جامعة عبد الحميد بن باديس مستغانم

كلية العلوم الاقتصادية، التجارية وعلوم التسيير

قسم العلوم الاقتصادية

رياضيات مالية

دروس وتمارين محلولة

مطبوعة بيداغوجية موجهة لطلبة السنة الثالثة ليسانس تخصص اقتصاد وتسيير المؤسسات - السداسي الأول -

من إعداد

د. مزاجة تواتية

أستاذة محاضرة "ب"

السنة الجامعية 2026/2025

بسم الله الرحمان الرحيم

قال الله تعالى :﴿ **الَّذِينَ يَأْكُلُونَ الرِّبَا لَا يَقُومُونَ إِلَّا كَمَا يَقُومُ الَّذِي يَتَخَبَّطُهُ الشَّيْطَانُ مِنَ الْمَسِّ ۚ ذَٰلِكَ بِأَنَّهُمْ قَالُوا إِنَّمَا الْبَيْعُ مِثْلُ الرِّبَا ۗ وَأَحَلَّ اللَّهُ الْبَيْعَ وَحَرَّمَ الرِّبَا ۚ فَمَن جَاءَهُ مَوْعِظَةٌ مِّن رَّبِّهِ فَانتَهَىٰ فَلَهُ مَا سَلَفَ وَأَمْرُهُ إِلَى اللَّهِ ۖ وَمَنْ عَادَ فَأُولَٰئِكَ أَصْحَابُ النَّارِ ۖ هُمْ فِيهَا خَالِدُونَ**﴾ **[سورة البقرة: 275]**

فهرس المحتويات

مقدمة

تأتي هذه المطبوعة الموسومة ب**رياضيات مالية دروس وتمارين محلولة** لتلقي الضوء على الفصول الأساسية لمادة الرياضيات المالية، وهي موجهة لطلبة السنة الثالثة اقتصاد، تخصص إدارة واقتصاد مؤسسات.

يتناول القسم الأول الفائدة البسيطة بدءًا من مفهومها، وتحديد معادلات حسابها، إضافة إلى دراسة الخصم التجاري والخصم الحقيقي، وأساسيات التكافؤ بين المبالغ المالية، كل ذلك في إطار العمليات قصيرة الأجل، مع دعم المحتوى بمجموعة من التمارين المحلولة لترسيخ الفهم.

أما القسم الثاني، فينتقل إلى دراسة العمليات المالية طويلة الأجل، حيث يتم استعراض الفائدة المركبة وصيغها المختلفة، كما يتناول استهلاك القروض بفائدة مركبة، مع تطبيقات عملية تساعد على توضيح الآليات الحسابية ذات الصلة.

وتختتم المطبوعة بالتعريف بأسس اتخاذ القرارات الاستثمارية المالية منها والحقيقية حيث تمثل المؤشرات والمعايير المطروحة أدوات توجيهية تساعد المستثمر في تقييم الفرص المتاحة. كما يشمل هذا القسم دراسة تقييم السندات والأسهم، من خلال عرض النماذج الأساسية المستخدمة في تقدير قيمتها السوقية العادلة، مثل نموذج النمو الثابت ونموذج النمو غير العادي، مع تطبيقات عملية توضح كيفية استخدام هذه النماذج.

وأخيرًا، نسأل الله تعالى أن تحقق هذه المطبوعة الغاية المرجوة منها، وأن تكون عونًا للطلبة في فهم واستيعاب مفاهيم الرياضيات المالية بصورة سهلة وميسرة،

د.مزاجة تواتية

القسم الأول

العمليات المالية قصيرة الأجل

Les opérations financières à court terme

الفصل الأول: الفائدة البسيطة

الفصل الثاني: القيمة الحالية والخصم

الفصل الثالث: تكافؤ الأوراق التجارية

الفصل الرابع: الدفعات المتساوية بالفائدة البسيط

الفصل الخامس: اهتلاك القروض قصيرة الأجل

الفصل الأول: الفائدة البسيطة

1. **تعريف الفائدة البسيطة L' intérêt simple:** تعرف الفائدة اقتصاديا بأنها التعويض المدفوع لقاء استعمال مبلغ معين من المال لمدة زمنية معينة أو أنها عائد رأس المال في العملية الإنتاجية، أي العوض المدفوع لصاحب رأس المال لقاء استعمال رأس ماله في عملية الإنتاج.

أما التعريف المصرفي للفائدة "فهو حق المصرف أو العميل لقاء إقراض مبلغ معين من المال " فالمصرف يستحق فائدة في عملية الائتمان لقاء الأموال التي يقرضها للغير والعميل أيضا له حق (فائدة) لقاء إيداع أمواله لدى المصارف بأنواعها المعروفة (الجواري، 2013، صفحة 13).

وتعرف الفائدة البسيطة على أنها الأجر أو تعويض الذي يدفع مقابل حق الاستخدام الأصل (رأس المال المقترض أو المستثمر بمعدل فائدة معين وفترة زمنية معينة عادة لا تتعدى سنة واحدة (دردوى و لقليطي، 2018، صفحة 13).

2. **العناصر المحددة لفائدة البسيطة:** يتوقف احتساب الفائدة البسيطة على ثلاثة عناصر هي:

- **القيمة الأصلية Capital :** وهو أصل مقدار النقود المقترضة أو المستثمرة بالمعدل المعين والمدة المعينة ويرمز له ب (C_0).
- **معدل الفائدة Taux d'intérêt:** وهي النسبة المئوية التي تحسب الفائدة البسيطة بموجبها من المبلغ الأصلي سنويا و تزداد الفائدة البسيطة بزيادة معدل الفائدة ويرمز له ب (t).
- **المدة الزمنية Durée:** وهي عبارة عن مدة المبلغ الأصلي، القرض أو مدة الاستثمار، وتكون قصيرة الاجل إما سنوية، أو شهرية أو يومية ويرمز لها ب (n).

3. **قانون القائدة البسيطة :** كما ذكرنا أعلاه أن قيمة الفائدة البسيطة المتحصل عليها من توظيف أو استثمار مبلغ أو أصل معين خلال فترة زمنية معينة تتوقف على ثلاث عناصر ،إذا رمزنا بالرمز" I " للفائدة البسيطة المتحصل عليها، فإن العلاقة الرياضية لحسابها تعطى بالصيغة التالية:

$$I = \frac{C \times t \times n}{100}$$

وهناك طريقتان لحساب الفائدة البسيطة، هما :

1.3. الطريقة العادية أو المباشرة: وهي تعطى حسب نوع المدة:

- إذا كانت المدة بالسنوات فان: $I = C \times t \times n/100$
- إذا كانت المدة بالأشهر فان: $I = C \times t \times n/1200$
- إذا كانت المدة بالأيام فان: $I = C \times t \times n/3600$

2.3. طريقة القاسم الثابت: تستعمل طريقة القاسم الثابت في القانون الفائدة البسيطة عندما تكون المدة بالأيام فقط انطلاقا من القانون العام للفائدة البسيطة (الشامي، 2022، صفحة 9) .

$$\mathbf{I = \frac{C \times t \times n}{36000}}$$

نقوم بقسمة البسط و المقام على t فنحصل على العلاقة التالية:

$$\mathbf{I = \frac{C \times n}{\frac{36000}{t}}}$$

يطلق على الناتج حاصل الضرب $C \times n$ بالمنر N (Nombre)

أما الناتج $36000/t$ فهو يسمى بالقاسم "D" (Diviseur) .

وبذلك يكون قانون الفائدة البسيطة حسب هذه الطريقة $I = \frac{N}{D}$

مثال 01: ما هي الفائدة البسيطة لرأسمال قدره 10000 دج موظف بمعدل فائدة بسيط سنويا 3% لمدة سنة واحدة؟

الحل:

$$I = \frac{C \times t \times n}{100} = \frac{10000 \times 3 \times 1}{100} = 300\ DA$$

$$\boxed{I = 300\ DA}$$

مثال 02: ما هي الفائدة البسيطة لرأسمال قدره 85000 دج موظف بمعدل فائدة بسيط سنويا 6% لمدة أربعة أشهر؟

الحل:

$$I = \frac{C \times t \times n}{1200} = \frac{85000 \times 6 \times 4}{1200} = 1700DA$$

$$\boxed{I = 1700\ DA}$$

مثال 03: ما هي الفائدة البسيطة لرأسمال 15000 دج موظف بمعدل فائدة بسيط سنويا 3% من 19 مارس إلى 15 جوان 2021؟

الحل:

حساب المدة توظيف المبلغ المالي:

شهر مارس (31-19)= 12 يوم

شهر افريل = 30 يوم

شهر ماي = 31 يوم

شهر جوان = 15 يوم

إذن عدد أيام توظيف المبلغ المالي هي:

$$n = 12 + 30 + 31 + 15 = 88 \text{ jours}$$

- الطريقة العادية:

$$I = \frac{C \times t \times n}{36000} = \frac{15000 \times 3 \times 88}{36000} = 110 \text{ DA}$$

$$\boxed{I = 110 \text{ DA}}$$

- طريقة القاسم الثابث:

$$I = \frac{C \times N}{D} = \frac{15000 \times 88}{\frac{36000}{3}} = 110\text{DA}$$

$$\boxed{I = 110 \text{ DA}}$$

4. **شروط تطبيق الفائدة البسيطة:** لتطبيق العلاقة الرياضية لحساب الفائدة البسيطة احترام الشروط التالية:

أولا: يجب أن يكون معدل الفائدة (t) سنوياً، وإذا كان معدل الفائدة غير سنوي يجب تحويله إلى معدل فائدة سنوي

ثانيا: يشترط أن تكون مدة الاستثمار أو الاقتراض (n) بالسنوات وإذا كانت المدة غير سنوية يجب تحويلها إلى سنوات (خليفة، 2020، صفحة 8).

