	06
124	المحاضرة الخامسة عشر: محاكاة النموذج	15
128	<u>المحور السابع: الأساليب الإحصائية في مراقبة الجودة</u>	07

128	المحاضرة السادسة عشر: أنواع الأساليب الإحصائية للرقابة على الجودة	16
133	المحاضرة السابعة عشر: خرائط المراقبة	17
146	<u>المحور الثامن: البرمجة الديناميكية:</u>	08
146	المحاضرة الثامنة عشر: البرمجة الديناميكية	18
153	الخاتمة	
154	قائمة المراجع	

قائمة الجداول

رقم الصفحة	عنوان الجدول	رقم الجدول
13	استخدامات بحوث العمليات في منظمات الاعمال	1-1
54	توزيع الإيرادات حسب كل سوق	2-2
58	العوائد المحققة من بيع كل صنف من المنتجات	2-3
85	احتمال وصول العينة عند الزمن T	2-4
90	Equation for models in Exhibit 9,8 (see Exhibit 9,9 forexplanation for notatin	2-5
95	أنواع التكاليف	3-6
117	جدول الدخل الحكومي المشروط من إنتاج كل طن من الفوسفات بالدينار	5-7
118	الجدول السابق بعد التعديل	5-8
120	الاستراتيجيات المختلطة	5-9

قائمة الأشكال

رقم الصفحة	عنوان الشكل	رقم الشكل
80	نظام الصفوف	2-1
81	التوزيع الأسي	2-2
82	مكونات ومواصفات خط الانتظار	2-3
83	تمثيل نوع القادمين	2-4
84	وصول العينات بصورة ثابتة وفي زمن ثابت	2-5
84	حساب كم عدد الواصلين خلال فترة زمنية محددة	2-6
87	الانحراف المعياري عند $\lambda=3$	2-7
94	شكل تخطيطي يمثل إجمالي التكاليف في المدى القصير	3-8
95	أنواع التكاليف وإجمالي التكاليف	3-9
96	التكاليف في المدى الطويل	3-10
102	التكاليف الثابتة	4-11
103	التكاليف المتغيرة	4-12
103	شكل تخطيطي يوضح التكاليف الشبه متغيرة	4-13
110	شكل يوضح نقطة التعادل	4-14
130	شكل الانتشار Scatter Diagram	7-15
132	شكل تخطيطي يوضح عظمة السمكة	7-16
137	التمثيل البياني لخريطة الرقابة على الجودة	7-17
138	التمثيل البياني لخريطة المدى	7-18
143	لوحة المعيب	7-19
145	رسم ضبط عدد العيوب	7-20
148	الهيكل الأساسي للبرمجة الاحتمالية وفق عشوائية الحالة	8-21
149	جدول السياسة	8-22

مقدمة:

يتميز عالم اليوم بالاتساع والشمولية والصعوبة المتأنية أصلا من ندرة الموارد وازدياد الطلب، تفاقم المشكلات الصناعية، التجارية، شدة المنافسة، ولهذا كرس علماء الإدارة الصناعية، خبراء الإنتاج والرقابة الإنتاجية، الكمية والنوعية جل اهتمامهم لدراسة المشكلات العملية لتحقيق الاستغلال الأمثل للموارد المتاحة للأهداف المحددة.

نجد أن المنهج الكمي ركز على المنطق و النظام، لذا فإن الأساليب الكمية عبارة عن مدخل منطقي و نظامي في تناوله لعملية اتخاذ القرار، و من هنا يمكن تعريف الأساليب الكمية على أنها عملية اتخاذ القرار باستخدام الطرق العلمية، هذا التعريف يعطي أهمية للحقائق و الأرقام كأساس في التحليل الكمي، و بالمناسبة فعملية اتخاذ القرار تأخذ بعين الاعتبار العوامل غير الكمية (النوعية) لما لها من أثر في تحديد دقة النتائج المتحققة من استخدام الأساليب الكمية، و أن عملية تناول العوامل النوعية تتم معالجتها عن طريق التقدير التخمين و الاستقصاء، إن توفر الأساليب الكمية و النوعية يوصل إلى معلومات قيمة و دقيقة و يعتبر وسيلة ناجحة في المساهمة الجيدة في اختيار البديل الأمثل من البدائل المتاحة

وبالنسبة لأساليب الرقابة على الجودة فهي تمثل جودة المنتج وأساس عملية تحديث وتفعيل الطرق والوسائل والإجراءات المستخدمة في عملية الإنتاج، وهي الأساليب المستخدمة الآن من قبل مختلف المنظمات والشركات الإنتاجية والخدمية في توظيفها لمنهج إدارة الجودة الشاملة.

تستخدم المنظمات الصناعية المتطورة أساليب وتقنيات لتشخيص مسببات الانحراف في جودة الإنتاج واكتشاف و إزالة العيوب من جدورها، و العمل على إعادة عملية الإنتاج إلى وضعها الطبيعي بالسرعة المطلوبة من خلال اتخاذ الإجراءات التصحيحية اللازمة لإزالة مسببات الانحراف عن المواصفات المطلوبة بالوقت المناسب، حيث يهدف تطبيق الأدوات السبعة الأساسية للجودة إلى منع خروج أي منتج نهائي معاب أو تقليل العيوب إلى أدنى ما يمكن وصولا إلى الصفر عيب و الذي يعتبر هدف مثالي يصعب الوصول إليه في الواقع خصوصا عند تطبيق نظم الإنتاج التقليدية من جهة و لكنه يمثل أحد العناصر الرئيسية في تطبيق نظم الإنتاج الحديثة مثل نظام الإنتاج الآتي من جهة أخرى، إن أنظمة ضبط و إدارة الجودة هي جزء هام و أساسي من علم ضبط الجودة الاحصائي حيث تقوم هذه العملية ببناء بيئة تمثل رغبة جميع أفراد أية مؤسسة من أجل التحسين المستمر للجودة و الإنتاجية تتطور هذه البيئة بشكل أفضل عندما تشترك الإدارة في عملية التحسين المستمر للجودة.

و بالتالي فإن الأساليب الكمية تساعد المنظمات في اتخاذ قراراتها بالاعتماد على أسس علمية رصينة، و في إطار هذه الأهمية تأتي هذه المطبوعة البيداغوجية التي تتناول بالتفصيل و العمق من خلال التمارين التطبيقية و هي محاولة لتقديم هذه التقنية لطلبتنا الأعزاء في السنة الأولى ماستر تخصص إدارة الأعمال و لكافة المهتمين بالموضوع، و قد توخينا البساطة و التعميق في تقديم الأمثلة التطبيقية إيمانا منا بأن هذا هو المدخل الأكثر نفعاً و فاعلية في ترسيخ مادة الأساليب الكمية في أذهان القارئ و تشويقه للمتابعة من خلال قيامه بإيجاد حلول لعديد التمارين التي تضمنتها هذه المطبوعة البيداغوجية .

و قد قسمنا هذه المطبوعة إلى ثمانية محاور تناولت من خلال الأمثلة و التعريفات عمق تقنية الأساليب الكمية، حيث تضمنت مجموعة من المحاضرات القيمة مرفوق بتمرين محلولة ، بدأناها بمقدمة في الأساليب الكمية في الإدارة و منهجية التحليل الكمي في اتخاذ القرارات و خلفية هذه التقنية الرياضية أما المحور الثاني فهو يدخل في صلب الموضوع تطرقنا إلى البرمجة الخطية باعتبارها أسلوب رياضي علمي يهتم بمعالجة مشكلة تخصيص موارد أو طاقات محدودة لتحقيق هدف معين إما تعظيم الربح أو تقليل التكلفة، كما جاء في هذا المحور كل من نظرية القرار، مشاكل التخصيص و أيضا صفوف الانتظار ، و قد تضمن المحو الثالث تحليل التكاليف في المديين القصير و الطويل، و أما المحور الرابع فخصص لدراسة نقطة التعادل حيث عاجنا فيه مشكلة هامش الأمان ثم إيجاد الربحية، و في المحور الخامس فكرسناه بالكامل لموضوع مهم جدا ألا و هو نظرية الألعاب، باعتبار هذه النظرية لها تطبيقاتها المعروفة في الأساليب الكمية المستخدمة في الإدارة و المحور السادس خصصناه لمحاكاة النموذج باعتباره تقنية راقية لا بد من تقديمها للطالب لكي يكون ملما تماما بكافة أنواع الأساليب الكمية ثم في المحور الما قبل الأخير تكلمنا على الأساليب الإحصائية المستخدمة في الرقابة على الجودة و هي مجموعة من الأساليب الإحصائية لكشف العيوب أيضا تطرقنا في هذا المحور خرائط المراقبة مع بعض التمارين و آخر محور كان البرمجة الديناميكية، ثم أنهينا بخاتمة عامة.

و نأمل أخيرا أن نكون بهذا الجهد نسدي خدمة إلى المكتبة العلمية بقيمة مضافة ولو بجزء ضئيل، و نخدم قضية العلم و المعرفة خاصة و نحن في عصر تحديات العلم و التكنولوجيا، و نطلب من الله التوفيق.

المحور الأول: مقدمة في الأساليب الكمية في الإدارة ومنهجية التحليل الكمي في اتخاذ القرارات

المحاضرة رقم (1) عموميات عن الأساليب الكمية

تمهيد: تعتبر الوظائف الإدارية كالتخطيط، التنظيم والرقابة التي تعتمد ضمان الاستخدام الأفضل للموارد (المالية والبشرية) أو في مجال الإنتاج أو التسويق، يجب أن تستند جميعها عند اتخاذ القرار على أسس وأساليب رياضية وإحصائية

هذه الأساليب والوسائل التي تستخدم في مجال إدارة الاعمال هي ما تدعى في المجال العلمي بـ "الأساليب الكمية" التي في غالبها تنطوي في حقل "بحوث العمليات" وتتم بالموثوقية والاعتمادية، وبالتالي يمكن تعريف "الأساليب الكمية" بأنها مجموعة من الطرق والأساليب التي تساعد في اتخاذ القرارات في مجالات متنوعة بهدف تحقيق الاستخدام الأفضل للموارد سواء على نطاق المنظمة أو الدولة، تفاديا لضباب الإمكانيات من ناحية ولتحقيق أقصى عائد مادي يمكن من الاستثمارات من ناحية أخرى.

أولاً- الإطار المفاهيمي للأساليب الكمية وتطورها التاريخي:

إن المدرسة الكمية ترى أن الإدارة مجموعة قرارات وعمليات بحثية أكثر من كونها هياكل تنظيمية أو مبادئ إدارية ثابتة وتتلخص خصائص هذه المدرسة باسمات التالية:

-اعتماد التحليل العلمي في حل ومعالجة المشاكل الإدارية

-الاهتمام بفعالية العوامل الاقتصادية والاجتماعية والنفسية والبيئية

-اعتماد النماذج الرياضية والإحصائية في التنظيم والرقابة والمتابعة

-الديمومة على تحسين القدرة على اتخاذ القرارات

-التوسع في استخدام الحاسوب في الإدارة

* ويعتبر "شستر بارنار Chester Bernard من الأوائل الذين أكدوا على فكرة كون الإدارة هي نظاما للمعلومات ونمطا من اتخاذ القرارات وقام كل من "هربرت سايمون" H; Simon و "جيمس مارس" D, March بتطوير الفكرة إلى أن يكون اتخاذ القرارات في ضوء البرامج والاستراتيجيات التي توفر الخيارات أو البدائل الممكنة مع ضرورة الأخذ بعين الاعتبار العوامل التي تؤثر على هذه القرارات كالعوامل الاقتصادية أو الاجتماعية وغيرها، واعتبار هذه العوامل قيودا تساعد في اتخاذ قرارات رسمية سليمة.

ثانياً- نبذة تاريخية لاستخدام الأساليب الكمية: يعود استخدام الأساليب الكمية إلى أوائل الحرب العالمية الثانية، حين قام فريقا من العلماء و باستدعاء من السلطات البريطانية آنذاك بدراسة المشكلات الاستراتيجية و التكتيكية التي واجهت المستعمرات البريطانية، خاصة في مجال الدفاع الجوي و البحري و البري، و كان الهدف الأساسي لعمل الفريق يتلخص في الاستخدام الأمثل للموارد البشرية و المادية المتاحة من ضمنها الاستخدام الأفضل للرادارات العسكرية في رصد الطائرات التابعة لدول المحور، و تحقيق استخدام أمثل للقاذفات القنابل البريطانية في إيقاع الإصابات في الجانب المتحارب الآخر، و بأقل خسائر مادية و بشرية ممكنة

* ونتيجة للنجاح الذي حققه هذا الفريق البريطاني، قامت السلطات العسكرية الأمريكية بتشكيل فريق مماثل بهدف معالجة المشكلات المتعلقة بنقل المعدات و المون و الذخائر الحربية للقوات الأمريكية التي انتشرت أثناء الحرب العالمية الثانية في أرجاء متعددة من العالم، إضافة إلى إيجاد أنماط جديدة للطيران الحربي و تخطيط عمليات زرع الألغام في عرض البحار و المحيطات و إيجاد صيغ مثلى في استخدام الأجهزة الإلكترونية المخترعة حديثاً، وهكذا قامت الحكومة الكندية بتشكيل فريق مماثل، و بعد الحرب العالمية الثانية بدأت استخدامات الأساليب الكمية تشمل المجالات الصناعية السلمية بعدما حقق هذا الحقل من المعرفة إنجازات واسعة في المضمار العسكري.

* و قد ساهمت مجموعة من العوامل في عملية استخدام الأساليب الكمية في الصناعات، و من أبرز هذه العوامل الإنتاج الواسع النطاق للسلع كنتيجة لانتساع حجم السوق المحلية و الدولية، و شدة المنافسة بين المنشآت الصناعية و ساعد استخدام الحسابات الالكترونية في سرعة انتشار الأساليب الكمية و وسائلها في المجالات الصناعية و الحكومية المتعددة خلال العقود الأخيرة، مما دفع الجامعات و المعاهد إلى الاهتمام بتدريس و تطوير هذا الحقل و تحقيق المزيد من التطور في الأساليب المستخدمة التي أصبحت تساهم بشكل فعال في جعل لقرارات الإدارية أكثر علمية و عقلانية، و قام العلماء المتخصصين في بريطانيا بإجراء بحوث في مجال العمليات العسكرية

وسمي العلم آنذاك ببحوث العمليات، إن هذه الأساليب حققت نجاحاً كبيراً في المجال العسكري في بريطانيا و بعد بضع سنوات قام العلماء في أمريكا بالتوصل إلى أساليب علمية جديدة عند انتهاء الحرب العالمية الثانية، فكان لها دور في حل المشكلات الاقتصادية والاجتماعية والسياسية والوصول إلى الهدف بأقل التكاليف وأعلى ربحية.

المحور الأول: مقدمة في الأساليب الكمية في الإدارة ومنهجية التحليل الكمي في اتخاذ القرارات

المحاضرة رقم (2) ماهية الأساليب الكمية:

أولاً- المفهوم والتعريف:

1- مفهوم الأساليب الكمية:

إن الأساليب والوسائل التي تستخدم في مجال إدارة الأعمال هي ما تدعى في المجال العلمي بـ "الأساليب الكمية" التي في غالبها تنطوي في حقل "بحوث العمليات" وتتم بالموثوقية والاعتمادية، وبالتالي يمكن تعريف "الأساليب الكمية" بأنها مجموعة من الطرق والأساليب التي تساعد في اتخاذ القرارات في مجالات متنوعة بهدف تحقيق الاستخدام الأفضل للموارد سواء على نطاق المنظمة أو الدولة، تفادياً لضياع الإمكانات من ناحية ولتحقيق أقصى عائد مادي يمكن من الاستثمارات من ناحية أخرى.

2- تعريف الأساليب الكمية:

-تعريف الأساليب الكمية بأنها طرق علمية تستخدم للحصول على حل للمشكلات المختلفة التي تواجهنا في العالم الواقعي، وأن هذه الأساليب تساعد الشركات في اتخاذ القرارات بالاعتماد على أسس علمية رصينة.

-التقنيات الكمية في التسيير هي قبل كل شيء تقنيات نظامية وعلمية تخص مجال التسيير، هدف هذه التقنيات تحليل ومعالجة المشاكل التي تعترض المؤسسات والتنظيمات عموماً وذلك لاتخاذ القرار المناسب فهي تسمح ب:

*الإجابة على تساؤلات كثيرة منها هل مشروع الاستثمار ذو مردودية؟ في أي تاريخ يمكن إطلاق سلسلة من المنتج (س)؟ كيف يمكن تنظيم مصلحة أو عدة مصالح داخل المؤسسة؟ ماهي كميات الإنتاج المثلى؟ وغيرها.

ثانياً -خطوات بناء النموذج الكمي: تمثل التقنيات الكمية منهجاً متكاملًا لتناول المشكلات التي تواجهها الإدارة، ويعتمد على إطار عام للتحليل المنطقي للمشكلات، يتمثل في الخطوات التالية:

1-تحديد المشكلة من حيث حدودها وحجمها لتكون موضوعاً للبحث، وتوظيف الأساليب المناسبة لتحليلها، يتم تحديد المشكلة من خلال شعور الإدارة بوجودها، ومن أن هناك بدائل متعددة يمكن المفاضلة بينها، وأن لكل بديل مزايا ونتائج متوقعة منه دون الالمام التام بتوفر بديل متكامل ومفضل على غيره.

*بشكل عام: هناك مشكلة محددة مع وجود رغبة في تحقيق هدف مع توفر عدة بدائل يمكن أن توصلنا للحل، وبدرجات متفاوتة ويكون ذلك مصحوباً بجمع الحقائق وتحليلها، ولغرض التحليل يتم تجزئة المشكلة إلى عناصرها (الأساسية والثانوية) كالعناصر المالية، التسويقية، والإنتاجية والاجتماعية، ومن ثم التعمق في تحليل كل من عناصر المشكلة لتلمس العلاقة السببية (المتغير التابع، المتغير المستقل).

2-بناء النموذج: وهو عملية الربط بين المشكلة والعوامل المؤثرة عليها والظروف المحيطة بها، لأجل التوصل إلى قرار سليم، وهناك عدة أنواع نذكر منها على سبيل المثال:

- نماذج معيارية: مثل البرامج الخطية.

- نماذج وصفية: والتي تهدف إلى وصف الحقائق والعلاقات منها صفوف الانتظار والمحاكاة.

- النماذج المجسدة: تستخدم لأغراض المشاهدة كنموذج السيارة والطائرة مثلا.

- النماذج المجردة: مثل النماذج الرياضية والإحصائية

- النماذج ذات الأبعاد: كالخرائط.

- النماذج التناظرية: مثل منحى الطلب الذي يمثل نموذجا تناظريا ذا بعدين.

3- إيجاد الحل الأمثل أو الأقرب من النموذج هي المرحلة التي يتم فيها اختيار البديل الأكثر تحقيقاً للأهداف و واقعية و الأقل في الآثار الجانبية التي قد تنتج عند تطبيقه، و يتم إما بالاعتماد على الأسلوب الرقمي، من خلال تجربة قيم رقمية مختلفة نعوض بها عن المتغيرات أملا بالوصول إلى القيم التي تمثل المستوى الأفضل بمعيار الكفاءة (أي اختيار البديل من حيث الكلفة و المعنوية و الجهات التي ستأثر بالتغيير و الصعوبات عند التنفيذ) أو اعتماد الأسلوب التحليلي من خلال الاستنتاج الرياضي الذي يتطلب استخدام الطرق الرياضية كالمصفوفات.

4- اختيار النموذج وتجربة الحل : يجري الاختبار من خلال التأكد من قدرته على التنبؤ بآثار التغيرات التي تدخلها الإدارة على كفاءة النظام، من خلال المقارنة بين النتائج المترتبة على تطبيقه والنتائج التي كانت ستتحقق من دونه.

وتتم تجربة الحل حينما تستمر قيم المتغيرات المسيطرة عليها على ماهي عليه مع استمرار العلاقة بين المتغيرات الثابتة.

5- تنفيذ الحل ومتابعته: (مرحلة اتخاذ القرار) في هذه المرحلة يتم وضع الحل موضع التقيد ومتابعة تطبيقه للتأكد من صلاحيته معا لتأكد من توفر المهارات والمستلزمات المطلوب توفرها، ويتم في هذه المرحلة تحديد الصعوبات وإعادة النظر ببعض المجالات التي تتطلب ذلك لغاية بلوغ الهدف الذي جاء من أجله.

ثالثا - الطرق المساعدة في حل مشاكل التسيير واتخاذ القرارات:

- استعمال الخبرة السابقة للمسير التي تعكس تجاربه السابقة، لها أهمية بالغة في مساعدة المسير في اتخاذ القرارات أو معالجة بعض المشاكل، إلا أنه قد لا يستطيع الاعتماد على تجاربه نظرا لاختلاف الظروف

- طريقة الملاحظة والرصد، إلا أن هذه الطريقة تعتمد على قدرة المسير على الامام والاطلاع على كل التفاصيل التي تحدث بالمؤسسات المشابهة لمؤسسته ليستطيع الاستفادة من تجاربه وهذا يعتمد على دبلوماسيته ومقدرته على جمع المعلومات حول المؤسسات

- تطبيق الدراسات النظرية، وهنا يستعين المسير بالكتب التي تتناول مشاكل مشابهة

- الطريقة العلمية، وهي من أفضل الطرق وتستوجب تكوين المسير، حيث يكون مختصا في مجال الإدارة والتسيير، فيكون إمامه بمختلف الطرق العلمية يستند إليها في اتخاذ قراراته
- الاستعانة بمكاتب الدراسات المتخصصة في حالة عدم اختصاصه أو تعذر عليه إيجاد الحل.

المحور الأول: مقدمة في الأساليب الكمية في الإدارة ومنهجية التحليل الكمي في اتخاذ القرارات

المحاضرة رقم (3) أهمية الأساليب الكمية واستخداماتها

1-أهمية الأساليب الكمية : تتلخص أهمية الأساليب الكمية في الآتي :

-وسيلة تساعد في اتخاذ القرارات الكمية باستخدام الطرق العلمية الحديثة

-تعتبر الأساليب الكمية من الوسائل العلمية المساعدة في اتخاذ القرارات بأسلوب أكثر دقة وبعيد عن العشوائية الناتجة عن التجربة والخطأ

-تعتبر الأساليب الكمية فن وعلم في آن واحد، فهي تتعلق بالتخصيص الكفء والأمثل للموارد المتاحة وكذلك قابليتها الجديدة في عكس مفهوم الكفاءة والندرة في نماذج رياضية تطبيقية

-يسعى هذا العلم إلى البحث عن القواعد والأسس الجديدة للعمل الإداري، وذلك للوصول إلى أفضل المستويات من حيث الجودة الشاملة، ومقاييس المواصفات العالمية(الأيزو)

-أنها تساعد على تناول مشاكل معقدة بالتحليل والحل والتي يصعب تناولها في صورتها العادية

-أنها تساعد على توفير تكلفة حل المشاكل المختلفة وذلك بتقليص الوقت اللازم للحل

-إنها تساعد على تركيز الاهتمام على الخصائص الهامة للمشكلة دون الخوض في تفاصيل الخصائص التي تؤثر على القرار، ويساعد هذا في تحديد العناصر الملائمة للقرار واستخدامها للوصول إلى الحل الأمثل ويمكن ان نبين استخدامات بحوث العمليات من خلال الجدول التالي

الجدول رقم (1) استخدام بحوث العمليات في منظمات الاعمال

الوظائف الأساليب	الإنتاج وإدارة العمليات	النقل والتسويق	التخزين	إدارة الموارد البشرية	الإدارة المالية
البرمجة الخطية	تخطيط الانتاج			الاستغلال الأمثل للموارد البشرية	توزيع الموارد الحالية بشكل أمثل
نماذج النقل	التداول بين خطوط الانتاج	تسويق المصانع	نقل المشتريات من المخزون		

شبكات الاعمال	تنفيذ المشاريع				
تحديد القرار	طرح منتج جديد		تحديد مصدر الشراء الأفضل		تحديد أفضل الفوائد المستثمرة
السيطرة على المخزون			تحديد حجم الدفعة الاقتصادية		

المصدر: مؤيد عبد الحسين الفضل، المنهج الكمي في إدارة الاعمال، نماذج قرار وتطبيقات عملية، ط1، دار الوراق، 2006، ص51.

2- استخدامات الأساليب الكمية: تستخدم الأساليب الكمية في المجالات التالية

من أهم الأساليب الكمية الحديثة في اتخاذ القرار التي من شأنها التقليل من التقديرات الخاطئة واحتمالات الوقوع في الخطأ نجد:

أساليب بحوث العمليات: هي عبارة عن نماذج رياضية ونماذج البحث والاستقصاء ونماذج المحاكاة التي تحاكي سلوك النظام خلال فترة من الزمن لتحليل البيانات والمعلومات للوصول إلى القرار المناسب، إن هذا الأسلوب يمكن أن يستخدم في الصناعة والتجارة في مجال الإنتاج، التسويق، إدارة المشتريات، والمخازن، الرقابة الإدارية، وأن بحوث العمليات تتضمن أهم الأساليب الآتية:

أ- البرمجة الخطية: البرمجة الخطية لتوزيع الموارد المادية والبشرية بين أفضل الاستخدامات المتنافسة لتحقيق الهدف.

ب- أسلوب شبكة الاعمال: لتخطيط ومراقبة تنفيذ مشاريع وأعمال لتقليل التكاليف والزمن المطلوبة لإنجاز عمليات المشروع

ج- تحليل نماذج الصفوف: تحليل نماذج الصفوف (خطوط الانتظار) لمعالجة مشاكل الانتظار التي ترافق بعض الاعمال، مشاكل الصيانة والاصلاح لتعطل الآلات ولتنظيم العمل وتحديد عدد العاملين المناسبين ومراكز تلبية الخدمة، كما تساهم في تحديد مجموع تكلفة الانتظار وتكلفة زيادة تسهيلات الخدمة المطلوبة لخدمة العملاء.

د- نظرية المباريات: تستخدم في الحالات والمواقف التي تتميز بوجود الصراع بين الوحدات المتنافسة المستقلة سواء كانت أفراد أو مؤسسات حيث يعمل المتنافسون على تحديد أفضل الاستراتيجيات التي تمكن من تعظيم الأرباح وتقليل الخسائر، ثم اختيار هذه الاستراتيجية على المنافسين الآخرين وردود الفعل التي يمكن أن تحدث والتصرفات التي يتوقع القيام بها.

هـ- البرمجة الديناميكية: هي أسلوب لإيجاد الحل الأمثل لأنواع معينة من مسائل القرار المتتابع عن طريق البدء بحل المشكلة من نهايتها والاتجاه نحو بدايتها بحيث يتم حل كل مشكلة فرعية.

و- كما توجد ضمن بحوث العمليات أسلوب برمجة الأهداف الذي يساعد على ادخال أكثر من هدف في اعتبار عند وضع صياغة نموذج البرمجة، وهناك أسلوب التماثل الذي يستخدم لإيجاد الحل للمشاكل التي يصعب وضعها في قالب رياضي سهل الحل وذلك لسبب تعدد وكثرة المتغيرات والقيود فيها، أي محاولة إيجاد صورة طبق الأصل لنظام موضعا لدراسة أي التنبؤ بالطريقة التي يعمل بها النظام.

ي- أسلوب تحليل المنافع والكلفة لتقويم ومفاضلة المشاريع الاقتصادية: من حيث المردودية.

ط- أسلوب المدخلات والمخرجات على مستوى المشروع: والذي يستخدم في تخطيط الإنتاج للمشروعات الكبيرة التي تحتوي على عدة أقسام أو فروع انتاجية، أي تحديد الخطة الإنتاجية لتغطية حاجات الاستخدام الداخلي للمشروع من كل منتج وتحقيق التنسيق بين الأقسام المختلفة والقضاء على نقاط الاختناق في الإنتاج وتؤمن حاجات السوق أو الطلب النهائي في الوقت نفسه

المحور الثاني: البرمجة الخطية

المحاضرة رقم (4) الأساليب الكمية المستخدمة في عملية اتخاذ القرار

أولاً- البرمجة الخطية: حالة التعظيم (الأرباح أو العوائد)

1- تعريف البرمجة الخطية وشروط استخدامها:

1-1 تعريف البرمجة الخطية

* هي عبارة عن أسلوب رياضي يستخدم في إيجاد الحل الأمثل لكيفية استخدام المشروع لموارده

* هي أداة أو وسيلة تساهم في عملية اتخاذ القرار الإداري بصدد توزيع الموارد البشرية والمادية بين أفضل الاستخدامات المتنافسة قصد تحقيق أقصى عائد مادي أو تحقيق أقل تكلفة مادية أو اجتماعية ممكنة

* هي عبارة عن أسلوب رياضي يساعد المسير في اتخاذ قراراته المتعلقة بتوزيع وتخصيص الموارد المحدودة والنادرة وغير المتجانسة بين الأنشطة أو المنتجات بشكل أمثل لتحقيق أعظم ربح أو إيراد أو رقم أعمال....، أو أدنى تكلفة

والبرمجة الخطية تتكون من كلمتين هما:

البرمجة: أما كلمة البرمجة فتشير إلى أن التكنيك الرياضي المستخدم هو لإيجاد الحل، أي يقصد بها إعداد برنامج مع مراعاة الإمكانيات المادية، البشرية والمالية وذلك لتحقيق هدف معين

الخطية: وتشير كلمة خطية إلى أن العلاقة بين المتغيرات المكونة للمشكلة المدروسة هي علاقة خطية، أي يقصد بها وجود علاقة خطية تربط بين المتغيرات سواء في دالة الهدف أو في القيود ويتم التعبير عنها بطريقة رياضية

* أي أن البرمجة الخطية هي طريقة رياضية لحل بعض المسائل التي لها هدف واضح ومصطلح الخطية يعني أن هناك علاقات خطية بين متغيرات النموذج وهي بمثابة قيود معينة عليها كما أن هناك شروطاً محددة لاستخدامها.

2-1 شروط استخدام البرمجة الخطية

أ- شروط البرمجة الخطية

- وجود هدف

- محدودية الموارد

- توفر استخدامات متنافسة أو وجود مجموعة من الاستخدامات التي تشترك في الموارد المتاحة

- إمكانية التعبير عن المتغيرات موضوع البرمجة بصورة كمية

- أن تكون العلاقة بين المتغيرات الخاضعة للبرمجة علاقة خطية

- أن تكون علاقات رياضية بين المتغيرات من الدرجة الأولى

ب- استخدامات البرمجة الخطية: تتمثل استخدامات البرمجة الخطية في:

- تخطيط الإنتاج: تعتبر البرمجة الخطية وسيلة فعالة لتوزيع الموارد على السلع المراد إنتاجها وتؤدي إلى تحقيق أعلى ربح

- تخطيط الاستثمار: تساعد المنشأة أو المستثمر على تعظيم أرباحه من خلال توزيع الأموال المتاحة على المستثمرات المرهجة

- تخطيط التوزيع: تساعد البرمجة الخطية على توزيع المنتجات التي تنتجها المنشأة من خلال عدة مصانع على الأسواق المختلفة وذلك بأقل تكلفة ممكنة

- توزيع العمل: تساعد المنشأة على توزيع العاملين على مواقعهم بطريقة من شأنها تخفيض التكلفة إلى أدنى حد ممكن

- التخطيط للدعاية والإعلان: يكون الهدف هو تحديد حجم الأموال التي يجب صرفها في مجموعة مختلفة من وسائل الإعلان، من أجل ترويج السلعة المنتجة بفعالية مثلى وذلك تحت عدد من القيود مثل قدرة السوق الاستيعابية، محدودية الموارد المالية، الحدود المفروضة على استخدام كل وسيلة من الوسائل الإعلامية، بالإضافة إلى تخطيط التمويل، التخزين.....

2- صياغة وطرق حل مسائل البرمجة الخطية

أ- صياغة النماذج الرياضية:

من أجل صياغة نموذج للبرمجة الخطية يجب توفر ثلاث مجموعات من العناصر الأساسية وهي:

أ- تحديد الهدف بصورة كمية، ويعبر عنه بدالة الهدف وهي عبارة عن الدالة المطلوب تعظيمها أو تدنيها وهي عادة ما تكون في صورة نقدية أو طبيعية ويتوقف ذلك على طبيعة المشكلة المطلوب تحليلها ويجب أن يكون بالإمكان التعبير عن الهدف كمياً كأن يكون تحقيق أكبر ربح أو الحصول على أقل تكلفة ممكنة.

ب- تحديد القيود: يجب أن تكون الموارد المتاحة محددة، كما يجب أن تكون تلك الموارد قابلة للقياس، ويتم التعبير عنها بصيغة رياضية على شكل متباينات أو معادلات.

ت- تحديد البدائل المختلفة: يشير هذا العنصر إلى أن يكون للمشكلة أكثر من حل واحد حتى يمكن تطبيق البرمجة الخطية، إذ فائدتها تتركز في المساعدة على اختيار أفضل حل من بين البدائل المختلفة.

ب- صياغة مسائل البرمجة الخطية:

تمثل مسائل صياغة البرمجة الخطية تحويل المشاكل الحقيقية إلى مسائل رياضية من خلال خطوات يحسب فيها شكل النموذج الرياضي ومستوى المتغيرات، وحدود المشكلة ومركباتها من خلال الأمثلة التالية:

التمرين الأول:

تنتج شركة إنتاجية ثلاث منتجات، وكل منتج يحتاج إلى ثلاثة أنواع من المدخلات هي، (المادة الخام، الطاقة البشرية والطاقة الميكانيكية) ويوضح الجدول الموالي احتياجات وحدة المنتج من مدخلات الإنتاج والإنتاجية لكل مدخل والربح المتوقع لكل منها:

البيان	احتياجات المنتج من مدخلات الإنتاج			كمية المدخلات المتاحة
	منتج 1	منتج 2	منتج 3	
المادة الخام كغ	2	3	4	1200 كغ
طاقة بشرية	1	2	3	400 ساعة
الطاقة الميكانيكية	3	1	6	1500 ساعة
الربح (م) للوحدة	10	7	5	

المطلوب: صياغة نموذج البرمجة الخطية لتحديد الكمية الواجب انتاجها من كل منتج لتعظيم الربح؟

الحل:

أ-تحديد متغيرات النموذج: باعتبار أن المطلوب كمية كل منتج يسعى إلى تعظيم الربح، وعليه فإن المتغيرات هي:

X1 تمثل كمية الإنتاج من المنتج

X2 تمثل كمية الإنتاج من المنتج

X3 تمثل كمية الإنتاج من المنتج

ب-تحديد دالة الهدف: باعتبار أن الهدف من تحديد كمية الإنتاج من كل منتج هو تعظيم الربح الإجمالي من كل المنتجات التي تنتجها الشركة، بالتالي فإن دالة الهدف وفقا للمعلومات الموضحة في الجدول رقم (1) فإن

$$\text{تعظيم } \text{Maximise } Z = 10X_1 + 7X_2 + 5X_3$$

ج-تحديد القيود: تتمثل القيود المفروضة على الإنتاج في التحكم في كمية المواد الخام والطاقة البشرية والطاقة الميكانيكية، ولتحقيق هذه القيود يجب ألا تحدث أي زيادة في الطلب على هذه المدخلات لتعظيم كمية الإنتاج من المنتجات الثلاثة وبالتالي يمكن صياغة القيود كالتالي:

$$X_1 + 3X_2 + 4X_3 \leq 1200$$

المواد الخام

$$\geq X_1 + 2X_2 + 3X_3 \quad 400$$

الطاقة البشرية

$$X_1 + X_2 + 6X_3 \leq 1500$$

الطاقة الميكانيكية:

ث- شروط عدم السلبية: باعتبار أن كمية الإنتاج يجب أن تكون حقيقية وليست خيالية، أي يجب أن تكون موجبة في حالة إنتاج المنتج ومعدومة في حالة عدم إنتاج المنتج، ويكون قيد عدم السلبية كالتالي:

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

ويمكن تلخيص ما سبق في الآتي:

تعظيم

$$\text{Maximise } Z = 10X_1 + 7X_2 + 5X_3$$

$$\geq X_1 + 3X_2 + 4X_3 \quad 1200$$

تحت القيود التالية:

$$X_1 + 2X_2 + 3X_3 \leq 400$$

$$3X_1 + X_2 + 6X_3 \leq 1500$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

3- طرق حل مسائل البرمجة الخطية: يمكن حل مسائل البرمجة الخطية بطرق مختلفة هي:

1- الطريقة الجبرية: Méthode Algébrique

مثال 1

$$\text{MAX } Z = 4X_1 + 5X_2$$

$$2X_1 + 2X_2 \leq 20$$

$$3X_1 + X_2 \leq 30$$

$$X_1, X_2 \leq 0$$

نقوم بتحويل المتراجحات إلى معادلات ثم نقوم بضرب المعادلة الثانية في القيمة (-2) ثم نقوم بالجمع ونحصل على:

$$2X_1 + 2X_2 = 20$$

(2-)

$$3X_1 + X_2 = 30$$

$$X1+0=-404-$$

$$X1=10 \quad \text{بالتعويض في المعادلة رقم 1 أو 2 محصل على } X2=0$$

ثم نقوم بالتعويض في دالة الهدف وذلك من أجل تعظيم الربح المقدر ب

$$MAX Z = 4. 10=40 \quad \text{يتم انتاج 10 وحدات من } X1 \text{ و لا شيء من } X2 \text{ و يكون أعظم ربح هو 40 ون}$$

ملاحظة: ون هي وحدة نقدية

2 Méthode Graphique - الطريقة البيانية-

تعتبر البرمجة الخطية بالطريقة البيانية أسلوب من أساليب البرمجة الخطية التي تستخدم في محاولة إيجاد الحل الأمثل بيانيا، حيث يستخدم حين لا تزيد المتغيرات عن إثنين، لأنه يستحيل التعامل بيانيا مع أكثر من متغيرين وهذا إن تعلق الأمر بتعظيم الأرباح أو العائد وأيضا في حالة تدنية تكاليف الإنتاج.