مثال 04: أودع شخص 600 دج بالبنك لمدة 4 سنوات فإذا علمت أن معدل الفائدة الذي يمنحه البنك لعملائه هو 4% عن كل نصف سنة، أوجد قيمة الفائدة المستحقة عن مدة الإيداع؟

الحل:

معدل الفائدة السنوي = معدل النصف السنوي × عدد الفترات التي يتضمنها العام

$$t = 0.04 \times \frac{12}{6} = 8\%$$

- حساب الفائدة بتطبيق القانون

$$I = c \times t \times n$$
$$I = 600 \times 0.08 \times 4 = 192 \text{ DA}$$

$$\boxed{I = 192 \text{ DA}}$$

مثال 05: أوجد الفائدة البسيطة السنوية لمبلغ 2000 دج لكل حالة من الحالات التالية:

- بمعدل فائدة شهري $\frac{1}{2}$% ولمدة 3 أشهر؛
- بمعدل فائدة ثلاثي $\frac{5}{4}$ % ولمدة سنة واحدة؛
- بمعدل فائدة رباعي 3% ولمدة 150 يوم؛
- بمعدل فائدة نصف شهري $\frac{3}{4}$% ولمدة 20 أسبوع.

الحل

- إيجاد الفائدة البسيطة السنوية لكل حالة من الحالات التالية:
- بمعدل فائدة شهري $\frac{1}{2}$% ولمدة 3 أشهر؛

$$t = \frac{1}{2} \times 12 = 6\%$$

$$I = 2000 \times \frac{6}{100} \times \frac{3}{12} = 30\text{DA}$$

$$\boxed{I = 30 \text{ DA}}$$

- بمعدل فائدة ثلاثي $\frac{5}{4}$% ولمدة سنة واحدة؛

$$t = \frac{5}{4} \times 4 = 5\%$$

$$I = 2000 \times \frac{5}{100} \times 1 = 100DA$$

$$\boxed{I = 100\ DA}$$

- بمعدل فائدة رباعي 3% ولمدة 150 يوم:

$$t = 3 \times 3 = 9\%$$

$$I = 2000 \times \frac{9}{100} \times \frac{150}{360} = 75DA$$

$$\boxed{I = 75\ DA}$$

- بمعدل فائدة نصف شهري $\frac{3}{4}$ % ولمدة 20 أسبوع.

$$t = \frac{3}{4} \times 24 = 18\%$$

$$I = 2000 \times \frac{18}{100} \times \frac{20}{51,4286} = 140DA$$

$$\boxed{I = 140\ DA}$$

5. أنواع الفائدة البسيطة

1.5. الفائدة البسيطة التجارية L'intérêt simple commercial: وهي الفائدة التي تقوم على افتراض أن السنة تتضمن 360يوم والشهر 30يوم وتحسب بنفس العلاقة التي سبق ذكرها أي:

$$I = \frac{C \times t \times n}{360}$$

2.5. الفائدة الصحيحة L'intérêt simple réel: وهي الفائدة التي تحسب على أساس أيام السنة المدنية 365 يوم، وان عدد الأيام في الشهور تحسب بالشكل الصحيح أي جانفي 31 يوم، فيفري 28 يوم ، مارس 31 يوم افريل 30يوم،......

اعتبار عدد أيام الشهر حسب التقويم و السنة 365 يوما وتتميز بان عدد أيام شهر فيفري فيها هو 28 يوم.

$$I = \frac{C \times t \times n}{365}$$

وتجدر الإشارة إلى أن السنة الكبيسة تتضمن 366 يوم، بدلا من السنة العادية التي تتضمن 365 يوم، وهذا لكون شهر فيفري فيها يصل إلى 29 يوم . وعليه تكون علاقة الفائدة الصحيحة في حال السنة الكبيسة كتالي: (بوغرة، 2013، الصفحات 12-13)

$$I = \frac{C \times t \times n}{366}$$

ملاحظة: للتمييز بين ما يسمى بالسنة العادية (Année régulièr) والسنة الكبيسة (Année bissextil) بان السنة التي تقبل القسمة على 4 بدون باق هي سنة كبيسة و خلاف ذلك هي سنة عادية .

مثال 06: أودع أحد الأشخاص مبلغ قدره 5300دج بالبنك خلال الفترة 2021/06/26 إلى 2021/09/8 بمعدل فائدة بسيطة 6% سنويا. أوجد قيمة كل من الفائدة الصحيحة والفائدة التجارية؟

الحل:

- الفائدة الصحيحة

نقوم أولا بتحديد ما إذا كانت السنة بسيطة أم كبيسة بالقسمة على 4

$$2021/4 = 505,25$$

هذا يدل على أن السنة عادية وعدد أيامها 365 يوما

عدد أيام الإيداع من 6/26 إلى 9/8

$$(30 - 26) + 31 + 31 + 8 = 74 \text{ jours}$$

وبتطبيق قانون الفائدة

$$I = \frac{5300 \times 0.06 \times 74}{365} = 64,47\ DA$$

$$\boxed{I = 64,47\ DA}$$

- الفائدة التجارية:

$$I = \frac{5300 \times 0.06 \times 74}{360} = 65,37\ DA$$

$$\boxed{I = 65,37\ DA}$$

نلاحظ أن قيمة الفائدة التجارية اكبر من قيمة الفائدة الصحيحة نتيجة اختلاف عدد أيام السنة المستخدم في الحساب.

ملاحظة:

- الفائدة التجارية هي الأكثر شيوعا في المعاملات المالية ما لم بنص على استخدام الفائدة الصحيحة بشكل واضح في السؤال أو في شروط تعاقدية.
- الفائدة التجارية دائما اكبر من الفائدة الصحيحة.
- السنة الكبيسة تؤخذ فقط إذا تم ذكر تاريخ محدد مثلا 2024.

3.5. العلاقة بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة: كما عرفنا سابقا أن السنة تساوي 360 يوما وفي حالة الفائدة الصحيحة تساوي 365 يوما والفرق بينهما هو 5 أيام يمكن استعماله لحساب كل من الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة، فإذا رمزنا للفائدة التجارية I_C والفائدة الحقيقية أو (الصحيحة) I_R (الجواري، 2013).

وتحسب العلاقة بين الفائدة بين الفائدة التجارية I_C والفائدة الحقيقية أو (الصحيحة) I_r وفق القاعدة التالية:

لدينا معادلة الفائدة البسيطة التجارية:

$$I_c = \frac{C \times t \times n}{360} \text{...}(1)$$

ومعادلة الفائدة البسيطة الصحيحة:

$$I_r = (C \times t \times n)/36 \text{.......................(2)}$$

وبقسمة (1) على (2) نجد:

$$\frac{I_C}{I_r} = \frac{365}{360}$$

وباختصار كل من IC و IR من البسط والمقام فان:

$$\frac{I_C}{I_r} = \frac{365 \div 5}{360 \div 5} = \frac{73}{72}$$

$$\mathbf{I_C = \frac{73}{72} I_r \quad ; \quad I_r = \frac{72}{73} I_c}$$

إذا قمنا بحساب الفرق بين الفائدتين كما يلي:

$$I_c - I_r = \frac{73}{72} I_r - I_r$$

وذلك بالتعويض عن قيمة فائدة من المعادلة السابقة وبإخراج العامل المشترك I_r

$$I_c - I_r = \left(\frac{73}{72} - \frac{72}{72}\right) I_r = \frac{I_r}{72}$$

$$\mathbf{I_c - I_r = \frac{1}{72} I_r}$$

أي أن الفائدة التجارية تزيد عن الفائدة الحقيقية بمقدار $\frac{1}{72}$ من الفائدة الحقيقة

كما يمكن إيجاد الفرق بدلالة فائدة وذلك بالتعويض عن قيمة فائدة صحيحة و إخراج العامل المشترك

(سلامة، 2007، صفحة 53) .

$$I_c - I_r = I_c - \frac{72}{73} I_c = I_c \left(1 - \frac{72}{73}\right) = \frac{I_c}{73}$$

$$\mathbf{I_c - I_r = \frac{I_c}{73}}$$

مثال 07: أوجد الفائدة التجارية إذا علمت أن الفائدة الصحيحة 432 دج؟

الحل:

$$I_c = \frac{73}{72} I_r$$

بالتعويض نجد ان:

$$I_c = \frac{73}{72} (432)$$

$$\boxed{I_c = 438 \text{ DA}}$$

مثال 08: اوجد الفائدة الصحيحة إذا علمت أن الفائدة التجارية 385 دج.

الحل:

$$I_r = \frac{72}{73} I_c$$

بالتعويض نجد

$$I_r = \frac{72}{73} (385) = 379{,}726 \text{ DA}$$

$$\boxed{I_r = 379{,}726 \text{ DA}}$$

مثال 09: عند حساب الفائدة البسيطة التجارية والفائدة البسيطة الصحيحة لاستثمار ما (بنفس المبلغ، نفس المعدل، ونفس المدة)، وُجد أن الفرق بينهما يساوي 8 دنانير.

المطلوب: تحديد قيمة كل من الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة.

الحل:

بتطبيق قانون الفرق بين الفائدتين لإيجاد قيمة أيا منهما:

$$I_c - I_r = \frac{1}{72} I_r$$

بالتعويض:

$$8 = \frac{1}{72} I_r$$

$$I_r = 8 \times 72 = 576 \text{ DA}$$

$$\boxed{I_r = 576 \text{ DA}}$$

$$I_c - I_r = \frac{1}{73} I_c$$

$$8 = \frac{1}{73} I_c$$

$$I_c = 8 \times 73 = 584 \text{ DA}$$

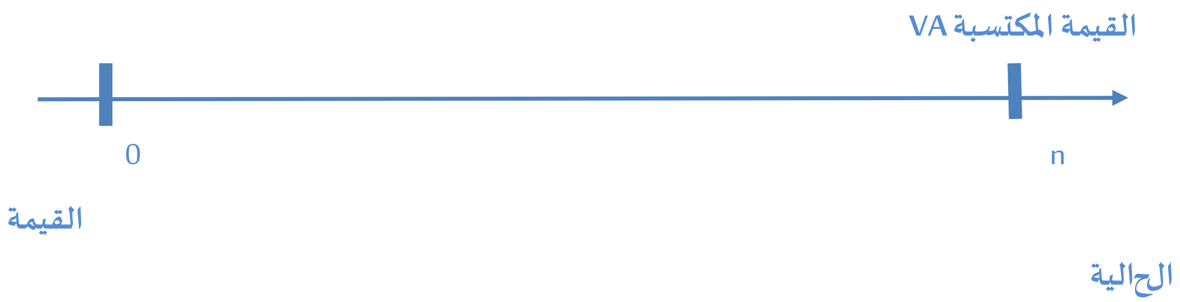
$$\boxed{I_c = 584 \text{ DA}}$$

2. **القيمة المكتسبة (الجملة) La valeur acquise** القيمة المكتسبة لرأس المال هي مقدار رأس المال مضاف إليه الفائدة المحصلة. وتحسب بالعلاقة التالية:

القيمة المكتسبة من رأس المال= القيمة الحالية لرأس المال + الفائدة (محسوبة على القيمة الحالية لرأس المال

(بداوي، 2022، صفحة 22).

$$\mathbf{VA = C + I}$$



مثال 09: أودع شخص مبلغ 640000 دج لدى البنك لمدة 10 أشهر و 17 يوم بمعدل فائدة سنوي بسيط مقدر ب 7% ، ما هو المبلغ الإجمالي الذي يتحصل عليه الشخص بعد انتهاء فترة الإيداع.

الحل:

لدينا المعطيات التالية:

- المبلغ المودع: 640000 دج
- معدل الفائدة : t=7%
- المدة 10 أشهر و 17 يوم

$$n = \frac{10}{12} + \frac{17}{360} = 0.8805$$

$$VA = C + I$$

$$VA = 640000 + 640000\left[\frac{7}{100}\left(\frac{10}{12} + \frac{17}{360}\right)\right]$$

$$VA = 640000 + 640000(0.0616)$$

$$VA = \ 640000 + 39448.88$$

$$\boxed{VA = \ 679448.889}$$

تمارين حول الفائدة البسيطة

التمرين الأول: أودع شخص مبلغ 5000 وحدة نقدية في أحد البنوك. إذا كان المبلغ الإجمالي المستلم في نهاية مدة الاستثمار يساوي 5500 وحدة نقدية، وكان البنك يحسب فائدة بسيطة بمعدل سنوي 12%، فاحسب المدة التي استمر فيها هذا الاستثمار.

الحل:

$$C = 5000; \quad VA = 5500; \quad t = 12\%; \quad n = ?$$

$$I = VA - C$$
$$I = 5500 - 5000 = 500$$

$$I = C \times t \times n$$

$$n = \frac{I}{C \times t}$$

$$n = \frac{500}{5000 \times \frac{12}{100}}$$

$$= 0{,}833$$

وبذلك فان المدة = 0,833 سنة و بتحويلها إلى أشهر

$$n = 0{,}833 \times 12 = 9{,}996 \text{ mois} \approx 10 \text{ mois}$$

$$\boxed{n = 10 \text{ mois}}$$

التمرين الثاني: وضف مبلغان ماليان في البنك لمدة سنة، مجموعهما 13200دج الأول يساوي $\frac{5}{6}$ من الثاني القيمة المكتسبة للمبلغ الاول تساوي 6300 دج بمعدل. فائدة بسيطة اكبر بواحد من معدل فائدة المبلغ الثاني

المطلوب: حساب

- مبلغ رأس المال الأول
- معدلات الفائدة

الحل:

- حساب مبلغ رأس المال

ليكن C_1 المبلغ الأول ، C_2 المبلغ الثاني

$$13200 = C_1 + C_2 = \frac{5}{6}C_2 + C_2$$
$$13200 = \frac{5C_2 + 6C_2}{6}$$

$$13200 = \frac{11C_2}{6} \rightarrow C_2 = 7200 \text{ DA}$$

$$\boxed{C_2 = 7200 \text{ DA}}$$

$$13200 = C_1 + C_2$$
$$C_1 = 13200 - 7200$$

$$\boxed{C_1 = 6000 \text{ DA}}$$

التمرين الثالث: الفرق بين مبلغين 250دج،حيث وظف المبلغ الأكبر لمدة 8 أشهر بمعدل 6%، والثاني وظف لمدة 6 أشهر بمعدل 5%.إذا علمت أن الفائدة الناتجة عن توظيف المبلغ الأكبر ضعف فائدة المبلغ الأصغر.

المطلوب: حساب المبلغين وفوائدهما؟

الحل:

المبلغ الأكبر C_1 وظف بمعدل $t_1=6\%$ لمدة: $n_1=8$ mois

المبلغ الأكبر C_2 وظف بمعدل $t_1=5\%$ لمدة: $n_2=6$ mois

وعليه $C_2=C_1=250$

من المعطيات أيضا لدينا $I_1=2I_2$

بالتعويض نجد:

$$I_1 = 2I_2$$

$$C_1 \times t_1 \times \frac{n_1}{12} = 2\left(C_2 \times t_2 \times \frac{n_1}{12}\right)$$

$$C_1 \times \frac{6}{100} \times \frac{8}{12} = 2\left(C_2 \times \frac{5}{100} \times \frac{6}{12}\right)$$

$$0{,}04 \times C_1 \ == 0{,}05 \times C_2$$

$$C_1 = 1{,}25C_2$$

بتعويض C_2 بقيمتها نجد:

$$C_1 = 1{,}25(C_1 - 250) = 1{,}25C_1 - 312{,}5$$

$$C_1 = \frac{312{,}5}{0{,}25} = 1250 \text{ DA}$$

$$\boxed{C_1 = 1250 \text{ DA}}$$

وعليه نجد C_2

$$C_1 = (C_1 - 250) = 1250 - 250 = 1000\ DA$$

$$\boxed{C_2 = 1000 \text{ DA}}$$

وعليه المبلغ الأكبر 1250دج والأصغر قيمته 1000دج.

من خلال النتائج أعلاه نجد فائدة المبلغين على التوالي :

$$I_1 = C_1 \times t_1 \times \frac{n_1}{12} = 1250 \times 0.06 \times \frac{8}{12} = 50 \text{ DA}$$

$$\boxed{I_1 = 50 \text{ DA}}$$

$$I_2 = C_2 \times t_2 \times \frac{n_2}{12} = 1000 \times 0.05 \times \frac{6}{12} = 25DA$$

$$\boxed{I_2 = 25\ DA}$$

التمرين الرابع: في 10 جوان وظف شخص مبلغ 13000 دج بمعدل فائدة سنوي 6%.

المطلوب: ما هي القيمة المحصلة في 20 نوفمبر من نفس السنة ؟

الحل:

- حساب القيمة المحصلة في 20 نوفمبر

تحسب مدة التوظيف من n/06/10 إلى غاية n/11/20.