1-2 خطوات حل المسائل الإدارية بالطريقة البيانية:

- 1- التشكيل الرياضي للمسألة، أي تركيب متراجحات ودالة الهدف
- 2- تحويل المسألة للشكل القياسي (تحويل المتراجحات إلى معادلات)
- 3- إيجاد نقاط تقاطع القيود (المعادلات) مع المحاور لرسم القيود كمستقيمات، وتحديد اتجاه الحل المقبول لكل منها، حيث تكون المنطقة المقبولة
- أ- في حالة \geq أصغر أو تساوي باتجاه المركز (نقطة تقاطع المحورين)
- ب- في حالة \leq أكبر أو تساوي عكس اتجاه المركز
- ج- في حالة = المساواة على خط المستقيم نفسه
- 4- تحديد منطقة الحلول المشتركة المقبولة لجميع القيود
- 5- حساب الربح أو التكلفة عند كل زاوية لمنطقة الحلول المشتركة
- 6- تحديد الحل الأمثل

* الطريقة البيانية هي حل المتراجحات بشكل بياني، حيث محور السينات يمثل المنتج الأول $x1$ ، محور العيّنات يمثل المنتج $x2$

التمرين الأول:

تقوم مؤسسة بإنتاج منتوجين x_1 و x_2 بحيث تحقق من بيع x_1 30 ون للوحدة، و تحقق من بيع x_2 20 ون للوحدة، علما أنهما سيمران على ثلاثة أقسام إنتاجية ليتم تصنيعهما، لكن الوقت المستغل بالنسبة لكل منتوج يختلف من قسم إلى آخر بالنسبة لكل منتوج، و ذلك حسب الجدول الموالي:

البيان	النجارة	التلحيم	الطلاء
X1	6	3	4
X2	6	6	2

علما أن ساعات العمل المتاحة في قسم النجارة هي 420 ساعة وفي قسم التلحيم هي 300 ساعة وفي قسم الطلاء هي 240 ساعة
المطلوب: ما هو عدد الوحدات اللازم انتاجها من كل منتوج بحيث يكون الربح في حده الأقصى؟

ومنه يتكون النموذج الرياضي كما يلي:

$$\text{MAX } Z=30X_1+20X_2$$

$$6X_1+6X_2 \leq 420$$

$$3X_1+6X_2 \leq 300$$

$$4X_1+2X_2 \leq 240$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

نلاحظ أنه بالرغم من وجود متغيرين فقط إلا أنه لا يمكن حل هذه المجموعة من المتراجحات بالطريقة السابقة، وبالتالي نستعمل الطريقة البيانية

نرسم في شكل بياني مختلف القيود

القيود الأول:

$$6X_1+ 6X_2 \leq 420$$

$$S_i ; x_1=0 \quad x_2=70$$

$$Si \ x_2 = 0 \quad X_1 = 70$$

نرسم المستقيم الذي يمر على النقطتين (70,0) و (0,70)

القيود الثاني:

$$3x_1 + 6x_2 \leq 300$$

$$Si \ x_1 = 0 \quad x_2 = 50$$

$$Si \ x_2 = 0 \quad x_1 = 100$$

نرسم المستقيم الذي يمر على النقطتين (100,0) و (0,50)

القيود الثالث:

$$4x_1 + 2x_2 \leq 240$$

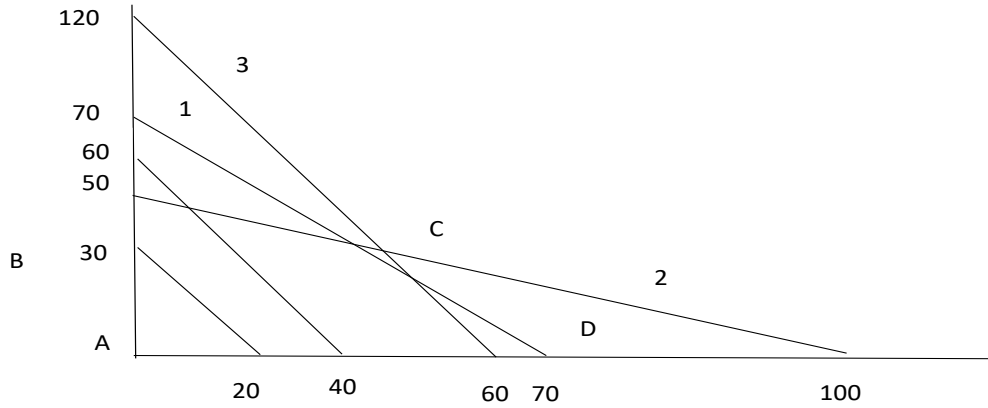
$$Si \ x_1 = 0 \quad x_2 = 120$$

$$Si \ x_2 = 0 \quad x_1 = 60$$

نرسم المستقيم الذي يمر على النقطتين (120, 0) و (0, 60)

تحديد منطقة الحلول الممكنة:

هي المنطقة التي تتحقق فيها جميع قيود المسألة إذا كان لدينا نقطة تقاطع مستقيمين نقوم بحل جملة معادلتين للمستقيمين، بعد إيجاد نقاط تقاطع المثلثات المختلفة يتم تحديد ما يدعى بنقاط الأركان (النقاط المميزة في الشكل)



هي نقطة تقاطع القيدين الأول والثاني **c** النقطة

القيد الأول:

$$6x_1 + 6x_2 \leq 420$$

القيد الثاني

$$3x_1 + 6x_2 \leq 300$$

$$x_1 = 40$$

$$x_2 = 30$$

النقطة **d** هي تقاطع القيدين الأول والثالث

الأول: $x_1 + 6x_2 \leq 420$

الثالث: $x_1 + 2x_2 \leq 240$

$$x_1 = 50$$

$$x_2 = 20$$

إيجاد البرنامج الإنتاجي الأمثل:

دالة الهدف، نختار الأفضل منها من خلال رسم خطوط

$$\text{Max}(z)=30x_1+20x_2$$

ملاحظة: تزيد قيمة دالة الهدف كلما ابتعدنا عن نقطة الأصل (المركز)

البرنامج الإنتاجي الأمثل يتواجد دائما على أحد أركان الحلول الممكنة وبالتالي نبحث عن الحل الأمثل في هذه النقطة.

الطاقات المستغلة في القسم (ساعة)		دالة الهدف (ون)		حجم الإنتاج		نقطة الإنتاج
الطلاء	التلحيم	النجارة	$Z=30x_1+20x_2$	x_2	x_1	
240	300	420	0	0	0	a
140	0	120	1000	50	0	b
20	0	0	1800	30	40	c
0	30	0	1900	20	50	d
0	120	60	1800	0	60	e

أحسن برنامج انتاجي لأنها تحقق أفضل قيمة لدالة الهدف. D تمثل النقطة

القيود التي تحدد نقطة الحل الأمثل تستغل بالكامل ويطلق عليها اسم قيود الطاقات النادرة التي تشارك في تحديد نقطة الحل الأمثل وتحديد منطقة الحلول الممكنة

التمرين الثاني:

شركة غذائية تنتج نوعين من الأغذية بالاعتماد على ثلاث مواد أولية بحيث يحتاج النوع الأول إلى وحدتين من المادة الأولى ووحدة من المادة الثانية وأربعة من الثالثة في حين يحتاج النوع الثاني إلى ثلاث وحدات من المادة الأولى ووحدة من الثانية وست وحدات من الثالثة، وقد تبين أن الكميات المتاحة من المادتين الأولى والثانية هي 12، 8 وحدات ويجب أن يحتوي النوعين مالا يقل عن 12 وحدة من المادة الثالثة.

فإذا كان ربح الوحدة الواحدة من النوع الأول هو 06 ومن الثاني 07

المطلوب: إيجاد الحل الأمثل بالطريقة البيانية؟

الحل:

1- تشكيل دالة الهدف والقيود:

دالة الهدف (بما أن حالة الأرباح فالمطلوب تعظيم الأرباح)

$$\text{Max } Z = 6x_1 + 7x_2$$

$$2x_1 + 3x_2 \leq 12$$

$$2x_1 + x_2 \leq 8$$

$$4x_1 + 6x_2 \geq 12$$

شروط عدم السلبية:

$$x_1 + x_2 \geq 0$$

2- التحويل الى الشكل القياسي:

$$2x_1 + 3x_2 = 12 \quad -1$$

$$2x_1 + x_2 = 8 \quad -2$$

$$4x_1 + 6x_2 = 12 \quad -3$$

3- إيجاد نقاط التقاطع مع المحاور والرسم:

$$(4; 0) \quad x_1 = 0 \rightarrow 3x_2 = 12 \rightarrow x_2 = 4$$

$$(0; 6) \quad x_2 = 0 \rightarrow 2x_1 = 12 \rightarrow x_1 = 6$$

-الاتجاه باتجاه المركز (حالة أصغر أو يساوي)

$$2x_1 + x_2 = 8$$

$$\text{Si } x_1 = 0 \rightarrow x_2 = 8 \rightarrow (0, 8) \quad -2$$

$$\text{Si } x_2 = 0 \rightarrow x_1 = \frac{8}{2} = 4 \quad (4, 0)$$

-الاتجاه باتجاه المركز (حالة أصغر أو يساوي)

$$4x_1 + 6x_2 = 12$$

$$\text{Si } x_1 = 0 \rightarrow x_2 = \frac{12}{6} = 2 \quad (0, 2) \quad -3$$

$$\text{Si } x_2 = 0 \rightarrow x_1 = \frac{12}{4} = 3 \quad (3, 0)$$

-الاتجاه بعكس اتجاه المركز (حالة أكبر أو يساوي)

4- إن منطقة الحل المشترك هي المضلع المحدد (A,B,C,D,E)

5- الربح عند زواياها من دالة الهدف

A (0 ; 2) القيد الاول

$$A = 6,0 + 7,2 = 14um$$

B (0; 4)

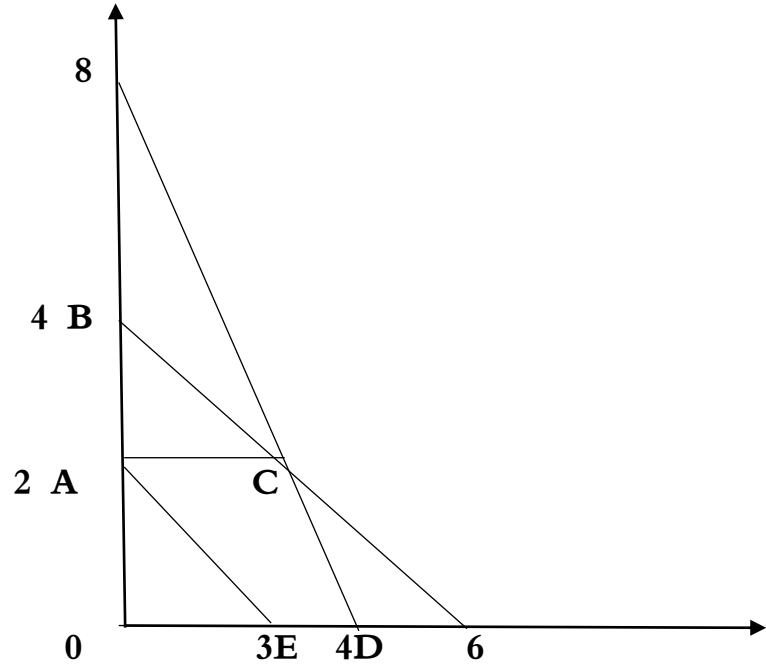
$$B = 6,0 + 7,4 = 28um$$

C (4 ; 0) الثاني القيد

$$D = 6,4 + 7,0 = 24um$$

E (3 ; 0) الثالث القيد

$$E = 6,3 + 7,0 = 18um$$



لحساب النقطة C نوجد احدائياتها بحل جملة المعادلتين 1 و 2 حل مشترك

نطرح المعادلة (2) من (1) فنجد

$$(1).... 2x_1 + 3x_2 = 12$$

$$(2) ... 2x_1 + x_2 = 8$$

$$2x_1 + 3x_2 = 12$$

$$2x_1 + x_2 = 8$$

$$0x_1 + 2x_2 = 4 \rightarrow x_2 = 2$$

بالتعويض في المعادلة 2 نجد:

$$2x_1 + 3(2) = 12 \rightarrow 2x_1 + 6 = 12 \rightarrow 2x_1 = 6 \rightarrow x_1 = 3$$

نعوض إحداثيات النقطة C هي نقطة الحل الأمثل:

$$C = (3 ; 2) \rightarrow 6,3 + 7,2 = 32$$

أي أنه يفضل أن تنتج الشركة ثلاث وحدات من النوع الأول ووحدين 2 من النوع الثاني حتى تحقق ربحاً أعظمية قدره 32ون

المحور الثاني: البرمجة الخطية

المحاضرة رقم (5) طرق حل مسائل البرمجة الخطية (حالة التكاليف)

التمرين الأول:

تقوم إحدى مصانع النجارة بإنتاج الكراسي والمناضد وكل نوع من هذه المنتجات تحتاج إلى المواد الأولية التالية علما أن كلفة كل منتج تختلف عن الأخرى ومن خلال الجدول لموالي:

نوع المواد الأولية	الكراسي	المناضد	الاحتياجات الاسبوعية
الأول	2	3	12
الثاني	1	1	25
ساعات العمل	5	3	90
تكلفة الوحدة بالدينار	40	3	

حدد البرنامج الأمثل للإنتاج بحيث أن التكاليف تكون أقل ما يمكن بيانيا؟

الحل: يتم صياغة المشكلة كالاتي حيث أن x_1 تمثل عدد الوحدات المنتجة من الكراسي و x_2 تمثل عدد الوحدات المنتجة من المناضد

$$\text{Minimize } z=40x_1+3x_2$$

$$\text{s/c } 2x_1+3x_2 \geq 12$$

$$x_1+x_2 \geq 25$$

$$5x_1+3x_2 \geq 90$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

نرسم القيود الثلاثة و كالتالي:

القيود الأول:

$$2x_1+3x_2=12$$

$$(0, 6)=X_2 =0 \quad x_1=6 \quad a$$

$$(0,4)=X1=0 \quad x2=4 \quad b$$

القيد الثاني:

$$X1+x2 = 25$$

$$(25,0)=X2 =0 \quad x1=25 \quad c$$

$$(0,25)=X1=0 \quad x2=25 \quad d$$

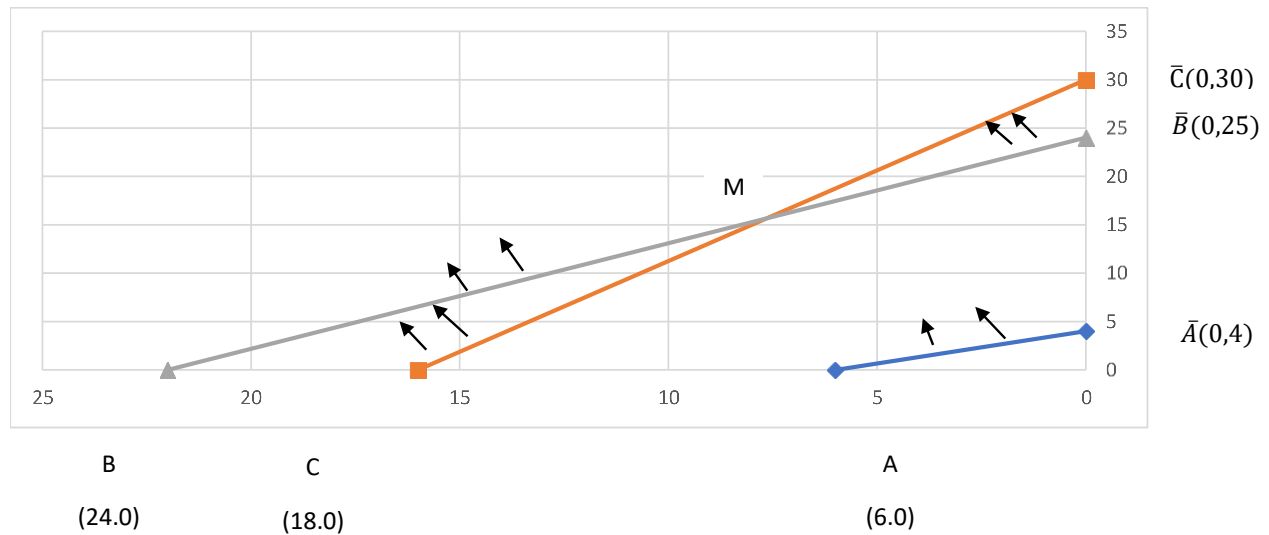
القيد الثالث:

$$5x1+3x2=90$$

$$(18,0)=X2=0 \quad x1=18 \quad e$$

$$(0,30)=X1=0 \quad x2=30 \quad f$$

نرسم الشكل البياني التالي حيث أن محور السينات يمثل المنتج $x1$ و المحور الصادي يمثل المنتج $x2$ و كما يلي:



الشكل يمثل حل مشكلة التندية بيانيا

إن منطقة الإمكانيات المتاحة هي المنطقة المضللة والتي تمثل المنطقة المقعرة المحددة بالنقاط \bar{CMB} لذلك يعتبر القيد \bar{AA} قيد ملغى Redundant حيث أن هذا القيد لا تأثير له على منطقة الحلول المقبولة

النقطة إحداثياتها

A. (0,30)

B (7.5,17.5)

C (25,0)

(1)...

$$X_1 + x_2 = 25$$

(2)....

$$5x_1 + 3x_2 = 90$$

من المعادلة رقم (1)

$$X_2 = 25 - x_1$$

$$5x_1 + 3(25 - x_1) = 90$$

$$5x_1 + 75 - 3x_1 = 90$$

$$2x_1 = 15$$

$$X_1 = 7.5 \quad x_2 = 17.5$$

بالتعويض في دالة الهدف ينتج $z=90$

النقطة	الاحداثيات	$Z=40x_1+3x_2$
\bar{C}	(0,30)	$Z=90$
M	(7.5,17.5)	$Z=352.5$
B	(25,0)	$Z=1000$

يتضح من النتائج أعلاه أن النقطة... تمثل الحل الأمثل للمشكلة حيث يتم إنتاج (3) وحدات من المناضد و يتوقف عن إنتاج الكراسي نحائيا لتحصيل على الأقل كلفة ممكنة و هي 90 وحدة نقدية.

التمرين الثاني:

تقوم إحدى الجمعيات الخيرية بتقديم وجبة إفطار في أحد المساجد خلال شهر رمضان لسكان أحد الأحياء الفقيرة، الوجبة تتضمن نوعين من أصناف الطعام، الصنف الأول يكلف 0.75 ون، والثاني يكلف 0.85 ون، تحتاج كل وجبة إلى ثلاث مواد أولية المتوفرة من هذه المواد لا يقل عن 90،70،100 كيلوغرام على التوالي، فإذا كانت الوجبة الأولى تحتاج إلى 2،2،8 كيلوغرام من المواد الأولية

المطلوب: تحديد عدد الوجبات الاقتصادية التي يمكن تقديمها وبأقل تكلفة؟

يمكننا وضع البيانات على الجدول الموالي

المكونات	الوجبة الأولى	الوجبة الثانية	المتوفر من المواد
المادة الأولى	8	4	100
المادة الثانية	2	4	70
المادة الثالثة	2	8	90
التكاليف	0.75	0.85	

اعتمادا على هذه البيانات يتم صياغة النموذج الرياضي وكالآتي

-تحديد متغيرات القرار، حيث أن عدد الوحدات من الوجبة الأولى x_1 وعدد الوحدات من الوجبة الثانية x_2

-دالة الهدف من نوع تخفيض التكاليف وتأخذ الصيغة الآتية

$$\text{Minimize}=\text{Min } z=0.75x_1+0.85x_2$$

$$s/c \quad 8x_1+4x_2 \geq 100$$

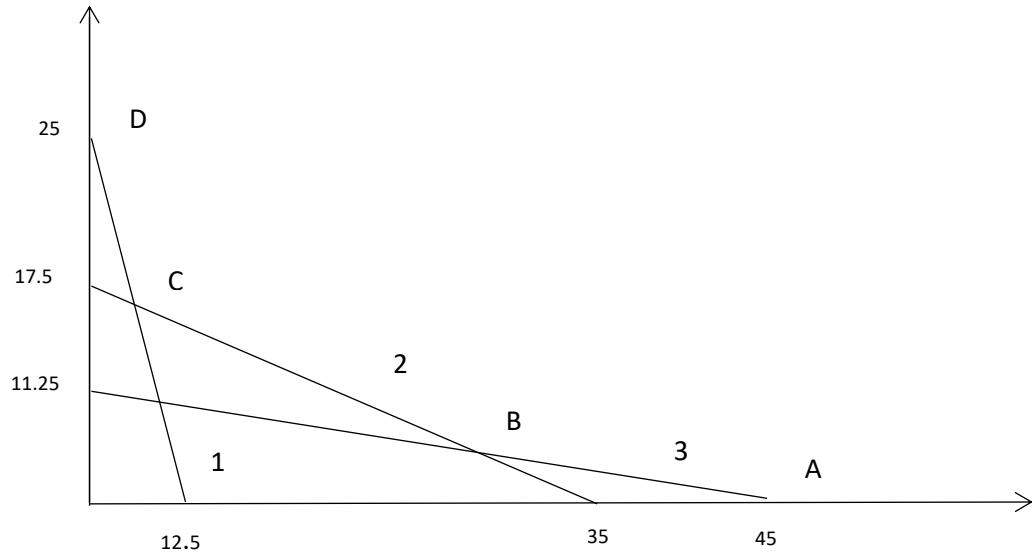
$$2x_1+4x_2 \geq 70$$

$$2x_1+8x_2 \geq 90$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

بعد أن تم صياغة المشكلة رياضيا يتم اتباع نفس خطوات التعظيم في رسم الشكل البياني للقيود حيث يفرض $x=0$ لإيجاد x_2 وبالمقابل يتم فرض $x_2=0$ لإيجاد قيمة x_1 ثم نحدد نقاط تقاطع كل خط مستقيم على المحورين x_1, x_2 لتحديد منطقة الحل الممكن كما في الشكل الموالي :

الشكل البياني



يلاحظ أن منطقة الحل الممكن تحدد بالمنطقة البعيدة عن منطقة الأصل (المبدأ) وذلك لأن المتباينات من نوع أكبر أو يساوي \leq وأن الحل الأمثل يقع على الحدود الداخلية لهذه المنطقة، يمكن تحديده بالنقاط (a,b ; c,d) يتم إيجاد قيمة هذه النقاط، حيث أن النقطتين (a,b) يمكن تحديدها بشكل مباشر لتقاطع معادلة الخط المستقيم مع المحور x_1 في حالة (a) و مع x_2 في حالة (d) أما النقطتين (b,c) فيتم إيجادها من حل جملة معادلتين الآتيتين اللتين تمثلانه معادلة الخطين المستقيمين المتقاطعين

النقطة (b)=0 أي حاصل تقاطع القيد (3) مع القيد (2) أما النقطة (c) حالة تقاطع القيد (2) مع القيد (1).

بالطرح نجد $2x_1 + 4x_2 = 70$

$$2x_1 + 8x_2 = 90$$

$$0 - 4x_2 = -20$$

$$x_2 = 20/4 = 5$$

$$x_2 = 5$$

بالتعويض في المعادلة نجد

$$2x_1 + 4(5) = 70$$

$$(25, 5) \quad b$$

فيتم إيجاد قيمتها عن طريق حل المعادلتين الآتيتين معادلة القيد C أما النقطة

(1) و معادلة القيد (2)

$$8x_1 + 4x_2 = 100$$

$$2x_1 + 4x_2 = 70$$

$$6x_1=30$$

$$x_1=5$$

بالتعويض في معادلة القيد (1) نجد

$$8x_1+4x_2=100$$

$$x_2=1004+(5)8$$

$$(5.15)4x_2=60$$

$$x_2=15 \quad c$$

تحديد النقطة التالية من خلال إيجاد نقاط الزوايا وقيمة دالة الهدف

النقاط الركنية	احداثيات المقاط		دالة الهدف	النتائج
	X 1	x2	$Z=0.75x_1+0.85x_2$	
a	45	0	$(0)Z=0.75(45)+0.85$	33.75
b	25	5	$(5)Z=0.75(25)+0.85$	23
c	5	15	$(15)Z=0.75(5)+0.85$	16.5
d	0	25	$(25)Z=0+0.85$	21.25

الحل الأمثل يمثل النقطة c التي احداثياتها (, x₁ x₂) ، (5,15) حيث عندها كانت التكلفة في أدنى قيمة لها و هي 16.5.

المحور الثاني: البرمجة الخطية

المحاضرة رقم (6) البرمجة الخطية باستخدام أسلوب السمبلكس - حالة التعظيم -

تمهيد: في حالة وجود أكثر من متغيرين في المشكلة فإنه لا يمكن استخدام الطريقة البيانية وإنما علينا استخدام طريقة أخرى مثل الطريقة المسماة بالسمبلكس التي ابتكرها "دانزاك" Dantzig George عام 1947 وهي عبارة عن أسلوب اختياري تكراري لتحليل البرمجة الخطية ويعتمد هذا الأسلوب على اختيار المتغيرات ذات التأثير الأساسي على كل من دالة الهدف والقيود ويهمل المتغيرات الأخرى التي لا تؤثر على دالة الهدف والقيود.

إذن طريقة السمبلكس أو طريقة الجداول كما تسمى أحيانا تعتمد على خوارزمية تسمى خوارزمية السمبلكس، قبل البدء في إيجاد الحل بهذه الطريقة ينبغي التعرف على بعض أنواع الصيغ الخطية وبعض المصطلحات ومن ذلك ما يلي:

أولاً- الصيغة القانونية للبرنامج الخطي: هناك نوعان من صيغ البرامج الخطية القانونية وهي حسب الحالة كما يلي:

1- حالة التعظيم: في هذه الحالة تكون الصيغة القانونية للبرنامج الخطي على النحو التالي

أ- دالة الهدف تكون في حالة تعظيم

ب- التشكيلة الخطية لجميع القيود تكون في حالة \geq أصغر أو تساوي عددا ثابتا موجبا

ج- جميع المتغيرات تكون غير سالبة

أي أن الصيغة القانونية بالشكل المصفوفي تكون على الشكل التالي:

$$\text{Max } z = c' x$$

$$s/c \quad Ax \leq B$$

$$X \geq 0$$

حيث: C' يعبر عن سطر معاملات دالة الهدف

حيث A يعبر عن مصفوفة القيود

وأن

B فتعبر عن الثوابت

التمرين الأول:

$$\text{Max } z = 2x_1 + 9x_2 + x_3$$

$$s/c \quad 2x_1+2x_2+7x_3 \leq 10$$

$$x_1+ \quad x_3 \leq 10$$

$$x_1+17x_2+15x_3 \leq 25$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

2- حالة التدنية: حتى يأخذ البرنامج الخطي شكل الصيغة القانونية يجب أن يتميز بما يلي:

أ- دالة الهدف تكون في حالة تدنفة

ب- التشكيلة الخطية لجميع القيود تكون في حالة أكبر أو تساوي \leq عددا ثابتا موجبا

ج- جميع المتغيرات تكون غير سالبة

أي أن الصيغة القانونية بالشكل المصفوفي تكون كما يلي

$$\text{Min} = c'x$$

$$\leq s/c \quad Ax$$

$$X \geq 0$$

التمرين الثاني:

إليك البرنامج الخطي التالي مكتوب في صيغته القانونية:

$$\text{Min } C = 2x_1+9x_2+x_3$$

$$s/c \quad 2x_1+2x_2+7x_3 \geq 10$$

$$x_1 \quad +3x_3 \geq 7$$

$$x_1+17x_2+15x_3 \geq 25$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

3- الحالة المختلطة: هي الصيغة التي تكون فيها دالة الهدف إما في حالة تعظيم أو في حالة تدنفة، والقيود مختلطة بحيث تحتوي على

متراجحات أكبر أو تساوي \leq ، أصغر أو تساوي \geq وأيضا تساوي يعني معادلات =

كل هذه الحالات معا أو حالتين من هذه الحالات على الأقل

أولاً: إيجاد الحل في حالة التعظيم: لإيجاد الحل بطريقة الجداول "السيمبلكس" في حالة التعظيم يتم اتباع الخوارزمية التالية

1- نبحث عن الصيغة النموذجية بحيث نوجد مصفوفة القيود وتتضمن مصفوفة أحادية

2- نرتب البيانات في جداول هو الجدول الأول ويسمى بجدول الحل الأساسي الأول، فيه تكون متغيرات الفجوة كمتغيرات أساس رئيسية أو متغيرات داخل الأساس (قيمتها عند بداية الحل هي المقابلة لها في عمود الثوابت)، أما المتغيرات الحقيقية فنعتبرها خارج الأساسي (قيمتها في الجدول الأول معدومة) وتكون قيمة دالة الهدف أيضاً معدومة.

التمرين الأول:

فإذا كان البرنامج الخطي على النحو التالي:

$$\text{Max: } z=c_1x_1+c_2x_2$$

$$s/c \quad a_{11}x_1+a_{12}x_2 \leq b_1$$

$$a_{21}x_1+a_{22}x_2 \leq b_2$$

$$a_{31}x_1+a_{32}x_2 \leq b_3$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

فإن الصيغة النموذجية هي:

$$\text{Max : } z=c_1x_1+c_2x_2+0x_3^e +0x_4^e +0x_5^e$$

$$s/c \quad a_{11}x_1+a_{12}x_2+a_{13}x_3+x_4^e =b_1$$

$$a_{21}x_1+a_{22}x_2+a_{23}x_3+x_4^e =b_2$$

$$a_{31}x_1+a_{32}x_2+a_{33}x_3+x_5^e =b_3$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

ويكون جدول الحل الأساسي الأول كما يلي

		X1	X2	x_3^e	x_4^e	x_5^e		
متغيرات	x_3^e	a 11	a 12	1	0	0	b 1	عمود
الأساس	x_4^e	a 21	a 22	0	1	0	b 2	الثوابت

	x_4^e	a 31	a 32	0	0	1	b 3	
Δ	z	C1	C2	0	0	0	0	قيمة الدالة

نلاحظ أن متغيرات الأساس الموضوعية في الجدول في العمود الأول من الجدول هي نفسها المقابلة للقيمة 1 من أعمدة المصفوفة الأحادية، وتكون في جدول الحل الأساسي الأول إما متغيرات فجوة أو متغيرات اصطناعية أو كلاهما معا، وفي المراحل اللاحقة تنزحها الخوارزمية تحل محلها متغيرات أخرى.

وفي هذا الجدول تكون قيم المتغيرات داخل الأساس هي القيم المقابلة لها في العمود الأخير (عمود الثوابت) أي

$$z=0, \text{ أما قيمة الدالة الاقتصادية فهي معدومة أي } x_3^e=b_3, x_4^e=b_2,$$

في آخر خانة من الجدول أما بقية عناصر السطر الأخير فتعبر عن تغير معاملات دالة الهدف طيلة مراحل الحل.

3- انطلاقا من الجدول الأول نحضر لإعداد جداول الحل الأساسي الثاني الجدول الثاني وذلك باختيار المتغيرة التي تدخل الأساس والمتغيرة التي تخرج من الأساس وكذلك عنصر الارتكاز المعرف لاحقا

- المتغيرة التي تدخل الأساس هي التي يكون لها أكبر معامل في الدالة الاقتصادية أي أكبر قيمة في السطر الأخير . دالتا و هي المتغيرة التي تعطي أكبر عائد للدالة الاقتصادية، يسمى العمود الذي تنتمي إليه المتغيرة التي تدخل Z.

الأساس بعمود عنصر الارتكاز أو العمود الأمثل.

- المتغيرة التي تخرج من الأساس، هي المقابلة لأصغر نسبة موجبة ناتجة عن تقسيم عمود الثوابت (الطرف الأيمن للقيود) على عمود عنصر الارتكاز، يسمى سطر المتغيرة التي تخرج من الأساس بسطر عنصر الارتكاز

- عنصر الارتكاز هو العنصر الذي يتقاطع عنده عمود عنصر الارتكاز مع سطر عنصر الارتكاز

4- جدول الحل الأساسي الموالي يتم إعداده كما يلي:

- نستبدل المتغيرة التي ستخرج من الأساس بالمتغيرة التي ستدخل الأساس وذلك في العمود الأول من الجدول أي عمود متغيرات الأساس

- نجري تحويل عمود عنصر الارتكاز إلى عمود أحادي، بحيث يتحول عنصر الارتكاز إلى القيمة واح 1 وعناصر العمود الأخرى إلى قيمة معدومة صفر 0.

- يتم تحويل سطر عنصر الارتكاز بتقسيم جميع عناصره على قيمة عنصر الارتكاز

- يجرى تحويل بقية عناصر الجدول إما باستخدام طريقة التركيبات الخطية أو باستخدام قاعدة المستطيلات و هي على النحو التالي.

إذا كانت عناصر جدول الحل الأساسي كما يلي:

الارتكاز				جدول رقم 1
	a		b	
	c		d	

فإنه يتم إجراء التحويلات للانتقال إلى جدول الحل الأساسي الموالي كما يلي:

* يتم تقسيم سطر عنصر الارتكاز على عنصر الارتكاز بحيث يصبح مكان (a) القيمة واحد 1 و مكان b

القيمة c و تتحول بقية عناصر عمود الارتكاز إلى أصفار فيصبح مكان القيمة b/a القيمة

صفر 0، أما القيمة التي تحل مكان d فتحسب كما يلي $d - b.c/a$

* وبالمثل نحسب بقية العناصر الأخرى، أي العنصر المرشح للتغيير مطروحا جداء العنصرين المقابلين له على سطر عنصر الارتكاز وعمود

عنصر الارتكاز مقسوما على قيمة عنصر الارتكاز

وتصبح عناصر الجدول الموالي كالتالي:

				جدول رقم 2
	1		$\frac{b}{a}$	
	0		$d - \frac{b \times c}{a}$	

وبالمثل إذا كانت معطيات الجدول كما يلي

				جدول رقم 1 عنصر الارتكاز a هو
	d		c	
	b		a	

فإن الجدول الموالي يصبح

				جدول رقم 2
	$d - \frac{b \times c}{a}$		0	
	$\frac{b}{a}$		1	

5- نستمر في عملية تحويل الجدول بالعودة ثانية إلى الخطوة الثالثة 3 وهذا حتى تصبح كل معاملات الدالة الاقتصادية (السطر الأخير) سالبة أو معدومة فحينئذ نكون أمام جدول الحل الأمثل، وفيه تكون قيم المتغيرات الدالة في الأساس تساوي إلى القيم الجديدة الحاصلة في عمود الثوابت على وجه التقابل وبقية المتغيرات تكون معدومة، أما قيمة الدالة الاقتصادية فهي عبارة عن القيمة المطلقة لآخر قيمة في عمود الثوابت.

التمرين الأول:

إيجاد الحل للبرنامج الخطي باستعمال طريقة السمبلكس:

$$\text{Max: } z=3x_1+5x_2$$

$$s/c \quad x_1 \leq 4000$$

$$x_2 \leq 5000$$

$$x_1 + \frac{2}{3}x_2 = 6000$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

1- إيجاد الصيغة النموذجية للحل:

$$\text{Max } z=3x_1+5x_2 + 0x_3 + 0x_4 - x_5^a$$

$$s/c \quad x_1 + x_3 = 4000$$

$$x_2 + x_4 = 5000$$

$$x_1 + \frac{2}{3}x_2 + x_5^a = 6000$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$+ x_3^e, x_4^e, x_5^a$$

2- تكوين مصفوفة القيود وإيجاد المصفوفة الأحادية

	X1	X2	x_3^e	x_4^e	x_5^a
	1	0	1	0	1
	0	1	0	1	0
	1	$\frac{2}{3}$	0	0	0

لدينا مصفوفة أحادية من خلال الأعمدة (3)،(4)،(5)

3- إيجاد جدول الحل الأساسي الأول

	X1	X2	x_3^e	x_4^e	x_5^a	B
x_3^e	1	0	1	0	0	4000
x_4^e	0	1	0	1	0	5000
x_5^a	1	$\frac{2}{3}$	0	0	1	6000
Z	3	5	0	0	0	0

* من خلال الجدول رقم (1) نجد أن المتغير الذي يدخل الأساس هو X_2 والعنصر الذي يخرج من الأساس هو x_4^e وعنصر الارتكاز هو الواحد 1

4- حساب جدول الحل الأساسي الثاني:

	X1	X2	x_3^e	x_4^e	x_5^a	B
x_3^e	1	0	1	0	0	4000
X2	0	1	0	1	0	5000
x_5^a	1	0	0		1	2666
				$-\frac{2}{3}$		
Z	3	0	0	-5	0	25000 -

بما أنه لازالت هناك قيمة موجبة على سطر دالة الهدف، إذن علينا أن نبحث عن الحل الأمثل، وعليه المتغير الذي يدخل الأساس هو

X1 والمتغير الذي يخرج من الأساس هو
 x_5^a إذن عنصر الارتكاز هو الواحد 1
 * إيجاد جدول الحل الأساسي الثالث

	X1	X2	x_3^e	x_4^e	x_5^a	B
x_3^e	0	0	1	$\frac{2}{3}$	1	1334
X2	0	1	0	1	0	5000
X1	1	0	0	$\frac{2}{3}$	0	2666
Z	0	0	0	3-	3-	32998

إذن الحل الأمثل هو:

$$Z=32998$$

$$x_3^e = 1334 ,$$

$$X2=5000$$

$$X1=2666$$

وللتحقق من النتيجة نعوض في دالة الهدف

$$\text{Max ; } z=3x_1+5x_2=3(2666)+5(5000)=32998$$

المحور الثاني: البرمجة الخطية

المحاضرة رقم (7) البرمجة الخطية أسلوب السمبلكس (حالة التكاليف)

التمرين رقم 1:

أوجد الحل الأمثل للبرنامج التالي:

$$\text{Min: } c=10x_1+30x_2$$

$$s/c \quad 3x_1+2x_2 \geq 6$$

$$6x_1+x_2 \geq 6$$

$$x_2 \geq 2$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

1- يتم إيجاد الصيغة النموذجية، وتصبح القيود كما يلي:

$$3x_1+2x_2 - x_3^e + x_4^a = 6$$

$$6x_1+2x_2 - x_5^e + x_6^a = 6$$

$$x_2 - x_7^e + x_8^a = 2$$

$$x_1, x_2, -x_3^e, x_4^a, x_5^e, x_6^a, x_7^e, x_8^a \geq 0$$

كما تصبح الدالة الاقتصادية على النحو التالي

$$\text{Min : } c=10x_1+30x_2+0x_3^e + Mx_4^a + 0x_5^e + Mx_6^a + 0x_7^e + Mx_8^a$$

ثم تصبح الدالة الاقتصادية على النحو التالي:

$$\text{Min : } c=10x_1+30x_2+Mx_4^a + Mx_6^a + Mx_8^a$$

كما سبق وأن أشرنا بأن المتغيرات الاصطناعية أخذت المعامل M بإشارة موجبة ويفترض فيه أن يكون كبيرا جدا وهذا حتى تكون المتغيرات المضروبة فيه مجرد متغيرات مساعدة، خارج نظام الحل الأساسي النهائي، لكونها أولى المتغيرات المرشحة للخروج من الأساس ولكون معاملاتهما كبيرة جدا.

* نستخرج قيم المتغيرات الاصطناعية من تشكيلة المعادلات أعلاه فنجد

$$=6-3x_1-2x_2+x_3^e x_4^a$$

$$=6-6x_1-x_2+x_5^e x_6^a$$

$$2-x_2+x_7^e x_8^a=$$

ثم نعوضها في دالة الهدف المحولة فنجد

$$\text{Min } :c=10x_1+30x_2+M(6-3x_1-2x_2+x_3^e)+M(6-6x_1-x_2+x_5^e)+M(2-x_2+x_7^e$$

وبفك الأقواس وجمع الحدود المتشابهة نجد

$$\text{Min } :c=(10-9M) x_1+(30-4M) x_2+Mx_3^e+Mx_5^e+Mx_7^e+14M$$

نجعل دالة الهدف تساوي صفر 0، وهي نقطة الانطلاق في إيجاد الحل فتصبح المعادلة تساوي صفر كالتالي:

$$(M) x_1+(30-4M) x_2+Mx_3^e+Mx_5^e+Mx_7^e =-14M9-10($$

عمود الأساس	x1	x2	x_3^e	x_4^a	x_5^e	x_6^a	x_7^e	x_8^a	B
x_4^a	3	2	1-	1	0	0	0	0	6
x_6^a	6	1	0	0	1-	1	0	0	6
x_8^a	0	1	0	0	0	0	1-	1	2
z	10-9M	30-4M	M	0	M	0	M	0	M14-

عكس الحال كما هو في حالة التعظيم فإنه في حالة التذنية تكون المتغيرة التي تدخل الأساس هي المقابلة لأصغر قيمة سالبة و هي في مثالنا هذا تمثل (M9-10) و بالتالي فالمتغيرة التي تدخل الأساس هي X1 و يكون عمود عنصر الارتكاز هو العمود الأول أما المتغيرة التي تخرج من الأساس فهي المقابلة لأصغر نسبة بين عمود الثوابت و عمود عنصر الارتكاز و هي

x_6^a وعليه تجري التحويلات اللازمة كما في حالة التعظيم فنحصل على

	x1	x2	x_3^e	x_4^a	x_5^e	x_6^a	x_7^e	x_8^a	B
x_4^a	0	$\frac{3}{2}$	1-	1	$\frac{1}{2}$	/	0	0	3
x1	1	$\frac{1}{6}$	0	0	$-\frac{1}{6}$	/	0	0	1
x_8^a	0	1	0	0	0	/	1-	1	2
Z	0	M+170/615-	M	0	M+103-	/	M	0	M-105-

* نلاحظ بأن عناصر عمود المتغيرة الاصطناعي التي خرجت من الأساس لم يتم حسابها وتم الاستغناء عنها لأن الخوارزمية لا يمكن أن تدخلها إلى الأساس مرة أخرى.

* بما أن المعادلات في السطر الأخير ليست كلها موجبة، لذلك فالمتغيرة المرشحة للدخول إلى الأساس بأكبر سرعة هي المقابلة للمعامل (M+170/615-) و بالتالي فهي X2 و يتحدد بذلك عمود عنصر الارتكاز أما المتغيرة التي تخرج من الأساس فهي إما x_4^a أو x_8^a لأن كلاهما مقابلان لأقل نسبة بين عمود الثوابت و عمود عنصر الارتكاز في هذه الحالة نأخذ واحدة لا على اليقين يفرض أن المتغيرة التي تخرج هي x_4^a و بإجراء التحويلات على الجدول التالي نحصل على:

	x1	x2	x_3^e	x_4^a	x_5^e	x_6^a	x_7^e	x_8^a	B
x2	0	1	$-\frac{2}{3}$	/	$\frac{1}{3}$	/	0	0	2
x1	1	0	$\frac{1}{9}$	/	$-\frac{1}{6}$	/	0	0	$\frac{1}{3}$
x_3^e	0	0	$\frac{2}{3}$	/	$-\frac{1}{3}$	/	1-	1	0
Z	0	0	170-	/		/	M	0	190-5M/3
			9M/9						

* بنفس المنهجية، فإن المتغيرة التي تدخل الأساس هي x_3^e والتي تخرج من الأساس هي x_8^a المقابلة هي الصفر 0 وقد فرضناها 3 (ع) وهي قيمة بجوار الصفر، وهذا لتسهيل عملية الحسابات على أن تأخذ قيمها الحقيقية عند نهاية الحل، و بإجراء التحويلات نحصل على الجدول التالي:

	x1	x2	x_3^e	x_4^a	x_5^e	x_6^a	x_7^e	x_8^a	B
x2	0	1	0	/		/		/	
x1	1	0	0	/		/	$\frac{1}{6}$	/	$\frac{1}{3}$
x_3^e	0	0	1	/	$-\frac{1}{2}$	/	$-\frac{3}{2}$	/	0
Z	0	0	0	/		/	$\frac{170}{9}$	/	$\frac{190 - 5M}{3}$

والآن قد توصلنا إلى الحل الأمثل كوننا وصلنا إلى جميع القيم في دالة الهدف أكبر أو يساوي صفر.

تمرين 2:

لدينا البرنامج الخطي التالي مكتوب في صيغته المختلطة

$$\text{Max } z = 2x_1 + 9x_2 + x_3$$

$$s/c \quad 2x_2 + 2x_2 + 7x_3 \leq 10$$

$$x_1 + 3x_3 \geq 7$$

$$x_1 + 17x_2 + 15x_3 = 25$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

-**الصيغة النموذجية:** وفيها تكون كل القيود على شكل معادلات، أما دالة الهدف فتكون إما في صيغة تعظيم أو صيغة تدنية.

*تعتبر الصيغة النموذجية ضرورية لإيجاد الحل الأساسي للبرنامج بطريقة السمبلكس، إذ يجرى تحويل أية صيغة مهما كان شكلها إلى الصيغة النموذجية باعتبار ذلك أول خطوة في اتجاه الحل.

- **إيجاد الصيغة النموذجية و مصفوفة الحل الأساسي الأول:** لإيجاد الصيغة النموذجية في حالة كون القيد عبارة عن متراجحة لا بد من إدخال متغيرات جديدة على البرنامج، بإضافتها أو، طرحها حسب الحالة، لتتحول القيود إلى معادلات، تسمى هذه المتغيرات **بمتغيرات الفجوة**، لأنها تسد الفرق أو الفجوة الموجودة بين طرفي المتراجحة و يتم ذلك حسب الحالات كما يلي:

الحالة الأولى: إذا كان القيد على الشكل:

$$Am_1x_1 + am_2x_2 + am_3x_3 + am_nx_n \leq bm$$

لتحويل القيد إلى معادلة متساوية ينبغي أن نضيف إلى الطرف الأيسر متغيرة تدعى **متغيرة الفجوة** نرسم لها ب

x_j^e حيث j هو ترتيب المتغيرة و e ترمز إلى الفجوة (*écart*) و عليه فإن القيد السابق يصبح عبارة عن معادلة و نكتبه كما يلي:

$$Am_1x_1 + am_2x_2 + am_3x_3 + am_nx_n + x_{n+1}^e = bm$$

حيث x_{n+1}^e أضيفت إلى الطرف الأيسر لترجحه فيصبح الطرف الأيسر مساويا للطرف الأيمن، و و بمعنى آخر أضيفت لتغلق الفجوة بين الطرفين، لذلك سميت **بمتغيرة الفجوة**، و هي تمثل الطاقات غير المستعملة أو الطاقات العاطلة و هي متغيرات يجب أن تكون أيضا غير سالبة

***تنبغي الإشارة إلى أنه عند إدخال متغيرة الفجوة إلى القيد فإنه ينبغي إدخالها أيضا على دالة الهدف لكن بمعامل صفر، على اعتبار أنها خارج النظام،**

وتسمى **مصفوفة معاملات القيود** المحصل عليها بعد إضافة متغيرات الفجوة **بمصفوفة الحل الأساسي الأول**

تمرين : أوجد الصيغة النموذجية للبرنامج التالي:

$$Max : z = 2x_1 + 9x_2 + x_3$$

$$s/c \quad 2x_1+2x_2+7x_3 \leq 10$$

$$x_1+ \quad 3x_3 \leq 7$$

$$x_1+17x_2+15x_3 \leq 25$$

$$x_1,x_2,x_3 \geq 0$$

نلاحظ أن كل القيود عبارة عن متراجحات وبالتالي ينبغي إضافة إلى كل منها متغيرة الفجوة على النحو التالي:

$$2x_1+2x_2+7x_3+ x_4^e = 10: \text{ القيد الأول يكتب كما يلي}$$

$$x_1 + 3x_3+ x_5^e = 7: \text{ القيد الثاني يكتب كما يلي}$$

$$x_1+17x_2+15x_3 \quad x_6^e = 25: \text{ القيد الثالث}$$

لاحظنا أننا ميزنا بين متغيرات الفجوة المضافة فأعطيناها ترتيبا متزايدا ومغايرا للمتغيرات الحقيقية، وهي غير متساوية في الغالب لعدم تساوي الطاقات غير المستعملة في كل قيد.

وعليه يصبح البرنامج بالصيغة القانونية على النحو التالي:

$$\text{Max : } z=2x_1+9x_2+x_3+0 \quad x_4^e +0 \quad x_5^e +0 \quad x_6^e$$

$$s/c \quad 2x_1+2x_2+7x_3+ x_4^e = 10$$

$$x_1+ 3x_3 + x_5^e = 7$$

$$x_1+17x_2+15x_3+x_6^e = 25$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4^e, x_5^e, x_6^e \geq 0$$

ويجب أن تضاف متغيرات الفجوة بالشكل الذي يضمن الحصول على مصفوفة أحادية ضمن مصفوفة معاملات القيود كما يظهر في المصفوفة أدناه.

$$\begin{array}{cccccc}
 X1 & x2 & x3 & x_4^e, & x_5^e, & x_6^e \\
 2 & 2 & 7 & 1 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 3 & 0 & 1 & 0 \\
 1 & 17 & 15 & 0 & 0 & 1
 \end{array}$$

تسمى هذه المصفوفة بمصفوفة الحل الأساسي الأول، و هي تتضمن مصفوفة أحادية كما تظهر الأعمدة 4،5،6، و لا يشترط أن تكون هذه الأعمدة متحاذاة، و هي ضرورية إذ تعتبر الصيغة القانونية و من ثم المصفوفة الأحادية ضمن مصفوفة معاملات القيود أولى خطوات البحث عن الحل الأمثل بطريقة السمبلكس.

الحالة الثانية: إذا كان القيد على الشكل:

$$Am_1x_1+am_2x_2+\dots+\dots am_nx_n \geq bm$$

وهي الحالة الغالبة في حالة التدنية

لتحويل القيد إلى الشكل النموذجي أي تحويله إلى معادلة متساوية ينبغي أن نطرح من الطرف الأيسر متغيرة متممة هي متغيرة الفجوة كما جرت العملية في الحالة الأولى عليه يصبح القيد المشار إليه أعلاه إلى:

$$Am_1x_1+am_2x_2+\dots+\dots am_nx_n - x_{n-1}^e =bm$$

يلاحظ أن معامل متغيرة الفجوة يأخذ إشارة سالبة وبالتالي لا يتيح لنا إمكانية الحصول على مصفوفة أحادية ضمن مصفوفة معاملات القيود، لذلك يتم الاستعانة بمتغيرات أخرى تسمى بالمتغيرات الاصطناعية، يفترض أن تكون قيمتها معدومة ومعاملها يساوي +1 وبالتالي فهي مجرد متغيرات مساعدة، ونميزها عن متغيرات الفجوة بالحرف a فنكتبها على الشكل x_j^a حيث الحرف a يرمز إلى أنها اصطناعية أي **artificielle** كما ينبغي إجراء تغييرات على دالة الهدف.

دالة الهدف: تضاف متغيرات الفجوة إليها بمعاملات صفرية أما المتغيرات الاصطناعية فتضاف إليها على أن تأخذ معاملات يفترض أن تكون كبيرة جدا بإشارة سالبة نرمز لها ب M إذا كانت دالة الهدف في حالة التعظيم، وبإشارة موجبة إذا كانت دالة الهدف في حالة التدنية، وتجري مجموعة من التحويلات الأخرى عليها كما يوضحه المثال الآتي:

تمرين : أوجد الصيغة النموذجية ومصفوفة الحل الأساسي الأول للبرنامج التالي:

$$\text{Max: } z=20x_1+15x_2$$

$$s/c \quad 7x_1+2x_2 \geq 14$$

$$8x_1 + 16x_2 \leq 16$$

$$2x_1 + 5x_2 \geq 10$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

لإيجاد الصيغة القانونية ومصفوفة الحل الأساسي الأول نجري التحويلات التالية على النظام

$$x_1 + 2x_2 - x_3^e + x_4^a = 14 \quad \text{القيود الأول : يكتب كما يلي}$$

$$x_1 + 16x_2 + x_5^e = 168 \quad \text{القيود الثاني يكتب كما يلي}$$

$$x_1 + 5x_2 - x_6^e + x_7^a = 102 \quad \text{القيود الثالث يكتب كما يلي}$$

أما دالة الهدف فتكتب كما يلي:

$$\text{Max : } z = 20x_1 + 15x_2 + 0x_3^e - Mx_4^a + 0x_5^e - Mx_6^a$$

$$\text{Max : } z = 20x_1 + 15x_2 - Mx_4^a - x_7^a M \quad \text{أو}$$

يتم تعويض قيم x_4^a و x_7^a في دالة الهدف بقيمتيهما المستخرجة من القيود الأول والثالث على النحو التالي:

$$x_4^a = 14 - 7x_1 - 2x_2 + x_3^e \quad \text{من القيود الأول}$$

$$x_5^e = 16 - 8x_1 - 16x_2 \quad \text{القيود الثاني}$$

$$x_7^a = 10 - 2x_1 - 5x_2 + x_6^e \quad \text{القيود الثالث}$$

بالتعويض في دالة الهدف و فك الأقواس و ضم الحدود المتشابهة نصل إلى النظام التالي:

$$\text{Max : } z = x_1(20 + 9M) + x_2(15 + 7M) - Mx_3^e - x_6^e - 24M$$

وتكون مصفوفة الحل الأساسي الأول للبرنامج كما يلي:

x_1	x_2	x_3^e	x_4^a	x_5^e	x_6^e	x_7^a
0	0	0	1	1-	2	7
0	0	1	0	0	16	8
1	1-	0	0	0	5	2

نلاحظ أ هذه المصفوفة تحتوي على عدد من الأعمدة تشكل عند محاذاتها مصفوفة أحادية الأعمدة (4,5,7) وهو مبرر التحويلات التي تم إجراؤها على النظام.

المحور الثاني: البرمجة الخطية

المحاضرة رقم (8) نظرية القرار

تمثل نظرية القرار طريقة منظمة لدراسة عملية اتخاذ القرار و هذا لتحديد الاستراتيجيات المثلى عندما يكون أمام متخذ القرار مجموعة من البدائل Alternatives و حالات غير مؤكدة من البيئة الخارجية و عملية اتخاذ القرار تتطلب استخدام المعلومات لتحقيق الهدف و الوصول إلى القرار الأمثل من خلال تحديد و تقييم البدائل وفق أساليب مختلفة/تستند هذه الأساليب إلى درجة التأكد Degree of Certainly ، و التي تتميز بها مشاكل القرار، يقود استخدام نظرية القرار إلى القرار الجيد حتى في الحالات التي تكون فيها النتائج غير مرضية، القرار الجيد هو الذي يعتمد على المنطق Logic و اعتماد جميع البيانات و البدائل المتاحة و الأساليب الكمية، أما القرار غير الجيد Poor Decision يبقى قرارا غير جيد حتى و إن حقق في بعض الأحيان نتائج مرضية، يعزى القرار غير الجيد إلى الأخطاء في عملية القرار ، و إلى حدود العقلانية أو إلى محاولة تعظيم الأهداف الفرعية على حساب الأهداف العامة للمنظمة.

1- المجالات التي تطبق نظرية القرار

يمكن تطبيق نظرية القرار في المجالات التالية:

-تخطيط الطاقة

-تصميم السلعة أو الخدمة

-تخطيط الموقع

-اختيار أكبر الفرص الاستثمارية ربحا

-اختيار وسيلة لتطوير نظام المعلومات

-تحديد أفضل المنافذ التوزيعية

2- مميزات القرارات التي تنطوي تحت نظرية القرارات: و هذه المميزات هي

-هناك مجموعة شروط مستقبلية تؤثر على نتائج القرار

-هناك مجموعة من البدائل

-هناك عائد لكل قرار تحت أي ظرف مستقبلي غير معلوم

3-مكونات القرار: يمكن إجمال أهم مكونات القرار وعلى النحو التالي

أ-مجموعة حالات الطبيعة (Q_j) حيث أن ($j = 1, 2, \dots, n$) و تمثل المؤثرات من العالم الخارجي على القرار الإداري

ب- مجموعة البدائل الممكنة: (A_i) حيث أن ($i = 1, 2, \dots, m$) وتمثل الحلول أو البدائل الممكنة للمشكلة القرارية.

ج- قانون الاحتمال الذاتي (الأولي): (Q_j) أي ما يعطيه متخذ القرار من احتمال لكل من حالات الطبيعة

د- قانون تقييم النتائج: (X_{ij}) يمثل القيمة المترتبة من جراء الفعل (البديل) (i) و تحقق الحالة الطبيعية (j) و يرمز له بالرمز (X_{ij}) و تتمثل القيمة ب:

- الأرباح - التكاليف - المنفعة

4- بيئة القرار: Decision Environment - تمر عملية اتخاذ القرار بمجموعة من المراحل مهما كانت بيئة القرار، ويمكن تصنيف بيئة القرار على ضوء درجة المعلومات المتوفرة لمتخذ القرار عن الحالة الطبيعية التي يواجهها عند اتخاذ القرار وهو كالاتي:

أولاً- اتخاذ القرار في حالة التأكد: حسب هذا النوع يكون متخذ القرار على معرفة تامة بنتائج البدائل والاستراتيجيات، حيث تكون جميع النتائج تحت حالة ظرف واحد فيقوم بالمفاضلة المباشرة بحيث نختار البديل الذي يحقق أعلى ربح أو أقل تكلفة.

التمرين الأول:

تنتج شركة برادات متخلفة (كبيرة، متوسطة وصغيرة) فإذا كانت الأرباح المتحققة من كل منهم كمايلي:

الأرباح	البدائل Alternatives
1000	براد كبير
1200	براد متوسط
800	براد صغير

إن الشركة تسعى دائما لإنتاج البرادات المتوسطة لأنها تحقق أعلى ربح أما إذا كان الاختيار على أساس التكاليف سنختار البديل ذو التكاليف الأقل.

التمرين رقم 2

اتخاذ القرار في حالة التأكد:

* يتم إيداع مبلغ 100.000 ون في شكل ودیعة بمعدل 10 % فإن ذلك يشير إلى أن الفوائد السنوية تعادل 10.000 ون (أي 100.000-10%)

- أما الحالة الثانية فهي حالة المخاطرة: وتشير إلى إمكانية قيام متخذ القرار بتحديد توزيع احتمالي للنتائج الخاصة بكل بديل مثلا:

* أن يكون أمام متخذ القرار مشكلة الاختيار بين مشروعين أ، ب، حيث تكون البيانات كالتالي:

العائد	الاحتمال
20%	0.2
5%	0.5
10%	0.3
العائد	الاحتمال
30%	0.3
7%	0.5
16%	0.2

المشروع "أ" ←

← المشروع "ب"

في هذه الحالة فإن العائد الخاص بكل بديل (كل مشروع في هذا المثال سيكون) ليس مؤكداً، أما الحالة الثالثة التي تواجه متخذ القرار فهي حالة عدم التأكد، وفي ظل هذه الحالة فإن متخذ القرار ال يستطيع تخصيص أي احتمالات لمخرجات أو نواتج كل بديل من البدائل المتاحة لحل مشكلة ما.

ثانياً-القرار في حالة المخاطرة:

Decision Making under Risk في هذه الحالة من بيئة القرار يكون متخذ القرار على معرفة باحتمالية حدوث أي حالة من حالات الطبيعة التي تواجه عملية اتخاذ القرار، وتمتاز هذه الحالة بتعدد حالات الطبيعة التي تواجهها باحتمالية مختلفة لكل حالة Expectedly Value ستوجب تبني القرار الذي يعطي قيمة متوقعة

أكبر مما يمكن عند الاخذ بعين الاعتبار احتمالية حدوثها، تقود هذه الحالة إلى استخدام معايير القيمة المتوقعة لتحديد البديل ا Decision Tree الأفضل أو استخدام شجرة القرار

(في حالة تعدد البدائل وتعدد حالات الطبيعة، وتمتاز حالة المخاطرة بما يلي:

- وجود عدة بدائل
- وجود أكثر من عائد لكل بديل
- وجود عدة حالات للطبيعة مع معرفة احتمالات وقوعها.

1- القيمة المالية المتوقعة:

(EMV: Expected Monetary value) ونرمز لها ب

القيمة المالية المتوقعة هي قيمة متوقعة خاصة، بشكل عام فإن القيمة المتوقعة لأي متغير عشوائي

يمكن التعبير عنها بالشكل التالي: X

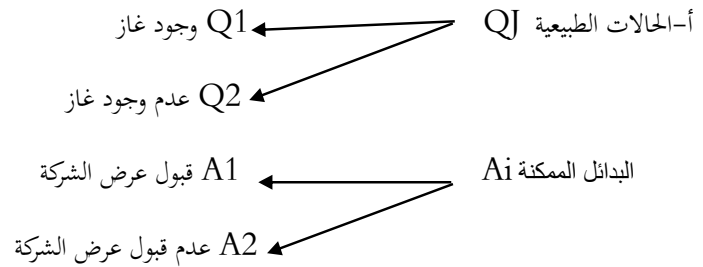
$$E X = \sum Xi P(Xi) = X1.p(x1) + x2p(x2) + \dots .xnp(xn)$$

تكوين: تقوم إحدى الشركات بالاستكشاف عن الغاز الطبيعي في موقع ما فإذا قام صاحب الموقع بقبول عرض الشركة و لم يتوفر الغاز في الأرض فإنه سيأخذ (600000) وحدة نقدية، أما إذا توفر الغاز في الأرض فسيأخذ (660000) وحدة نقدية أما إذا قام بالاستكشاف بنفسه و كأن لا يتوفر الغاز فسيحمل تكلفة مقدارها (100000) وحدة نقدية فإن وجد الغاز يربح (2) أثنان مليون وحدة نقدية، و إذا علمت M احتمال وجود الغاز 40% المطلوب:

1- تحديد حالات الطبيعة والبدائل الممكنة؟

2- تشكيل مصفوفة القرار (الأرباح)؟

3- تحديد القرار الأمثل باستخدام الحل الرياضي وفق الآتي؟



ب- مصفوفة القرار (الأرقام بالآلاف)

Qj	Q1	Q2	القيمة المالية المتوقعة EMV
Ai			
A1	660	600	624
A2	2000	100-	740
P Qj	0.40	0.60	

$$EA1 = 660.0.40 + 600.0.60 = 624$$

$$EA2 = 2000.0.40 + -100.0.60 = 740$$

. وبالتالي البديل الثاني يحقق أعلى ربح وهو الأفضل ونصح صاحب الأرض بالاستكشاف بنفسه في حالة التكاليف نختار البديل ذو التكلفة الأقل

1- **تابع القيمة النقدية المتوقعة:** تنطوي القيمة النقدية المتوقعة لبديل ما على القيم المختلفة لهذا البديل مرجحة باحتمالات حدوث كل قيمة، وتشير المعادلة إلى الكيفية التي يتم بها حساب القيمة النقدية المتوقعة

$$ق.ن.م = ق1 ح1 + ق2 ح2 + قن حن$$

حيث تشير ق1 إلى القيمة المتوقعة الأولى للبديل، في حين تشير ح1 إلى احتمال حدوث القيمة الأولى لهذا البديل وهكذا.

نوضح كيفية اتخاذ القرار باستخدام أسلوب القيمة النقدية المتوقعة في المثال التالي:

مثال: يواجه أحد المديرين مشكلة المفاضلة بين شراء آلة ذات حجم كبير أو آلة ذات حجم صغير أما الإيرادات التي يمكن أن تحققها كل آلة فتتوقف على الظروف الخاصة بسوق المنتج لهذه الآلات، حيث من المتوقع أن تسود حالتين في المستقبل وهما حالة الرواج أو حالة الاستقرار، ويبلغ احتمال حدوث حالة الرواج 60 %، أما حالة الاستقرار فيبلغ احتمال حدوثها 40 %، وتظهر الإيرادات على الصورة الموضحة بالجدول التالي، والمطلوب تحديد البديل الأفضل لهذا المدير؟

الجدول رقم (2) توزيع الإيرادات حسب كل سوق

البدائل	حالة السوق رواج 60%	حالة السوق استقرار 40%
شراء آلة كبيرة	400.000	-360.000
شراء آلة صغيرة	200.000	-40.000

المصدر: جلال ابرام العبد، استخدام الاساليب الكمية في اتخاذ القرارات الادارية 2004، ص 25

الحل:

في البداية يجب أن نذكر أن القيم الموجودة بالجدول يطلق عليها القيمة المشروطة، والآن نقوم بحساب القيمة المتوقعة للبديل الأول (ق م 1)، والقيمة المتوقعة للبديل الثاني (ق م 2)، ومنه

$$\text{ق م 1} = 40\% \cdot 360.000 - 60\% \cdot 400.000 = 96000$$

$$\text{ق م 2} = 40\% \cdot 40.000 - 60\% \cdot 200.000 = 104000 \text{ ون}$$

* ولأن متخذ القرار في هذا المثال يهدف إلى تعظيم الأرباح والإيرادات فإن متخذ القرار سوف يفضل البديل الخاص بشراء الآلة الصغيرة (البديل الثاني) والذي يحقق له أقصى ربح متوقع.

2- القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة:

لفهم معنى القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة، سنثير التساؤل الآتي في المثال السابق، ما هو تصرف المدير لو أن مسحا سوقيا يمكن أن يخبره عن حالة السوق في المستقبل؟

ما هي القيمة التي يمكن أن يدفعها هذا المدير للحصول على تلك المعلومات؟

* في الواقع أن استحواذ المدير على المعلومات تحدد له حالة السوق في المستقبل، إنما يعني ببساطة أن المدير سوف يحصل على أفضل النتائج، وهذا يعني في الواقع ان تحليل المدير للموقف او المشكلة السابقة سوف يأخذ الصورة التالية:

- إذا حدثت حالة الرواج فمن الأفضل تنفيذ البديل الأول

- إذا حدثت حالة الاستقرار فمن الأفضل تنفيذ البديل الثاني

* و بما أن النتائج الخاصة بكل بديل ليست مؤكدة بل محتملة، حيث يبلغ احتمال أن يمر السوق بحالة رواج 60% و 40% بالنسبة لحالة الاستقرار، فإن القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة يمكن حسابها كما يلي:

$$\text{القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة} = 60\% \cdot 400.000 - 40\% \cdot 40.000$$

$$= 240.000 - 16000 = 224000 \text{ ون}$$

* والآن يمكننا حساب قيمة المعلومات الكاملة، في الواقع أنه في ظل عدم توافر معلومات كاملة (في ظل المعلومات المتاحة)، كانت أفضل نتائج يمكن أن يحصل عليها متخذ القرار هي تنفيذ البديل الثاني و هو شراء آلة صغيرة و تحقيق ربح متوقع يبلغ 104000 ون، أما

في ظل حصول متخذ القرار على معلومات كاملة، كان بإمكانه أن يحقق عائدا متوقعا قدره 224000 ، و معنى ذلك أن المعلومات الكاملة مكنت متخذ القرار من تحسين عوائده لترتفع من 104000 ون إلى 224000 ون، إذن قيمة المعلومات الكاملة في هذا المثال تبلغ 120.000 ون و التي يمكن حسابها بالمعادلة التالية:

قيمة المعلومات الكاملة = القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة - القيمة المتوقعة لأفضل بديل في ظل المعلومات المتاحة.

* إن فهمنا لقيمة المعلومات الكاملة يساعد متخذ القرار في تحديد التكلفة التي يمكن أن يضحى بها في سبيل الحصول على هذه المعلومات.

المحور الثاني: البرمجة الخطية

المحاضرة رقم (9) شجرة القرار

1- شجرة القرار

-تعريف: شجرة القرارات هي تمثيل بياني يظهر سهولة تركيب عملية اتخاذ القرار وما تحويه من بدائل وحالات الطبيعة والنتائج المترتبة عنها.

تفيد شجرة القرارات في عرض نتائج القرارات المتعددة بطريقة مبسطة ومنطقية تمكن المدير من فهم وتقييم البدائل المختلفة وذلك في حالة اتخاذ قرار متعدد المراحل، حيث يؤثر ناتج أحد القرارات على القرارات التالية له.

الهيكل العام لشجرة القرارات: تتكون شجرة القرارات عادة من العناصر التالية والتي تشكل الهيكل العام لها:

1-1 العقد ويوجد منها نوعان وهما:

أ- عقد الأداء أو التصرف تمثل على الشجرة بمربع □ يعبر عن المواقع التي يتم فيها اتخاذ القرار، ويتعين على متخذ القرار عند هذه العقد اتخاذ قرار لاختيار أحد الفروع (الاستراتيجيات أو البدائل) التي تنبثق من تلك العقدة، أي أن وجود مربع يعني ضرورة اختيار إحدى الاستراتيجيات (الفروع) المتاحة والمنبعثة من هذه النقطة (قرار) والاستغناء عن الفروع الأخرى.

ب- عقد المصادفة أو الاحتمال: وتمثل على الشجرة بدائرة ○ تعبر عن الأحداث المختلفة (حالات الطبيعة) التي يمكن أن تواجه الاستراتيجية التي يتم اختيارها عند نقطة القرار، أي هي نقاط اتصال حالات الطبيعة (احتمال)

1-2 الفروع أو الشعب: تستخدم الفروع لتعبر عن القرارات المتخذة أو عن وجود حالات الطبيعة وهي تنشأ من العقد المختلفة وتصلها ببعضها، ويوجد ثلاثة أنواع منها وهي:

أ- فروع الأداء: وهي تنشأ من عقد الأداء وتمثل على الشجرة بخطين متوازيين =

ب- فروع المصادفة هي تنشأ من عقد المصادفة وتمثل بخط واحد —

ج- فروع عقد النهاية: وهو الفرع الذي لا يتبع بعقدة.

1-3 العوائد أو النتائج: وهي نتائج القرار التي تتحقق من استراتيجية معينة في ظل الأحداث المختلفة وتوضع في نهاية الفروع الخاصة بكل حالة من حالات الطبيعة، والنتائج إما أن تكون موجبة مثل (الأرباح والإيرادات) أو سالبة مثل (النفقات والتكاليف) ويمكن أن ترتبط بفرع الأداء أو فرع المصادفة (نهاية الفروع) والشكل الموالي يبين الهيكل العام لشجرة القرارات الإداري

التمرين رقم 1

تنتج شركة القدس ثلاث أنواع من المنتجات والمصفوفة التالية تمثل العوائد المحققة من بيع كل صنف في ظل ثلاث من حالات الطبيعة أو الظروف الاقتصادية الممكنة الحدوث، وذلك كما هو موضح بالجدول التال

الجدول رقم (3) العوائد المحققة من بيع كل صنف من المنتجات

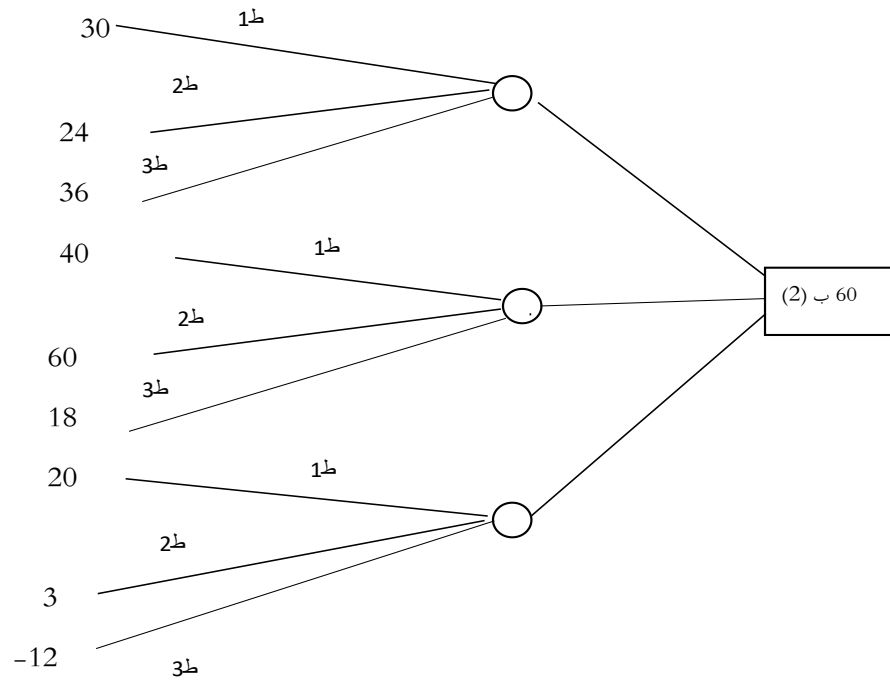
ط3	ط2	ط1	الحالات الطبيعية البدائل
36	24	30	ب 1
18	60	40	ب 2
-12	30	20	ب 3

المصدر: كاسر نصر منصور، الاساليب الكمية في اتخاذ القرارات الادارية، جامعة عمان الأهلية 2006، ص 147

المطلوب: تحديد أفضل بديل باستخدام شجرة القرار

الحل: لحل هذا المثال نتبع الخطوات التالية

1- نضع بيانات المثال على شكل شجرة قرارات كما يلي:



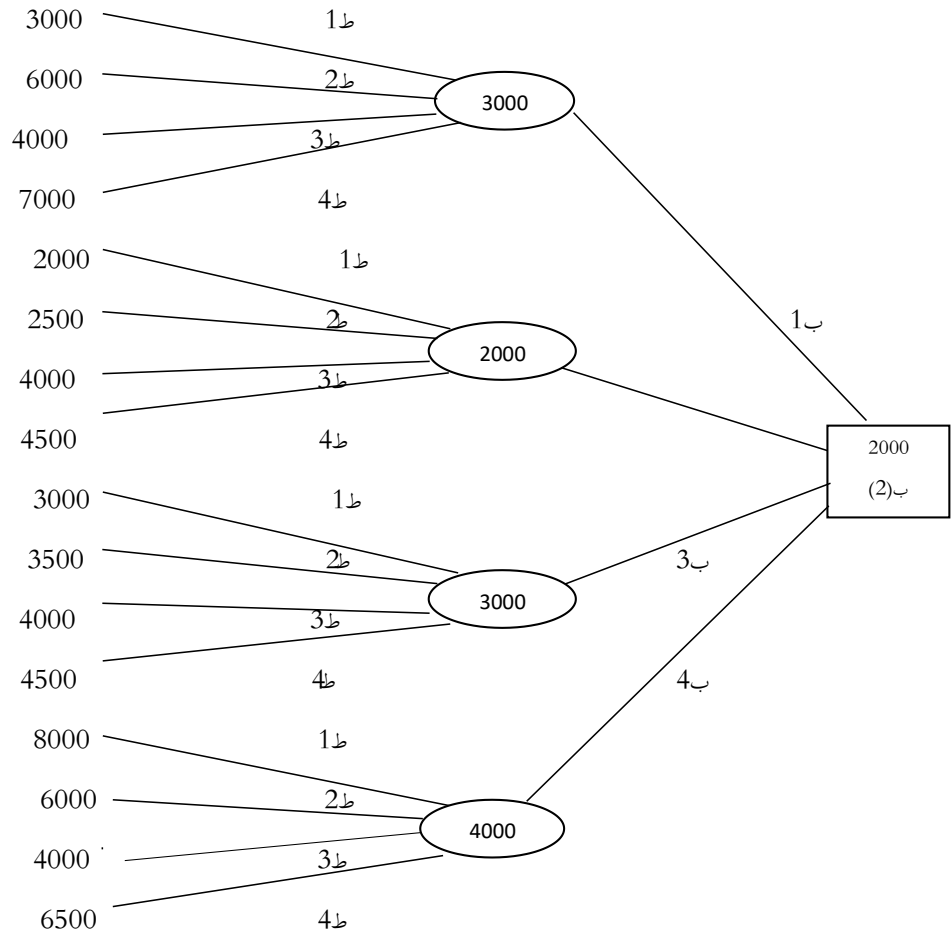
ب- النتائج تمثل عوائد أو أرباح ويجب اختيار أكبر عائد في ظل حالات الطبيعة المختلفة وهو البديل (ب 2)

- التكاليف: تمثل المصنوفة التالية تكاليف انشاء أربع خطوات انتاج

ط4	ط3	ط2	ط1	حالات الطبيعة البدائل
7000	4000	6000	3000	ب 1
4500	4000	2500	2000	ب 2
4500	4000	3500	3000	ب 3
6500	4000	6000	8000	ب 4

المطلوب: اختيار خط الانتاج الاكثر كفاية

الحل: أ- نضع بيانات مصنوفة التكاليف اعلاه على شكل شجرة قرارات



ب- نأخذ بديل التكلفة الأقل تحت ظروف حالات الطبيعة المختلفة وهو البديل (ب 2)

تابع شجرة القرار:

خطوات رسم وتحليل شجرة القرار:

بعد أن تم تحديد المشكلة يمكن اتباع الخطوات التالية لتمثيل المشكلة بأسلوب شجرة القرار

مثال: إذا توافرت لديك Q_j الحالات الطبيعية A_i البدائل والاحتمالات P_{Qj} والقيمة المالية $X_i P_i$: والطلب

تمثيل المعلومات بشجرة القرار:

Qj Ai	Q1	Q2	Q3	القيمة المالية المتوقعة EMV
A1	20	30	15	22.5
A2	10	40	30	27
A3	40	15	20	24
PQj	0.30	0.40	0.30	

-تحديد نقطة القرار وتحديد البدائل، ؟ A3 ، A2 ، A1

ب-تحديد حالة الطبيعة ؟ Qj

ج-وضع المعلومات و الاحتمالات ؟ PQj

د-تحديد العائد لكل بديل وفق لحالات الطبيعة المختلفة EMV

الخطوة الأولى: يبدأ برسم شجرة القرار من نقطة القرار ونقاط البدا

الخطوة الثانية: -تحديد حالة الطبيعة في نهاية كل بديل في المثال أعلاه هناك ثلاث Q1 Q2 Q3 يتفرع عنها عدد من الفروع (0) حالات الطبيعة يعبر عنها

الخطوة الثالثة: -نثبت البيانات على شجرة القرار لنحصل على شجرة القرار الكاملة

الخطوة الرابعة- تجرى عملية تقييم البدائل وذلك بتحديد قيمة كل بديل، حيث يمثل كل فرع في شجرة القرار عائدا محتملا نتيجة اتخاذ أي قرار، القيمة المتوقعة إلى كل حالة طبيعة تأتي من ضرب كل عائد بالاحتمالية ولجميع الفروع الخارجية من أي حالة طبيعة ثم يتم جمعها، استخدام المرور التراجعي يؤدي إلى إيجاد القيمة المالية المتوقعة (EMV) لجميع حالات الطبيعة، البدائل الثلاث تأخذ القيم المتوقعة الآتية (24،22،5) ثم يتم اختيار البديل الذي يمثل أعلى قيمة مالية متوقعة وهي 27 وأن قيمة شجرة القرار هي (27)

$$EMV A1=20X0.3+30X0.4+15X0.3 =22.5$$

$$EMV A2 =10X0.3+40X0.4 +30X0.3 =27$$

$$EMV A3 = 40X0.3 +15X0.4 + 20X 0.3 =24$$

أفضل قيم في شجرة القرار هي 27

التمرين رقم 2

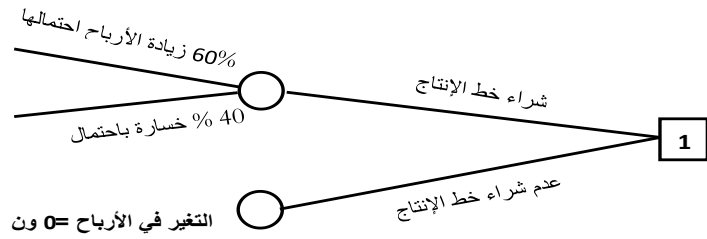
عرض على شركة صناعية مقترح شراء خط انتاجي مع وجود احتمال 60% أن ترتفع الأرباح بمقدار 1000 ون، واحتمال 40% أن تتحقق خسائر تبلغ 600 ون و لن يتغير مستوى أرباح الشركة في حال عدم قيامها بشراء الخط الإنتاجي

المطلوب: أ- رسم شجرة القرارات وتحديد القرار الأمثل؟

الفرع -أ-

الجواب:

- رسم شجرة القرار



-حساب القيمة النقدية المتوقعة

$$ب 1 = (1000 \cdot 0.6) + (600 \cdot 0.4) = 360 \text{ ون}$$

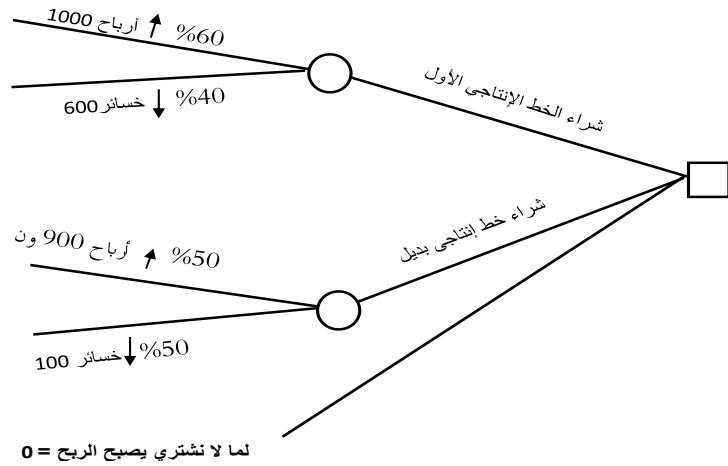
والخيار هو أنها تقوم بشراء الخط الإنتاجي وتحقق ربح قدره 360 ون

الفرع -ب-

قبل اتخاذ القرار توافرت لدى صاحب الشركة معلومات احتمالية عن شراء خط انتاجي بديل وبمواصفات مختلفة، يحقق زيادة في الأرباح بمقدار 900 ون وباحتمال 50% أو يحقق خسائر بمقدار 100 ون باحتمال 50%

2-أرسم الشكل الجديد لشجرة القرارات؟ وحدد البديل الأمثل؟

ب-الرسم الجديد لشجرة القرار



-حساب القيمة النقدية المتوقعة للحالة -ب-

$$ب = (900 \cdot 0.5) + (-100 \cdot 0.5) = 400 = 2$$

والقرار الذي يجب أن يؤخذ هو شراء الخط الإنتاجي البديل الذي يحقق ربح قدره 400 ون أحسن من خط الإنتاج الأول الذي حقق ربح قدره فقط 360 ون.