جوان 30-10=20 يوم ،

جويلية 31 يوم ،

أوت 31 يوم،

سبتمبر 30 يوم ،

اكتوبر 31 يوم ،

نوفمبر 20يوم

$$n = 20 + 31 + 31 + 30 + 31 + 20 = 163\ jours$$

$$VA = C + I = C + C \times \frac{t}{10} \times \frac{n}{360} = C\left(1 + \frac{t}{10} \times \frac{n}{360}\right)$$

$$VA = 130001 + \left(\frac{6}{10} \times \frac{163}{360}\right) = 13000 + 353.16 = 13353.16$$

$$\boxed{VA = 13353.66\ DA}$$

التمرين الخامس: بلغت الفائدة التجارية لمبلغ ما وبمعدل ما ولمدة ما مبلغا قدره 18 دج، اوجد قيمة الفائدة الصحيحة لنفس المبلغ ونفس المدة وبنفس المعدل بطريقتين.

الحل:

- الطريقة الأولى:

لدينا العلاقة الآتية: $I_r = \frac{72}{73} I_c$ و بالتعويض قيمة Ic في هذه العلاقة

$$I_r = \frac{72}{73} \times 18$$

$$\boxed{I_r = 17{,}75\ DA}$$

- الطريقة الثانية:

$$18 = \frac{c \times t \times n}{36000} \rightarrow C \times t \times n = 36000 \times 18 = 648000 \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$I_r = \frac{c \times t \times n}{36500} \rightarrow C \times t \times n = 36500 \times I_r \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

$$(1) = (2) \rightarrow 648000 = 36500 \times I_r \rightarrow I_r = \frac{648000}{36500} = 17.75\ DA$$

$$\boxed{I_r = 17.75\ DA}$$

الفصل الثاني: الخصم و القيمة الحالية

1. أدوات التجارية: في حالات كثيرة يتعهد التجار فيما بينهم على تسديد ديونهم نتيجة التعامل التجاري. هذه التعهدات هي الأوراق التجارية، نستعرض هنا أداتين من أدوات الائتمان التجاري:

- السند الأذنى: وهو تعهد من المدين للدائن يدفع مبلغ معين في تاريخ معين، ويكون فيه طرفان فقط: المحرر والمستفيد.
- الكمبيلة (السفتجة):

وفيها ثلاثة أطراف : ساحب (عادة المدين) الذي يسحب الكمبيلة (بنك كتخصص في هذا النوع من التعامل ، ثم المستفيد (عادة الدائن والذي تدفع له قيمة الكمبيالة (بوعروي، 2021، صفحة 12).

2. الخصم L'escompte: هو عملية يضع من خلالها البنك تحت تصرف عميله مبلغا ماليا مقابل ورقة تجارية لم يصل تاريخ استحقاقها مع خصم وتحسب هده الفائدة من تاريخ الخصم الورقة إلى تاريخ استحقاقها بمعدل خصم يحدده البنك المركزي.

3. عناصر الخصم:

- القيمة الاسمية: وهي القيمة الواجبة الاستحقاق والمسجلة على الكمبيالة و نرمز لها ب C.
- المدة: لحساب مبلغ الخصم تحدد المدة ابتداء من تاريخ الورقة التجارية إلى تاريخ ميعاد الاستحقاق ونرمز لها ب n.
- معدل الخصم: وهو معدل الفائدة المعمول به لخصم الأوراق التجارية ويرمز له ب t.
- القيمة الحالية: و هي الفرق بين القيمة الاسمية ومبلغ الخصم أي المبلغ الذي يناله المستفيد ويرمز لها ب Vc

ويحسب بالعلاقة التالية: (منصور بن عوف، 2009، الصفحات 25-26)

$$e = \frac{C \times t \times n}{360}$$

4. أنواع الخصم: هناك نوعان من الخصم هما الخصم الحقيقي و الخصم التجاري

1.4. الخصم التجاري L'escompte commercial: هو عبارة عن فرق بين القيمة الاسمية والقيمة الحالية التجارية او هو فائدة القيمة الحالية التجارية التي تعود على المدين نتيجة سداد الدين في تاريخ سابق لتاريخ الاستحقاق ويرمز له بالرمز e_c.

$$e_c = \frac{C \times t \times n}{360}$$

- القيمة الحالية التجارية la valeur actuelle commerciale : المبلغ الذي يتحصل عليه حامل الورقة التجارية هو القيمة الحالية لها وهذه القيمة تكون اقل من القيمة الاسمية لنفس الورقة التجارية بمقدار الخصم، وتحسب بالعلاقة التالية:

$$\mathbf{V_c = C - e_c}$$
$$\mathbf{V_c = C - \ C \times t \times n}$$

مثال 01: كمبيالة قيمتها الاسمية 3500دج تستحق السداد في 20 أكتوبر 2021،وفي 29 مارس 2021 اتفق المدين مع الدائن على سداد قيمتها حلا، فإذا علمت أن معدل الخصم 6%، احسب قيمة الخصم والقيمة الحالية للكمبيالة؟

الحل:

- حساب مدة الخصم n:

من 29 مارس 2021 إلى 20 أكتوبر 2021 : 205 يوم

$$n = (31 - 29) + 30 + 31 + 30 + 31 + 31 + 30 + 20 = 205 \text{ jours}$$

- حساب الخصم التجاري:

$$e_c = \frac{c \ \times t \times n}{360}$$

$$e_c = 3500 \ \frac{0{,}06 \times 205}{360} = 119{,}58 \text{ DA}$$

$$\boxed{e_c = 119{,}58 \text{ DA}}$$

- حساب القيمة الحالية للكمبيالة:

$$V_c = \ C - e_c$$
$$V_c = \ 3500 - 119{,}58 = 3380{,}42 \text{ DA}$$

$$\boxed{V_c = 3380{,}42\text{DA}}$$

2.4. الخصم الصحيح (الحقيقي) L'escompte rationnel: وهو عبارة عن فرق بين القيمة الاسمية والقيمة الحالية الصحيحة أو هو فائدة القيمة الحالية الصحيحة التي تعود على المدين نتيجة سداد الدين في تاريخ سابق لتاريخ الاستحقاق ويرمز له بالرمز (e_r) (عيد احمد، 2015، صفحة 196).

$$e_r = C \times t \times n$$

- e_r: الخصم الصحيح
- V_r : القيمة الحالية الصحيحة
- n: مدة الخصم
- t: معدل الخصم

ويمكن حسابه بالعلاقة التالية :

$$e_r = \frac{C \times t \times n}{1 + (t \times n)}$$

$$e_r = \frac{e_c}{1 + (t \times n)}$$

- **القيمة الحالية الصحيحة la valeur actuelle rationne:** وهي الفرق بين القيمة الاسمية والخصم الصحيح وهذا الفرق إذا استثمر بالفائدة البسيط لمدة معينة وبمعدل معين فان قيمته في نهاية المدة تساوي القيمة الاسمية و يرمز له برمز Va_r (عابد، 2023، صفحة 22).

$$V_r = C - e_r$$
$$e_r = C - V_r$$

وتعطى كذلك بالعلاقة التالية:

$$V_r = \frac{C}{1 + (t \times n)}$$

مثال 02: شخص مدين بمبلغ 25000 دج يستحق السداد في 2021/07/15 فإذا كان معدل الخصم 6%

- أوجد القيمة الحالية الصحيحة لذلك الدين في 2021/04/20
- قيمة الخصم الصحيح

الحل:

- إيجاد القيمة الحالية الصحيحة:

المدة

2021/04/20 إلى 2021/07/15

$$n = (30 - 20) + 31 + 30 + 15 = 86 \text{ jours}$$

$$V_r = \frac{C}{1+(t\times n)} = \frac{25000}{1+\left(\frac{6}{100}\times\frac{86}{360}\right)} = 24646{,}738 \text{ DA}$$

$$\boxed{V_r = 24646{,}738 \text{ DA}}$$

- حساب قيمة الخصم الصحيح:

$$e_r = C - V_r = 25000 - 24646{,}738 = 353{,}261 \text{DA}$$

$$\boxed{e_r = 353{,}261 \text{ DA}}$$

3.4. العلاقة بين الخصم التجاري والخصم الصحيح

لدينا:

$$e_c = C \times t \times n \ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$e_r = V_r \times t \times n \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

بقسمة المعادلة 1 على المعادلة 2 نجد:

$$\frac{e_c}{e_r} = \frac{C \times t \times n}{V_r \times t \times n} \rightarrow \frac{e_c}{e_r} = \frac{C}{V_r}$$

$$C = V_r \times \frac{e_c}{e_r}$$

ومنه القيمة الحالية الصحيحة تساوي القيمة الاسمية مضروب في حاصل قسمة الخصم الصحيح على الخصم التجاري وفق الصيغة الرياضية التالية:

$$V_r = C \times \frac{e_r}{e_c}$$

مثال 03 : شخص مدين للبنك بمبلغ 40500 دج يستحق السداد في نهاية السنة إذا علمت أن نسبة الخصم التجاري إلى الخصم الصحيح يساوي 1.20 دج وان معدل الفائدة يساوي معدل الخصم.