التمرين رقم 3

نفرض أن صاحب مشروع معين يرغب في اتخاذ قرار يتعلق بزيادة حجم الطلب المتوقع على المنتج النهائي، ومن خلال تحليل ودراسة الطاقة الحالية تبين أن الزيادة في حجم الإنتاج لا يمكن أن يتحقق في ظل الإمكانيات و الموارد المادية والبشرية المتاحة حالياً، وأن السبيل الوحيد لزيادة الإنتاج يمكن أن يتحقق بأحد البديلين إما:

أ- شراء آلة جديدة لرفع مستوى الطاقة الإنتاجية الحالية

ب- زيادة عدد ساعات العمل في المشروع

*تبين أيضاً من خلال الدراسات والأبحاث التي أجريت على السوق، أن هناك فرضيتين متوقعتين فيما يتعلق بتسويق هذه السلعة وهما:

- أن حجم المبيعات يرتفع بنسبة 25% عن العام الماضي

- أن حجم المبيعات قد ينخفض بنسبة 5% عن العام الماضي

ولقد كانت الاحتمالات المصاحبة لهذا الغرض ستكون احتمال زيادة المبيعات بنسبة 70 % واحتمال انخفاض المبيعات بنسبة 30% وبالإضافة إلى ما ذكر أعلاه، تبين أيضا ارتفاع حجم المبيعات بنسبة 25% يحقق تدفقا نقديا بحوالي 400.000 ون في حالة شراء آلة إضافية، ويحقق 350.000 في حالة زيادة ساعات العمل، ولكن انخفاض مستوى المبيعات بنسبة 05% فإن التدفق النقدي ينخفض إلى 200.000 في حالة شراء آلة إضافية، وإلى 300.000 في حلا تطبيق مبدأ العمل الإضافي، وباستخدام نموذج القرارات حدد البديل الأمثل؟

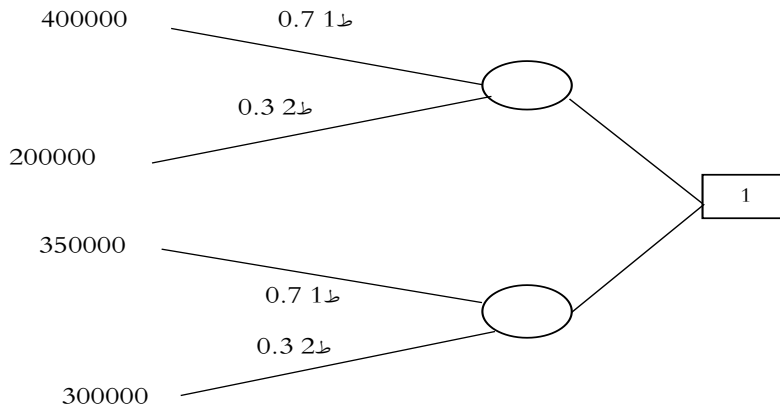
الحل: عن طريق شجرة القرار يمكننا تحديد البديل الأمثل

التدفق النقدي = عوائد

1- توضيح بيانات التمرين في مصفوفة

حالات الطبيعة		البدائل	
ط1	ط2	ط1	ط2
↑ 25 %	↓ 70 %	↑ 05 %	↓ 30 %
400.000	200.000	350.000	300.000
شراء آلة جديدة ب 1		زيادة عدد ساعات العمل ب 2	

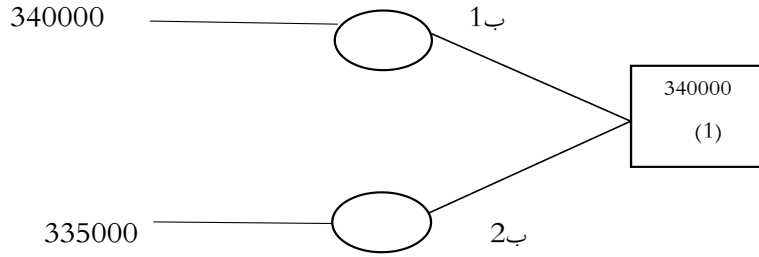
2- اعداد شجرة القرارات (المرحلة الأولى)



حساب القيم المتوقعة للبدائل للتدفق النقدي (المرحلة الأولى)

$$\text{ب 1} = (0.70 \cdot 400.000) + (0.30 \cdot 200.000) = 280.000 + 60.000 = 340.000 \text{ ون}$$

$$\text{ب 2} = (0.70 \cdot 350.000) + (0.30 \cdot 300.000) = 245.000 + 90.000 = 335.000 \text{ ون}$$



اختيار البديل الأفضل وهو ب 1 ويعني هذا شراء آلة جديدة ويبدو واضحا من التحليل المتعلق بالقيمة المتوقعة للتدفق النقدي و أنه من الأفضل لصاحب المشروع أن يختار البديل الأول و هو شراء آلة جديدة ذلك لرفع مستوى الانتاج بالنسبة للسنة المقبلة

التمرين رقم 4

ترغب الشركة العربية للصناعات البلاستيكية بفتح فرع لها في محافظة إربد وهي الآن في المراحل الأخيرة لاختيار تكنولوجيا هذا المصنع، علما بأن هناك ثلاثة بدائل متاحة هي:

1-تكنولوجيا ذات طاقة انتاجية كبيرة

2-تكنولوجيا ذات طاقة تكنولوجيا متوسطة

3-تكنولوجيا ذات طاقة انتاجية صغيرة

من الواضح أن اختيار أيا من هذه البدائل يعتمد بالدرجة الأساس على رؤية هذه الشركة للسوق الذي تتعامل معه ومدى تقبل هذا السوق لمنتجاتها بالإضافة إلى حجم الطلب المتوقع على تلك المنتجات بشكل عام، تؤمن إدارة الشركة بأن تقبل السوق لمنتجاتها يقع على واحد من احتمالين هما:

1-قبول عالي

2-قبول منخفض

وضعت إدارة الشركة أرقام تقديرية للأرباح المحتملة لكل بديل تحت حالات الطبيعة المشار إليها أعلاه وبالشكل الآتي:

ط2	ط1	حالات الطبيعة البدائل
قبول منخفض	قبول عالي	
20000-	200000	طاقة عالية (ب 1)
200000	15000	طاقة متوسطة (ب 2)
60000	100000	طاقة قليلة (ب 3)

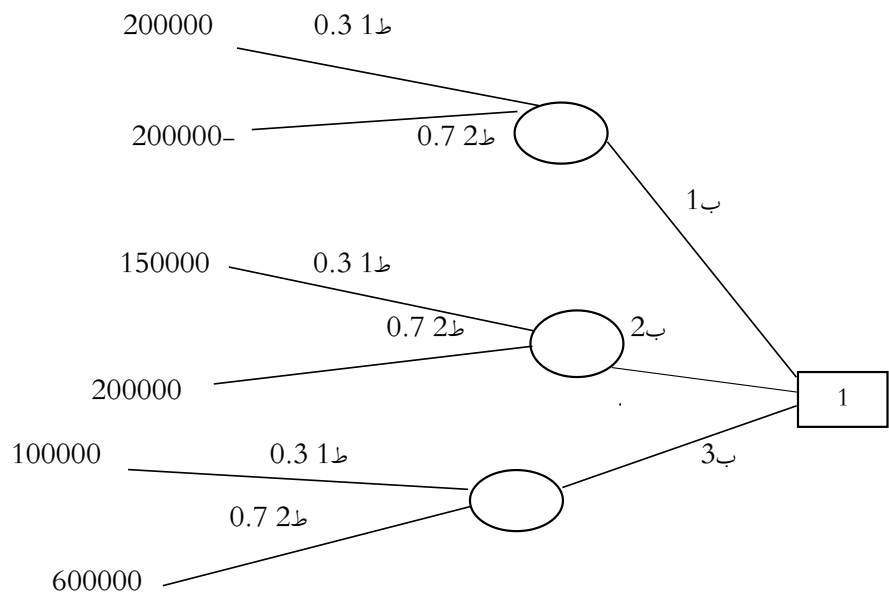
تتوقع إدارة الشركة حدوث حالة القبول العالي (ط1) باحتمال 30%، في حين احتمال حدوث حالة القبول المنخفض (ط2) 70%.
المطلوب:

1- اعتمد شجرة القرارات لتحديد البديل الأمثل

2- احسب القيمة المتوقعة للمعلومات الصحيحة

الحل:

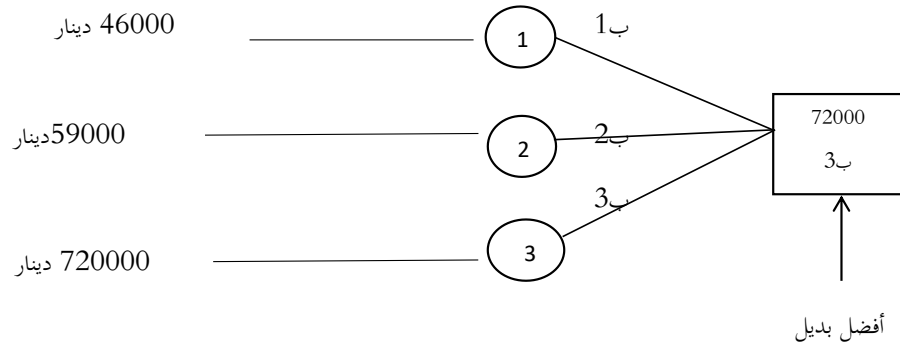
أولاً: احتساب القيمة المتوقعة للبديل وبالشكل الآتي



$$ب 1 = (0.3 \cdot 200000) + (0.7 \cdot 200000-) = 46000 \text{ دينار}$$

$$\text{ب 2} = (0.3 \cdot 150000) + (0.7 \cdot 20000) = 59000 \text{ دينار}$$

$$\text{ب 3} = (0.3 \cdot 10000) + (0.7 \cdot 60000) = 72000 \text{ دينار}$$



يلاحظ من التحليل أعلاه أعلى قيمة متوقعة للعائد تقترن بالبديل الثالث (ب 3) لذا فإن هذا البديل قد تم اختياره لاتخاذ القرار.

التجارب ونظرية اتخاذ القرارات:

لقد لاحظنا كيف تؤثر المعلومات المتوفرة حول احتمالات حدوث حالات الطبيعة تحت ظروف المخاطرة في عملية اتخاذ القرارات.

عادة متخذ القرارات عنده احتمالات أولية (قديمية) عند البدء في عملية لاتخاذ القرارات هذه الاحتمالات عند البدء تعتبر أفضل أو أحسن تقدير لدرجة احتمال حدوث حالات الطبيعة، ومن أجل أفضل صنع قرار فمتخذ القرار يسعى أو يرغب بالحصول على معلومات إضافية حول حالات الطبيعة هذه المعلومات الجديدة من الممكن أن تستخدم لتحديث أو تعديل الاحتمالات القديمة وبناء على ذلك فإن القرار النهائي سيرتكز على تقديرات أكثر دقة لاحتمالات حدوث حالات الطبيعة.

الحصول على معلومات إضافية (جديدة) في الغالب يمكن أن يتحقق من خلال:

1- القيام بإجراء التجارب على المنتجات واستطلاع رأي الزبائن

2- اختبارات بحوث السوق.

التمرين رقم 5

ترغب الشركة الأردنية للصناعات الاستهلاكية أن تقارن بين بديلين هما شراء أو تصنيع سلعة معينة يعتمد قرار المفاضلة هذا على مستويات الطلب والأرباح المرتبطة بكل بديل، المصفوفة التالية توضح الربح المتوقع بآلاف الدنانير تحت حالات الطلب واحتمالاته المختلفة كالتالي:

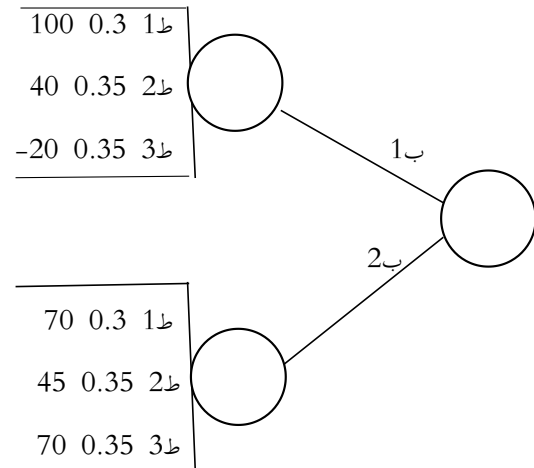
0.35	0.35	0.30	حالات الطلب
منخفض	متوسط	عالي	البدائل
20-	40	100	شراء
70	45	70	تصنيع

تقوم الشركة الآن بدراسة السوق من أجل تقليل فرص عدم التأكد الذي يحيط بالمعلومات أعلاه و أنها تعتقد أن نتائج الدراسة هذه و احتمالاتها المشروطة تكون كالتالي:

منخفض	متوسط	عالي	حالات الطلب
			نتائج الدراسة
0.10	0.40	0.60	مواتية
0.90	0.60	0.40	غير مواتية

المطلوب: حدد استراتيجية القرار المثلى للشركة المذكورة؟

الحل:



القيمة المتوقعة ب 1 = $(0.3 \cdot 100) + (0.35 \cdot 40) + (0.35 \cdot 20) - 7 = 37$ دينار

القيمة المتوقعة للبديل ب 2 = $(0.3 \cdot 70) + (0.35 \cdot 45) + (0.35 \cdot 70) = 61.25$

يتم اختيار ب 2

∧

61.25 دينار

والآن يتم احتساب القيمة المتوقعة للمعلومات الصحيحة ويكون مساويا لأقل ندم متوقع، ويتم حساب القيمة المتوقعة للندم من المصفوفة الأصلية كالتالي:

حالات الطلب البدائل	عالي	متوسط	منخفض
ب 1	صفر	5	90
ب 2	30	صفر	صفر

القيمة المتوقعة للندم ب 1 = $(0.35 \cdot 90) + (0.35 \cdot 5) = 33.25$

القيمة المتوقعة للندم ب 2 = $0.3 \cdot 30 = 9$

• أفضل بديل هو ب 2 ← 9

المحور الثاني: البرمجة الخطية

المحاضرة رقم (10) مشاكل التخصيص

نماذج التخصيص The Assignment Models

تمهيد: تعتبر نماذج التخصيص حالة خاصة من نماذج البرمجة الخطية التي تهدف إلى اختيار أفضل تخصيص يؤدي إلى الوصول إلى الحد الأدنى من التكاليف، كما تعد من الحالات الخاصة لنموذج النقل

تعرف مشكلة التخصيص بأنها وسيلة تساهم في تحقيق الاستخدام الأمثل للموارد المتاحة بهدف تحقيق أقصى العوائد أو تقليل التكاليف إلى أدنى مستوى ممكن، وتعد مشكلة التخصيص من مشاكا التوزيع السهلة المعالجة والمفيدة في نفس الوقت إذ تعود بساطة استخدامها إلى شروطها التي تقتضي وجود عدد من العمليات (أعمال، أفراد...) بهدف توزيعها على التسهيلات المتاحة بحيث تخصص عملية واحدة لكل نوع من التسهيلات

1-تعريف التخصيص: يعرف التخصيص بأنه أداة رياضية لتحقيق الاستخدام الأمثل للموارد المتاحة، حيث تستخدم هذه الأداة مدخل تكاليف الفرص البديلة، بحيث أن الكلفة التي تترتب على اتخاذ القرار تتضمن الفرص التي يتم التضحية بها كمحصلة لاتخاذ هذا القرار. تعتمد نماذج التخصيص على أربعة فروض أساسية وهي (وجود عدد متساوي من العمليات والتسهيلات، عدم إمكانية العملية (عامل، وظيفة، مكانة. الخ) من القيام بأكثر من عمل واحد في نفس الوقت والثالث والرابع يكمن في أن كلفة أداء كل عمل معروف ومحدد مسبقا وعدم السلبية.

2-هدف التشخيص: تهتم طريقة التخصيص بتعيين عدد من الوسائل لإنجاز عدد معين من المهام، وذلك عن طريق تعيين وسيلة واحدة لإنجاز مهمة واحدة فقط ولذلك لا بد من تساوي عدد الوسائل والمهام لتحقيق أقصى عائد ممكن أو تخفيض التكاليف إلى أدنى مستوى ممكن، وتهدف طريقة التخصيص إلى تحقيق هدفين هما (أقصى عائد ممكن أو أدنى تكلفة ممكنة)

بمعنى آخر، أن هدف طريقة التخصيص لا تخرج عن هدف البرمجة الخطية عموما، وهناك عددا من المجالات التي تستخدم فيها طريقة التخصيص وهي:

أ-تخصيص العاملين على آلات معينة

ب-تخصيص الموظفين لإنجاز مهام وظيفة معينة

ج-تخصيص عدد معين لعدد الآلات لإنتاج سلع معينة

د-تخصيص وسائل نقل معينة لنقل السلع من مكان لآخر

3-شروط مشكلة التخصيص:

هناك عدد من الشروط ينبغي توافرها عند استخدام طريقة التخصيص في المجالات السابق ذكرها: إن هذه الشروط هي

أ- ضرورة وجود عدد متساوي من العمليات والعمال (أو المكائن والسلع... الخ)

ب- لا يمكن للوسيلة (مكانة) (عامل) من القيام بأكثر من مهمة واحدة في نفس الوقت

ج- إن كلفة أداء كل عمل (من قبل الماكينة أو العامل) معروفة ومحددة سابقا

د- عدم السلبية حيث يفترض عدم وجود تكلفة بالسالب مثلا

هـ- طرق التخصيص Assignment Methods (هناك طريقتان رئيسيتان لحل مشكلة التخصيص وهما:

1- طريقة التوافق المختلفة: Different Combinations - تعتبر هذه الطريقة مبسطة عندما تتكون المشكلة من عدد

قليل من المهام والأعمال المطلوب تخصيصها، ولكنها تزداد تعقيدا كلما ازدادت عدد المهام المطلوب توزيعها، وتعتمد هذه الطريقة على

نظرية الاهتمام بشكل كبير تسمى بالطريقة الرياضية، إن الصيغة الرياضية لهذه الطريقة هي:

$$N! = (N-1)(N-2)(N-3) \dots (N-M)$$

فإذا كان عدد الاحتمالات هو اثنان فإن الحلول الممكنة (بدائل الحل) هي:

$$2! = 2 \cdot 1 = (2-1)2 = 2$$

أما إذا كانت ثلاث احتمالات فتكون بدائل الحل هي:

$$3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = (3-1)(3-2)3 = 6$$

أما إذا كانت أربع احتمالات نجد أن الحلول الممكنة (بدائل الحل) هي:

$$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = (4-1)(4-2)(4-3)4 = 24$$

. وهكذا يمكن تطبيق الصيغة الرياضية لإيجاد الحلول الممكنة كالتالي:

$$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = (5-1)(5-2)(5-3)(5-4)5 = 120$$

$$6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = (6-1)(6-2)(6-3)(6-4)(6-5)6 = 720$$

$$7! = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = (7-1)(7-2)(7-3)(7-4)(7-5)(7-6)7 = 5040$$

$$8! = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = (8-1)(8-2)(8-3)(8-4)(8-5)(8-6)(8-7)8 = 40320$$

$$9! = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = (9-1)(9-2)(9-3)(9-4)(9-5)(9-6)(9-7)(9-8)9 = 36880$$

بمعنى آخر أن عدد الحلول الممكنة تزداد بسرعة كبيرة كلما زاد متغير واحد لذلك لا بد من البحث عن طريقة أخرى أكثر اختصارا في الجهد والوقت وتحقيق الحل الأمثل.

تمرين رقم 1

يقوم معمل للخياطة بعمليتين هما (التفصيل والخياطة) فإذا كانت البيانات التالية تمثل الوقت المستغرق في القسمين من قبل عاملين وكالتالي:

الاحتمالات	المهام	الوقت المستغرق بالدقائق	
		تفصيل	خياطة
الأول	محمد	6	5
الثاني	أحمد	8	10

المطلوب:

تخصيص كل عامل بمهمة معينة بحيث يؤدي إلى تقليل الوقت اللازم لإنجاز تلك المهام؟

إن الاحتمالات الخاصة بتحقيق الهدف هما احتمالين $2 = 2.1 = (1-2)2 = 2$

إن الاحتمال الأول، أن يقوم محمد بإنجاز مهمة التفصيل وأحمد بمهمة الخياطة، حيث أن الوقت اللازم للإنجاز هو

$16 = 6 + 10$ دقيقة لكلا الحالتين، أما الاحتمال الثاني، يقوم أحمد بمهمة التفصيل، ومحمد بمهمة الخياطة، حيث أن الوقت اللازم للإنجاز

هو $13 = 5 + 8$ دقيقة لكلا المهمتين، إذن البديل الثاني هو الأفضل، حيث إنجاز المهمتين أقل من 13 دقيقة.

تمرين رقم 2

يرأس مدير أحد الأقسام ثلاثة موظفين، ورغب المدير في توزيع هؤلاء الموظفين الثلاثة على ثلاث مهام، يختلف الموظفون في درجة مهارتهم وكفاءتهم وتختلف المهام من حيث درجة صعوبتها، ويوضح الجدول أدناه تقديرات الوقت التي حددها المدير والخاص بإنجاز كل موظف لمهمة معينة وكالتالي

المهام	A	B	C
الموظفون			
عصام	8	26	17
وسام	13	28	4
قيس	38	19	18

إن احتمالات الخاصة بتحقيق إنجاز المهام الثلاثة هي (6) احتمالات أي مفكوك $3! = 6$ أي أن

$$6 = 3.2.1 = (1-2) (2-3) 3 = 3!$$

الاحتمال	A	B	C	تكاليف كل مهمة بالساعات
الأول	عصام	وسام	قيس	$54=8+28+18$
الثاني	عصام	قيس	وسام	$31= 8+19+4$
الثالث	وسام	عصام	قيس	$57= 13+26+18$
الرابع	وسام	قيس	عصام	$49= 13+19+17$
الخامس	قيس	عصام	وسام	$68= 38+26+4$
السادس	قيس	وسام	عصام	$83= 38+28+17$

يمثل الاحتمال الثاني أفضل البدائل لأنه مقترن بأقل الساعات اللازمة لإنجاز المهام أي أقل التكاليف، حيث يتم تخصيص الموظف عصام لإنجاز المهام A حيث أن الوقت المستغرق لإنجاز المهمة (8) ساعات، ويتم تخصيص الموظف (قيس) لإنجاز المهمة B حيث أن الوقت المستغرق لإنجاز المهمة المذكورة هو (19) ساعة، بينما يتم تخصيص الموظف (وسام) لإنجاز المهمة C حيث يستغرق إنجازها (4) ساعات، وأن مجموع عدد الساعات اللازمة لإنجاز المهام الثلاث هي (31) ساعة.

التمرين رقم (3):

ترغب إحدى المعامل بتخصيص ثلاث أجهزة لإنجاز ثلاث مهمات والجدول التالي يمثل التكاليف المتعلقة بإنجاز كل مهمة عن طريق أي من الأجهزة الثلاثة بالدينار

أوجد أفضل تخصيص لتلك الأجهزة على المهمات بحيث تكون التكاليف الكلية أدنى ما يمكن؟

الحل: يتضح أن هناك $n!$ من البدائل المتاحة والتي تمثل! 3 حيث $n=3$ في مثالنا ومن هنا يتبين أن عدد البدائل هي (6) ويمكن توضيحها في الجدول التالي:

مهمة/أجهزة	1	2	3
A	26	18	24
B	20	14	18
C	18	12	20

التكاليف	C	B	A	البدائل
60=26+14+20	3	2	1	1
56=26+18+12	2	3	1	2
58=18+20+20	3	1	2	3
54=18+18+18	1	3	2	4
56=24+20+12	2	1	3	5
56=24+14+13	1	2	3	6

الاستنتاج:

يتضح من الجدول بأن أفضل بديل هو البديل الرابع الذي يمثل تعيين الجهاز A لإنجاز المهمة 2 والجهاز B لإنجاز المهمة 3 والجهاز C لإنجاز المهمة 1. وأن التكاليف الكلية هي 54

إن هذه الطريقة قد تكون سهلة التطبيق متى ما كانت عدد البدائل محددة وقليلة، ولكن إذا كانت هذه البدائل تساوي (24) بديل في حالة $n=4$ في حالة $n=5$ حيث أن عدد البدائل تساوي 120 بديل فتصبح هذه الطريقة غير عملية وعليه يستوجب استخدام طريقة أخرى تمكننا من تقييم البدائل دفعة واحدة وهي الطريقة المجرية (الهنكارية) أو خوارزمية جونسون

2- طريقة خوارزمية جونسون أو الطريقة الهنكارية

يدعى أيضا طريقة الحل المباشر المختصر: يعد من أبسط هذه الطرق وأكثرها شيوعا هي الطريقة الهنكارية أو خوارزمية جونسون، ووفق هذه الطريقة يتم التوصل إلى أفضل تخصيص عن طريق تحديد خلايا في كل صف أو عمود، ففي مشاكل التكاليف فإن أفضل الخلايا هي أقلها كلفة لذلك فإن أفضل الخلايا هي التي تحتوي على صفر، أما إذا كان الهدف من التخصيص هو التعظيم كما في الحالات الربح أو كفاءة الأداء أو غير ذلك فيتم تحويل هذه الحالة إلى حالة التدنية وذلك بإيجاد الكلف النسبية حيث تطرح كل قيم المصفوفة من أكبر رقم فيها ثم يتابع الحل كما في حالة مشاكل التكاليف

يتطلب أسلوب الحل في مسألة التخصيص باستخدام الطريقة الهنكارية إتباع عدد من الخطوات التالية بعد تهيئة مصفوفة الكلف لمشكلة التخصيص

أ- نطرح من كل صف أصغر عنصر كلفة (C_{ij}) من كلف الخلايا الأخرى في الصف نفسه (سنحصل من ذلك على صفر واحد على الأقل في كل صف)

ب- نطرح من كل عمود أصغر عنصر كلفة (C_{ij}) من كلف الخلايا الأخرى في العمود نفسه (سنحصل من ذلك على صفر واحد على الأقل في كل عمود)

ج- يفحص التخصيص الأمثل للمصفوفة الحالية من بين الخلايا التي كلفها تساوي صفرا بإتباع الخطوات التالية

أولاً: تفحص الصفوف أولاً فيما إذا كان الصف صفر ففي حالة توفره نجري التخصيص في الخلية التي قيمتها صفر و نحذف جميع الأصفار في العمود الذي يحوي على هذه الخلية، تكرر هذه العملية لجميع الصفوف (I=1.2....m.)

ثانياً: بعد ذلك تفحص الأعمدة فيما إذا كان العمود صفر ففي حالة توفره نجري التخصيص في الخلية التي قيمتها صفر و نحذف جميع الأصفار في الصف الذي يحتوي على هذه الخلية، تكرر هذه العملية لجميع الأعمدة (I=1.2.....n.)

ثالثاً: تكرر الخطوات أولاً وثانياً حتى لا يبقى أي صف أو عمود لم تتم فيه عملية التخصيص.

د- في حالة عدم حصولنا على تخصيص أمثل نقوم باتباع أسلوب جديد ألا وهو رسم أقل عدد ممكن من الخطوط الأفقية والعمودية التي تغطي جميع الخلايا التي تحتوي كلف صفرية في مصفوفة الكلفة

هـ- تحويل المصفوفة للحصول على التخصيص الأمثل كما يلي:

-نطرح أقل قيمة موجودة في الخلايا غير المحذوفة بالخطوط في مصفوفة الكلفة من جميع الخلايا غير المحذوفة

-نضيف أقل قيمة المذكورة في الفقرة (أ) إلى كلف الخلايا التي تقع في تقاطع خطوط الحذف فقط

-تترك الخلايا المتبقية الأخرى بدون تغيير

-نتأكد من أن جميع مراكز الطلب حصلت على التخصيص المناسب

فإذا كان الجواب لا، يتم إعادة الخطوات (د) و (هـ) مرة أخرى لحين حصول جميع مراكز الطلب على التخصيصات المناسبة عندها يتم حساب الكلفة الاجمالية لمشكلة التخصيص عن طريق جمع الكلف الاصلية للخلايا التي تشكل لها الحسابات في الخطوات السابقة قطر ذو كلفة صفرية.

التمرين رقم 4

ترغب شركة الزيوت النباتية بتعيين عدد من العاملين بعدد من المهام، فإذا كان الجدول أدناه يمثل تكاليف انجاز المهام من قبل العاملين بالدينار المطلوب

أ- أوجد أفضل تخصيص باستخدام طريقة الحل المختصر، بحيث تحقق الشركة أدنى كلفة ممكنة؟

ب- أحسب مقدار التناقص الكلي؟

المهام \ العاملون	A	B	C	D
محمد	12	14	16	16
محمود	18	24	28	26
قيس	6	12	10	14

سمير	26	26	24	20
	Q1=6	Q2=12	Q3=10	Q4 =14

الحل:

أ- تحديد أصغر قيمة في كل عمود وتطرح من بقية القيم الموجودة في ذلك العمود وكما مبين في

المهام العاملون	A	B	C	D	
محمد	6	2	6	2	P1=2
محمود	12	12	18	12	P2=12
قيس	0	0	0	0	P3=0
سمير	20	14	14	6	P4=6

ب- بما أنه لم يتحقق صفر في كل صف عدا الصف الثالث والخاص بالعامل قيس، لا بد من اختيار أصغر قيمة في كل صف وهي المؤشر في الجدول السابق (P) وطرحها من بقية القيم الأخرى، وسيكون الجدول بعد الطرح كالتالي:

المهام العاملون	A	B	C	D
محمد	4	0	4	0
محمود	0	0	6	0
قيس	0	0	0	0
سمير	14	8	8	0

ج- ما دام تحقق الشرط الأول، وهو وجود صفر في كل صف وعمود، فلا بد من التأكد من تحقق الشرط الثاني، وهو ضرورة سحب مستقيمات على الاصفار ولكن ابتداء من أكبر عدد من الاصفار، أذن نبدأ بالسحب على الاصفار في العمود (D) لأنه يحتوي على أربعة اصفار ثم العمود (B) يحتوي على ثلاثة اصفار أو الصف (قيس) ومن ثم العمود (A) يحتوي على صفرين أيضا، وأخيرا العمود (C) حيث يحتوي على صفر واحد أو الصف سمي الذي يحتوي على صفر واحد، وسيكون جدول الحل الأمثل كالتالي

المهام العاملون	A	B	C	D
محمد	4	0	4	0
محمود	0	0	6	0
قيس	0	0	0	0
سمير	14	8	8	0

↓ ↓ ↓ ↓

3 2 4 1

بمعنى آخر، يمكننا القيام بعملية سحب المستقيمات على الاصفر عموديا أو أفقيا، مع ملاحظة ضرورة البدء بعملية السحب من أكبر عدد من الاصفر ومن ثم التدرج إلى أقل عدد من الاصفر

د- لقد تحقق الشرط الثاني من شروط الحل، حيث أن عدد المستقيمات المسحوبة مساوية لعدد الصفوف أو الأعمدة

هـ- نقوم برسم سياسة التخصيص وكالتالي:

العاملون	المهام
محمد	B . D
محمود	A . B D
قيس	A . B . C D
سمير	D

يتم اختيار المهام لكل عامل في ضوء قيم الصفر الموجودة إزاء كل عامل، ولكن عندما تقوم برسم سياسة التخصيص سوف نبحث عن العامل الذي تقابله مهمة واحدة حيث أن مشكلة التخصيص تتم بتخصيص مهمة واحدة لعامل واحد، وبما أن العامل سمير تقابله المهمة (D) إذن سوف نقوم بإلغاء هذه المهمة من العاملين الآخرين بوضع علامة (X) عليها، وأن العامل محمد يختص بالمهمة (B)، وأن المهمة (A) يختص بها العامل محمود بينما المهمة (C)

يختص بها العامل قيس وكما موضح من سياسة التخصيص النهائية، وبعد العودة إلى الجدول الأصلي (المصفوفة الأصلية) يتم تحديد التكاليف الكلية كالتالي:

التكاليف	المهام	العاملون
14	A	محمد
10	B	محمود
20	C	قيس
20	D	سمير
62		إجمالي التكاليف

احتساب مقدار التناقض الكلي

التناقض = $q_i + p_i$ ، حيث أن $q_1, q_2, q_3 = q_i$ وكذلك فإن

..... $P_i = p_1, p_2, p_3$

يتم احتساب التناقض الكلي بعد طرح أقل قيمة في الاعمدة (q_i) وأقل قيمة في الصفوف (p_i) فتكون اكما يلي:

$$\text{مقدار التناقض الكلي} = p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + q_1 + q_2 + q_3 + q_4$$

$$\text{مقدار التناقض الكلي} = 14 + 10 + 12 + 6 + 6 + 0 + 12 + 2 =$$

$$\text{مقدار التناقض الكلي} = 20 + 42 =$$

$$\text{مقدار التناقض الكلي} = 62$$

المحور الثاني: البرمجة الخطية

المحاضرة رقم (11) صفوف الانتظار

نظرية نظام خطوط الانتظار Waiting Line theory

تمهيد: ظهرت نظرية خطوط الانتظار سنة 1900 ميلادي عن طريق عالم الرياضيات (A.K. Erlang) و الذي بدأ

بدراسة مشكلة تسلسل وتداخل خطوط الهاتف، وبعدها في الحرب العالمية الثانية بدأت تطبيقات عديدة في مجال

الصناعة الإنتاجية و الخدمية و أصبحت إحدى الأدوات المهمة في العمليات الإدارية.

أولا مفهوم وتعريف خطوط الانتظار:

تعني نظرية صفوف الانتظار وجود عملاء (عناصر) يصلون إلى مكان الخدمة و ينتظرون في صف إذا كان من يقدم الخدمة

مشغول ثم يحصلون في النهاية على الخدمة و من ثم يغادرون مكان الخدمة و نظام الصفوف يشمل مجموعة عناصر و مجموعة

من مقدمي الخدمة أو نظام لوصول العملاء (العناصر) و يشير مفهوم العنصر إلى العميل أو أي شيء يسعى لطلب الخدمة

مثل الفرد الذي يسعى لسحب أو إيداع مبلغ من المصاريف أو الطائرات لانتظار الإقلاع من المدرج وغيرها، أما مركز الخدمة هو المكا

ن الذي تقدم فيه الخدمة، و قناة الخدمة عبارة عن الأفراد و الجهة التي تقدم الخدمة.

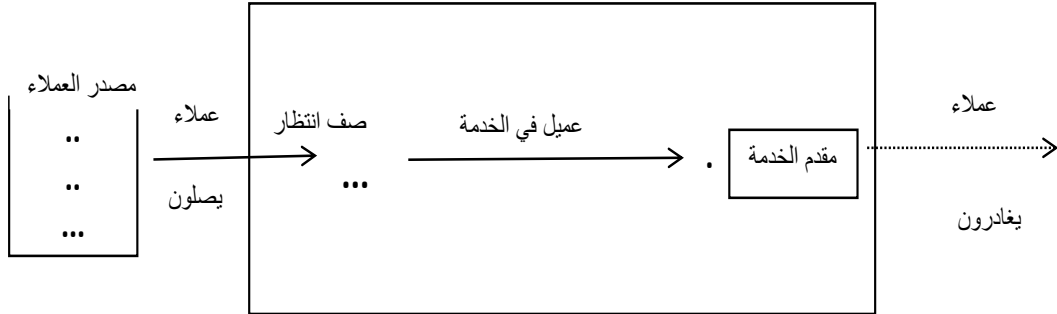
1_ أهداف صفوف الانتظار: تهدف نظرية صفوف الانتظار إلى ما يلي:

__تدنية زمن الانتظار للعناصر التي ترغب في تلقي الخدمة

__تعد أسلوبا تطبيقيا يوفر معلومات عامة عن المشكلة قيد البحث

2_ عناصر صفوف الانتظار: يمكن تلخيص عناصر صفوف الانتظار في الشكل الموالي:

الشكل رقم (1) يمثل نظام الصفوف



المصدر: محم عبد العال و آخرون، **بحوث العمليات** دار وائل للنشر و التوزيع، الطبعة الثانية، 2011، عمان، الأردن، ص 436

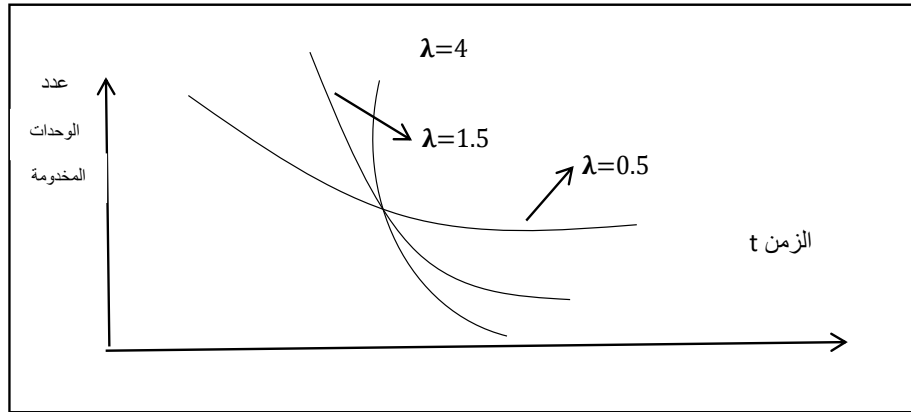
3_ توزيعات الوصول والخدمة:

تحدد حالات الوصول للعملاء (العناصر) عادة بالزمن بين وصول عميلين لمكان الخدمة وقد يكون ثابتا (محدد بالضبط) أو متغير عشوائي بتوزيع احتمالي معروف وقد يعتمد على تحديد العناصر في النظام وقد يكون حالة مستقلة، وقد يكون وصل العملاء (العناصر) منفردين أو جماعات وقد يكون متراممين أو يسمح بتخطي بعضهم بعضا، يشير بمعدل الوصول إلى عدد العناصر التي تصل إلى مركز الخدمة خلال فترة زمنية محددة، أما أداء الخدمة فيحدد عادة بزمن الخدمة وهو الزمن اللازم لتقديم الخدمة لأحد العناصر، وقد يكون زمن الخدمة إما ثابتا أو متغيرا عشوائيا ذا توزيع احتمالي معروف وقد يعتمد على عدد من العملاء الموجودين مسبقا بمكان الخدمة أو تكون حالة مستقلة المهم تحديد ما إذا كان العنصر يخدم بواسطة واحد أو يحتاج

سلسلة من مقدمي الخدمة، ويشير معدل الخدمة إلى عدد العناصر التي تتلقى

الخدمة من مركز خدمي معين وفي فترة زمنية محددة عند قياس الوقت الذي تستغرقه عملية الخدمة المجموعة من الوحدات أو مئات الوحدات التي ستعد متماثلة فيما يخص الخدمة (مثل زمن الصيانة لمجموعة من الأعطال أو وقت تعويض المخازن لكمياتها المطبوقة بترتيب هذا الزمن تنازليا و برسم منحنى يمثل المحور الأفقي الزمن ومحوره الرأسي عدد الوحدات المخدومة التي تستغرق زمنا أكبر من وقت محدد وهذا ما يوضحه الشكل الموالي:

الشكل رقم (2) الشكل يمثل التوزيع الأسي



المصدر: محمد عبد العال وآخرون، بحوث العمليات، دار وائل للنشر والتوزيع، ط 2، عمان، الأردن، 2011، ص 437

فإذا تمت قسمة هذا العدد على المجموع الكلي نستطيع أن نحصل على احتمال من الزمن الذي يمثل أكبر زمن تستغرقه خدمة ما من الزمن المعين t ، و

يتضح أن معدل الخدمة يتوزع عشوائيا وفقا للتوزيع الأسي و أن معدل الخدمة يمثل μ يمكن أن يعرف بأنه المتغير العشوائي المستمر وفق التوزيع الأسي الذي يأخذ الصيغة التالية:

$$f(x) = \begin{cases} \mu e^{-\mu x} & \text{if } x > 0 \\ 0 & \text{other wise} \end{cases}$$

Where $\mu > 0$

ثانيا-مشكلة نظام خطوط الانتظار

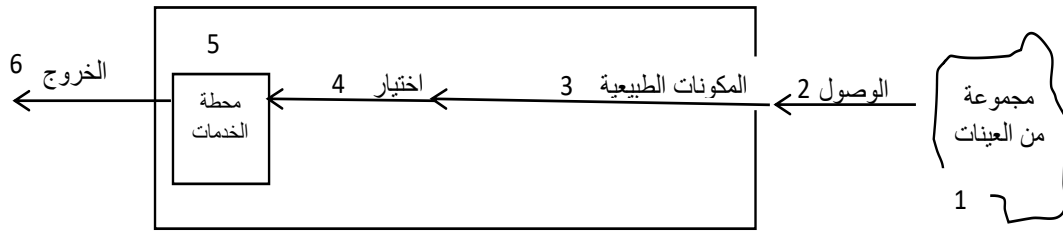
تظهر هذه المشكلة عندما يوجد نظام محطة تقديم خدمات متشابهة مثال محطات الوقود، حانوت حلاقة، صالات عرض

الأشرطة، طرف في مصرف، أمين خزينة في مؤسسة، تقديم خدمات الهواتف الوطنية والدولية... الخ، وعندما يوجد هذا النوع من المحطات فإن المشكلة هي تقديم الخدمات الضرورية في الزمن المناسب وبأقل تكلفة ممكنة من الآلات والمعدات والطاقة البشرية المساهمة في تقديم هذه الخدمات وبأكثر فائدة ممكنة، بالإضافة إلى تفادي فقدان الربائن وعدم سوء تخطيط الإمكانيات بأن تصبح معطلة عندما تكون متوفرة أكثر من اللازم.