أحسب ما يلي:

- القيمة الحالية الصحيحة وقيمة الخصم الصحيح؟
- قيمة الخصم التجاري والقيمة الحالية التجارية؟
- معدل الخصم المستخدم؟

الحل:

$$\frac{e_c}{e_r} = \frac{C}{V_r} = 1{,}20DA$$

- حساب القيمة الحالية الصحيحة وقيمة الخصم الصحيح:
  - القيمة الحالية الصحيحة:

$$\frac{e_c}{e_r} = \frac{C}{V_r} = 1.20 = \frac{40500}{Va_r} \rightarrow V_r = \frac{40500}{1.20} = 33750 \text{ DA}$$

$$\boxed{V_r = 33750 \text{ DA}}$$

  - قيمة الخصم الصحيح:

$$e_r = C - V_r \rightarrow e_r = 40500 - 33750 = 6750 \text{ DA}$$

$$\boxed{e_r = 6750 \text{ DA}}$$

- حساب قيمة الخصم التجاري والقيمة الحالية التجارية:
  - الخصم التجاري:

$$\frac{e_c}{e_r} = 1.20 \rightarrow \frac{e_c}{6750} = 1.20 \rightarrow e_c = 6750 \times 1.20 = 8100 \text{ DA}$$

$$e_c = 8100\ DA$$

- القيمة الحالية التجارية:

$$V_c = C - e_c \rightarrow 40500 - 8100 = 32400\ DA$$

$$V_c = 32400\ DA$$

- حساب معدل الخصم المستخدم:

$$\begin{cases} e_c = V_c \times t \times n \\ e_r = V_r \times t \times n \end{cases} \rightarrow \begin{cases} t = \dfrac{e_c}{C \times n} \\ t = \dfrac{e_r}{V_r \times n} \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} t = \dfrac{8100}{40500 \times 1} = 0.2 \\ t = \dfrac{6750}{33750 \times 1} = 0.2 \end{matrix}$$

ملاحظة

- يكون دائما خصم تجاري اكبر خصم صحيح.
- إذا لم يُحدد نوع الخصم في التمرين، نعتبره خصمًا تجاريًا.
- لحساب المدة الفعلية نستخدم الفرق بين تاريخ السداد وتاريخ الاستحقاق مع احتساب يوم الاستحقاق واستبعاد يوم السداد.

5. **الأجيو Agio :** لا يقتصر الخصم الذي يطبقه المُقرِض على الخصم التجاري (خصم الورقة التجارية) فحسب، بل يشمل أيضًا استقطاعات أخرى من القيمة الاسمية للورقة. وتُعرف هذه الاستقطاعات مجتمعة باسم الأجيو، والذي يتكون من:

- الخصم التجاري
- العمولات
- الرسم على القيمة المضافة

1.5. العمولات LES COMMISIONS

تُصنف العمولات إلى نوعين: العمولات المتناسبة مع الزمن، والعمولات غير المتناسبة مع الزمن.

- **العمولات المرتبطة بالزمن:** تحسب هذه العمولات على نفس الأسس المستخدمة في حساب الخصم المتناسب، وذلك بناءً على القيمة الاسمية للكمبيالة المخصومة، والمدة الفاصلة بين تاريخ التفاوض وتاريخ استحقاق الكمبيالة، بالإضافة إلى السعر المطبق على هذه العمولات. ولا تخضع هذه العمولات للضريبة على القيمة المضافة. مثال: عمولة التظهير.
- **العمولات غير مرتبطة الزمن:** هذه العمولات تكون متناسبة فقط مع رأس المال، أي القيمة الاسمية للكمبيالة، وقد تكون أيضًا ثابتة، وبالتالي غير مرتبطة بالقيمة الاسمية للكمبيالة أو بعدد الأيام المتبقية حتى الاستحقاق. وهي عمولات غير شاملة للضريبة، وبالتالي تخضع للضريبة على القيمة المضافة. مثال: عمولات الخدمات، وعمولات القبول، وعمولات الصرف(Harcheb, 2022, p. 10) .
- **عمولة ثابتة:** ومقدارها ثابت، مثل عمولة البريد

2.5. مصاريف التحصيل Dépenses :

تقاضاها البنك من العميل نتيجة قيامه بتحصيل قيم الاوراق التجارية من محررها وتذكر مصاريف التحصيل إما كمبلغ ثابت لكل ورقة تجارية أو كنسبة مئوية من القيمة الاسمية .(عون الله، 2018، صفحة 15).

3.5. الرسم على القيمة المضافة TVA:

وهي رسوم تقتطع من الطرف البنك لصالح ادارة الضرائب، تُحتسب بنسبة مئوية من إجمالي العمولات الثابتة وغير المرتبطة بالزمن (الشامي، 2022).

الأجيو = الخصم التجاري + العمولات

$$\mathbf{Agio = \ e_c + commissions + Dépense \ + TVA}$$

ويطلق على صافي ما يسدده البنك للمستفيد مقابل خصم الورقة التجارية ب صافي القيمة الحالية أي أن:

صافي القيمة الحالية= القيمة الاسمية – الأجيو

$$\mathbf{VaNette = C - Agio}$$

يطلق على معدل الخصم بمعدل الخصم الاسمي أما معدل الخصم الإجمالي الذي يتحصل عليه البنك يطلق عليه بمعدل الخصم الحقيقي ، ويتم حسابه وفقا للعلاقة التالية:

4.5. معدل الخصم الحقيقي le taux réel de d’escompte :

يسمى أيضا سعر العمولة الإجمالية، وهو السعر الموحد t الذي إذا طبق على قيمة اسمية لمدة زمنية معينة، يعطي عمولة إجمالية مساوية لتلك الناتجة عن تجزئة العمولة.

يجب أن يحقق هذا السعر المساواة التالية:

$$\mathbf{Agio = \frac{C \times t \times n}{36000}}$$

$$\text{Taux réel d'escompte} = \frac{\text{Agio}}{\text{C}} \times \frac{36000}{\text{n}}$$

كلما قصرت المدة، ارتفع سعر الخصم الحقيقي، أي كلما كان تاريخ استحقاق الورقة التجارية المقدمة للخصم أقرب زاد هذا السعر. ويُستخدم هذا السعر لحساب الوزن الإجمالي للعمولات.

5.5. معدل تكلفة تمويلة الخصم le taux de revient de l'opération d'escompte

يمكن ملاحظة أن عملية الخصم هي عملية فائدة محسوبة مقدمًا. يتحمل حامل الكمبيالة المخصومة أجيو (تكلفة خصم) بمبلغ معين (Harcheb، 2022). يجب أن يحقق معدل تكلفة عملية الخصم المساواة التالية:

$$\text{Agio} = \text{VaNette} \times t_r \times n$$

$$\text{Taux de revient de l'operation d'escompte} = \frac{\text{Agio}}{\text{VaNette}} \times \frac{36000}{\text{n}}$$

ملاحظة: غالبا ما يتم زيادة المدة الفعلية للخصم بمقدار يوم أو يومين أو ثلاثة أيام تسمى أيام البنك.يتم تطبيق ضريبة القيمة المضافة على الخصم وعمولات معينة.

مثال 04: بتاريخ 2020/06/21 خصمت ورقة تجارية قيمتها الاسمية 62000 دج تستحق بتاريخ 2020/11/16، وكانت شروط الخصم كالتالي:معدل الخصم 6%، عمولة التظهير 0,4%، عمولة تحويل المكان 0,5%، عمولة ثابتة 87دج، الرسم على القيمة المضافة 17% يطبق على عمولة تحويل المكان و عمولة ثابتة.