مثال على ذلك خط تسجيل الطلاب في بداية العام الجامعي في كلية جامعية ما، من المفروض أن يتم تسجيل الطلاب في وقت محدد تراه الجامعة وذلك بتوفير مكاتب التسجيل أكثر من العدد المتوفر في حالة العمل العادي، وهذا يترتب عنه زيادة تكلفة في ميزانية الكلية وبالتالي يجب أن تكون دراسة هذه الحالة كافية لحل مشكلة التسجيل في الوقت المحدد، وربما لا يتعارض مع تحميل الجامعة ميزانية فوق الميزانية المخطط لها.

1- مواصفات خطوط الانتظار: الشكل الموالي يوضح مكونات ومواصفات خط الانتظار وبالتفصيل في الأشكال التي تتبع هذا الشكل:

الشكل رقم (3) مكونات ومواصفات خط الانتظار



أ- مصدر العينات: population source

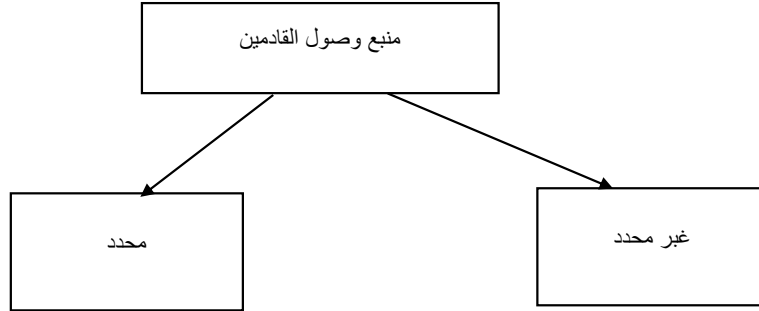
بما مصدر الواصلين في أي نظام لتلقي الخدمات في محطة الخدمات، ومن الممكن أن يكون المصدر ذو أعداد محددة وأحيانا تكون غير محددة، مثلا عدد الآلات في مصنع ما والتي تنتظر الصيانة أو فريق فهو عدد محدود، أما عدد الواصلين إلى

حانوت حلاقة يكون غير محدد من الربائن، عدد السيارات القادة إلى مدينة الجزائر غير محدد، والأمثلة كثيرة، ويمكن تمثيل

نوع القادمين

تمثيل نوع القادمين

شكل رقم. (4)



المصدر: أبو القاسم مسعود الشيخ، بحوث العمليات، المجموعة العربية للتدريب والنشر، ط1، القاهرة، مصر، 2012، ص343

ب- مواصفات الواصلين: (Arrival characteristics)

- **نمط الواصلين** : يمكن أن تكون طريقة الواصلين بشكل يمكن التحكم فيه و معرفة سرعة وصولها و كميات الواصلين إلى مراكز الخدمة فمثلا القادمين إلى حانوت الحلاقة يقل عددهم يوم الجمعة وبطبيعة الحال يزداد العدد في أيام الأسبوع الأخرى، خطوط الطيران والخطوط الجوية تزدهم في مواسم العطلة الصيفية عنها في باقي أشهر السنة، وفي مثل هذه الحالات يمكن التحكم في نموذج عدد الواصلين وتوفير الخدمات اللازمة، ولا يمكن التحكم أحيانا في عدد القادمين إلى مراكز الخدمة مثلا غرف الطوارئ في المستشفيات.

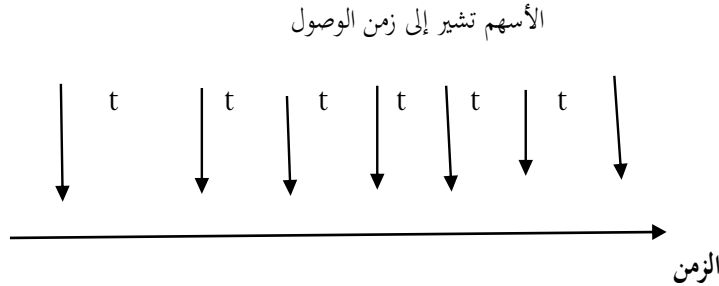
- حجم العينات الواصلة إلى مراكز الخدمات: Size of arrival unit

يمكن يكون الواصلين على هيئة مفردة عندما يكون مركز الخدمة واحد والتي يمثل أقل نموذج لأنظمة الانتظار، ومن الممكن أن يكون حجم العينة يصل على أفواج أو دفعات لتلقي الخدمة على هيئة عدة مراكز خدمات في آن واحد مثلا عشاء إلى خمسة أشخاص على طاولة واحدة... الخ

ثالثا- توزيع الواصلين: (Distribution of arrival)

يمكن أن يكون طريقة توزيع الواصلين على نظام ثابت وذلك بحجم ثابت في زمن ثابت أي فترات متساوية كما هو موضح في الشكل الموالي:

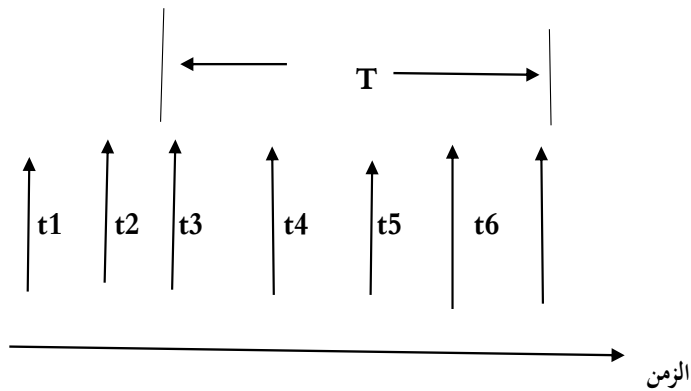
الشكل رقم (5). يوضح وصول العينات بصورة ثابتة وفي زمن ثابت



المصدر: أبو القاسم مسعود بحوث العمليات، المجموعة العربية للتدريب والنشر، القاهرة، 2012، ص 344

يمكن النظر إلى توزيع الواصلين أما بالنسبة لفترات الزمن بين الواصلين أو باحتمال وصول أي حالة وحالة أخرى أو بواسطة زمن معرو ف (T) ونعمل على كيفية حساب كم عدد الواصلين خلال فترة زمنية محددة كما هو موضح بالشكل الموالي

الشكل رقم (6). كيفية حساب كم عدد الواصلين خلال فترة زمنية محددة



المصدر: أبو القاسم مسعود الشيخ، بحوث العمليات، المجموعة العربية للتدريب والنشر، القاهرة، 2012، ص 345

إذا رسمنا طريقة وصول العينات فنلاحظ أن التوزيع يكون توزيع أسّي (Exponential distribution)

$$(12.1) \dots\dots\dots$$

$$f(t) = \lambda$$

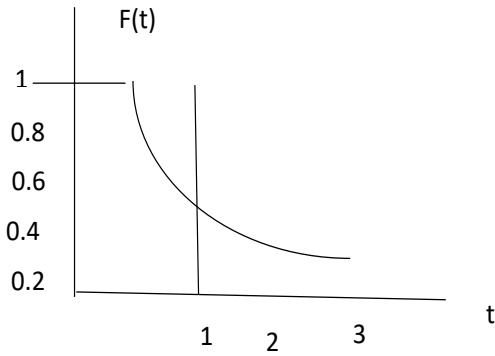
$$e^{-\lambda t}$$

حيث $f(t)$ تمثل احتمال حصول واصلين في الفترة (t)

الشكل يمثل التوزيع الأسّي عندما $\lambda = 1$

$$\frac{1}{\lambda} = \text{المتوسط}$$

$$\frac{1}{\lambda^2} = \text{الانحراف المعياري}$$



والجدول التالي يوضح احتمال أن العينة التالية سوف تصل عند الزمن t

الجدول رقم (4) احتمال وصول العينة عند الزمن T

	t	F(x)
دقيقة	0	1.0
	1	0.35
	2	0.15
	4	0

أما إذا اهتمينا بعدد الواصلين خلال الفترة T حسب التوزيع المعياري الموضح في الشكل الموالي ولإيجاد عدد الواصلين n خلال الفترة T ووصولهم عشوائيا فإن التوزيع يخضع لما يسمى بتوزيع بوسان ((Passian distribution)) والتي يعطى بالمعادلة الرياضية التالية

$$P_t(n) = \frac{(\lambda T)^n e^{-\lambda T}}{n!}$$

والمعادلة السابقة توضح أن احتمال عدد n من الواصلين سوف تقدم لهم خدمات في الفترة الزمنية (T) فمثلا إذا

كان نسبة الواصلين في نظم الطوابير (3) فإن (3λ)

وترغب في إيجاد احتمال 5 وحدات سوف تصل خلال دقيقة واحدة فإن

$$P_{1,5} \quad (n = 5)$$

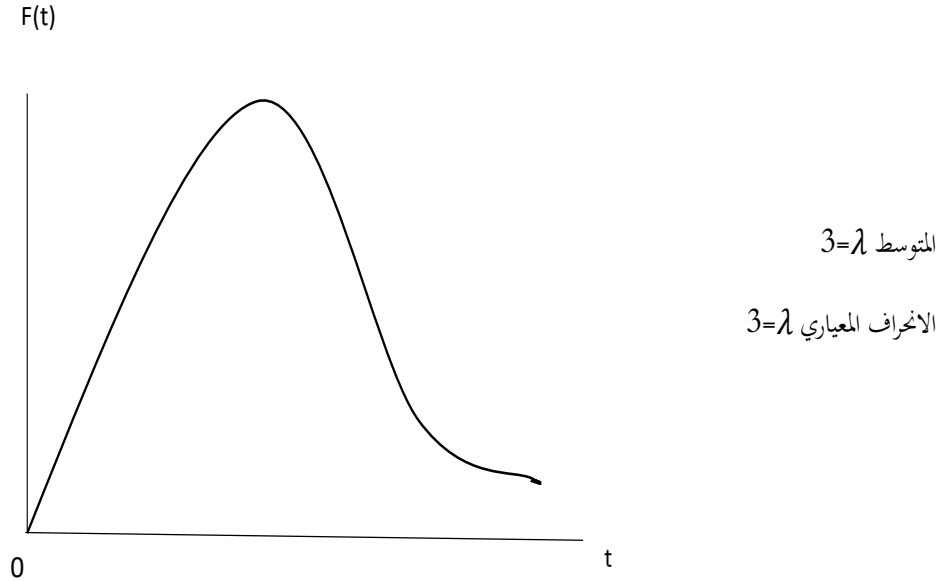
$$P_{1,5} = \frac{(3 \times 1)^{5-3 \times 1}}{5!}$$

$$= \frac{3e^{5-3}}{120} = 2.025e^3$$

$$P_{1,5} = 0.0101$$

الشكل رقم 7 الانحراف المعياري عندما $\lambda=3$

وهذا يعني أن 10.1% فرصة لوصول 5 زبائن في فترة دقيقة واحدة



المصدر: أبو القاسم مسعود الشيخ، بحوث العمليات، ط1، دار وائل للتدريب والنشر، القاهرة، 2012، ص 347

ويعرف التوزيع العام (توزيع ايرلنق) Erlang distribution على النحو التالي

$$f(t) = \frac{k\gamma(k\lambda t)^{k-1}e^{-k\lambda t}}{(k-1)!}$$

حيث المتوسط $= \frac{1}{\lambda}$ والانحراف المعياري $= \frac{1}{k\lambda^2}$

حيث k رقم موجب صحيح. ويختلف من توزيع إلى اخر $k = 1$ الدرجة الأولى، $k = 2$ الدرجة الثانية... الخ
وفقا لقيمة k كما هو موضح بالشكل..... يكون شكل المنحنى.

رابعا - درجة انتظار الواصلين: Degree of patience

يقصد بدرجة انتظار الواصلين إلى مركز الخدمة هو الصبر الذي يصاحبهم بانتظار نقطة الخدمة حتى تصبح شاغرة مهما

طال زمن الانتظار حتى انتظارهم الطويل في طابور الخدمة يسمى بالصابرين

يوجد نوعان من المنتظرين الذين ليس لديهم صبر طويل للانتظار مركز الخدمة.

نوع يعمل على دراسة طول خط الانتظار وزحمة مكان تقديم الخدمات وعليه يقرر مغادرة نظام الطوابير، ونوع ينتظر قليل في طابور المنتظرين ثم يغادر.

-مواصفات خطوط الانتظار الطبيعية (Physical feature of Lines)

أ- طول خط الانتظار: من المعروف من الناحية العملية أن الخط اللامحدود يعتبر خط طويل من ناحية سعته الخدمية مثال وقوف السيارات في بوابة في معبر طريق أو انتظار الجمهور لقطع تذكرة دخول الى مسرح.... الخ
أما الخطوط المحدودة الطول مثال محطات الوقود والميناء، ومحطة السيارات ومحطة غسيل السيارات وطابور الشاحنات في مصنع الاسمنت.... الخ

ب- عدد خطوط الانتظار (Number of Lines)

يقصد بالخط الوحيد مثال خط المرور من طريق عام واحد، أو بوابة دخول إلى مصنع، متجر مواد غذائية، أو أي محطة خدمات مفردة، وفي الغالب توجد خطوط متعددة للانتظار أو الخدمات، مثال محطات الوقود طرفين في مصرف تجاري أو أهلي، تسجيل الطلاب في الجامعة، خدمات الفنادق، خدمات الهاتف، خدمات الموانئ.... الخ
والتي توجد فيها أكثر من بوابة، ووفقا لهذه المواصفات يمكن حساب الزمن المتوقع للانتظار والزمن المتوقع للخدمة، والتكاليف المترتبة عن ذلك.

-الاختبار في خطوط الانتظار (Selection of Waiting Line)

اختيار خط الانتظار يتم وفقا لأولويات الخدمة المقدمة للزبون التي تشمل عدد الزبائن في خط الانتظار-متوسط

زمن الانتظار-مدى تغير زمن الانتظار = كقاعدة الخدمات المقدمة

ومن ضمن هذه الأولويات التي يصل أولا نقدم له الخدمة أولا (first-com first-served (FCFS)

مثال ما يحصل في الأسواق العامة والجمعيات التجارية والزراعية والمطاعم والفنادق.... الخ

ويمكن أن تعطى الأولويات إلى حالات خاصة من الزبائن مثال المرضى في حالة الطوارئ الزبون الذي يحقق ربح أكثر-الزبون الذي طلبته أكبر-الزبون المعروف التعامل معه بدلا من زبون عمومي-أطول خط انتظار-الزبون الذي له موعد سابق.

-مواصفات محطة الخدمة (Service Facility)

يمكن أن يكون خط الانتظار مفردا أو جماعيا أو مختلطا وفقا لطبيعة الخدمة، ويعتمد هذا على نوع الخدمة والشروط اللازمة لعمل طلبية الخدمة فعلى سبيل المثال

أ- قناة الانتظار المفردة في مستوى واحد (Single Channel)

توجد قوانين رياضية مبسطة عند توفر المعلومات عن كيفية الوصول والخدمة مثال نوع التوزيع المعياري مثلا حانوت الحلقة

ب- قناة الانتظار المفردة في مستويين (multiphase Single Channel)

مثال على ذلك محطة غسيل السيارات والتي يتمثل في محطة خدمة واحدة بتسلسل مثال الغسيل، تنظيف الاتربة، التجفيف، التلميع.... الخ، آخر العملية الخدمية المطلوبة

ج- عدة قنوات في مستوى واحد Multi Channel single phase

تتمثل هذه الحالة في طرفين المصارف التجارية-يقومون بنفس الخدمات في خطوط متوازية ومتشابهة وتعتمد السرعة في الخدمات وفقا للمعادلة المالية وتوفر المعلومات من الزبون وخبرة الموظف الذي يقوم بالخدمة.

د- قنوات مختلفة في مستويات مختلفة (multiphase Multi Channel)

هذه الحالة متشابهة مع الحالة السابقة باختلاف أن تقدم بعض الخدمات المختلفة بتسلسل في قناة واحدة، مثلا دخول المريض إلى المستشفى والتي تقدم له خدمات مختلفة وحتى يصل إلى غرفة الإقامة في المستشفى بعد عدة فحوصات.

هـ- قنوات مختلطة (Mixed channels)

حيث أن فكرة القنوات المختلطة تعني وصول الزبائن إلى قنوات فردية ومتعددة ويذهبون إلى خدمات فردية ومتسلسلة.

و- معدل تقديم الخدمة (Service rate)

يقصد بمعدل الخدمة هدفين معين معدل خدمة ثابتة وهذا يعني أن زمن تقديم الخدمة متساوي وفقا لمعدل وصول ثابت للزبائن الذين يتلقون الخدمة، وغالبا ما تحصل هذه الحالة عندما تكون الخدمة آلية (أي بواسطة الآلة)

أما معدل الخدمة المتغير فهو يخضع للتوزيع المعياري العام وفقا لنوع الخدمة تحت توزيع (Erlang) بغض النظر عن قناة خدمة منفردة أو قنوات خدمة متعددة ومتسلسلة.

ز- الخروج (Exit)

إذا أنهى الزبون الخدمة المطلوبة في منظومة خطوط الانتظار في الغالب احتمالان هما

أ- يمكن أن يرجع إلى عينة الواصلين لطلب الخدمة مرة أخرى أو

ب- يمكن أن يدخل في توقع الاحتمالات الضعيفة لطلب الخدمة مرة أخرى.

ويمكن شرح الحالة الأولى للآلة فهي تحتاج إلى صيانة وقائية دورية والحالة الثانية للآلة تم تطويرها وقدرة تحملها على الاستمرار والرجوع إلى الصيانة الوقائية أصبحت قليلة.

خامسا- تطبيقات الأنماط الرياضية لخطوط الانتظار

هناك عدة طرق توضح كيفية استخدام القوانين الخاصة بنظم خطوط الانتظار وهي في شكل أنماط والتي سوف نستعرض أحدها وهو النمط الثاني

Equation for models in Exhibit 9,8 (see Exhibit 9,9 الجدول رقم 5 forexplanation for notation

Equations for models in Exhibit 9 ,8 (see Exhibit 9,9 for explanation of notation

$$\text{Model 1} \left\{ \begin{array}{l} \bar{n}_t = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-1)} \quad \bar{t}_t = \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} \quad P_t = \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right) \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \\ \bar{n}_s = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \quad \bar{t}_s = \frac{I}{\mu - \lambda} \quad P = \frac{\lambda}{\mu} \end{array} \right.$$

$$\text{Model 2} \left\{ \begin{array}{l} \bar{n}_t = \frac{\lambda^2}{2\mu(\mu - \lambda)} \quad \bar{t}_t = \frac{\lambda}{2\mu(\mu - \lambda)} \\ \bar{t}_s = \bar{n}_t \frac{\lambda}{\mu} \quad \bar{t}_s = \bar{t}_t + \frac{I}{\mu} \end{array} \right.$$

$$\text{Model 3} \left\{ \begin{array}{l} \bar{n}_t = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 \left[\frac{1 - Q \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{Q-1} + (Q-1) \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^Q}{\left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right) \left(1 - \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^Q\right)} \right] \\ \bar{n}_s = \frac{\lambda}{\mu} \left[\frac{1 - (Q-1) \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^Q + Q \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{Q-1}}{\left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right) \left(1 - \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{Q+1}\right)} \right] \quad P_n = \left[\frac{1 - \frac{\lambda}{\mu}}{1 - \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{Q+1}} \right] \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \end{array} \right.$$

$$\text{Model 4} \left\{ \begin{array}{l} \bar{n}_t = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 + \lambda^2 \sigma^2}{2 \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right)} \quad \bar{t}_t = \frac{\frac{\lambda}{\mu^2} + \lambda \sigma^2}{2 \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right)} \\ \bar{n}_s = \bar{n}_t \frac{\lambda}{\mu} \quad \bar{t}_s = \bar{t}_t \frac{I}{\mu} \end{array} \right.$$

تمرين رقم 1

شركة مساهمة تقوم بإدارة محطة وقود ومحطة غسيل وتشحيم سيارات خلال عدة مناطق في الجماهيرية الليبية، وتعتمد هذه الشركة في سياساتها الاستثمارية إعطاء غسيل مجاني في حالة تعبئة السيارة بالكامل بالوقود وفي حالة غسل يدفع الزبون 5000 درهم علما بأن الفائدة الموقعة من تعبئة سيارة بالكامل 7000 درهم وتكلفة غسيل السيارة الواحدة 1000 درهم، وتمتد ساعات العمل بالشركة حوالي 14 ساعة يوميا، وتحتوي المحطة على ثلاث وحدات غسيل، الوحدة الأولى تقوم بغسيل السيارة الواحدة في خمس دقائق ويمكن تأجيرها 12000 درهم في اليوم والوحدة الثانية تقوم بغسيل السيارة في كل 4 دقائق، ويكلف إيجارها 16000 درهم في اليوم، والوحدة الثالثة تقوم بتغسيل السيارة في كل 3 دقائق، ويكلف إيجارها 22000 درهم في اليوم ومن خلال الاحصائيات تبين أن الزبون لا يستطيع أن ينتظر أكثر من 5 دقائق في خط الغسيل، ومتوقع نسبة وصول الزبائن إلى المحطة 10 / ساعة ماهي المحطة التي يجب اختيارها للإيجار؟

الحل

بناء المعادلات الواردة في الجدول (1,2,4)

الوحدة رقم (1) $\mu=12$

$$\bar{t}_L = \frac{\lambda}{2\mu(\mu - \lambda)} = \frac{10}{2(12)(12 - 11)} = 0.208hr \text{ (ساعة)}$$

الوحدة رقم $\mu=15$...

$$\bar{t}_L = \frac{10}{2(12)(12 - 11)} = 0.267hr \text{ (ساعة)}$$

إذا اعتبرنا أن زمن الانتظار كمواصلات قياسية للمفاضلة فإن الوحدة رقم (2) أجدر بالاختيار..

أما الوحدة رقم (1) حيث دقائق $t = 5$ فإن متوسط طول خط الانتظار للزبائن وذلك بحل المعادلة أعلاه لحساب λ معدل وصول الزبائن

$$\bar{t}_L = \frac{\lambda}{2\mu(\mu - \lambda)}$$

$$\lambda = \frac{2\bar{t}_L\mu^2}{1 + 2\bar{t}_L\mu}$$

$$\lambda = \frac{2(1/12)(12)^2}{1 + 2(1/12)(12)} = 8 \text{ زبون/ساعة}$$

وبما أن القيمة التقديرية ل $\lambda = 10$ / ساعة وهذا يعني أن المحطة سوف تحضر عدد 2 زبون في الساعة و هو يعزز الإجابة الأولى.

المحور الثالث: تحليل التكاليف لغرض اتخاذ القرارات

المحاضرة رقم (12) تحليل التكاليف لغرض اتخاذ القرار

تمهيد: إذا تمكنت المؤسسة من التعرف على التكلفة التي تتحملها عند كل مستوى أو مرحلة من عملية الإنتاج، يصبح من اليسير تحديد دوال تكاليفها، والتي تلعب دورا بالغا الأهمية في تحليل التكاليف في المدى القصير والطويل، إن دوال التكلفة هي التي تساعد على رؤية العلاقات الكائنة بين ما تتحمله المؤسسة من تكاليف من ناحية ومعدلات انتاجها من ناحية أخرى، أما ما يحدد دوال تكلفة في المدى القصير أو المدى الطويل فهي دالة الإنتاج والأسعار التي تدفعها نظير حصولها على عناصر الإنتاج المتعددة.

أولا- تحليل تكاليف المؤسسة في المدى القصير:

يمكن تعريف المدى القصير بأنه فترة زمنية قصيرة إلى الحد الذي لا تتمكن معها الشركة من إجراء أية تغيرات في حجم عناصر الإنتاج كلما طال أمد هذه الفترة الزمنية كلما زادت عناصر الإنتاج من حيث الحجم و التنوع لذا فإنه يمكن تعريف المدى القصير بأنه المدى الزمني الواقع بين نقطتين الأولى لا يمكن عندها زيادة أو تنوع أي من عناصر الإنتاج الثانية تصبح عندها قدرة على تنوع كافة ما لديها من عناصر الإنتاج يوجد تعريف آخر أكثر تحديدا للمدى القصير، و هو أنه ذلك المدى الزمني المحدود الذي تعجز خلاله المؤسسة عن إجراء أي تغير في حجمها و معداتها و هما عنصرا الإنتاج الاثباتان لدى جميع المؤسسات و هما اللذان يحددان حجم المؤسسة و مدى نشاطها إلى حد بعيد أما عناصر الإنتاج الأخرى مثل العمالة و التي يمكن تغيرها في المدى القصير فهي التي تعرف بعناصر الإنتاج المتغيرة يجب مراعاة ثلاثة مفاهيم هامة في المدى القصير و هي:

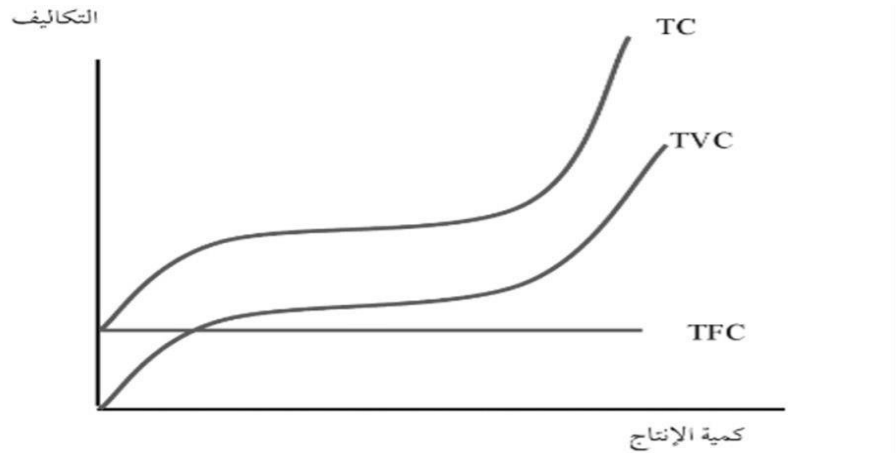
***التكاليف الثابتة (TFC):** هي إجمالي التكاليف التي تتحملها المؤسسة عن العناصر الثابتة لكل فترة زمنية ما، ولما كانت كمية العناصر الثابتة تبقى دون تغيير فإنه من الطبيعي ألا يتغير إجمالي التكاليف الثابتة مهما تغيرت معدلات الإنتاج، ومن أمثلة التكاليف الثابتة نسبة الاستهلاك في المصانع والمعدات، والضرائب على الممتلكات.

***التكاليف المتغيرة (TFV):** هي إجمالي التكاليف التي تتحملها الشركة للعناصر المتغيرة، وهي تزداد بزيادة معدلات الإنتاج، لأن زيادة معدلات الإنتاج تتطلب زيادة في معدلات شراء عناصر الإنتاج وهو ما يعني زيادة في التكاليف المتغيرة، فمثلا كلما ازداد انتاج أحد مصانع الاقمشة الصوفية، كلما ازدادت كمية الصوف اللازم استخدامه وازدادت التكلفة الاجمالية للصوف

***التكاليف الإجمالية (TC):** هي مجموع إجمالي التكاليف الثابتة وإجمالي التكاليف المتغيرة، إن دالة إجمالي التكاليف الثابتة ودالة إجمالي التكاليف المتغيرة لهما نفس الميل ولا يختلفان إلا بمقدار ثابت يمثل إجمالي التكاليف الثابتة

الشكل الموالي يظهر إجمالي التكاليف في المدى القصير

الشكل رقم (8) شكل تخطيطي يمثل إجمالي التكاليف في المدى القصير



المصدر: : الأفندي محمد الأحمد، مقدمة في الاقتصاد الجزئي، الأمين للنشر والتوزيع، صنعاء، 2012.

يظهر الشكل أن التكلفة الثابتة هي على شكل خط مستقيم موازي للمحور الأفقي لتشير بأنها ثابتة عند كل مستوى من مستويات الإنتاج، أما سلوك التكلفة الكلية والتكلفة المتغيرة فقد جاء المنحنيان متوازيان لكن الفرق بينهما هو التكلفة الثابتة على الرغم ما لدوال التكلفة الإجمالية من أهمية، إلا أنه يتعين إهمال كل من دوال التكاليف المتوسطة ودوال التكاليف الحدية. على الرغم ما لدوال التكاليف الإجمالية من أهمية، إلا أنه ينبغي إهمال كل من دوال التكاليف المتوسطة ودوال التكاليف الحدية متوسط التكلفة: هو مقدار ما تتحمله كل وحدة منتجة من أنواع التكاليف الثلاثة، وتوجد ثلاث دوال تكاليف متوسطة بالتوازي مع دوال إجمالي التكاليف الثلاثة.

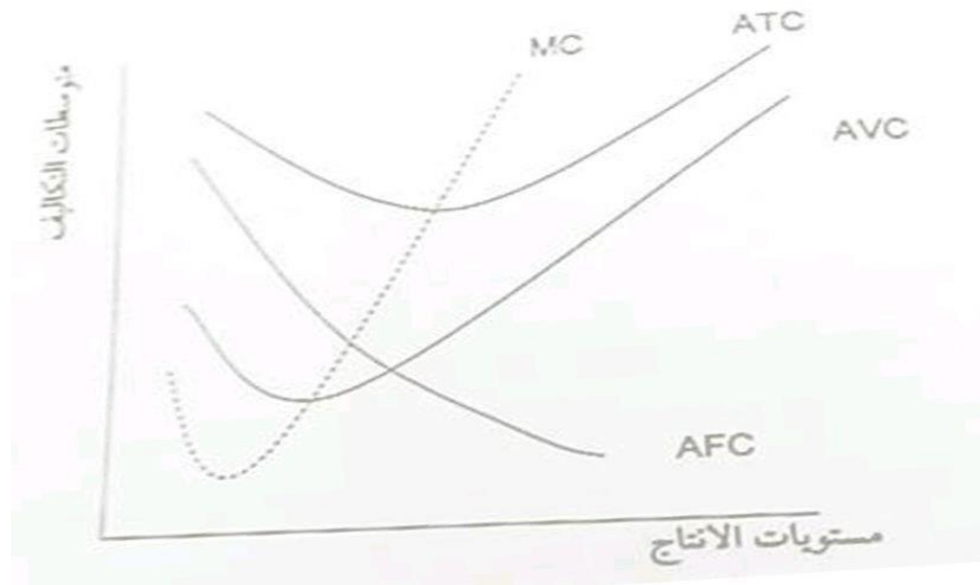
ب- متوسط التكاليف الثابتة: (CMF) هو إجمالي التكاليف الثابتة مقسوما على كمية الإنتاج وينخفض متوسط التكاليف الثابتة بزيادة الإنتاج، طالما أن التكاليف الثابتة تظل ثابتة في القيمة بغض النظر عن حجم النشاط والخدمات فإن متوسط التكلفة الثابتة للوحدة يتناقص كلما زاد حجم النشاط. $CF/Q =$

ت- متوسط التكاليف المتغيرة: (CMV) = هو إجمالي التكاليف المتغيرة مقسوما على كمية الإنتاج $CV/Q =$

ث- متوسط التكاليف الإجمالية (CMT) = هي التكاليف الإجمالية مقسومة على كمية الإنتاج $CT/Q =$

ج- التكلفة الحدية (Cm) = $\frac{\text{التغير في التكلفة الكلية}}{\text{التغير في الناتج}} = CT/Q$ يعني مشتقة دالة التكلفة الكلية بالنسبة للكمية

الشكل رقم 9 تخطيطي يوضح أنواع التكاليف أو إجمالي لتكاليف



المصدر: الأفندي محمد الأحمد، مقدمة في الاقتصاد الجزئي، الأمين للنشر والتوزيع، صنعاء، 2012.

الجدول رقم (6) يوضح أنواع التكاليف

حجم النشاط، كمية الانتاج	التكاليف الثابتة الاجمالية	التكاليف المتغيرة الاجمالية	التكاليف الاجمالية	التكاليف الثابتة المتوسطة	التكاليف المتغيرة المتوسطة	التكاليف المتوسطة	التكلفة الحدية
1	50	30	80	50	30	80	
2	50	60	110	25	30	55	30
3	50	90	140	16.67	30	46.67	30
4	50	120	170	12.5	30	42.5	30
5	50	150	200	10	30	40	30
6	50	180	230	8.333	30	38.33	30

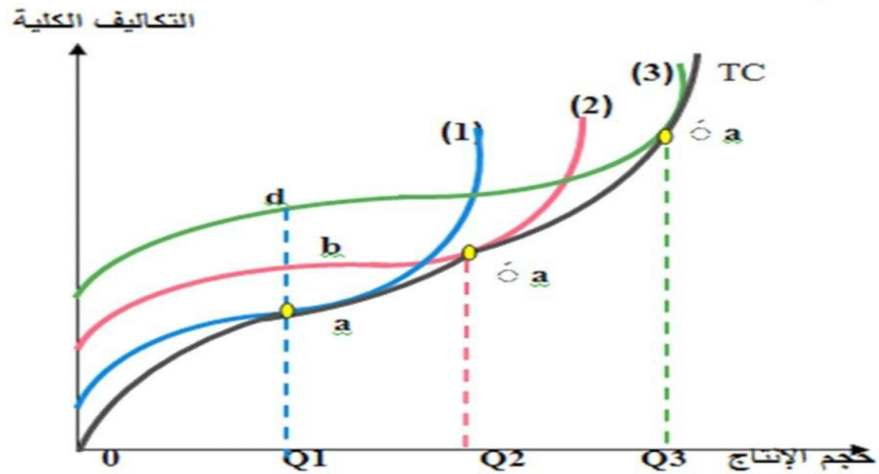
المصدر: الأفندي محمد الأحمد، مقدمة في الاقتصاد الجزئي، الأمين للنشر والتوزيع، صنعاء، 2012.

ثانيا-تحليل تكاليف المؤسسة في المدى الطويل:

يعرف الأجل الطويل بأنه المدة الزمنية التي يمكن من خلالها أن تغير الوحدة الإنتاجية من حجمها و تغير مستوى انتاجها، بمعنى أنها المدة الزمنية التي تسمح بتغيير مدخلات الإنتاج و كذلك موجوداتها الثابتة بحيث تصبح عناصر الإنتاج متغيرة، و في الواقع أن كل انتاج يتم في

الأجل القصير و بذلك فإن الأجل الطويل يكون مجموعة الأوضاع في الاجل القصير التي يمكن للمشروع المفاضلة بينها و التحول إليها فمثلا أننا إذا تم البحث عن وضع مشروع في لحظة ما فإننا نكون أمام الأجل القصير و لكن إذا امتدت المدة الزمنية بشكل كاف بحيث تسمح أن تتكيف جميع عناصر الإنتاج عندها نكون أمام الأجل الطويل و بالتالي تكون جميع التكاليف متغيرة و التكاليف الثابتة تكون قابلة للتغير في الأجل الطويل يعتمد طول المدة الزمنية على طبيعة المشروع بحيث تختلف من صناعة إلى أخرى، و الشكل الموالي يوضح التكاليف في المدى الطويل

الشكل رقم 10 ا لتكليف في المدى الطويل



المصدر: الأفندي محمد الأحمد، مقدمة في الاقتصاد الجزئي، الأمين للنشر والتوزيع، صنعاء، 2012.

التمرين رقم 1

لتكن دالة الإنتاج التالية

$$CT = Q^3 - 15Q^2 + 76.25Q$$

1- هل تتعلق الدالة بالمدى القصير أم المدى البعيد؟

2- أحسب كل من دالتي (التكلفة المتوسطة الكلية والتكلفة الحدية)؟

الحل:

1- في الأجل القصير حيث لا تستطيع المؤسسة تغيير سوى بعض عوامل الإنتاج مثلا (العمل، المواد الأولية، الطاقة، تكون بعض التكاليف ثابتة والبعض الآخر متغيرا، بينما في الأجل الطويل حيث يمكن للمؤسسة إدخال تغييرات على جميع عوامل الإنتاج وبالتالي تكون كل التكاليف متغيرة

وحسب الدالة التي أمامنا فدالة التكلفة هنا هي في المدى الطويل بحكم أنها لا تحوي تكلفة ثابتة.

2- حساب دالة التكلفة المتوسطة الكلية

$$CMT = \frac{CT}{Q}$$

$$CMT = \frac{Q^3 - 15Q^2 + 76.25Q}{Q}$$

$$= Q^2 - 15Q + 76.25$$

3- حساب التكلفة الحدية \overline{MC} = CT

$$MC = 3Q^2 - 30Q + 76.25$$

ثالثا- تصنيف التكاليف حسب علاقتها باتخاذ القرار:

ويتم شرحها كالاتي (1)

***تكاليف الفرص البديلة:** تعرف تكاليف الفرصة البديلة (الضائعة) بأنها الخسارة أو التضحية بمنفعة ممكنة، إذا تم اختيار إجراء معين بدلا من إجراء آخر، أو المزايا التي تتخلى عنها بسبب اختيارنا حلا ما بدلا من اختيار أحسن حل عند الآخرين.

***التكاليف التفاضلية:** تمثل الفرق بين تكلفتين بديلتين، أي ستكون مختلفة في حالة استخدام أي بديل من البدائل المعروضة

***التكاليف الغارقة:** هي تكاليف لا تتأثر بأي قرار من القرارات المعروضة، فهي مرتبطة باختيارات سابقة، فلا يجب استخدامها في تحليل البدائل.

رابعا- مراحل حساب سعر التكلفة للمؤسسة:

تكلفة شراء البضائع = سعر الشراء + المصاريف المختلفة المباشرة وغير المباشرة (النقل، رسوم وضرائب غير مسترجعة، تخزين، شحن، تأمين)

تكلفة شراء البضاعة المباعة = (مخزون أول مدة من البضاعة + تكلفة شراء البضاعة خلال الدورة) - مخزون آخر مدة من البضاعة

سعر التكلفة = تكلفة شراء البضاعة المباعة + مصاريف البيع (التوزيع) المباشرة وغير مباشرة

النتيجة (ربح أو خسارة) = سعر بيع البضاعة - سعر تكلفة البضاعة المباشرة

ملاحظة: في حالة مؤسسة خدماتية

سعر التكلفة = تكلفة الخدمة المباعة + مصاريف التوزيع المباشرة وغير المباشرة

*حساب النتيجة التحليلية الإجمالية: تعبر النتيجة التحليلية على العلاقة القائمة بين رقم الأعمال وسعر التكلفة، حيث تكون موجبة عندما تزيد العائدات على المصاريف، وتكون سالبة في الحالة العكسية، وتبين النتيجة التحليلية مدى مساهمة كل نوع من المنتجات في تكوينها، وهذا يسمح بمعرفة أسباب المبيعات الأكثر مردودية والمبيعات الأقل مردودية، ويمكن صياغة النتيجة التحليلية الإجمالية وفقا للمعادلة التالية (2)

النتيجة التحليلية الإجمالية = رقم الأعمال الصافي - سعر تكلفة المنتجات المباعة

حيث رقم الأعمال الصافي = عدد الوحدات المباعة X سعر بيع الوحدة

*النتيجة التحليلية الصافية: يمكن صياغة النتيجة التحليلية الصافية وفق العلاقة التالية:

النتيجة التحليلية الصافية = النتيجة التحليلية الإجمالية + عناصر إضافية - أعباء غير معتبرة

حيث أن المحاسبة التحليلية هي تطور وامتداد للمحاسبة العامة فالعلاقة وطيدة بينهما، إذ تستمد المحاسبة التحليلية بياناتها وأعباءها من المحاسبة العامة أين تقوم بمعالجتها، إلا أن هناك مصاريف وأعباء تختلف في جزء منها بين المحاسبتين، إذ نجد أنها ضمن المحاسبة العامة دون المحاسبة التحليلية والعكس.