المطلوب:

- حساب قيمة الاجيو؛
- حساب القيمة الصافية للورقة التجارية و معدل الحقيقي للخصم
- احسب معدل تكلفة تمويل الخصم

الحل:

- حساب قيمة الاجيو:

نعلم أن

$$\text{Agio} = e_c + \text{Comdt} + \text{comindt} + \text{comf} + \text{TVA}$$

$$C = 62000DA$$

$$n = (31-21)+31+31+30+31+16 = 148 \text{ jours}$$

- الخصم:

$$e_c = \frac{C \times t \times n}{36000} = \frac{62000 \times 6 \times 148}{36000} = 1529{,}333 \text{ DA}$$

- عمولة التظهير:

$$Comdt = \frac{C \times t \times n}{36000} \to \frac{62000 \times 0{,}04 \times 148}{360} = 1019{,}555 \text{ DA}$$

- عمولة تحويل المكان:

$$Comindt = \frac{C \times t}{1000} \to -\frac{62000 \times 0{,}5}{100} = 310 \text{ DA}$$

- عمولة ثابتة:

$$ComF = 87$$

$$AgioHT = 1529{,}333DA + 1019{,}555 + 310 + 87 = 2948{,}888DA$$

- الرسم على القيمة المضافة:

$$TVA = 0.17\,(Comindt + comp) = 0.17(310+87) = 67{,}49 \text{ DA}$$

$$AgioTTC = AgioHT + TVA$$

$$AgioTTC = 2948{,}888 + 67{,}49 = 3013{,}378 \text{ DA}$$

$$\boxed{AgioTTC = 3013{,}378 \text{ DA}}$$

- حساب القيمة الصافية والمعدل الحقيقي للخصم:
- حساب القيمة الصافية:

$$VaNette = C - AgioTTC$$

$$VaNette = 62000 - 3013{,}378 = 58986{,}622DA$$

$$\boxed{VaNette = 58986{,}622 \text{ DA}}$$

- حساب المعدل الحقيقي للخصم:

$$\text{taux réel d'escompe} = \frac{Agio}{C} \times \frac{360}{n}$$

$$t = \frac{3013{,}378}{62000} \times \frac{36000}{148} = 11{,}82\%$$

$$\boxed{t = 11{,}82\ \%}$$

$$\text{Taux de revient de l'operation d'escompte} = \frac{Agio}{VaNette} \times \frac{36000}{n}$$

$$t_r = \frac{3013{,}378}{58986{,}622} \times \frac{36000}{148} = 12{,}426\%$$

$$\boxed{t_r = 12{,}426\ \%}$$

تمارين حول القيمة الحالية والخصم

التمرين الاول: أحسب صافي القيمة التجارية للورقة التجارية بقيمة إسمية 80000 دج تستحق في 30 سبتمبر وتاريخ الخصم في 7 أوت من نفس السنة وفقا للشروط التالية:

- معدل الخصم 14 %
- عمولة البريد: 150 دج.
- أيام القيمة : أيام العملية = يوم واحد.
- TVA: 9%

الحل:

المدة الفعلية للخصم هي عدد الأيام بين 7 أوت و 30 سبتمبر أي 54 يوما، لحساب الخصم نأخذ في الاعتبار 54يوما بالإضافة إلى يوم بنكي واحد أي 55 يوما.

$$e = \frac{C \times t \times n}{36000} = \frac{80000 \times 14 \times 55}{36000} = 1711.11DA$$

$$\text{Agio HT} = 1771.11 + 150 = 1861.11DA$$

$$\text{TVA} = 1861.11 \times 0.09 = 167.5$$

$$\text{AgioTTC} = 1861.11 + 167.5 = 2028.60$$

$$\text{VaNette} = 80000 - 2028.60 = 77971.4DA$$

$$\boxed{\text{VaNette} = 77971.4\ \text{DA}}$$

يجب أن ينتظر الدائن حتى 30 سبتمبر ليحصل على مبلغ 80000 دج، ومن ناحية أخرى إذا أراد الحصول على أمواله في 7 أوت فسوف يتلقى في الواقع مبلغ 77971,4 دج.

التمرين الثاني : ورقة تجارية بقيمة اسمية قدرها 700000 دج، تستحق في 30 جوان 2020، تم خصمها في 12 أبريل 2020 بمعدل 6%.

المطلوب:

- احسب عمولة الخصم. عمولة البنك هي 5 دينار جزائري.

- احسب إجمالي العمولة.
- احسب معدل التكلفة الفعلية لهذه العملية.

الحل:

- عمولة الخصم:

$$\text{Agio} = \frac{700000 \times 6 \times 79}{3600} + 5 = 9221{,}67\ \text{DA}$$

$$\boxed{\text{Agio} = 9221{,}67\ \text{DA}}$$

- معدل التكلفة الفعلية لهذه العملية

$$t_r = = \frac{\text{Agio}}{\text{VaNette}} \times \frac{36000}{n}$$

$$\text{VaNette} = C - \text{Agio}$$

$$\text{VaNette} = 700000 - 9221{,}6$$

$$\boxed{\text{VaNette} = 690778{,}4\ \text{DA}}$$

$$t_r = \frac{9221{,}67 \times 360 \times 100}{690778{,}4 \times 79} = 6{,}0833\%$$

$$\boxed{t_r = 6{,}0833\%}$$

التمرين الثالث: 3 أوراق تجارية قيمتها الاسمية الإجمالية 6000 دج، تتناسب فيما بينها كالأرقام 3،5،7 ومدة خصمها 30،50،60 يوم على التوالي،قدمت للخصم بالشروط التالية:

- الخصم ؟

- عمولة إجمالية $\frac{1}{10}$ %
- عمولة على الورقة الأولى $\frac{1}{6}$ %
- وكانت قيمتها الصافية الإجمالية 5955,8 دج.

المطلوب:

- احسب القيمة الاسمية لكل ورقة
- حساب معدل الخصم

الحل:

- القيمة الاسمية للأوراق التجارية:

لتكن C_1, C_2, C_3 هي مبالغ :

$$\frac{C_1 + C_2 + C_3}{3+5+7} = \frac{6000}{15} = 400$$

مبلغ الورقة الأولى = $400 \times 3 = 1200$ دج

مبلغ الورقة الثانية = $400 \times 5 = 2000$ دج

مبلغ الورقة الثالثة = $400 \times 5 = 2800$ دج

- حساب معدل الخصم:

- العمولة الإجمالية = $\frac{6000}{1000} = 6$ دج
- عمولة الورقة الأولى = $\frac{1200}{6000} = 0,2$ دج
- الاجيو = $6000 - 5955,8 = 44,2$ دج
- الخصم الإجمالي = $44,2 - (6 + 0,2) = 38$ دج
- خصم الورقة الأولى $C_1 = 1200 \times \frac{30}{360} \times \frac{t}{100} = t$
- خصم الورقة الثانية $C_2 = 2000 \times \frac{50}{360} \times \frac{t}{100} = \frac{25t}{9}$
- خصم الورقة الثالثة $C_3 = 2800 \times \frac{60}{360} \times \frac{t}{100} = \frac{42t}{9}$
- الخصم الإجمالي = C_1, C_2, C_3

$$\frac{25t}{9} + \frac{42t}{9} + t = 38$$

$$9 \times 38 = 76t + t = 4,5\%$$

$$t = 4,5\%$$

التمرين الرابع: إذا علمت أن الفرق بين الخصم التجاري والخصم الصحيح يساوي 25 دج لدين يستحق الدفع بعد 10 شهور بمعدل فائدة بسيطة 8% سنوي.

المطلوب :

- القيمة الاسمية للدين ثم اوجد الخصم التجاري و الخصم الصحيح

الحل:

- إيجاد القيمة الاسمية.

$$e_c = \frac{C \times 8 \times 10}{12}$$

$$e_c = 0,066667C$$

$$e_r = \frac{e_c}{1 + (t \times n)}$$

$$e_r = \frac{0,066667C}{1 + \left(0,08 \times \frac{10}{12}\right)}$$

$$e_r = \frac{0,066667C}{1,06667}$$

الفرق بين الخصمين = 25دج

$$e_c - e_r = 25$$

$$0,066667C - 0,066667C/1,06667 = 25$$
$$0,066667C - 0,06251C = 25$$
$$0,004167C = 25$$
$$C = 25/0,004167$$

$$C = 5999,52 \text{ DA}$$

- إيجاد الخصم التجاري

$$e_c = C \times t \times n$$

$$e_c = 5999{,}52 \times 0{,}08 \times \frac{10}{12}$$

$$\boxed{e_c = 399{,}958 \text{ DA}}$$

- إيجاد الخصم الصحيح

$$e_r = C - V_r$$

$$V_r = \frac{C}{1 + (t \times n)}$$

$$V_r = \frac{5999{,}52}{1{,}06667} = 5624{,}532$$

$$e_r = 5999{,}52 - 5624{,}532$$

$$\boxed{e_r = 374{,}987 \text{ DA}}$$

و للتأكد

التمرين الخامس: شخص مدين بمبلغ 1800دج يستحق بعد 9شهور من الآن اوجد كل من:

- القيمة الحالية لهذا الدين اذا كان معدل الفائدة 4% سنويا.
- الخصم الصحيح
- الخصم التجاري

الحل:

$$C = 1800 \; ; \qquad t = 4\% : \qquad n = 9 \text{ mois}$$

$$V_r = \frac{C}{1 + (t \times n)}$$

$$V_r = \frac{1800}{1 + \left(0{,}04 \times \frac{9}{12}\right)}$$

$$V_r = 1747{,}573 \text{ DA}$$

الخصم الصحيح = القيمة الاسمية – القيمة الحالية

$$e_r = 1800 - 1747{,}573$$

$$e_r = 52{,}427 \text{ DA}$$

- حساب الخصم التجاري

$$e_c = \frac{1800 \times 4 \times 9}{1200}$$

$$e_c = 54 \text{ DA}$$

الفصل الثالث: تكافؤ الأوراق التجارية

يضطر الساحب للورقة التجارية (المدين) بتأجيل تاريخ الاستحقاق لعدم تمكنه من الوفاء بالدين في الوقت المحدد، فتسحب ورقة تجارية أخرى بالتاريخ الجديد المؤجل

والمبدأ الأساسي لتغير الأوراق التجارية هو أن يحصل المستفيد (الدائن على نفس القيمة الحالية)مع استبعاد العمولات) إذا قدم الورقتين للخصم في نفس يوم استبدالها في هذه الحالة نقوا لان الورقتين متكافئتين في تاريخ معين إذا كان معدل الخصم واحد (منصور بن عوف، 2009، الصفحات 25-26).