التمرين رقم 2

نتج مؤسسة صناعية نوعين من المنتجات p_1 و p_2 باستعمال المادتين الأوليتين M_1 و M_2 ولحساب نتيجتها لشهر ديسمبر 2023 استخرجنا المعلومات التالية:

1- الشراء

*المادة الأولية M_1 5900 كغ ب 40 ون /كغ

*المادة الأولية M_2 6500 كغ ب 15 ون/كغ

*مصاريف الشراء تبلغ 10 % من ثمن شراء المادة M_1 و 05 % من ثمن شراء المادة M_2

2- الإنتاج والاستعمالات:

* لإنتاج 3500 وحدة من p_1 يتطلب استعمال 3500 كغ من M_1 و 3500 كغ من M_2

* لإنتاج 2500 وحدة من P_2 يتطلب استعمال 2000 كغ من M_1 و 3000 من M_2

* 2000 ساعة يد عاملة مباشرة منها 900 ساعة ل P_1 والباقي ل P_2 ب 150 ون للساعة

*مصاريف الإنتاج الأخرى 40875 ون للمنتج P_1 و 24750 ون للمنتج P_2

3- المبيعات:

*تم بيع 2800 وحدة من P1 ب 180 ون للوحدة، كما تم بيع 1800 وحدة من P2 ب 200 ون للوحدة

*مصاريف التوزيع 15000 ون للمنتج P1 و 20000 ون للمنتج P2

المطلوب:

1-تحديد تكلفة الشراء الاجمالية للمادتين M1 و M2؟

2-تحديد سعر التكلفة للمنتجين p1 و p2؟

3-تحديد النتيجة التحليلية الإجمالية؟

الحل:

حل التمرين رقم 2

1- حساب تكلفة الشراء الإجمالية للمادتين M1 و M2

المادة الأولية M2			المادة الاولية M1			البيان
المبلغ	سعر الوحدة	الكمية	المبلغ	سعر الوحدة	الكمية	
97500	15	6500	236000	40	5900	ثمن الشراء
4875	/	/	23600	/	/	مصاريف الشراء
102375	15.75	6500	259600	44	5900	تكلفة الشراء

2- حساب تكلفة الإنتاج للمنتجين p1 و p2

المنتج P2			المنتج P1			البيان
المبلغ	سعر الوحدة	الكمية	المبلغ	سعر الوحدة	الكمية	
						تكلفة شراء المواد المستعملة
88000	44	2000	154000	44	3500	المادة الأولية M1
47250	15.75	3000	55125	15.75	3500	المادة الأولية M2
165000	150	1100	135000	150	900	يد عاملة مباشرة
24750	/	/	40875	/	/	مصاريف الإنتاج الأخرى
325000	130	2500	385000	110	3500	تكلفة الإنتاج

3- حساب سعر التكلفة لكل منتج

المنتج P2			المنتج P1			البيان
المبلغ	سعر الوحدة	الكمية	المبلغ	سعر الوحدة	الكمية	
234000	130	1800	308000	110	2800	تكلفة الإنتاج المباع
20000	/	/	15000	/	/	مصاريف التوزيع
254000	141.11	1800	323000	115.35	2800	سعر التكلفة

4- النتيجة التحليلية لكل منتج

المنتج P2			المنتج P1			البيان
المبلغ	سعر الوحدة	الكمية	المبلغ	سعر الوحدة	الكمية	
36000	200	1800	504000	180	2800	رقم الأعمال
254000	141.11	1800	323000	115.35	2800	سعر التكلفة
106000			181000			النتيجة التحليلية
287000						النتيجة التحليلية الاجمالية

المحور الرابع: نقطة التعادل

المحاضرة رقم (13) نقطة التعادل

تمهيد: تعتبر نقطة التعادل هي النقطة التي يتساوى فيها إجمالي الإيرادات مع إجمالي النفقات

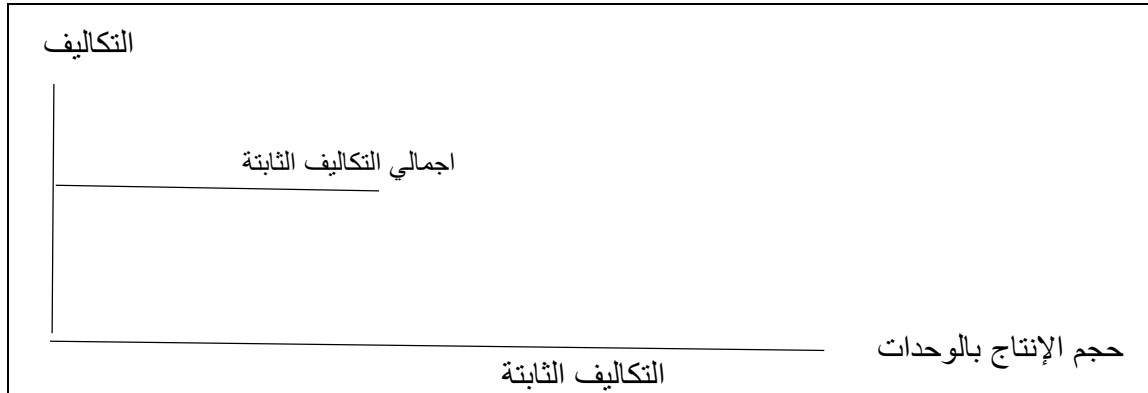
ويمكن تقسيم هذه النفقات إلى نفقات ثابتة ونفقات متغيرة

أولا تصنيف التكاليف:

أ- التكاليف الثابتة: هي التكاليف التي لا يتغير حجمها الكلي تبعاً لحجم الإنتاج أو النشاط حيث أن المنشأة ستتحملها سواء قامت بالإنتاج أم لا ومن أمثلة عليها:

- الاستهلاكات، مصاريف الصيانة، الدورية للآلات والإيجارات مصاريف الإعلان..... ويمكن التعبير عنها من خلال الشكل التالي

الشكل رقم (11) رسم توضيحي للتكاليف الثابتة

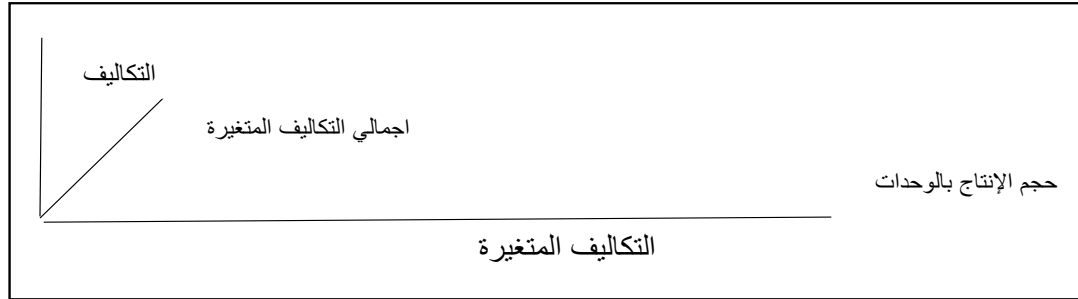


المصدر: الشرفاوي معاذ سعيد الجزائري، الاقتصاد الجزئي، الجامعة الافتراضية السورية، سوريا، 2018.

ب- التكاليف المتغيرة هي التكاليف التي يتغير حجمها الكلي تبعاً لتغير حجم الإنتاج أو النشاط ومن أمثلة عليها:

*تكاليف المواد المباشرة تكاليف العمل المباشرة عمولة رجال البيع...، يمكن التعبير عنها من خلال الشكل الموالي

الشكل رقم (12) رسم توضيحي يبين التكاليف المتغيرة

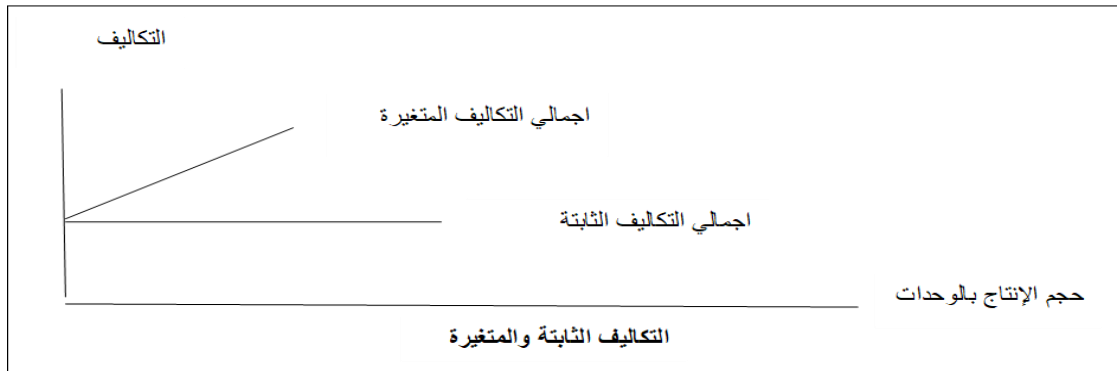


المصدر: الشرفاوي معاذ سعيد الجزائري، الاقتصاد الجزئي، الجامعة الافتراضية السورية، سوريا، 2018.

- التكاليف شبه المتغيرة: هي تكاليف ثابتة في الأساس لغاية حجم معين من الإنتاج، فإذا زاد هذا الحجم أصبحت متغيرة عند هذه النقطة، ومن هنا أصبحت شبه متغيرة، ومن أمثلة على ذلك نذكر:

أجور العمل الإضافي، رواتب الإداريين الإضافيين يمكن التعبير عنها من خلال الشكل التخطيطي التالي

الشكل رقم (13) شكل تخطيطي يوضح التكاليف شبه المتغيرة



المصدر: الشرفاوي معاذ سعيد الجزائري، الاقتصاد الجزئي، الجامعة الافتراضية السورية، سوريا، 2018.

ثانياً- نقطة التعادل: يمكن التعرف على نقطة التعادل من خلال التمرين الموضح في الأسفل

تمرين رقم 1

إذا كانت التكاليف الثابتة خلال شهر مارس تساوي 4000 وحدة نقدية، وكانت التكاليف المتغيرة للوحدة 50 وحدة نقدية، وكانت الإيرادات تساوي 9000 وحدة نقدية لأنه تم إنتاج 100 وحدة

إذا إجمالي التكاليف المتغيرة لمائة وحدة تساوي 5000 وحدة نقدية، والتكاليف الثابتة تساوي 4000 وحدة نقدية

إذا إجمالي التكاليف يساوي 9000 وحدة نقدية

وبالتالي نقطة التعادل تتحقق عندما يتم إنتاج 100 وحدة.

ثالثاً- أهمية حساب نقطة التعادل:

يتعين على أي منشأة حساب نقطة التعادل لما بها من مصلحة وفوائد عديدة يمكن توضيحها كالتالي:

* من خلال حساب نقطة التعادل يمكن تحديد التكاليف الثابتة والمتغيرة ومدى تأثير زيادة ونقص كلاهما على أرباح المنشأة

* تساعد المنشأة على تحديد حجم الإنتاج اللازم لتحقيق الربح أو تجنب الخسارة، وذلك بحساب التكاليف الثابتة والمتغيرة

* يمكن معرفة الخسائر المستقبلية التي ستتحقق عند حجم إنتاج معين

* من السهل معرفة المبيعات المطلوبة لكي يتحقق الربح المتوقع

* تساعد الإدارة في اتخاذ القرار مثل إضافة منتجات جديدة أو التوقف عن منتج ما يجلب الخسارة للمنشأة.

رابعاً- أهداف نقطة التعادل: عند حساب نقطة التعادل فهي تخبرنا عن أشياء عديدة وهي:

* عدد الوحدات المنتجة التي يجب بيعها لتغطية التكاليف الثابتة والتكاليف المتغيرة

* وتعتبر نقطة التعادل هي مقياس مهم لهامش الأمان

* يمكن للإدارة استخدام نقطة التعادل في قرارات مهمة مثل: تخفيض التكاليف الغير ضرورية الإنتاج اللازم لتحقيق الربح

* معرفة السعر المناسب للوحدة التي تم إنتاجها

* يساعد في تحديد أجور العاملين عن طريق معرفة التكاليف الثابتة وكيفية التعادل معها

خامساً - كيفية حساب نقطة التعادل:

هناك حالتين لحساب نقطة التعادل يمكن توضيحها كالتالي:

أولاً: حساب نقطة التعادل لمنتج واحد:

هناك معادلة ثابتة لنقطة التعادل لمنتج واحد وهي

نقطة التعادل = التكاليف الثابتة/هامش ربح الوحدة

هامش ربح الوحدة = سعر بيع الوحدة - التكاليف المتغيرة للوحدة

أي يعتبر هامش الربح الذي يتحقق عند إنتاج وحدة واحدة هو سعر بيع هذه الوحدة مطروحا منه التكلفة المتغيرة لهذه الوحدة. (1)

التمرين رقم 2

إذا كانت التكاليف الثابتة للمشروع (أ) تساوي 50000 وحدة نقدية، والتكاليف المتغيرة للوحدة تساوي 100 وحدة نقدية

وكان سعر البيع للوحدة يساوي 300 وحدة نقدية

المطلوب: حساب نقطة التعادل التي يجب ألا يقل عنها حجم الإنتاج وتحقيق الأرباح؟

أولا - يجب حساب هامش الربح للوحدة الواحدة = سعر البيع الوحدة الواحدة - التكاليف المتغيرة للوحدة الواحدة

هامش الربح = $300 - 100 = 200$ ون

نقطة التعادل = التكاليف الثابتة/هامش الربح

ن ت = $200 / 50000 = 250$ ون

إذا عدد الوحدات التي لا يجب أن يقل عنها حجم الإنتاج هي 250 وحدة ومنها يبدأ تحقيق الربح.

التمرين رقم 3

مشروع (ب) كانت التكاليف المتغيرة لإنتاج وحدة واحدة هي:

تكاليف مواد خام 40 وتكاليف تغليف المنتج 08 ون، تكاليف رسوم الشحن 22 ون، تكاليف مباشرة أخرى 30 ون، وكانت

التكاليف الثابتة تساوي 80000 ون، وسعر بيع الوحدة الواحدة هو 200 ون للمنتج

المطلوب: حساب نقطة التعادل التي يبدأ منها تحقيق الربح

1- حساب التكاليف المتغيرة للوحدة الواحدة = المواد الخام + تغليف المنتج + رسوم الشحن + تكاليف مباشرة

= $40 + 08 + 22 + 30 = 100$ ون

إذا التكلفة المتغيرة لإنتاج وحدة واحدة تساوي 100 ون

2- يمكن حساب هامش الربح كالتالي

هامش الربح = سعر بيع الوحدة - التكلفة المتغيرة للوحدة

$$= 100 - 200 = 100 \text{ و}$$

3- حساب نقطة التعادل

= التكاليف الثابتة / هامش الربح

$$= 80000 / 100 = 800 \text{ وحدة}$$

إذا يجب على المنشأة إنتاج 800 وحدة حتى تبدأ في تحقيق الربح

2- أسلوب تحليل التعادل في دراسة التكاليف والربح وحجم النشاط

الهدف الرئيسي من أسلوب تحليلات التعادل يتحدد في التركيز على استخداماته المتعددة في مجال دراسة العلاقة بين (التكاليف والربح وحجم النشاط) حيث يفيد في:

* يفيد أسلوب تحليل التعادل الإدارة في الإجابة على مجموعة من الأسئلة:

1- ما حجم المبيعات اللازم لتحقيق أرباح معينة؟

2- ما أثر اختلاف كل من العوامل التالية على الأرباح، منفردة أو مجتمعة؟ (التغير في ت غ، التغير في ت ث، التغير في الإيرادات)

3- ما مقدار النقص في حجم المبيعات الذي يطرأ قبل أن تحقق المنشأة أي خسارة؟

4- ما حجم الزيادة في المبيعات الذي يمكن أن يعوض نقصاً مساوياً في أسعار البيع؟

5- ما حجم المبيعات الإضافية التي تؤدي إلى تغطية كل من الزيادة في تغطية الحملة الاعلانية، الزيادة في التكاليف المترتبة على استخدام آلات جديدة؟

أ - مفهوم كمية الأمان ومعدله:

يقصد بكمية الأمان ومعدله المستوى الذي فيه تتجاوز المنشأة نقطة التعادل وتدخل في مرحلة تحقيق الأرباح

* يمكن احتساب كمية الأمان ومعدله كما يلي:

كمية هامش الأمان = كمية المبيعات الفعلية أو المخططة - كمية مبيعات التعادل

$$= \text{ك} - 2\text{ك} - 1$$

* قيمة هامش الأمان = قيمة المبيعات الفعلية - قيمة مبيعات التعادل

*نسبة هامش الأمان = كمية أوقيمة المبيعات الفعلية - كمية أو قيمة مبيعات التعادل / كمية أو قيمة المبيعات الفعلية . 100

$$\text{معدل الأمان} = \frac{\text{ك} - \text{ك}1}{\text{ك}2} = 100.$$

$$\text{م ه أ} = \text{ك أوق م ف} - \text{ك أوق م ت} \text{ قسمة م ف ضرب } 100$$

$$\frac{\text{التكاليف الثابتة} + \text{الربح المستهدف}}{\text{هامش الربح}} = \text{المبيعات التي تحقق الربح المستهدف}$$

هامش الربح

التمرين رقم 4

إذا كانت التكاليف الثابتة للشركة في أحد أيام العمل 800 ون وسعر بيع الوحدة 15 ون والتكلفة المتغيرة 10 ون للوحدة

المطلوب:

أ- حساب حجم انتاج التعادل وقيمته؟

ب- حساب معدل الأمان عند حجم انتاج قدره 200 وحدة؟

ت- حساب معدل الأمان عندما تصل الشركة إلى ربح قدره 560 ون.

الحل:

1- حجم انتاج التعادل = (ك) = ت / ث / س ب و - ت غ

$$\text{ك} = \frac{800}{15 - 10} = 160 = 5 \text{ وحدة}$$

$$\text{قيمة انتاج التعادل} = 15 \cdot 160 = 2400 \text{ ون}$$

*- نسبة هامش الأمان = كمية المبيعات الفعلية - كمية مبيعات التعادل / كمية المبيعات الفعلية ضرب مائة

2- معدل الأمان = ك - 2 / ك1 = 100. 2

$$\text{معدل الأمان} = \frac{200 - 160}{200} = 20\%$$

3- معدل الأمان عندما تصل الشركة ربح مستهدف قدره 560 ون

معدل الأمان أو حجم المبيعات عند ربح مستهدف هي

التكاليف الثابتة + الربح المستهدف / هامش الأمان

$$\text{ح م أ} = \frac{800 + 560}{5} = 272 \text{ وحدة}$$

تابع نقطة التعادل:

1- مفهوم هامش الأمان:

التمرين رقم 5

تقوم شركة المجد الصناعية بإنتاج وبيع المنتج (X) حيث يبلغ سعر بيع الوحدة من هذا المنتج 65 ون،
ونبلغ التكلفة المتغيرة للوحدة 40 ون، وإجمالي التكاليف الثابتة 750000 ون والمبيعات المستهدفة

45000 وحدة

المطلوب: أحسب هامش الأمان؟

* لإيجاد هامش الأمان لا بد أولاً من تحديد مبيعات التعادل

مبيعات التعادل بالوحدات = $(40-65)/750000 = 30000$ وحدة

مبيعات التعادل بالقيمة = $30000 \cdot 65 = 1950000$ ون

هامش الأمان بالوحدات = حجم المبيعات الفعلية أو المستهدفة - حجم مبيعات التعادل أي

ك = ك2 - ك1 و بالتالي فإن هامش الأمان بالوحدات = $45000 - 30000 = 15000$ وحدة

هامش الأمان بالقيمة:

$1950000 - 2925000 = 975000$ ون

* معنى ذلك أن هذه الشركة تكون في أمان من الوقوع في الخسائر طالما لم تخفض مبيعاتها عن التعادل بمقدار 975000 ون أو أقل،
حيث تبدأ الشركة في تحقيق خسائر بعد انخفاض مبيعاتها بأكثر من

975000 ون

* وباستخدام البيانات السابقة يمكن حساب هامش الأمان في شكل نسبة مئوية كما يلي:

* نسبة هامش الأمان = المبيعات الفعلية أو المستهدفة - مبيعات التعادل / المبيعات الفعلية أو المستهدفة

إذن نسبة هامش الأمان = $(45000 - 30000) / 45000 = 33\%$

* ويعني هذا أن مبيعات هذه الشركة يمكن أن تخفض في حدود نسبة 33% قبل أن تحقق الشركة خسائر.

2- تحليل التعادل وهدف الربحية:

تحتاج إدارة المنشآت إلى التعرف على حجم وقيمة المبيعات الذي يمكنها من تحقيق الربح الذي تخطط له خلال الفترة أو الفترات القادمة يمكن استخدام تحليل التعادل للوصول إلى حجم وقيمة المبيعات اللازم لتحقيق الربح المستهدف، فكما سبق إيضاحه فإن نقطة التعادل تتحقق عندما يتعادل إجمالي هامش المساهمة مع التكاليف الثابتة * ومن ثم لتحقيق أرباح مستهدفة فإنه يلزم أن يزيد إجمالي هامش المساهمة بمقدار هذا الربح المستهدف، أي يجب أن يكون إجمالي هامش المساهمة مساوية التكاليف الثابتة مضافا إليها الربح المستهدف، وفي ضوء ذلك يمكن اشتقاق حجم المبيعات ومن ثم قيمة المبيعات التي تحقق الربح المستهدف كما يلي:

إجمالي هامش المساهمة = التكاليف الثابتة + الربح المستهدف

عدد الوحدات المباعة. هامش المساهمة = التكاليف الثابتة + الربح المستهدف

عدد الوحدات المباعة = التكاليف الثابتة + الربح المستهدف / هامش المساهمة للوحدة

أما قيمة المبيعات اللازمة للوصول إلى الربح المستهدف فيمكن إيجادها كالتالي:

عدد الوحدات التي تحقق الربح المستهدف وضربها في سعر بيع الوحدة أو عن طريق استخدام نسبة هامش المساهمة وذلك على النحو التالي:

قيمة المبيعات التي تحقق الربح المستهدف = ت ث + ر م / ن ه م

تمرين حول: تحليل التعادل وهدف الربحية

تقوم شركة المجد الصناعية بإنتاج وبيع المنتج (X) حيث يبلغ سعر بيع الوحدة من هذا المنتج 65 و تبلغ التكلفة المتغيرة للوحدة 40 و، وإجمالي التكاليف الثابتة 750000 و المبيعات المستهدفة 45000 وحدة

إذا كانت الشركة تخطط لتحقيق صافي ربح خلال العام القادم مبلغ 320000 و

في هذه الحالة يمكن حساب عدد الوحدات اللازم بيعها لتحقيق هذا الربح المستهدف على النحو التالي:

عدد الوحدات المباعة = التكاليف الثابتة + الربح المستهدف / هامش المساهمة للوحدة

= 42800 = 25 / (320000 + 750000) وحدة

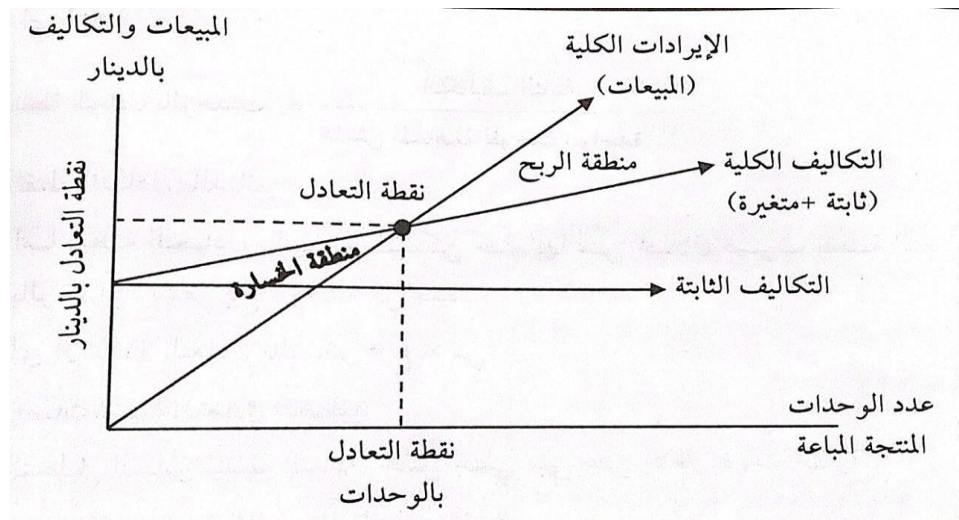
أما قيمة المبيعات التي تحقق هذا الربح المستهدف فيمكن إيجادها مباشرة من خلال عدد الوحدات التي تحقق الربح المستهدف وضربها في سعر بيع الوحدة، حيث تبلغ عدد الوحدات التي تحقق الربح المستهدف 42800 وحدة، سعر بيع الرحدة 65 ون إذا قيمة المبيعات التي تحقق الربح المستهدف هي:

$$2782000 = 65 \cdot 42800$$

تمثيل نقطة التعادل بيانياً:

يمكن تمثيل نقطة التعادل بيانياً على افتراض أن العلاقة بين الإيرادات والتكاليف هي علاقة خطية والشكل الموالي يوضح نقطة التعادل حسب النموذج الخطي

الشكل رقم (14) تمثيل نقطة التعادل بيانياً



المصدر: العكيلي طارق، الاقتصاد الجزئي، دار الكتب والنوائق، بغداد، 2000

يظهر الشكل أن التكلفة الثابتة هي على شكل خط مستقيم موازي للمحور الأفقي لتشير بأنها ثابتة عند كل مستوى من مستويات الإنتاج، أما سلوك التكلفة الكلية والتكلفة المتغيرة فقد جاء المنحنيان متوازيان لكن الفرق بينهما هو التكلفة الثابتة على الرغم ما لدوال التكلفة الإجمالية من أهمية، إلا أنه يتعين إهمال كل من دوال التكاليف المتوسطة ودوال التكاليف الحدية

تمرين رقم 6.

ثانياً: حساب نقطة التعادل لأكثر من منتج:

إذا كانت المنشأة تقوم بإنتاج عدة منتجات مختلفة وليس منتج واحد فقط فهناك عدة خطوات يجب اتباعها حتلاً يمكن تحديد نقطة التعادل لكل منتج على حدي

*- حساب متوسط سعر البيع للمزيج البيعي

$$= \text{سعر بيع المنتج} \times \text{نسبة المزيج البيعي}$$

*- حساب متوسط التكلفة المتغيرة للمزيج البيعي

$$= \text{التكلفة المتغيرة للوحدة الواحدة} \times \text{نسبة المزيج البيعي}$$

*- حساب متوسط هامش الربح للمزيج البيعي

$$\text{متوسط سعر البيع للمزيج البيعي} - \text{متوسط التكلفة المتغيرة للمزيج البيعي}$$

*- حساب حجم التعادل للمزيج البيعي

$$\frac{\text{التكاليف الثابتة}}{\text{متوسط هامش الربح للمزيج البيعي}}$$

تمرين رقم 7.

منشأة (م) تقوم بإنتاج 3 ثلاث منتجات وهم (أ) (ب) (ج) وهذا الجدول يوضح البيانات المتعلقة بهم:

المنتج	سعر بيع الوحدة	التكلفة المتغيرة للوحدة	نسبة المزيج البيعي
أ	50 وحدة نقدية	10 وحدات نقدية	50%
ب	100 ون	20 ون	30%
ج	150 ون	50 ون	20%
بلغت التكاليف الثابتة	200.000 ون	200.000 ون	200.000 ون

المطلوب: تحديد حجم التعادل للمنتجات الثلاثة؟

*- حساب متوسط سعر البيع للمزيج البيعي:

$$= \text{سعر بيع المنتج} \times \text{نسبة المزيج البيعي}$$

المنتج	سعر بيع الوحدة	نسبة المزيج البيعي	متوسط سعر البيع
أ	50 ون	50%	25 ون
ب	100 ون	30%	30 ون
ج	150 ون	20%	30 ون
متوسط بيع المزيج البيعي	متوسط بيع المزيج البيعي	متوسط بيع المزيج البيعي	85 ون

*- حساب متوسط التكلفة المتغيرة للمزيج البيعي:

=التكلفة المتغيرة للوحدة الواحدة X نسبة المزيج البيعي

المنتج	التكلفة المتغيرة للوحدة	نسبة المزيج البيعي	متوسط التكلفة المتغيرة
أ	10 ون	50%	05 ون
ب	20 ون	30%	06 ون
ج	50 ون	20%	10 ون
متوسط التكلفة	المتغيرة للمزيج	البيعي	21 ون

*- حساب متوسط هامش الربح للمزيج البيعي

متوسط سعر البيع للمزيج البيعي - متوسط التكلفة المتغيرة للمزيج البيعي

$$= 85 - 21 = 64 \text{ ون}$$

*- حساب حجم التعادل للمزيج البيعي:

التكاليف الثابتة / متوسط هامش الربح للمزيج البيعي

$$= 3125 = 64 / 200.000$$

إذا كان المطلوب حساب حجم التعادل لكل منتج على حدي نقوم بهذه الخطوة

حجم التعادل لكل منتج = حجم التعادل للمزيج البيعي X نسبة المزيج البيعي

$$\text{أي حجم التعادل للمنتج (أ)} = 3125 \times 50\% = 1562 \text{ وحدة}$$

$$\text{حجم التعادل للمنتج (ب)} = 3125 \times 30\% = 937 \text{ وحدة}$$

$$\text{حجم التعادل للمنتج (ج)} = 3125 \times 20\% = 625 \text{ وحدة}$$

- أسلوب تحليل التعادل في دراسة التكاليف والربح وحجم النشاط

الهدف الرئيسي من أسلوب تحليلات التعادل يتحدد في التركيز على استخداماته المتعددة في مجال دراسة العلاقة بين (التكاليف والربح

وحجم النشاط) حيث يفيد في:

* يفيد أسلوب تحليل التعادل الإدارة في الإجابة على مجموعة من الأسئلة:

- 1- ما حجم المبيعات اللازم لتحقيق أرباح معينة؟
- 2- ما أثر اختلاف كل من العوامل التالية على الأرباح، منفردة أو مجتمعة؟ (التغير في ت غ، التغير في ت ث، التغير في الإيرادات)
- 3- ما مقدار النقص في حجم المبيعات الذي يطرأ قبل أن تحقق المنشأة أي خسارة؟
- 4- ما حجم الزيادة في المبيعات الذي يمكن أن يعوض نقصا مساويا في أسعار البيع؟
- 5- ما حجم المبيعات الإضافية التي تؤدي إلى تغطية كل من الزيادة في تغطية الحملة الاعلانية، الزيادة في التكاليف المترتبة على استخدام آلات جديدة؟

أ - مفهوم كمية الأمان ومعدله:

يقصد بكمية الأمان ومعدله المستوى الذي فيه تتجاوز المنشأة نقطة التعادل وتدخل في مرحلة تحقيق الأرباح

* يمكن احتساب كمية الأمان ومعدله كما يلي:

كمية هامش الأمان = كمية المبيعات الفعلية أو المخططة - كمية مبيعات التعادل

$$ك = ك2 - ك1$$

* قيمة هامش الأمان = قيمة المبيعات الفعلية - قيمة مبيعات التعادل

* نسبة هامش الأمان = كمية أو قيمة المبيعات الفعلية - كمية أو قيمة مبيعات التعادل / كمية أو قيمة المبيعات الفعلية . 100

$$\text{معدل الأمان} = \frac{ك2 - ك1}{ك2} = \Delta$$

م ه أ = ك أو ق م ف - ك أو ق م ت قسمة م ف ضرب 100

التكاليف الثابتة + الربح المستهدف

المبيعات التي تحقق الربح المستهدف =

هامش الربح

تمرين رقم 8

إذا كانت التكاليف الثابتة للشركة في أحد أيام العمل 800 ون وسعر بيع الوحدة 15 ون والتكلفة المتغيرة 10 ون للوحدة

المطلوب:

أ- حساب حجم انتاج التعادل وقيمته؟

ب- حساب معدل الأمان عند حجم انتاج قدره 200 وحدة؟

ت- حساب معدل الأمان عندما تصل الشركة إلى ربح قدره 560 ون.

الحل:

1- حجم إنتاج التعادل = (ك) = ت / ث / س ب و - ت غ

$$ك = 800 / (15 - 10) = 800 / 5 = 160 \text{ وحدة}$$

قيمة إنتاج التعادل = 160 . 15 = 2400 ون

*- نسبة هامش الأمان = كمية المبيعات الفعلية - كمية مبيعات التعادل / كمية المبيعات الفعلية

2- معدل الأمان = ك 2 - ك 1 / ك 2 . 100

$$\text{معدل الأمان} = 200 - 160 / 200 = 20\%$$

3- معدل الأمان عندما تصل الشركة ربح مستهدف قدره 560 ون

معدل الأمان أو حجم المبيعات عند ربح مستهدف هي

التكاليف الثابتة + الربح المستهدف / هامش الأمان

$$ح م أ = 800 + 560 / 5 = 272 \text{ وحدة}$$

المحور الخامس: نظرية المباريات

محاضرة رقم (14) نظرية الألعاب

أولاً-التعريف والنشأة:

في عام 1928 قام العالم فون نيومان بصياغة نظريته المعروفة ب (نظرية المباريات)، و كانت أول محاولة له في تطبيقها بالمجال لاقتصادي في عام 1933 حيث قام بدراسة المشاكل المتعلقة بالاحتكار الثنائي Duopoly و المتعدد Oligopoly

ويشير تعبير المباريات أو Game إلى الحالات العامة للتنافس خلال زمن الذي تحدث بين جهتين أو أكثر لكل منهم عدد محدد أو غير محدد من الاستراتيجيات وتختصر نتائج المنافسة في مصفوفة تدعى مصفوفة الدفع باعتبارها دالة للسياسات المختلفة للمتنافسين، وتعد تلك النتائج مقياس للفعالية أو التأثير ويعبر عنها بالاموال أو النسبة المئوية أو المنفعة أو غيرها.

تعتبر نظرية المباريات تكتيك يستخدم عند الرغبة في اتخاذ القرارات التي تتطلب أخذ استراتيجيات الأطراف الاخرى ذوي المصالح المتعارضة في الاعتبار، فالاستراتيجية التي تتبعها المنشأة أو الحكومة قد تتوقف على الاستراتيجية أو (الاستراتيجيات) التي تتبعها المنشأة المنافسة أو الشركة، ويحقق استخدام نظرية المباريات في مثل هذه المواقف فائدة كبيرة لمتخذي القرارات.

تدل كلمة المباريات كوصف لجميع الاوضاع التي تعبر عن وجود صراع أو تعارض في التفضيلات من نوع الآخر، وفي مثل هذه الاوضاع هناك انفصال بين الدوافع التي تحرك كل من أطراف النزاع، كما أن نجاح أحد هذه الأطراف يكون على حساب الطرف الآخر، أو الأطراف الأخرى، لدى فالعلاقة بين الأطراف هي علاقة تناقض في المصالح، ومن مصلحة الجميع أن يتعاونوا سويا ويحاولوا المساهمة في المراحل التي يمكن من خلالها التوصل إلى اتفاق واتخاذ قرار معين.

1- قواعد المباريات:

تقوم المباريات على القواعد التالية:

- اختلاف الأطراف الممثلين للمباريات بالرغم من تشابه العديد من العوامل المشتركة بينهم والتي تؤثر على نتيجة المباريات
- انفصال الدوافع التي تحرك أطراف النزاع، علما أن العلاقة بين الأطراف هي علاقة تنافس وتناقض في المصالح
- إن نجاح أحد الأطراف يعني خسارة الطرف الآخر
- إن نتيجة المباريات (العائد) لكل طرف تعتمد على البدائل التي يختارها اللاعب بالإضافة إلى البدائل التي يختارها اللاعبون الآخرون
- المباريات تأخذ بالظروف الخارجية للأنظمة المتنافسة

2- عناصر المباريات:

تتألف المباريات من العناصر الآتية:

-عدد اللاعبين (الأطراف المتصارعة)

-الاستراتيجية المتاحة لكل لاعب، وتمثل الاستراتيجية في نظرية المباريات مجموعة الخطط والبدائل والقرارات للاعب المجموعة مسبقا في ظل خطط وقرارات الطرف الخصم ضمن ظروف التنافس، وتعد الاستراتيجيات الأساس الذي تبنى عليه عملية القرارات والموجه والمرشد للرجل متخذ القرار في إدارة الصراع

-مصنوفة العوائد(المدفوعات) والتي تمثل عوائد كل استراتيجية (ربح أو خسارة) لكل لاعب وفقا للقرارات والخطط المختلفة

-قيمة المباراة والتي تمثل نتيجة تكرار اللعب ربح أو خسارة لكل لاعب في النهاية.

*عند التوسع في الدراسة للتحليل الرياضي لنظرية المباريات نجدها على جانب كبير من التعقد و الصعوبة، لدى سنتناول أسهل النماذج المعروفة و ذات طابع تطبيقي و هذا النموذج يدعى بلعبة الاثني ذات المجموع الصفري

توصف المباريات (اللعبة) بأنها ذات مجموع صفري عندما يتحقق التالي:

-عندما يكون الترتيب السلمي لعائد الطرف الأول هو المعكوس التام للترتيب السلمي لعائد الطرف الآخر

-عندما تكون المنفعة للطرفين بالنسبة للنتائج التي تم التوصل إليها ذات مجموع صفري وذلك بالنسبة لأي عائد معين، بعبارة أخرى هذا يعني أن القيمة المنفعة لعائد موجب معين بالنسبة للطرف الأول تساوي القيمة المنفعة السالبة بالنسبة للطرف الثاني

3- الاستراتيجيات ونقطة التوازن:

-الحالة -تجديد امتياز

تصور أن أحد عقود الامتيازات الفوسفاتية الممنوح لإحدى الشركات العالمية المنقبة عن الفوسفات قد قارب إلى الانتهاء، وأنه يجب التفاوض من جديد بين الحكومة وبين الشركة لوضع عقد جديد وذلك قبل انتهاء الامتياز الأول

لنفرض أن الفريق الحكومي في المفاوضات قرر استخدام الاستراتيجيات التالية:

-الاستراتيجية الأولى(س1) اللجوء إلى الشدة في المساومة لكسب أكبر ما يمكن

-الاستراتيجية الثانية (س2) اللجوء إلى التفاهم والأسلوب المنطقي

-الاستراتيجية الثالثة(س3) اللجوء إلى الأسلوب القانوني والعرف السائد

-الاستراتيجية الرابعة(س4) اللجوء إلى الموافقة وأسلوب التقارب والتنازل

وتتوقف الاستراتيجية المثلى للفريق المفاوضات الحكومي على الاستراتيجية التي يتبعها فريق الشركة المفاوضات، ومن الطبيعي أن الفريق الأول لا يعرف استراتيجيات الفريق الثاني، ولكن لو فرضنا أن الاستراتيجيات التي اتبعتها الشركة في الماضي كانت مجموعة الاستراتيجيات التالية:

--الاستراتيجية الأولى (ش1) اللجوء إلى الشدة والمساومة بغية دفع أقل ما يمكن.

--الاستراتيجية الثانية(ش2) اللجوء إلى التفاهم والأسلوب المنطقي

--الاستراتيجية الثالثة(ش3) اللجوء إلى الأسلوب القانوني والعرف السائد

--الاستراتيجية الرابعة(ش4) اللجوء إلى الموافقة وأسلوب التقارب والتنازل.

وعليه، فإنه علينا أن نتبين النتائج المترتبة على كل استراتيجية يتبعها فريق الحكومة المفاوض، علما بأن فريق الشركة يتبنى أي استراتيجية معينة من استراتيجياتهم، ويفرض أننا استطعنا وضع الجدول التالي الذي يوضح الاستراتيجيات التي سوف يتبعها كل فريق

الجدول رقم (07)

جدول الدخل الحكومي المشروط عن انتاج كل طن من الفوسفات بالدينار

ش4	ش3	ش2	ش1	استراتيجيات الشركة استراتيجيات الحكومة
35	12	15	20	ح1
10	08	14	25	ح2
05	10	02	40	ح3
صفر	11	04	5-	ح4

المصدر: منعم زمير المساوي، بحوث العمليات مدخل علمي لاتخاذ القرارات، 2016، ص495

وبالنظر إلى الجدول أعلاه يتضح أن الحكومة لن تلجأ على الاطلاق إلى (ح4) لأن اتباع (ح1) سيعني زيادة أكبر مهما كانت الاستراتيجية التي تتبعها الشركة، وذلك لأن أرقام (ح1) أكبر من الأرقام المقابلة لها في خط (ح4) و لذا يقال أن الاستراتيجية (ح1) تطغى على الاستراتيجية (ح4)

هذا ويجب ملاحظة أنه في أسوأ الظروف سوف تحصل الحكومة على زيادة قدرها كما يلي:

1- عند اتباع ح1 تكون الزيادة تساوي 12 دينار

2- عند اتباع ح2 تكون الزيادة تساوي 08 دينار

- 3- عند اتباع ح3 تكون الزيادة تساوي 02 دينار
 4- عند اتباع ح4 سينخفض الدخل الحكومي بمقدار 05 دينار.
 وحيث ان الحكومة تهدف إلى تحقيق أقصى دفع ممكن لأقل زيادة ممكنة بالإنتاج فإن الحكومة ستختار (ح1) وذلك لتحصل على زيادة في الدخل عن كل طن فوسفات ينتج وقدرها 12 دينار.
 كذلك يجب ملاحظة أنه في أسوء الظروف ستدفع الشركة للحكومة مبلغ قدره كما يلي:
 1- عند اتباع (ش1) ستدفع الشركة مبلغ يساوي 40 دينار
 2- عند اتباع (ش2) ستدفع الشركة مبلغ يساوي 15 دينار
 3- عند اتباع (ش3) ستدفع الشركة مبلغ يساوي 12 دينار
 4- عند اتباع (ش4) ستدفع الشركة مبلغ يساوي 35 دينار
 وحيث أن الشركة تهدف إلى دفع أقل قدر ممكن لأقصى زيادة ممكنة بالإنتاج فإنها ستختار الاستراتيجية التي في أسوء الظروف ستدفع بموجبها أقل ما يمكن، ومما سبق يتضح أن الاستراتيجية التي تحقق هذا الهدف هي (ش3) حيث ستدفع الشركة بموجبها (12) دينار، لذا فإن هذا الجدول يعطي حلا توازنيا ويلاحظ أن من غير الضروري أن يكون لكل حالة صراع نقطة توازن يمكن التوصل إليها بواسطة الاستراتيجيات البحتة كما تقدم في المثال السابق

تمرين رقم 1

سنعيد الجدول السابق ونجري التعديل التالي، والآن لنحل الرقم (19) محل الرقم (10) الواقع في صف ح3، وعمود ش3 و نناقش الجدول التالي:

الجدول رقم (8) الجدول السابق بعد التعديل

ش4	ش3	ش2	ش1	استراتيجيات الشركة استراتيجيات الحكومة
35	12	15	20	ح1
10	08	14	25	ح2
05	19	02	40	ح3
صفر	11	04	5-	ح4

المصدر: منعم زمير المساوي، بحوث العمليات مدخل علمي لاتخاذ القرارات، 2016، ص497

في أسوء الظروف ستحصل الحكومة على المبالغ التالية:

1- عند اتباع ح1 تكون الزيادة تساوي 12 دينار

2- عند اتباع ح2 تكون الزيادة تساوي 08 دينار

3- عند اتباع ح3 تكون الزيادة تساوي 02 دينار

1- عند اتباع ح4 سينخفض الدخل الحكومي بمقدار 05 دينار

لذا فسوف تختار الحكومة و في إطار التفاوض السري ح1 لتحصل على أكبر دفع ممكن لأقل زيادة ممكنة بالإنتاج

أما الشركة ففي أسوء الظروف ستدفع للحكومة المبالغ التالية:

1- عند اتباع ش1 ستدفع الشركة مبلغ يساوي 40 دينار

2- عند اتباع ش2 ستدفع الشركة مبلغ يساوي 15 دينار

3- عند اتباع ش3 ستدفع الشركة مبلغ يساوي 19 دينار

4- عند اتباع ش4 ستدفع الشركة مبلغ يساوي 35 دينار

لذا فسوف تختار الشركة وفي إطار التفاوض السري(ش2) لتدفع 15 دينار لأن هذا يحقق أقل دفع ممكن لأقصى زيادة ممكنة بالإنتاج، و عندما يكون الجدول لا يعطي حلا توازنيا كما هو الحال في المثال الحالي أي لا يمكن التوصل إلى اتفاق بين الأطراف المعنية على أساس أرقام الاستراتيجية الواردة في الجدول فإنه لا بد من الأخذ بمزيج من الاستراتيجيات.

4- الاستراتيجيات المختلطة

قلنا سابقا أن الحكومة لا تلجأ على الإطلاق إلى (ح4) لأن (ح1) تطغى على (ح4)، كيف؟ لو قارنا كل رقم في (ح4) بالرقم المقابل في (ح1) نجد أن جميع الأرقام في (ح1) أفضل من الأرقام المقابلة لها في (ح4) فالرقم (20) أفضل من الرقم (-5) و الرقم (15) أفضل من الرقم (04) و الرقم (12) أفضل من الرقم (11) و الرقم (35) أفضل من الرقم صفر هذا بالنسبة للحكومة لذا فيجب إلغاء الاستراتيجية الرابعة (ح4) و من ناحية أخرى لو قارنا كل رقم في (ش3) بالرقم المقابل له في (ش1) نجد بالنسبة للشركة يكون الرقم (12) أفضل من الرقم (20) و الرقم (08) أفضل من الرقم (25) و الرقم (19) أفضل من الرقم (40) لذا فيمكن الاستغناء عن (ش1) و بهذا يأخذ الجدول التالي:

الجدول رقم (9) الاستراتيجيات المختلطة

ش4	ش3	ش2	استراتيجيات الشركة استراتيجية الحكومة
35	12	15	ح1
10	08	14	ح2
05	19	02	ح3

المصدر: منعم زمير المساوي، بحوث العمليات مدخل علمي لاتخاذ القرارات، 2016، ص498

و بالنسبة للحكومة لو قارنا أرقام (ح1) بالأرقام المقابلة لها في (ح2) لاتضح أن الرقم (15) أفضل من الرقم (14) و الرقم (12) أفضل من الرقم (08) و الرقم (35) أفضل من الرقم (10) لذا فإن بإمكاننا الاستغناء عن الاستراتيجية (ح2) و بالنسبة للشركة لو قارنا أرقام (ش2) مع الأرقام المقابلة لها في (ش4)، لاتضح لنا أن الرقم (15) أفضل من الرقم (35) و الرقم (02) أفضل من الرقم (05) لذا فيمكننا الاستغناء عن (ش4) وبعد ذلك يأخذ الجدول الشكل التالي:

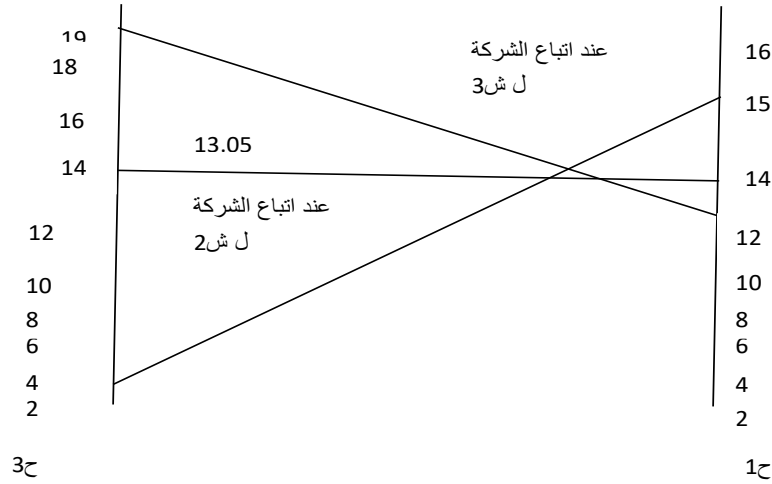
ش3	ش2	استراتيجيات الشركة استراتيجية الحكومة
12	15	ح1
19	02	ح3

وبعد أن توصلنا إلى الجدول أعلاه نحاول استخلاص مزيج من الاستراتيجيات للوصول إلى الاتفاق بين الأطراف، وللوصول إلى قيمة المزيج هنالك طريقتين الأولى طريقة الرسم البياني والثانية طريقة المعادلات

أولا طريقة الرسم البياني:

نرسم خطا أفقيا وعلى طرفيه خطين عموديين مدرجين إحداها يمثل (ح1) والآخر يمثل (ح3) هذا من وجهة نظر الحكومة.

الرسم البياني لمزيج الاستراتيجيات



ولو فرضنا أن الشركة سوف تأخذ (ش2) فإن القيمة (ح1) تساوي (15) وقيمة (ح3) هي (02)، و عليه يتم تعيين على المحور الذي يمثل (ح1) نقطة تمثل (15) و على المحور الذي يمثل (ح3) نعين النقطة (02) ثم نوصل بين هاذين النقطتين كما مبين بالشكل أعلاه. وعندما تتبع الشركة (ش3) ستكون القيمة على (ح1) هي (12) والقيمة على (ح3) هي (19) ثم نصل بين هاتين النقطتين كما هو مبين في الشكل أعلاه.

ومن نقطة نرسم خطا أفقيا على المحورين اللذين يمثلان (ح1) و (ح3)، حيث نحصل على قيمة المباريات وتمثل (13.05)

ثانيا طريقة المعادلات:

من (ح1) و ص بالمائة من (ح3) لنفرض أن المزيج الذي نبحث عنه هو عبارة عن س

و عند نقطة التقاطع لا بد من تحقيق الشرط التالي:

$$15س + 2ص = 12س + 15ص \quad (1) \dots\dots\dots 19ص + 2س = 19ص - 2س$$

$$3س = 17ص \quad \text{ومن منه } 17ص/3$$

$$\text{لتكن } س + ص = 100/100 = 1 \dots\dots\dots (2)$$

$$\text{ومننه } س = 1 - ص$$

نعوض عن قيمة س في المعادلة أعلاه يكون: $1-ص=17ص/3$

$$0.15 \ 20/3 = 3/20=1ص \text{ يستلزم}$$

و بالتعويض عن قيمة (ص) في المعادلة رقم (2) نحصل على قيمة س:

$$0.85=0.15-1=ص \text{ إذا}$$

و بالتعويض في المعادلة رقم (1) بقيمة س، فيعطينا الطرف الأيمن أو الطرف الأيسر قيمة المباريات و بالشكل التالي:

مثلا الطرف الأيمن للمعادلة هو: $15ص+2ص$

$$13.05=0.30+12.75=(2.0.15)+(15.0.85)$$

و عندما نعوض في الجانب الأيسر من المعادلة تكون النتيجة كما يلي:

$$12ص+19ص$$

$$13.05=2.85+10.20=(19.0.15)+(12.0.85)$$

و بهذا فإن الزيادة عن كل طن فوسفات ينتج يجب أن تكون 13.05 دينار

تمرين رقم 2.

انتهت اتفاقية التنقيب المبرمة بين الحكومة و إحدى شركات استخراج البترول، فرأت الحكومة تجديد الاتفاقية و لكن بعائد أعلى من العائد الأول، و فيما يلي الجدول الذي يبين الاستراتيجيات التي سوف تأخذ بها كل من الحكومة و الشركة بغية الوصول إلى اتفاق و ذلك بأن تحصل الحكومة من الشركة على زيادة عن كل برميل ينتج:

ش4	ش3	ش2	ش1	أ. الشركة	أ. الحكومة
12	07	05	06	ح1	
10	04	08	10	ح2	
08	06	02	04	ح3	
صفر	06	03	03	ح4	

المطلوب: تحديد مقدار الزيادة التي تحصل عليها الحكومة؟

الحل: في أسوء الظروف تحصل الحكومة على:

عند اتباع (ح1) الزيادة الحاصلة تكون 05 قرشا

عند اتباع (ح2) الزيادة الحاصلة تكون 04 قرشا

عند اتباع (ح3) الزيادة الحاصلة تكون 02 قرشا

عند اتباع (ح4) الزيادة الحاصلة تكون صفر

لصالح الحكومة وفي إطار التفاوض السري أن (ح1) لتحقيق زيادة مقدارها (05) قروش للبرميل المنتج تحت أسوء الظروف ستدفع الشركة الزيادة التالية

عند اتباع (ش1) ستدفع زيادة قدرها 10 قروش

عند اتباع (ش2) ستدفع زيادة قدرها 08 قروش

عند اتباع (ش3) ستدفع زيادة قدرها 07 قروش

عند اتباع (ش4) ستدفع زيادة قدرها 12 قرشا

لذا من صالح الشركة وفي إطار التفاوض السري أن تعتمد (ش3) وتدفع زيادة قدرها (07) قروش عن كل برميل ينتج

نلاحظ من الحل أعلاه لم تتحقق من نقطة التوازن التي توصلنا إلى الحل بين استراتيجيات الأطراف المتفاوضة

ش3	ش2	1. الشركة 2. الحكومة
07	05	ح1
04	08	ح2

نلاحظ أن استراتيجية الحكومة رقم (ح1) تطغى على الاستراتيجية الرابعة لذا يتم شطب (ح4) كما أن استراتيجية الشركة (ش2) تطغى على (ش1) حيث يتم شطب (ش1)، كما أن استراتيجية الحكومة (ح1) تطغى على الاستراتيجية (ح3) حيث يتم شطب (ح3)، كما أن استراتيجية الشركة (ش2) تطغى على (ش4) حيث يتم شطب (ش4)

الخور السادس: محاكاة النموذج

المحاضرة رقم (15) محاكاة النموذج

مقدمة: تعتبر المحاكاة نمذجة تختبر سلوكياته خلال فترة زمنية معينة، أو هي المقدرة على اختيار أي نظام من خلال متغيراته بدون التطبيق المباشر، ويتميز علم المحاكاة باختيار المنظومات بدون مخاطرة وبأقل، تكلفة ممكنة وبأكثر أمان من اختبار النظام مباشرة ويمكن التعبير عن المنظومات الفعلية ودراسة التغيرات التي تحدث فيها بواسطة نماذج وأنماط وقوانين رياضية والتي تعكس نتائج المنظومة الفعلية، والمحاكاة هي أيضا عبارة عن تجربة إحصائية تخضع للتحليل الاحصائي والاختبارات الاحتمالية

1 أهداف تطبيقات المحاكاة

تستخدم المحاكاة في تحليل المشاكل العملية التي تنحصر في أمرين هما:

أ _ مشاكل نظرية في العلوم الأساسية مثل الرياضيات والفيزياء والكيمياء، وتشمل على الآتي:

_ تقدير مساحة منحني

_ معكوس المصفوفة

_ تقدير قيمة (ط=3,1414) في الرياضيات

_ حل مسألة حركة جزئيات في مستوى

_ دراسة حركة جزئيات في مستوى

_ حل معادلات أنيا في الجبر

ب _ مشاكل عملية في الحياة الفعلية: وتمثل في الآتي:

محاكاة لمشكلة صناعية (مثل تصميم عمليات كيميائية، نظم التخزين والتحكم فيه، تصميم منظومة توزيع، تخطيط الصيانة، تصميم _

نظام الطوابير، تخطيط الإنتاج المستمر، تصميم منظومة معلومات واتصالات)

محاكاة لمشكلة تجارية واقتصادية (تشغيل وإدارة الشركات) سلوك المستهلك، تحديد الأسعار، الحسابات، عمليات التسويق، دراسة _

(الاقتصاد العام، التضخم، الانتاجية... إلخ)

المشاكل الاجتماعية (مثل حركة ونمو السكان، التطور الاجتماعي... إلخ) _

محاكاة منظومات تركيب الانسان وحركته الطبية (مثل سير الدم والماء، توزيع_

(الجهد في جسم الانسان، نمذجة الدماغ... الخ

.محاكاة الحروب البرية والجوية والبحرية والحرائق... والأشياء المفاجئة_

2-خطوات تطبيق المحاكاة

أ_ تعريف المشكلة: يقصد بها تحديد الهدف من الدراسة وما هو المطلوب

ب_ تحليل التكاليف والفوائد: بما أن دراسة المحاكاة مكلفة عليه يستوجب دراسة التكاليف المناسبة والفوائد المتوقعة من الدراسة

لأن طرق تنفيذ المحاكاة تختلف من سريع إلى أسرع ومن مكلف إلى الأكثر تكلفة

ج_ اختصار النظام الحقيقي إلى نموذج

النظام الحقيقي الذي سوف يحول إلى نموذج، فمثلا الزبون الذي يستخدم طرف في مصرف تجاري، النشاط الذي يقوم به الزبون (سحب مبالغ من حسابه_إيداع_، تعامل تجاري... الخ) إيجاد علاقة رياضية لدرجة وصول الزبون مدة الخدمة التي تقدم له واصفات أخرى

تحويل النموذج إلى لغة الحاسوب:

د- لاستخدام الحاسوب، يجب أن تحول كل المعلومات الواردة في النموذج إلى لغة لحاسوب، حيث أن هذه اللغات طورت

لاستخدامها في المحاكاة

هـ_تحقيق نتائج النموذج:

إذا لم تعطي نتائج النموذج نتائج مكافئة ومساوية للنتائج المتوقعة في النظام الحقيقي فإن نظام المحاكاة يعطي إجابة خاطئة ويقصد بالتحقيق الوصول إلى نتائج لها درجة عالية من الواقعية إذا لم تكن مطابقة للحقيقة

و_التخطيط لإجراء التجربة:

إن تصميم التجربة الناجمة يوفر خطة قوية لتعزيز النتائج المرجوة والتي يعتمد عليها في اتخاذ القرارات

ز_عقد الدراسة وتجميع المعلومات:

يعتبر نوع المعلومات المجمعة معتمدا على أهداف الدراسة ونوع التحليل المعقود

ح_تحليل المعلومات وإعطاء النتائج:

ط_توثيق المعلومات وتنفيذ النتائج

3- أشكال المحاكاة

تتمثل أشكال المحاكاة في التالي:

النموذج المماثل

يعتبر النموذج المماثل من المحاولات الأولى في استخدام علم المحاكاة، فعلى سبيل المثال نموذج القياس الفيزيائي باستخدام نماذج ميكانيكية، كهربائية أو هيدروليكية، و

لحد الآن مازالت هذه الأنواع من النماذج مستخدمة في حالات خاصة، وفي السنوات الأخيرة بدأ استبدالها بنماذج المحاكاة بواسطة لغة الحاسوب

مونتي كارلو

أحد أشكال تحليل المحاكاة والذي يستخدم الأرقام العشوائية لتحقيق قيم إحصائية لتغيرات النظام، إن مونتي كارلو طريقة ذات خطوات محددة كلاسيكية الاستخدام هي طريقة تعتمد على أخذ العينات من نظام حقيقي

المحاكاة بالحاسوب

في نظم المحاكاة فإن أي رقم عشوائي من أي عينة وفقا لأي توزيع يعتمد على استخدام المجال (0، 1) وقبل اختيار عدد العينات التي تؤخذ للدراسة يجب أن تخضع للشروط التالية:

كل القيم محصورة في الفترة (0،1) ولهن فرصة متساوية لحدوث أي احتمال، بمعنى آخر توزيعها منتظم

الأرقام المختارة للدراسة محصورة في الفترة (0،1) وتحت اختيار عشوائي، بمعنى

آخر غير معتمدة على بعضها في عملية الاختيار

تمرين رقم 1

لكل وحدة زمن، وأن μ وتخضع للتوزيع الأسي بمعدل خدمة قدرها t إذا فرضنا أن الخدمات التي تقدم في إحدى المحطات الوقود عند احتمال التوزيع (PDF)

(Probability distribution function)

$$f(t)=\mu e^{-\mu t} , t > 0$$

$$f(t) = \int_0^t \mu e^{-\mu t} dx = 1 - e^{-\mu t}$$

فإذا كان المدى (R) يكون (1,0) وبوضع $f(t)=R$ نحصل على الآتي:

$$R = 1 - e^{-\mu t}$$

ومنها:

$$t = \frac{1}{\mu} \ln(1 - R) = -\frac{1}{\mu} \ln R$$

المحور السابع: الأساليب الإحصائية في مراقبة الجودة:

المحاضرة رقم (16) الأساليب الإحصائية للمراقبة على الجودة

المراقبة على جودة المنتج: إن جودة السلعة أو الخدمة تقاس من خلال معايير وخصائص متعددة ك (الموثوقية، المتانة، الجمالية) والبعض يرى أن الجودة هي الاتقان والسلامة من العيوب، بينما يراها البعض تحقيق الشيء للهدف منه أو لحاجات ورغبات مستخدمة، ويراها آخرون على أنها تميز (1)

كما تعرف الجودة بالاتقان أو السلامة من العيوب أي المطابقة لمواصفات معينة.

*ويقصد بالمراقبة على الجودة مجموعة الخطوات المحددة مسبقا والتي تهدف إلى التأكد من أن السلعة المحددة تتطابق مع المواصفات والخصائص المحددة مسبقا

وللحكم على ما إذا كانت المواصفات الخاصة بجودة المنتج قد تحققت أم لا نستخدم ما يسمى بخرائط التحكم (لوحات الضبط) وهذه الأخيرة هي وسيلة إحصائية بيانية تستخدم للتأكد من سلامة المنتج ووقوعه ضمن المواصفات أثناء عملية الإنتاج وتفترض معظم الدراسات أن كل العمليات الإنتاجية تتبع التوزيع الطبيعي.

الأساليب الإحصائية في مراقبة الجودة: Statistical quality control تقوم الأساليب الإحصائية بالدور الأساسي في مجالات الجودة ومراقبة وتحسين العمليات والتصميم وأصبحت أدوات الجودة السبعة ركيزة أساسية لتحليل ودراسة البيانات وهي تكفي لحل أغلب مشكلات العمل، وهي تستخدم الطرق الإحصائية في عمل خرائط تحكم للعمليات والفحص بالعينات، كما تعتمد على الأرقام كمدخلات وهي سهلة الاستخدام بعد تعلمها ويعتمد عليها المشرفون ودوائر الجودة بالإضافة إلى أخصائي الجودة

وتوجد العديد من الأساليب أو الأدوات الإحصائية المستخدمة في المراقبة على الجودة، إلا أنه لا يمكن استخدام هذه الأدوات كافة لمشكلة أو مسألة جودة واحدة، إذ أن طبيعة الاستخدام (استخدام الأداة) ترجع إلى خاصية الجودة ومدى تعقيد العملية الإنتاجية، وتساعد الأساليب الإحصائية على فهم التغيرات التي تطرأ على العملية الإنتاجية.

1-قوائم الفحص (Ceck sheet): و تتضمن القيام بتنظيم و تسجيل البيانات و المعلومات و تسجيلها في استمارة خاصة معدة لهذا الغرض، يتم من خلالها معرفة المسارات المتعلقة بالأداء المنجز و الانحرافات الخاصة بالأداء التشغيلي بغية اتخاذ الإجراءات الوقائية و التصحيحية بشأن ذلك الانحراف و تعد قوائم الفحص وسيلة بسيطة لجمع البيانات الكمية أو الوصفية، وهي ببساطة القيام بوضع قائمة بالعناصر التي تتوقع حدوثها في العملية ثم تعليم تلك العناصر التي ظهرت بالفعل هذه الوسيلة يمكن تطبيقها في كل مكان ابتداء من إمكانية حدوث نوع معين من العيوب إلى حساب العناصر المتوقعة.

وتمكن هذه الأداة المستفيدين من ترتيب وتنظيم البيانات حول التلف والأسباب المؤدية إليه بشكل يسهل التجميع والتحليل واستخلاص النتائج منها، وهناك أنواع عديدة من هذه القوائم:

-قوائم الفحص لتوزيع العملية الإنتاجية

-قوائم الفحص لتحديد موقع العيب

-قوائم الفحص لتحديد أسباب العيب

-قوائم الفحص لتحديد العيب

طريقة إعداد قوائم الفحص:

*تحديد الهدف من العملية أو المشاكل أو أنواع الأخطاء التي تقع في العملية

* وضع نموذج على شكل جدول لتجميع البيانات

* جمع البيانات ورصد تكرار كل صنف من المشاكل حال حدوثها باستعمال رمز معين

* حساب التكرار في نهاية مدة الرصد لكل صنف من المشاكل

* دراسة وتحليل النتائج بغرض التحسين للعملية

تمرين رقم 1

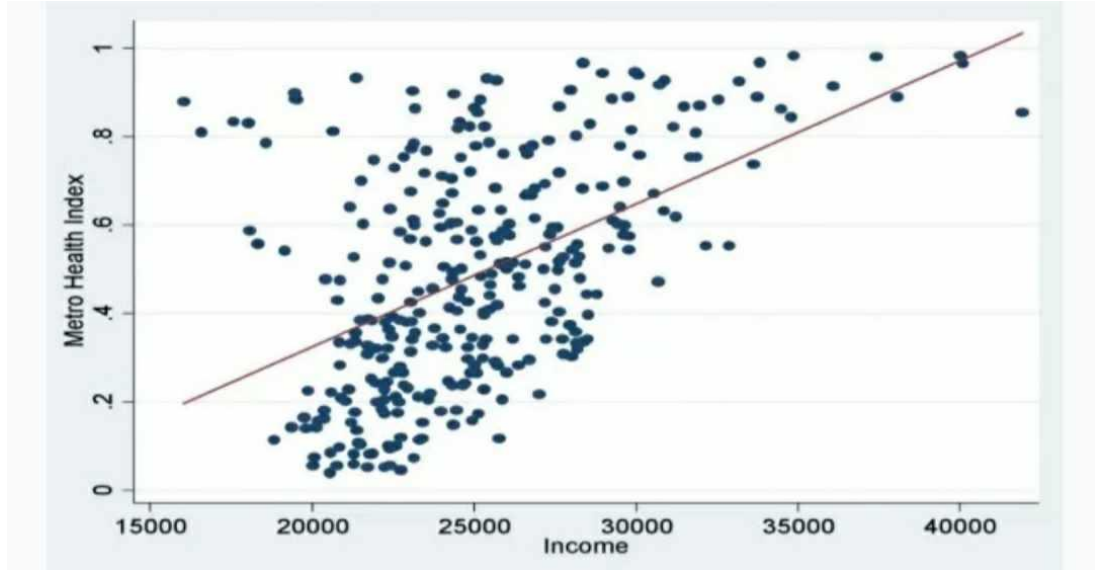
قائمة الفحص

المجموع	الجمعة	الخميس	الأربعاء	الثلاثاء	الاثنين	الأحد	السبت	الأسباب
17		8	0	5	3	0	1	السبب الأول
18		2	3	0	1	7	5	السبب الثاني
20		0	5	9	0	4	2	السبب الثالث

2- شكل الانتشار: Scatter Diagram: يعد شكل الانتشار من الوسائل الإحصائية المستخدمة بشكل واسع النطاق في مجال السيطرة على جودة المنتجات، و عادة ما تصور هذه الاشكال العلاقة بين متغيرين، و شكل الانتشار هو شكل بياني يتم من خلاله توزيع القيم المختلفة لأحد المتغيرات المراد احتسابها إزاء متغير آخر بغية معرفة العلاقة المقترنة فيها، وفي ضوءها يمكن اتخاذ القرار، و من خلاله يمكن أن تعطى صورة عن خاصية الجودة، و بالنظر إليه يمكن أن نقرر هل العملية مستقرة أم لا؟(هل خاصية الجودة محققة

أم لا؟ إذ يعطي فكرة أو صورة عن مدى تقارب القياسات يعني أن الخاصية (خاصية الجودة) أو تباعد بعضها عن بعض حيث أن تقارب القياسات يعني أن الخاصية (خاصية الجودة) محققة.

الشكل رقم (15) شكل الانتشار : Scatter Diagram



المصدر: بويهي محمد، مبادئ الاقتصاد الجزئي، تحليل نظري وتطبيقي، الطبعة الثانية، ردمك، 2010

-أنواع الارتباط: يتم القاء نظرة على مخطط الانتشار لمعاينة النقاط المنتشرة على المخطط ومقارنتها بالحالات التالية:

* إذا كان المتغيران معا في الاتجاه نفسه بمعنى أنه إذا زاد أز نقص أحدهما، زاد أو نقص الآخر، فإن العلاقة بينهما تكون طردية والارتباط بينهما يكون موجبا، مثال ذلك العلاقة بين زيادة حجم الطبقة الوسطى في المجتمع وزيادة الاستقرار السياسي

* إذا كان المتغيران يتغيران معا ولكن في عكس الاتجاه بمعنى أنه إذا زاد أحدهما نقص الآخر، أو إذا نقص أحدهما زاد الآخر، فإن العلاقة بينهما تكون عكسية والارتباط بينهما يكون سالبا

* وتختلف العلاقات بين الظواهر من حيث القوة، فقد تكون العلاقة قوية جدا (أو حتى تامة، وقد تكون متوسطة أو ضعيفة أو منعدمة تماما.

3- مخطط السبب والنتيجة أو السبب والأثر: يسمى أيضا بمخطط إيشيكواوا نسبة للعالم الياباني "كاروا إيشيكواوا"

Kaoru Ishikawa بجامعة طوكيو الذي قام بتطوير هذه التقنية في عام 1943 ميد مخطط إيشيكواوا تحليلا نظاميا للمشاكل التي تظهر في الجودة، و يعد طريقا بيانيا لوصف السبب لحدث معين، و يوضح مخطط السبب و النتيجة الأسباب المختلفة المؤثرة في الأداء

بواسطة تصنيف محدد مع ربط هذه الأسباب و غالباً ما تكون لكل نتيجة عدة أسباب، و يأخذ هذا المخطط شكل عظمة السمكة، و يقوم هذا المخطط على :

*الربط بين الأسباب الفاعلة والآثار الناتجة على شكل عظمة السمكة، حيث يمثل الهيكل العظمي كل الأسباب المحتملة التأثير وتمثل الرأس النتيجة أو الأثر أي العلاقة بين ناتج عملية ما والأسباب المؤثرة في هذه العملية، ويلاحظ أن كل عملية تتأثر بعدد لا حصر له من العناصر لذا يجب التركيز على العناصر المؤثرة، ومن الضروري عند إعدادة تحفيز الأطقم المشاركة لتوليد أكبر كم من الأفكار والاقتراحات المستمدة من المعلومات والخبرة

*تحديد الأسباب المحتملة للمشكلة أو الأهداف المرجو تحقيقها، ويتم اختيار الأسباب الموضحة عالية تبعاً للنتيجة أو الأثر المطلوب أو لدراسة مشكلة قائمة

*التركيز على هذه الأسباب لتطوير الحلول المناسبة وطرح مقترحات التحسين في العملية الإنتاجية أو الخدمية

خطوات إنجاز مخطط السبب والنتيجة: تتم خطوات عمل مخطط السبب والنتيجة كما يلي:

- الاعتماد على العصف الذهني لتحديد الأسباب المحتملة وذلك في إطار عمل جماعي للفريق
- بناء المخطط في اتباع نظم لتجميع الأفكار بحيث يجب أن يكون المشكل المدروس والأسباب المؤدية إليه واضحة لجميع أفراد الفريق
- استعمال وسيلة عمل جماعية مثلاً كاستعمال الصبورة وتدوين جميع الأفكار عليها ويستحسن أن يكون هناك فرد من الفريق يقوم بعملية الكتابة

- كتابة الهدف المراد تحقيقه وهذا ما يمثل التي يجب تحديد الأسباب المؤدية إليها

-تحديد وتصنيف الأسباب الرئيسية المؤدية إلى النتيجة أو المشكل المدروس

- كتابة هذه الأسباب الرئيسية على اليسار

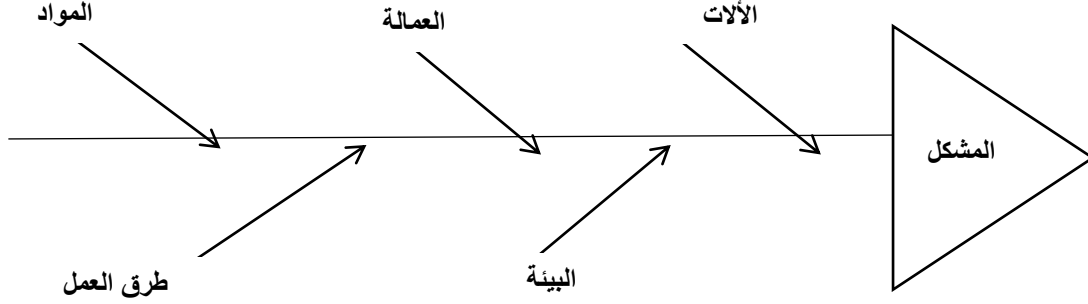
-رسم الأسباب الرئيسية ثم نمر أسهم للأسباب الثانوية مقسمة إلى عدة مستويات

-قيام فريق العمل بالبحث عن أهم الأسباب المؤثرة على المشكل المدروس

-التركيز على السبب الرئيسي والعمل على الإجراءات التصحيحية المناسبة من قبل أفراد الفريق

رسم تخطيطي لعظمة السمكة

الشكل رقم 16



المصدر: طويطي مصطفى، محاضرات في الاقتصاد الجزئي - دروس وتمارين محلولة -، كلية العلوم الاقتصادية التجارية وعلوم التسيير
قسم علوم التسيير، جامعة البويرة، 2014.

المحور السابع: الأساليب الإحصائية للرقابة على الجودة

المحاضرة رقم (17) خرائط المراقبة

تمهيد: تعتبر هذه التقنية أساس المراقبة الإحصائية للعمليات (statistical process control) وقد صنفها العلماء من بين الأدوات السبع للجودة (the seven Basic Quality Tools) ذات الاستعمال الواسع في برامج التحسين المستمر القائمة على منهجيات الستة سيجما Six Sigma أو في إطار برامج الجودة الشاملة.

من خلال خرائط المراقبة (أو خرائط التحكم أو خرائط الجودة) يمكن للفريق القائم على العملية تتبع أداؤها خلال مختلف مراحلها و مراقبة حدوث أي مشاكل قد تؤثر على جودة المنتج أو الخدمة حيث تسمح هذه الخرائط بتحديد نوع التغيرات الواقعة في العملية، أي هل هي تغيرات طبيعية أم أنها تغيرات غير طبيعية و تعود لأسباب خاصة، و من خلال هذه التقنية يمكن أيضا معرفة فيما إذا كانت العملية تسير تحت المراقبة الإحصائية حيث يمكن توقع جودة منتجنا، أم أنها تسير خارج الضبط الإحصائي و تأثير أسباب خاصة مما يؤدي حتما إلى مشاكل عويصة مع جودة المنتج أو الخدمة، و لقد لاقى هذه الأداة استعمالا واسعة جدا في مجال الصناعة و الخدمة، و يعتبرها الكثير من الباحثين أصل و أساس المراقبة الإحصائية للعمليات نظرا لأهمية هذه التقنية و استعمالاتها في مختلف المجالات.

1- خرائط المراقبة: Control Charts: تصمم هذه الخرائط لإبراز الاختلافات في مواصفات الإنتاج والتعبير عنها

بصورة رقمية وبيانات كمية، حيث تركز هذه الخرائط على رقابة أداء الأنشطة

ترسم بنفس أسلوب خريطة المتابعة لكن بإضافة ثلاثة خطوط أفقية يمثل الخط الأول الخط الأوسط وهو الوسط الحسابي للرقابة، بينما يمثل الخط الثاني الحد الأعلى للرقابة ويمكن حسابه بإضافة انحرافات معيارية إلى الوسط الحسابي للمجتمع، أما الخط الثالث فيمثل الحد الأدنى للرقابة ويمكن حسابه من خلال طرح ثلاث انحرافات معيارية من الوسط الحسابي للمجتمع، وعند اختيار مجموعات فردية يمكن من خلال حساب وسطها الحسابي حيث أنه إذا وقع الوسط الحسابي للمجموعة داخل حدود الرقابة فذلك يعني أن العملية تحت السيطرة.

أ- أنواع الخرائط الإحصائية:

النوع الأول- خرائط قياس المتغيرات: وهي نوع من الخرائط تقوم على عملية قياس فعلية لأحد الخصائص الأساسية للمنتج مثل، قياس الوزن والطول، أو درجة الحرارة أو الصلابة... الخ. وهي نوعين:

-خريطة المتوسطات وهي تهتم بقياس المتوسط الحسابي لبيانات العينة المسحوبة

-خريطة المدى وهي تهتم بقياس درجة التشتت في شكل الفرق بين أعلى وأقل قيمة داخل العينة

النوع الثاني- خرائط قياس الخصائص: وهي أنواع من الخرائط تقوم على عملية قياس عامة لمدى مطابقة الوحدة المنتجة للمواصفات من عدمه دون تسجيل المتوسطات، أو أن يتم تسجيل القراءات فيتم تحديدها ما إذا كانت الوحدة معيبة أو غير معيبة فقط، وذلك يتم بناء

على قياس فعلي واختبار معين ولكن لا تهتم في مثل هذه الحالة بالرقم المطلق الناتج من عملية القياس كما في حالة النوع الأول، وتعرف هذه المجموعة بمجموعة القياس على أساس النسبة المئوية.

ب- **خرائط رقابة المتوسطات - Mean Control Charts**: هي خريطة رقابة للخواص المتغيرة تستخدم لمراقبة النزعة المركزية للعملية

$$.LCL=X-ZQX$$

حيث:

UCL : الحد الأعلى للرقابة، LCL : الحد الأدنى للرقابة، X : متوسط متوسطات العينة

سيجما: الانحراف المعياري لتوزيع متوسطات العينة

Z : قيمة تستخرج من جدول التوزيع الطبيعي القياسي و تقابل درجة الثقة المطلوبة

المدخل الثاني لحساب حدي الرقابة الأعلى والأدنى هو استخدام مدى العينة لقياس تغير العملية

*خط الوسط Central line وهو الذي يمثل متوسط عملية القياس المتوقع X أو متوسط النسب المعيبة p أو متوسط الانحراف المعياري (المدى R) حسب نوع الخريطة المستخدمة، ومن الناحية الإحصائية، تمثل تلك القيمة متوسط العينات التي يعتمد عليها في عملية القياس

*الحد الأعلى -Upper control limit: وهو أعلى مستوى مسموح به للمتغير الذي يتم قياسه، وإذا زادت قيمته على ذلك اعتبر ذلك خطأ في الجودة لا يرجع إلى الصدفة.

*الحد الأدنى -Lower control limit: وهو أدنى حد بالمتغير الذي يتم قياسه أن يصل إليه دون أن يعتبر ذلك خطأ في الجودة ويرجع إلى الصدفة

*حجم العينة هو عدد الوحدات التي يتم سحبها بشكل دوري من خط الإنتاج وفحصها وقياسها ثم وضع متوسط نتيجة القياس على خريطة الرقابة على الجودة.