1. **تعريف التكافؤ:** هو تعادل قيم الديون التي بصدد استبدالها أو تسويتها، وهذا بتساوي القيم الحالية لهذه الديون في تاريخ الاستبدال او التعويض، بمعدل ثابت وحيد (الشامي، 2022).
2. **حالات التكافؤ:** ما دام المبدأ الأساسي للتكافؤ هو تساوي القيم الحالية:

القيمة الحالية للورقة الجديدة = القيمة الحالية للورقة القديمة

1.2. تكافؤ ورقتين تجاريتين: نقول عن ورقتين تجاريتين (أو مبلغان من رأس مال)أنهما متكافئان إذا كان خصمهما بنفس المعدل ولديهم نفس القيمة الحالية في تاريخ معين، هذا التاريخ هو تاريخ التكافؤ وهو فريد من نوعه.

إذا حددنا: C_1 و C_2 القيمة الاسمية للورقة الأولى والثانية.

- t: معدل الخصم
- n_1:المدة التي تفصل تاريخ التكافؤ عن تاريخ استحقاق الورقة الأولى والثانية،

فلن:

$$C_1 - \frac{C_1 \times t \times n}{36000} = C_2 - \frac{C_2 \times t \times n}{36000}$$

$$C_1\left(1 - \frac{t \times n}{36000}\right) = C_2\left(1 - \frac{t \times n}{36000}\right)$$

مثال 01: كمبيالة مسحوبة في 2 ماي بقيمة 10000 دج تستحق الدفع في 31 جويلية ، في 21 جويلية اتفق المدين والدائن على تأجيل تاريخ الاستحقاق إلى 20 أوت، فإذا كان معدل الخصم 6 % ، ما هي القيمة الاسمية للورقة الجديدة؟

الحل:

- حساب الفترة من تاريخ الإنفاق إلى تاريخ الاستحقاق
- تاريخ التكافؤ هو 21 مارس.

- المدة الباقية للاستحقاق للورقة الأصلية من 21 جويلية الى31 جويلية = 10 ايام
- الورقة الجديدة من 21 جويلية إلى 20 اوت = 30 يوم
- القيمة الحالية للورقة القديمة

$$V_1 = C_1\left(1 - \frac{t \times n}{36000}\right)$$

$$V_1 = 10000\left(1 - \frac{6 \times 10}{36000}\right) = 9983{,}333\ DA$$

$$\boxed{V_1 = 9983{,}333\ DA}$$

- حساب القيمة الاسمية للورقة الجديدة:

$$V_2 = C_2\left(1 - \frac{t \times n}{36000}\right)$$

$$V_2 = C_2\left(1 - \frac{6 \times 30}{36000}\right) = 9983{,}333$$

$$9983{,}333 = C_2 0{,}995$$

$$C_2 = \frac{9983{,}333}{0{,}995}$$

$$\boxed{C_2 = 10033{,}50\ DA}$$

ملاحظة :

- تاريخ التكافؤ يكون قبل تاريخ الاستحقاق
- تاريخ استحقاق الورقة الجديدة يكون بعد تاريخ الورقة الأولى القديمة
- القيمة الاسمية للورقة الجديدة تكون اكبر من القيمة الاسمية للورقة الأولى

- **تكافؤ عدة أوراق تجارية:** كما يمكن أن تتكافأ ورقة تجارية مع ورقة أخرى، يمكن أن تتكافأ عدة أوراق تجارية مع عدد أخر (بداوي، 2022).

$$C_1 - \frac{C_1 \times t \times n}{36000} = C_2 - \frac{C_2 \times t \times n}{36000} + C_3 - \frac{C_3 \times t \times n}{36000} + C_4 - \frac{C_4 \times t \times n}{36000} + \cdots C_n - \frac{C_n \times t \times n}{36000}$$

مثال02: نريد استبدال 3 أوراق تجارية أدناه بورقية تجارية واحدة تستحق بعد 60يوما

- 2000دج تستحق بعد 18 يوما
- 3000 دج تستحق بعد 29 يوم
- 4000 دج تستحق بعد 45 يوم

إذا كان معدل الخصم 4% فما هي قيمة الورقة الجديدة .

الحل:

مجموع القيم الحالية للأوراق الثلاثة:

$$C_1 = C_1\left(1 - \frac{4 \times 60}{36000}\right) = 2000\left(1 - \frac{4 \times 18}{36000}\right) + 3000\left(1 - \frac{4 \times 29}{36000}\right) + 4000\left(1 - \frac{4 \times 45}{36000}\right)$$

$$1996 + 2991 + 3980 = 8967 \text{ DA}$$

$$V_1 = C_1\left(1 - \frac{4 \times 60}{36000}\right) = 8967 \text{ DA}$$

$$8967 = C_1(0{,}994)$$

$$C_1 = \frac{8967}{0{,}994}$$

$$\boxed{C_1 = 9027{,}18 \text{ DA}}$$

تمارين حول تكافؤ الأوراق التجارية

التمرين الأول: نريد استبدال ورقة تجارية قيمتها الاسمية 6000 دج تستحق بعد 16 يوما، بورقتين تجاريتين، تدفع الأولى بعد شهر، والثانية بعد شهر ونصف بمعدل الخصم 6% ، أحسب القيمة الاسمية المشتركة للورقتين التجاريتين؟

الحل:

لتكن V هي القيمة الاسمية المشتركة

- القيمة الحالية للورقة الأصلي:

$$6000 - 6000 \times 0,06 \times \frac{16}{360} = 55984 \text{ DA}$$

- القيمة الحالية للورقة الأولى:

$$V_1 = C_1 - C_1 \times 0,06 \times \frac{30}{360} \rightarrow V_1 = C_1 \left[1 - 0,06 \times \frac{30}{360}\right]$$

$$V_1 = 0,995C_1$$

- القيمة الحالية للورقة الثانية:

$$V_2 = C_2 - C_2 \times 0,06 \times \frac{45}{360} \rightarrow V_2 = C_2 \left[1 - 0,06 \times \frac{45}{360}\right]$$

$$V_2 = 0,9925C_2$$

$$C_2 - \frac{C_2 \times 45}{6000} = C_2 - \frac{3 \times C_2}{400}$$

- معادلة التكافؤ :

$$V_1 + V_2 = 5984$$

$$0,995C_1 + 0,9925C_2 = 5984$$

بما ان القيمة الاسمية مشتركة للورقتين التجاريتين معناه $C_1 = C_2$

$$0,995C + 0,9925C = 5984$$

$$1,9875C = 5984$$

$$C = \frac{5984}{1,987}$$

$$\boxed{C = 3010,81 \text{ DA}}$$

التمرين الثاني : خصمت ورقتين تجاريتين بمعدل 6%، الأولى قيمتها الاسمية 6000دج تستحق في 2021/09/20، والثانية قيمتها الاسمية 6042،63 دج تستحق في 2021/11/1، إذا كانت مدة استحقاق الورقة الاولى هي n_1 ومدة استحقاق الورقة الثانية (n_1+42).

المطلوب:

- اوجد n_1 وn_2
- حدد تاريخ التكافؤ بطريقتين

الحل:

- حساب n_1 وn_2

$$D = \frac{36000}{9} = 4000$$

$$C_1 - \frac{C_1 + n_1}{D} = C_2 - \frac{C_2 + n_2}{D}$$

$$6000 - \frac{6000 + n_1}{4000} = 6042,63 - \frac{6042,63 + (n_1 + 42)}{D}$$

$$\boxed{n_1 = 47 \text{ jours}}$$

$$n_2 = 47 + 42$$

$$\boxed{n_2 = 89 \text{ jours}}$$

- تحديد تاريخ التكافؤ: تاريخ التكافؤ يكون قبل استحقاق الورقة التجارية الأولى 47 يوم وقبل استحقاق الورقة التجارية الثانية ب89 يوم

الطريقة الأولى: 47 = 20 يوم من سبتمبر + 27 يوم من شهر اوت (31-27=4 اوت) ومنه تاريخ التكافؤ هو 2021/08/04

الطريقة الثانية: 89 يوم 1يوم من نوفمبر +31يوم من أكتوبر +30 يوم من شهر سبتمر + 27 يوم من شهر اوت (31-27= 4 اوت) ومنه تاريخ التكافؤ هو 2021/08/04

التمرين الثالث: ورقة تجارية قيمتها الاسمية 36000 دج تستحق بعد80 يوم ، عوضت بورقتين تجاريتن القيمة الاسمية للورقة الأولى 27000 دج تستحق بعد75 يوم، أما القيمة الاسمية للورقة الثانية تستحق بعد مدة معينة n ، فإذا علمت أن معدل الخصم المطبق هو 5 %.