خريطة رقابة للخواص الوصفية تستخدم لمراقبة عدد الوحدات المعيبة في العملية

C متوسط عدد الوحدات المعيبة

تمرين رقم 1

قام مدير الإنتاج في إحدى الشركات بسحب 8 عينات من إنتاج الشركة حجم كلا منها 3 وحدات وذلك لفحصها والتأكد من مطابقتها للمواصفات كما يلي:

رقم العينة	العيوب	العيوب	العيوب
1	5	7	12
2	6	3	9
3	4	5	3
4	12	6	6
5	2	5	2
6	7	11	9
7	12	8	10
8	14	12	10

المطلوب:

اختبار هذه العينات إذا علمت أن $A2=1.12$ و $D4=2.57$ و $D3=0$

تمثل خريطة الأوساط في: الحد الأقصى - الحد المركزي - الحد الأدنى

نبحث أولاً عن الوسط الكبير والمدى المتوسط لأنه موجود

الوسط الكبير = مجموع الأوساط الحسابية / عدد العينات

نبحث أولاً عن الأوساط الحسابية لكل عينة ثم نجمع الأوساط الحسابية كلها يعني:

الوسط الحسابي = مجموع القيم / عددها

العينة الأولى (1) $8=3/24=12+7+5=$

وهكذا نعمل كل شيء على حسب رقم العينة فالعينة الثانية سيكون وسطها الحسابي

العينة الثانية (2) $6=3/18=9+3+6=$

العينة الثالثة (3) $4=3/12=3+5+4=$

العينة الرابعة (4) $8=.....=$

العينة الخامسة (5) $3=.....=$

العينة السادسة (6) = = 9

العينة السابعة (7) = = 10

العينة الثامنة = = 12

الوسط الكبير = $8/60$ = أي مجموع الأوساط على عدد العينات

المدى المتوسط = مجموع المدى / عدد العينات

المدى = أكبر قيمة - أصغر قيمة ومنه

المدى المتوسط = $8/36 = 4.5$

لنبحث أولاً عن المدى لكل العينات

1- أكبر قيمة - أصغر قيمة وهو $12 - 5 = 7$

2- أكبر قيمة - أصغر قيمة = $9 - 3 = 6$

3- أكبر قيمة - أصغر قيمة = $5 - 3 = 2$

4- أكبر قيمة - أصغر قيمة = $12 - 6 = 6$

5- أكبر قيمة - أصغر قيمة = $5 - 2 = 3$

6- أكبر قيمة - أصغر قيمة = $11 - 7 = 4$

7- أكبر قيمة - أصغر قيمة = $12 - 8 = 4$

- أكبر قيمة - أصغر قيمة = $14 - 10 = 4$

الحد الأقصى يساوي الحد الكبير + المدى المتوسط ضرب. A2 إذن الحد الأقصى = $7.5 + 4.5 = 12.54$ و هو الحد الأقصى للعيوب

الحد المركزي = 7.5 = الحد الوسط الكبير

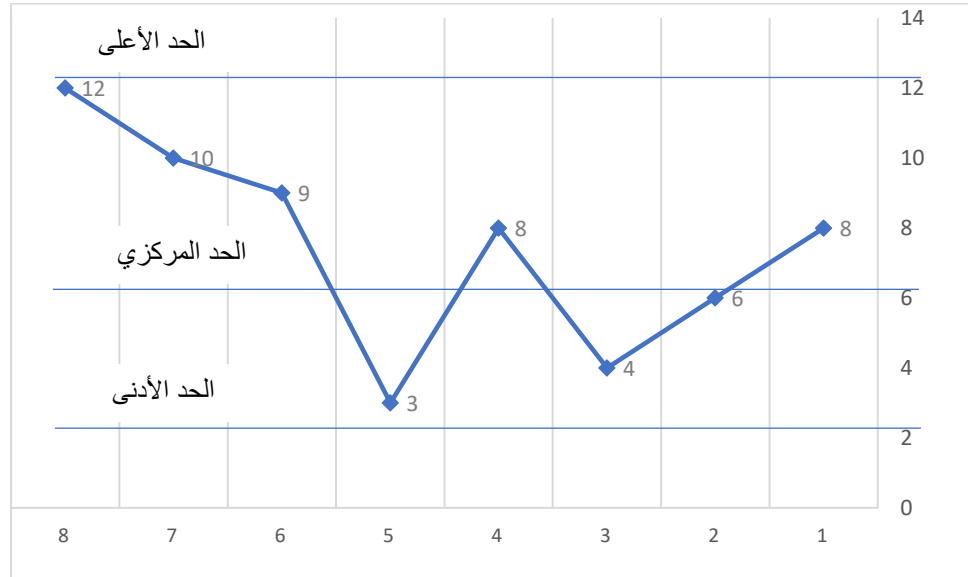
الحد الأدنى = الوسط الكبير - المدى المتوسط ضرب. A2

الحد الأدنى = $1.12 \cdot (7.5 - 4.5) = 2.46$ والآن علينا التعبير عن هذا من خلال الرسم البياني

أولاً يجب أن نحدد حدود الرقابة وهو أقصى قيمة التي هي 12.54 ثم نحدد الحد المركزي الذي يساوي 7.5

ثم نضع الحد الأدنى وقيمه 2.46

الشكل رقم 17. التمثيل البياني لخريطة الرقابة على الجودة



المصدر: عبد الرحيم وهيبة، تمارين محلولة في الاقتصاد الجزئي، المركز الجامعي تامنغست، السنة الجامعية 2018-2019.

والآن يجب معرفة ماذا سنستنتج، يعني هل نحن في الحدود المسموح بها أم تعدينا حدود الرقابة.

ومن ملاحظتنا للرسم نجد أننا لم نتعدى الحد المسموح به لكن إذا نزلت نقطة تحت الحد الأدنى نقول إن هناك مشكلة، وإذا كانت النقطة فوق الحد الأقصى أيضا نقول إن هناك مشكلة

لكن لاحظنا أن هناك نقطة لامست الحد الأدنى وأخرى اقتربت أن تلامس الحد الأقصى هذا معناه أنها تنبئ بوجود مشكلة وهي إما (مشكلة في الآلة، أو العامل، أو المادة الأولية).

لقد أنحنينا خريطة الأوساط والآن سنحاول رسم خريطة المدى

خريطة المدى

$$D4 = 4.5 \cdot 2.57 = 11.07 \text{ الحد الأعلى} = \text{المدى المتوسط ضرب}$$

$$4.5 = \text{الحد المركزي} = \text{المدى المتوسط}$$

$$D3 = 4.5 \cdot 0 = 0 \text{ الحد الأدنى} = \text{المدى المتوسط ضرب}$$

تمرين رقم 1

في معمل لإنتاج الأثاث المنزلي تم سحب 10 عينات من المناضد، وكان حجم العينة 100 منضدة، وبعد فحص المناضد تم تسجيل المعيب منها كالتالي:

العينة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	المجموع
عدد القطع المعيبة	10	12	9	4	3	8	10	19	7	5	100

المطلوب:

حساب حدود الضبط الاحصائي للوحدة (اللوحة) النسبة المئوية للمعيب و رسم اللوحة باستخدام $Z=3$ و تحديد ما إذا كانت العملية تحت الضبط الاحصائي أم لا؟

أولاً: مفهوم لوحة ضبط الصفات

ثانياً: لوحة ضبط النسبة المئوية للمعيب p-chart

ثالثاً: لوحة ضبط عدد العيوب c-chart

(لوحة ضبط الصفات هي: control charts attributes)

1- مفهوم لوحات ضبط الصفات: تقاس الجودة أحياناً بصفات غير قابلة للقياس للتعبير الكمي مثل الرائحة واللون وقدرة المنتج على التحمل وغيرها من الصفات الوصفية

وتستخدم هذه اللوحات إذا كان بالإمكان تصنيف الوحدات المنتجة إلى وحدات معيبة وغير معيبة أو على أساس تعداد العيوب في العينة أو الوحدة المنتجة، وهذه اللوحات على نوعين

أ- لوحة ضبط النسبة المئوية للمعيب p-chart

ب- لوحة ضبط عدد العيوب c-chart

أولاً: لوحة ضبط النسبة المئوية للمعيب p-chart

*تتم بقياس النسبة المئوية للوحدات المعيبة في العينة

*تستخدم هذه اللوحة لضبط الصفات إذا أن صفات المنتج أو خصائصه يجري عدها بدلاً من قياسها

*يمكن الحكم من خلالها على المنتج بأنه جيد/رديء يعمل/لا يعمل

*تعتمد الفكرة الرئيسية لهذه اللوحة على اختيار عينة عشوائية ثم فحصها وحساب عدد المعيب الكلي للعينات

خطوات إعداد لوحات ضبط النسبة المئوية للمعييب p-chart

* إذ تؤخذ عينات من خط الإنتاج على فترات مختلفة وتفتش على جودة المنتج بحساب عدد الوحدات المعيبة، ولإنشاء لوحة النسبة المئوية للمعييب نقوم بالخطوات التالية:

1- حساب النسبة المئوية للمعييب لكل عينة من خلال العلاقة التالية

$$P = \frac{\text{عدد الوحدات المعيبة في كل عينة}}{\text{العدد الإجمالي للوحدات في كل عينة}}$$

2- حساب ضبط اللوحة

3- رسم لوحة النسبة المئوية للمعييب مع حدود الضبط

4- دراسة أسباب أي انحرافات قد نلاحظها ثم نقوم ب:

حساب حدود الضبط للوحة النسبة المئوية للمعييب p-chart control limits

- الحد الأعلى للضبط Upper control limit وهو

$$Ucl_p = \bar{p} + z \delta$$

- الحد الأدنى للضبط limit lower control حيث يمثل

$$Lcl_p = \bar{p} - z \delta$$

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^n d_i}{N}$$

حيث يمثل: \bar{p} : الوسط الحسابي للمعييب

CL : يمثل الحد المركزي

D تمثل المعيب في كل عينة و تمثل N المجموع الكلي لمشاهدات العينة

أما Z: فهي تمثل قيمة معيارية وهي مبينة (في الجدول التوزيع الطبيعي) مثلا

Z=1 تبلغ لكل 68.25 % حدود المعيب لكل عينة

Z=2 لكل 95.44 %

Z=3 لكل 99.74 %

أما سيجما δ هي الانحراف المعياري لنسبة المعيب وهو يحسب بالقاعدة التالية: $\delta = \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$

وبهذا نكون قد بينا الحدود الخاصة بلوحة النسبة المئوية للمعيب والقواعد والقوانين التي نستخدمها في استخراج قيم كل حد منها، ونأخذ مثال على ذلك: مثال عملي حول لوحة النسبة المئوية للمعيب p-chart

مثال: في معمل لإنتاج الأثاث المنزلي تم سحب 10 عينات من المناضد، وكان حجم العينة 100 منضدة وبعد فحص المناضد تم تسجيل المعيب منها وكان كالاتي:

تمرين: رقم 2

في معمل لإنتاج الأثاث المنزلي تم سحب 10 عينات من المناضد، وكان حجم العينة 100 منضدة، وبعد فحص المناضد تم تسجيل المعيب منها كالتالي: وهذا التمرين كتب سابقا

العينة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	المجموع
عدد القطع المعيبة	10	12	9	4	3	8	10	19	7	5	100

المطلوب:

حساب حدود الضبط الاحصائي للوحدة (اللوحة) النسبة المئوية للمعيب و رسم اللوحة باستخدام $Z=3$ و تحديد ما إذا كانت العملية تحت الضبط الاحصائي أم لا؟

خطوات حل هذا المثال:

$$1- \text{عدد العينات المسحوبة} = 10$$

$$2- \text{عدد القطع في العينة الواحدة} = 100$$

$$\text{إذا حجم العينة الكلي } N = 10 \cdot 100 = 1000$$

والآن نقوم باستخراج نسب المعيب وهذا بقسمة عدد القطع المعيبة على حجم العينة في كل مرة مثلاً

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	العينة
0.05	0.07	0.19	0.10	0.08	0.03	0.04	0.09	0.12	10/1000	نسبة
									0.10	المعيب

والآن نقوم باستخراج الوسط الحسابي للمعيب في العينة والذي يمثل الحد المركزي CL

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^n d_i}{N} \quad \text{أولاً نحسب :}$$

$$P \text{ Barre} = 0.087 = 100 \cdot 10 / 5+7+9+10+8+3+4+9+12+10=$$

والآن نستخرج الحد الأعلى للضبط UCL حيث تساوي $\delta Ucl_p = \bar{p} + z$

$$UCL = \bar{p} + z \sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n}}$$

$$ucl = 0,087 + 3 \sqrt{\frac{0,087(1 - 0,087)}{100}}$$

$$= 0.172 \text{ وهو الحد الأعلى للضبط}$$

ثم نقوم باستخراج الحد الأدنى للضبط

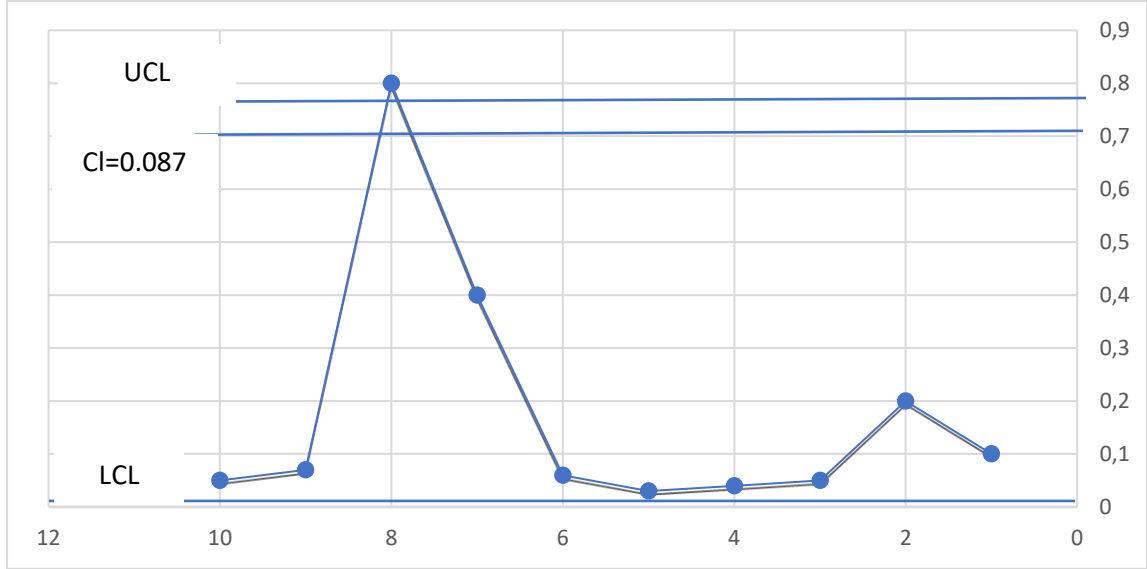
$$LCL = \bar{p} - z \sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n}}$$

$$lcl = 0,087 - 3 \sqrt{\frac{0,087(1 - 0,087)}{100}}$$

$$= 0.002$$

ننتقل الآن إلى تمثيل هذه الحدود بيانياً على المنحنى من خلال رسم لوحة نسب المعيب فنقوم بالآتي

الشكل رقم 19 رسم لوحة المعيب



المصدر: شريفي مسعودة ، محاضرات وتمارين في الاقتصاد الجزئي، الجزء الثاني، كلية العلوم الاقتصادية التجارية وعلوم التسيير، جامعة بشار، 2010-2009.

أ- رسم الخط الأعلى (UCL)

ب- رسم خط الحد المركزي (cl)

ج- رسم خط الحد الأدنى (LCL)

د- اسقاط النسب المئوية للمعيب على الاحداثيات

* يتضح من رسم اللوحة أن جميع نسب المعيب كانت ضمن حدود الضبط الاحصائي عدا العينة الثامنة والتي تجاوزت الحد الأعلى للضبط الاحصائي

* وفي مثل هذه الحالة يجب استبعاد العينة وحساب حدود الضبط الاحصائي مجددا، إذ لا يجوز إعداد لوحات ضبط باستخدام بيانات لعمليات هي بالأساس خارجة عن حدود الضبط

ثم نأتي إلى لوحة ضبط عدد العيوب c- chart

تعريف: لوحة ضبط عدد العيوب هي إحدى لوحات ضبط الصفات وتعبّر عن أعداد حقيقية وليس نسبة مئوية

-توفر هذه اللوحة المعلومات اللازمة حول التغيرات الحاصلة للعيوب من مخرجات العملية الإنتاجية.

-تلجأ الإدارة لهذا النوع من اللوحات عندما تكون مهمة في ضبط عدد العيوب في كل منتجة على سبيل المثال عدد الأخطاء المطبعية في كل صفحة من صفحات جريدة يومية، أو عدد الأخطاء في كل متر مربع من السجاد، عدد الفقاعات الهوائية في كل قذح زجاجي

نقوم بحساب حدود الضبط للوحة ضبط العيوب control limits c-chart

الحد الأعلى للضبط Upper C-1

$$UCL_{\bar{c}} = \bar{c} + Z\sqrt{\bar{c}}$$

الوسط الحسابي لعدد العيوب في كل الوحدات ويمثل الحد المركزي (CL)

$$\bar{c} = \frac{\sum_{i=1}^n C_i}{n}$$

C_i هو عدد العيوب في كل وحدة

Z : تمثل قيمة معيارية تعطى في السؤال (حسب كما في التمرين السابق)

الحد الأدنى للضبط LCL: Lower control limits ..

$$Lcl_{\bar{c}} = \bar{c} - z\sqrt{\bar{c}}$$

مثال عملي للوحة ضبط العيوب c-chart

قام مسؤول ضبط الجودة في معمل انتاج الورق بسحب 5 خمس رولات من عملية التقطيع وبعد فحص الرولات وجدت العيوب الموضحة في الجدول أدناه

اللفة	1	2	3	4	5
عدد العيوب	16	21	17	22	24
المجموع	100				

المطلوب:

1- إيجاد حدود ضبط الجودة للوحة ضبط العيوب باستخدام (3) انحرافات قيمة Z من عملية التقطيع

2- رسم اللوحة الخاصة بها

3- توضيح ما إذا كانت العملية ضمن الضبط أم لا؟

الحل:

خطوات الحل

1- نقوم بحساب الوسط الحسابي لعدد العيوب في كل الوحدات

$$\bar{c} = \frac{16 + 21 + 17 + 22 + 24}{5} = 20$$

الحد المركزي = $\bar{c} = 20 = CL$

UCL

1- استخراج $UCL = \bar{c} + z\sqrt{\bar{c}}$

$$UCL = 20 + 3\sqrt{20}$$

$$UCL = 33$$

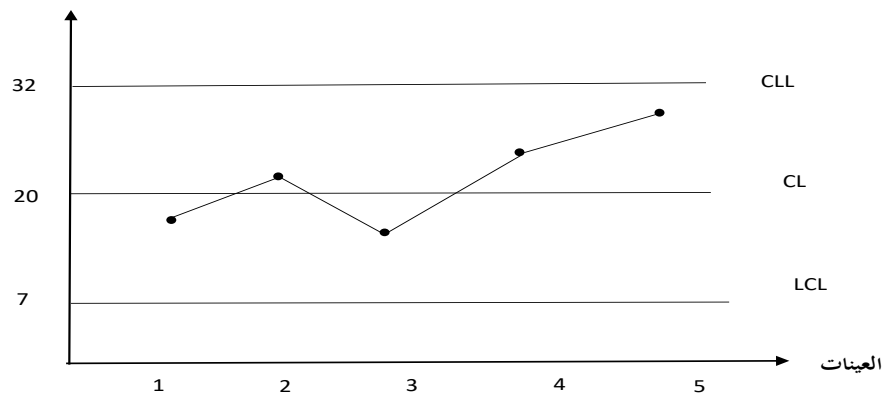
الآن نستخرج LCL الحد الأدنى للضبط

$$LCL = \bar{c} - z\sqrt{\bar{c}}$$

$$LCL = 20 - 3\sqrt{20} = 7$$

والآن نقوم برسم ضبط عدد العيوب وتمثيلها بيانيا كمايلي

شكل رقم 20. رسم ضبط عدد العيوب



المصدر: شرفي مسعودة، محاضرات وتمارين في الاقتصاد الجزئي، الجزء الثاني، كلية العلوم الاقتصادية التجارية وعلوم التسيير، جامعة بشار، 2009-2010.

يتضح أن عدد العيوب في كل رولة من رولات الورق يقع ضمن حدود الضبط الاحصائي

* نستنتج من ذلك بأن العملية داخل حدود الضبط الاحصائي

المحور الثامن البرمجة الديناميكية:

المحاضرة رقم 18 البرمجة الديناميكية

تمهيد: يمكن القول إن البرمجة الديناميكية هي أسلوب تحليلي لتقرير الخطة المثلى لتحقيق أهداف معينة لمجموعة من المشروعات تخضع للعديد من القيود هي بعبارة أخرى طريقة لتحديد أقصى قدر من الكفاءة في منطقة الموارد الإنتاجية المحددة بين أوجه استعمالها البديلة تتكفل البرمجة الديناميكية بتحديد الحلول المثلى للمشكلات، هي لذلك مناسبة لتحليل السلوك الرشيد سواء أكان في مجال الإنتاج أم الاستهلاك أم غير ذلك من مجالات الأنشطة الاقتصادية، إذن هي أسلوب يساعد على تحديد الخطة المثلى من بين خطط البديلة.

* ينفرد أسلوب تحليل المشاكل بطريقة البرمجة الديناميكية عن غيرها من أساليب التحليل الأخرى، بكونه يفترض إمكانية تقسيم عمليات القرارات المتعددة المراحل إلى عدد من الخطوات أو المراحل المتتالية التي يمكن أن تستكمل بأكثر من طريقة وتسمى البدائل لاستكمال هذه المراحل قرارات، وأن القرار يجب أن يحكم بواسطة مجموعة

من المعادلات أو القواعد التي تدعى دالة الانتقال أو التحول أما السياسة فهي تسلسل من القرارات واحد لكل مرحلة من العملية، وبناء على ذلك يمكن تفسير هذا الأسلوب بأنه مجموعة الإجراءات اللازمة لإيجاد الحل الأمثل للمشكلة التي يمكن صياغتها على هيئة مجموعة القرارات المتعددة المراحل يحكمها مبدأ بلمان للأمثلية وقد تضمن مبدأ "بلمان" أن للسياسة المثلى خاصية، أنه يصرف النظر عن الحالة الأولية للقرارات المتعلقة بها وأن القرارات المتبعة يجب أن تكون سلسلة مثلى من القرارات بالنسبة للمسائل الجزئية المتبعة، يفترض هذا الأسلوب أن معاملات المدخلات يجب أن تكون معروفة، يتم على أساسها تقسيم المشكلة على مشاكل فرعية ويرمز لها ان دالة العائد في المرحلة ، وتعرف المدخلات على أنها الحالة state، إن شرط العملية عند أي مرحلة يسمى الحالة، (n) بالحرف الأولى تكون

$$g_1 = r_1(s_1, d_1) \dots \dots \dots (1)$$

أما العائد الأمثل للمرحلة الأولى فإنه يمثل دالة لجميع متغيرات القرار في تلك المراحل ويتم اختيار أفضلها

$$f_1 * (S_1) = \text{opt} \{r_1(S_1, d_1)\} \dots \dots \dots (2)$$

$$d_1$$

أما في المرحلة الثانية فيمكن ان تأخذ الصيغة الآتية:

$$f_2 * (S_2) = \text{opt} \{r_2(S_2, d_2) + f_1 * (S_1)\} \dots \dots \dots (3)$$

$$d_2$$

Or :

$$f_2 * (S_2) = \text{opt} \{r_2(S_2, d_2) + f_1 * (S_2 - d_2)\} \dots \dots \dots (4)$$

$$d_2$$

Where :

$$S_1 = S_2 - d_2$$

وهذا بتكرار المعادلة لكل المراحل حتى تصل إلى المرحلة النهائية n-stage التي تمثلها المعادلة الآتية

$$f_n * (S_n) = \text{opt} \{r_n(S_n, d_n) + f_{n-1} * (S_{n-1})\}$$

$$d_n$$

اذ تمثل S_n متغير الحالة الذي يمكن ان يخصص للمرحلة n، فيكون القرار هو d_n والدالة العائد هي $F_n * (S_n)$ ، وما تبقى من هذا المتغير يمكن ان يخصص لمرحلة n-1 ، كما ذكرنا سابقا، فتكون دالة العائد السابق $f_{n-1} * (S_{n-1})$ اخدين بنظر الاعتبار ان هذه الدالة تحدد بمعرفة $f_{n-2}^*(S_{n-2})$ وهكذا حتى نجد قيمة $f_1(s_1)$ التي تمثل دالة العائد للمرحلة الابتدائية.

وترتبا على ما سبق، نستطيع ان نقول ان دالة العائد تعتمد على كل من متغير الحالة State variable وعلى القرار Decisio n المتخذ في المرحلة (n) وان القرار الأمثل عند المرحلة (n) سيكون ذلك القرار الذي يعظم Maximization العائد او يديني Minimizaion القيمة المعطاة.

وهناك طريقتان لحساب قيم الدوال التي نحصل من خلالها على الحل الأمثل للمشكلة أولهما طريقة الحسابات الأمامية Forward computation حيث يعتمد هذا الأسلوب على قيم مرتبة تصاعديا كما في المخطط ادناه:

$$f_1 \rightarrow f_2 \rightarrow \dots \rightarrow f_n$$

ان هذه الطريقة تعتمد على مبدأ التقدم في العمل اذ يتم حساب قيمة الدالة الأولى، f_1 ثم الانتقال إلى الدالة الثانية f_2 وهكذا حتى نصل إلى الدالة النهائية f_n

وهي طريقة معاكسة للأسلوب السابق، اذ Backward computayion أما الطريقة الثانية فهي طريقة الحسابات الخلفية تستخدم العلاقة التكرارية في إيجاد الحل الأمثل عن طريق التحرك من الخلف مرحلة بمرحلة في كل مرحلة يتم إيجاد الخطة المثلى لكل حالة من حالات هذه المرحلة حتى نصل الى المرحلة الأولى وبذلك يتم ترتيب الدوال تنازليا وكما في المخطط الآتي

$$f_n \rightarrow f_{n-1} \rightarrow f_{n-2} \dots \dots \rightarrow f_1$$

ان الفرق الرئيس ما بين الطريقتين تعود الى الأسلوب الذي يتم استخدامه في تعريف متغير الحالة state of system ونتيجة لما سبق فمن أجل تحقيق أهداف الوحدة الاقتصادية يتم تحديد الخطة المثلى optimum plan التي تمثل مجموعة من متغيرات البدائل بحيث يعد كل متغير أفضل فعل لحالة معينة.

البرمجة الديناميكية في ظل اليقين واللايقين:

تكون عملية القرارات المتعددة المراحل مؤكدة إذا كان الناتج من كل قرار معروفا تماما، أما إذا كان العائد المرتبط بقرار واحد على الأقل في العملية عشوائيا فتعد البرمجة الديناميكية احتمالية أو تصادفية، ويمكن عد البرمجة الديناميكية أمها في ظل اللايقين إذا تحقق الشرطان التاليان:

أولهما: إذا كان العائد المرتبط بحالة أو أكثر غير مؤكد

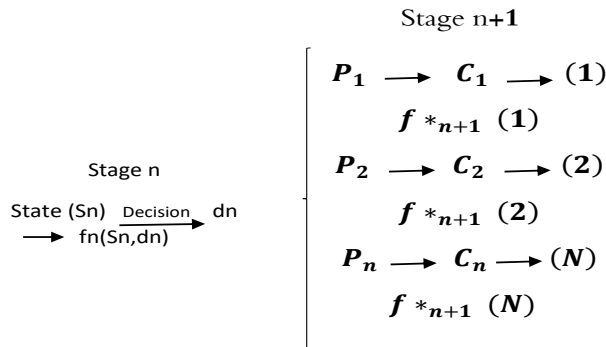
ثانيهما: إذا كانت الحالات الناتجة من واحد أو أكثر من القرارات غير مؤكدة

وقد يستخدم أسلوب البرمجة الديناميكية المؤكدة في جعل عملية القرار التصادفية المتعددة المراحل مثلى متى ما توفر شرطان أساسيان هما :

أن التوزيع الاحتمالي الذي يحكم الأحداث العشوائية يكون معروفا والآخر يشير إلى أن عدد الحالات والمراحل محددتان إن الحالة الشائعة في البرمجة الاحتمالية هي أمثلة العائد المتوقع لذلك فإن العشوائية تحدث في العائد المرتبط بالحالات وليس في الحالات الناتجة من القرارات.

أما إذا كانت الحالة الناتجة من القرارات عشوائية فيمكن أن نتصور شكلا تخطيطيا لها كما في الشكل الموالي

الشكل رقم 21 الهيكل الأساسي للبرمجة الاحتمالية وفق عشوائية الحالة



المصدر: فضيلة عابد، خضور رسلان، التحليل الاقتصادي الجزئي، منشورات جامعة دمشق، كلية الاقتصاد، 2007-2008.

اذ ان : (n) تمثل عدد الحالات الممكنة في المرحلة .

$(P_1, P_2 \dots P_n)$: تمثيل التوزيع الاحتمالي للحالة

S_n : تمثل الحالة في المرحلة n .

d_n : تمثل القرار في المرحلة n .

C_i : تمثل عائد مساهمة الناتج في دالة الهدف للمرحلة n ، عندما تتبدل الحالة لتكون الحالة i واستنادا الى الهيكل الاحتمالي الموضح في ا لشكل (1-12) يمكن صياغة العلاقة ما بين $f^*_{n+1}(S_{n+1})$ و $f^*_n(S_n, d_n)$ اعتمادا على صيغة دالة الهدف وفق الح سابات الامامية وكالاتي:

ان دالة العائد للمرحلة (n) هي:

$$f^*_n(S_n, d_n) = \sum_{i=1}^n P_i [C_i + f^*_{N+1}(1)]$$

and

$$f^*_{n+1}(S_{n+1}) = \text{opt } f_{n+1}(S_{n+1}, d_{n+1})$$

اما إذا توسع الشكل (1-14) ليشمل الحالات والقرارات الممكنة جميعا في كل المراحل فعندئذ يسمى بشجرة القرار.

وفي حالة كون العمليات تتسم بالعشوائية، فإن السياسة المثلى تعرض في صورة "جدول السياسة"، وكما موضح بالشكل (2-12)، اذا وجدت العملية j تدل على القرار عند المرحلة ($d_j(a_i)$ و $i=1,2,3,\dots,n$ و $j=1,2,3,\dots,n$) وعلى فرض ان a_i نفسها عند الحالة

شكل (22) جدول السياسة

States	j \ i	a_1	a_2	-----	a_r
		1	$d_1(a_1)$	$d_1(a_2)$	-----
	2	$d_2(a_1)$	$d_2(a_2)$	-----	$d_2(a_r)$

	N	$d_n(a_1)$	$d_n(a_2)$	-----	$d_n(a_r)$

المصدر: عباس نضال، سامر عبد الهادي، مبادئ الاقتصاد الجزئي، الطبعة 1، دار الأيام، عمان، 2015.

تمرين رقم 1

المطلوب تحديد أعظم عائد من تحميل مركبة بشرط عدم تجاوز الحد المسموح لطاقة التحميل لتلك المركبة وإذا علمت ان الحد المسموح وزن w_i يمثل سعر الطن الواحد و r_i طن. الجدول التالي يمثل وزن الحمولة مع سعر النقل حيث $(W=5)$ به للنقل في تلك المركبة الحمولة.

I	w_i	r_i
1	1	30
2	2	80
3	3	65

الحل:

إذا فرضنا ان:

تمثل سعر الوحدة

تمثل عدد الوحدات

وزن الوحدة الواحدة

فان دالة الهدف لمشكلتنا هي:

Maximise : $r_1k_1 + r_2k_2 + r_3k_3$

Subject to :

$$W_1K_1 + W_2K_2 + W_3K_3 \leq W = 5$$

(K_i) non negative, Integer

1-Stages :

إن المراحل تمثل (Itemating=1,2,3)

2-Alternatives :

للحصول على الخيارات فإننا نطبق القانون التالي:

$$\frac{W}{W_i} = \frac{W}{W_1} = \frac{5}{1} = 5 \quad \frac{W}{W_2} = \frac{5}{3} = 1 \quad \frac{W}{W_3} = \frac{5}{2} = 2$$

3- State of the system

X_i = Cumulative Capacity

ان الصيغة العامة للمعادلة التكرارية لهذه المشكلة هي كالآتي:

$$f_1(X_1) = \text{Max}\{K_1 r_1\}$$

$$f_i(X_i) = \text{Max}\{K_i r_i + f_{i-1}(X_i - K_i W_i)\}$$

$$(i = 1, 2, \dots, N)$$

المرحلة الأولى:

$$\text{Max } K_1 = [W/W_1] = [5/1] = 5$$

State X_i	$F_1(k_1 x_1) = 30K_1$							Optimal solution
	$K_1 = 0$ $r_1 k_1$ $= 0$	$K_1 = 1$ 30	$K_1 = 2$ 60	$K_1 = 3$ 90	$K_1 = 4$ 120	$K_1 = 5$ 150	$f_1(x_1)$	K_1^*
0	0	-	-	-	-	-	0	0
1	0	30	-	-	-	-	30	1
2	0	30	60	-	-	-	60	2
3	0	30	60	90	-	-	90	3
4	0	30	60	90	120	-	120	4
5	0	30	60	90	120	150	150	5

المرحلة الثانية:

$$\text{Max } K_2 = [W/W_2] = [5/3] = 1$$

State	$f_2(k_2/x_2) = 80k_2 + f_1(x_1 = x_2 - w_2k_2)$			Optimal	
	$k_{2,0} = 0$ $r_2k = 0$	$K_{2,1} = 1$ 80	H	$f_2(x_2)$	K_2^*
0	0	-		0	0
1	$30=0+30$	-		30	0
2	$60=0+60$	-		60	0
3	$90=0+90$	$110=80+30$		90	0
4	$120=0+120$	$110=80+30$		120	0
5	$150=0+150$	$140=80+60$		150	0

المرحلة الثالثة:

$$\text{Max } K_3 = [W/W_3] = [5/2] = 2$$

State	$f_3(k_3/x_3) = 80k_3 + f_2(x_2 = x_3 - w_3k_3)$			Optimal solution	
	$k_{3,0} = 0$ $r_3k_3 = 0$	$K_3 = 1$ 65	$k_3 = 2$ 130	$f_3(x_3)$	K_3^*
0	$1=0+0$	-	-	0	0
1	$30=0+30$	-	-	30	0
2	$60=0+60$	$65=65+0$	-	65	1
3	$90=0+90$	$95=65+30$	-	95	1
4	$120=0+120$	$125=65+60$	$130=130+0$	130	2
5	$150=0+150$	$155=65+90$	$130=130+0$	160	2

القرار: ان الحل الأمثل لتخصيص الحمولة على المركبة هو $K_1^* = 1$ ، $K_2^* = 0$ ، $K_3^* = 2$ وبقيمة إجمالية قدرها (160)

الخاتمة

في ظل الظروف الحالية المتسمة بالتغيير لا يمكن لمتخذ القرار، اتخاذ القرار بسهولة وسرعة وكفاءة في النتائج، نظرا للعمليات الحسابية الكثيرة والمعقدة والتي تستغرق وقتا مهما، أحيانا يتم التخطيط لفترات قريبة قد لا تتعدى بضعة أشهر، وأحيانا أخرى يمكن التخطيط بدرجة معقولة من الدقة بالظروف المستقبلية وفترات أطول.

إن تحليل بيئة العمل في المؤسسة تعد الركيزة الأساسية و المحور التسييري في تخطيط و حسن تنظيم العمليات بطريقة تسمح بمزاولة العمل على المستوى الفردي أو الجماعي و لذلك فإن أبرز الاستخدامات الموجهة للحفاظ على استقرار المؤسسة و تجنب المشكلات خاصة المفاجئة التي تستدعي القدرة على مواجهتها و عقلنة حلها في ظل مجموعة من المعايير الكمية و الإحصائية و هذا بالنظر إلى استراتيجية الإدارة و أساليب حل مشكلاتها الخاصة في حالات الخطر و كذلك الدور الفعال للقائد في تحكيم الكفة و وزنها وفق محدودية خطة العمل و التوافق مع السوق و بيئة النشاط ،لذا انصب اهتمام الإدارة حول تقنيات إبراز الدور لإبداعي في تحديد عناصر المشكلة و تقييمها و استخدام عنصر التفكير الاستراتيجي .

و النظريات المعرفية و المنطقية مهمة جدا لبناء المعارف سواء تعلق الأمر بالنسبة للفرد أو للمجتمع، كعمليات العصف الذهني التي تركز على المعارف و المهارات السابقة، و بالنسبة للمنشأة فهي تحتاج إلى خطط عمل واضحة الرؤية و الأهداف ، كما أنها تستعين بأدوات كمية تعتمد في عملية اتخاذ القرارات الاستراتيجية و هذه الأدوات متنوعة نذكر منها أسلوب البرمجة الخطية و شجرة القرار التي تفيد في عرض نتائج القرارات المتعددة بطريقة مبسطة و منطقية تمكن متخذ القرار و من فهم و تقييم البدائل المختلفة و هذا في حالة اتخاذ القرار متعدد المراحل حيث يؤثر ناتج أحد القرارات على القرار الذي يليه كذلك هناك أسلوب كمي تعتمد المنشأة لاتخاذ القرار و هي نظرية الألعاب فهي تعد نموذجا و أسلوبا متطورا في عملية اتخاذ القرار، و ذلك في الحالات التي يتوجب فيها الأخذ بالاعتبار وضع المنشآت المنافسة للمنشأة متخذة القرار عليه نجد متخذ القرار يبحث دائما عن الحلول و اختيار الحل الأمثل أي الحل الأكثر مردودية و ربحية له، كما يعتمد متخذ القرار على أساليب أخرى كنموذج المحاكاة البرمجة الديناميكية نقطة التعادل و تحليل التكاليف ، كل هذه الأساليب الإحصائية تهدف إلى ضبط و رقابة جودة الإنتاج .

قائمة المراجع والمصادر:

قائمة المراجع باللغة العربية

- 1- أبو القاسم مسعود الشبح، بحوث العمليات، الجمهورية العربية للتدريب والنشر، الطبعة الأولى، 2012.
- 2- الجاعوني، فريد خليل، أسلوب تحليل الإنحدار الخطي المتعدد في دراسة أهم المتغيرات الاقتصادية والاجتماعية، جامعة دمشق للعلوم الاقتصادية والقانونية، سوريا، 2008.
- 3- الجنابي، عباس خضير، المشهداني، خالد فرحان، تطبيقات في الأساليب الكمية، دار الأيام للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، 2016.
- 4- حسونة، عصام الدين محمد، معوقات استخدام الأساليب الكمية وعلاقتها بجودة القرارات الإدارية، غزة، فلسطين، 2012.
- 5- خضير، عباس، المشهداني، خالد فرحان، تطبيقات في الأساليب الكمية، دار الأيام، عمان، 2016.
- 6- ريتشارد برونسون، بحوث العمليات، الطبعة العربية الثالثة، الدار الدولية للاستثمارات الثقافية، القاهرة، مصر، 2012.
- 7- سعيد، سهيلة عبد الله، الجديد في الأساليب الكمية وبحوث العمليات، دار حامد للنشر والتوزيع، الأردن، الطبعة الأولى، 2017.
- 8- شريف مسعودة، محاضرات وتمرين في الاقتصاد الجزئي، الجزء الثاني، جامعة بشار، 2009-2010.
- 9- شعيب، محمد عبد الرحيم، عبد العزيز عبد الرحيم، الأساليب الإحصائية في الطب والصحة العامة، دار النهضة العربية، القاهرة، مصر، 2005.
- 10- شقيري، نوري موسى، نور، محمود إبراهيم، الحداد، وسيم محمد، ديب، سوزان سمير، إدارة المخاطر، دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة، عمان، الأردن، 2012.
- 11- عيساوي، نصر الدين، المحاسبة التحليلية، بدون ذكر دار النشر، الجزائر، 2017.
- 12- عبد الباقي عبد الغني، محمد الأمين عبد الباقي، الإحصاء التطبيقي في مجال الرعاية الصحية، دار الصفاء، عمان الأردن، 2010.
- 13- كفنوش محمد، رسالة ماجستير، القيمة في المؤسسة باستخدام نظام التكاليف على أساس أنشطة ABC، جامعة سعد دحلب، البليدة، 2007.

- 14 كمال خليفة أبو زيد، زينات محمد محرم، دراسات في استخدام بحوث العمليات في المحاسبة، المكتب الجامعي الحديث، مصر، 2006.
- 15 غفل، مصباح جمعة، وآخرون، البرمجة الخطية، مكتبة المجتمع العربي للنشر، 2009.
- 16 غفور، كاوزان مهدي، الأساليب الكمية، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة السليمانية، العراق، 2012.
- 17 عبد العال النعيمي، محمد الحمداني، رفاة شهاب، أحمد شهاب، بحوث العمليات، دار وائل للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، 2011.
- 18 نادية أيوب، نظرية القرارات الإدارية، دار زهران، 1997.
- 19 يجاوي مفيدة، التقنيات الكمية في إدارة الأعمال، دار البيازوري العلمية للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، 2013.

قائمة المراجع باللغة الأجنبية

- A.Pavinrau, Don T.Pillips, James J,Solberg, **Operation Research, Principle & Practices**, Willy, India , 2006.
- Bernard W. Taylor, **Introduction to management science** 7th ed. Prentice ,Hall, Inc, 2002.
- Dil worth, J. B, **Operations Management** (1996) Mc Graw-Hill Co. Inc.CANADA.
- Frederick , S, Hillier & Gerald J. Lie Berman , **Introduction to Operation Research** 6th ed. India , University , 2005.
- Hamdy, A. Taha, **Operation Rescarch,an Introduction** 8&Edition,Pearson Prentice Hall,2007.
- Wayne , L, Winston , **Operation Research Application & Algorithms** 4th ed , Thomson , Books Cole , 2004.