المطلوب: احسب مدة الاستحقاق الورقة الثانية؟

الحل:

حساب مدة الاستحقاق الورقة الثانية:

$$V = V_1 + V_2$$

$$C - \frac{c \times t \times n}{36000} = C_1 - \frac{c_1 \times t \times n_1}{36000} + C_2 - \frac{c_2 \times t \times n_2}{36000}$$

$$\rightarrow \quad 36000 - \frac{36000 \times 5 \times 80}{36000}$$

$$= 27000 - \frac{27000 \times 5 \times 75}{36000} + 9000 - \frac{9000 \times 5 \times n}{36000}$$

$$\rightarrow \quad 35600 = 26718.75 + 9000 - \frac{45000n}{36000}$$

$$\rightarrow 35600 = 35718{,}75 - 1.25n$$

$$\rightarrow 1.25\, n = 35718{,}75 - 35600$$

$$\rightarrow 1.25n = 118{,}75$$

$$\rightarrow n = \frac{118{,}75}{1{,}25}$$

$$\boxed{n = 95 \text{ jours}}$$

التمرين الرابع: تاجر مدين بمبلغ 9750 دج، حرر 3 أوراق تجارية تتناسب قيمتها الاسمية كالأرقام 2،4،9 تاريخ استحقاقها 27 جويلية ،20 اوت 15 سبتمبر على التوالي في 9 جويلية أراد هذا التاجر تغيير 3 أوراق بورقة واحدة تدفع في 3 سبتمبر .

المطلوب: حساب القيمة الاسمية للورقة الجديدة بمعدل 4,5%.

الحل

- القيم الاسمية للأوراق.

$$\frac{9750}{2+4+9} = 650$$

$$C_1 = 650 \times 2 = 1300DA$$
$$C_2 = 650 \times 4 = 2600DA$$
$$C_3 = 650 \times 9 = 5850DA$$

- حساب المدة:

الورقة الأولى C_1 من 7/9 إلى 7/27 =28 يوم

الورقة الأولى C_2 من 7/9 إلى 8/20 =42 يوم

الورقة الأولى C_3 من 7/9 إلى 9/15 =68 يوم

الورقة الجديدة C من 7/9 الى 9/3 = 56 يوم

- حساب التكافؤ

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$C - \frac{c \times 56}{8000} = 1300 - \frac{1300 \times 28}{8000} + 2600 - \frac{2600 \times 42}{8000} + 5850 - \frac{5850 \times 68}{8000}$$

$$\frac{993C}{1000} \approx 9683,7$$

$$C = \frac{9683,7 \times 1000}{993}$$

$$\boxed{C = 9752\ DA}$$

التمرين الخامس: الأوراق التجارية التالية:

3970دج تستحق في 4/30

3130 دج تستحق في 5/20

6300 دج تستحق في n

استبدلت هذه الأوراق في 4/30 بورقة وحيدة بقيمة اسمية قدرها 13400دج تستحق في 5/ 31

المطلوب:

- احسب مدة الورقة الثالثة
- الورقة الجديدة المسحوبة في 5/31 خصمت لدى البنك في 4/15، فاحتسب البنك زيادة على الخصم 71دج كعمولة، و أعطي لصاحب الورقة صافي المبلغ 13171,90 دج، احسب معدل الخصم.

الحل:

- حساب مدة الورقة التجارية الثالثة

نلاحظ ان القيمة الاسمية للورقة الجديدة تساوي القيم الاسمية لمجموع الأوراق القديمة

$$3970 + 3130 + 6300 = 13400 \text{ DA}$$

المدة المتوسطة من 4/30 إلى 5/31 =31 يوم

$$\text{n} = \frac{(3970 \times 0) + (3130 \times 20) + 6300\text{n}}{13400}$$

$$31 = \frac{62600 + 6300}{13400}$$

$$n = \frac{31 \times 13400 - 62600}{6300}$$

$$\boxed{\text{n} = 56 \text{ jours}}$$

- حساب المعدل

مدة من 15 /4 إلى 5/31=46 يوم

$$Agio = 13400 - 13174{,}90 = 225{,}10 \text{ DA}$$

$$e = 25{,}10 - 71 = 154{,}40\text{DA}$$

$$154{,}40 = \frac{13400 - 13400 \times t \times 46}{36000}$$

$$t = (145{,}40 \times 36000) - 13400 = 13400 \times t \times 46$$

$$t = \frac{5534200}{616400}$$

$$\boxed{t = 9\%}$$

الفصل الر ابع : الدفعات المتساوية بفائدة بسيطة

1. تعريف بالدفعات المتساوية: هي عبارة عن مبالغ متساوية تدفع في بداية أو نهاية كل من الفترات الزمنية المتساوية (سنة، نصف سنة،شهريا...).

2. أنواع الدفعات المتساوية: تقسم الدفعات المتساوية إلى نوعين:

1.2. الدفعات العادية (دفعات السداد): وتسمى أيضا بالدفعات الاستهلاك وهي الدفعات التي تدفع في نهاية كل فترة زمنية.

2.2. الدفعات الفورية (دفعات الاستثمار): وتسمى أيضا بالدفعات التوظيف، حيث تدفع في بداية كل فترة زمنية، ومثالها إيداع مبالغ متساوية للادخار في البنوك، أو تسديد أقساط التامين.

3. حساب فوائد الدفعات المتساوية

إذا أردنا حساب فوائد عدة دفعات متساوية نقوم بتطبيق الطريقة المعتادة وهي حساب فائدة كل دفعة على حدة مثلا:

الفائدة الأولى =قيمة الدفعة × معدل الفائدة × الفترة الزمنية للدفعة الأولى

الفائدة الثانية = قيمة الدفعة × معدل الفائدة × الفترة الزمنية للدفعة الثانية

الفائدة الثالثة = قيمة الدفعة × معدل الفائدة × الفترة الزمنية للدفعة الثالثة

وهكذا.....

فبافتراض أن معدل التوظيف واحد t، وان قيمة الدفعة a، وان عدد الدفعات n، فإننا نعبر عن ذلك رياضيا كما يلي:

$$I_1 = a \times t \times n_1$$
$$I_2 = a \times t \times n_2$$
$$I_3 = a \times t \times n_3$$

وعليه فمجموع الفوائد الجزئية لعدد من الدفعات موظفة بمعدل واحد تحسب كما يلي:

$$\sum I = a \times t \times n_1 + a \times t \times n_2 + a \times t \times n_2 + a \times t \times n_3$$
$$\sum I = a \times t(n_1 + n_2 + n_3 + \cdots n_n)$$

بما أن الفاصل الزمني بين الدفعات المتساوية، فانه يمكن الاعتماد على قانون المتتالية العددية لحساب مجموع الفوائد:

$$S\frac{n}{2}(m_1 + m_2)$$

كما سبق وان أسلفنا فان الدفعات متساوية ومعدل الفائدة ثابت لكل دفعة، وبما أننا استخلصنا مجموع أزمنة الدفعات باعتماد قانون المتتالية العددية، يمكن أن نستنتج علاقة حساب مجموع الفوائد كالتالي:

مجموع الفوائد = قيمة الدفعة × معدل الفائدة × مجموع زمن الدفعات (بوغرة، 2013).

وعليه يمكن التعبير عن ما سبق رياضيا كالتالي:

$$I = at\frac{n}{2}\left(\frac{m_1 + m_n}{12}\right)$$

4. جملة الدفعات المتساوية: أما جملة الدفعات المتساوية فهي عبارة عن مجموع الدفعات $(a \times n)$ مضافا إليها فوائد هذه الدفعات (مجموع الفوائد).

يمكن حساب جملة الدفعات المتساوية على أساس حساب جملة كل مبلغ من مبالغها على حدة وبطريقة العادية (جملة مبلغ في نهاية مدة معينة) ثم نقوم بجمع كل المبالغ نحصل على جملة الدفعة المطلوبة.

$$V_n = an + I$$

1.4. جملة الدفعات العادية: إذا فرضنا أن لدينا دفعة عادية شهرية بمبلغها a_i وتستثمر لمدة سنة كاملة وذلك بمعدل فائدة t% فان جملة هذه الدفعة في نهاية السنة تتحدد كما يلي:

جملة الدفعة العادي= جملة المبلغ الأول المستثمر لمدة 11 شهر بمعدل t% سنويا.

+ جملة المبلغ الثاني المستثمر لمدة 10 شهور بمعدل t% سنويا

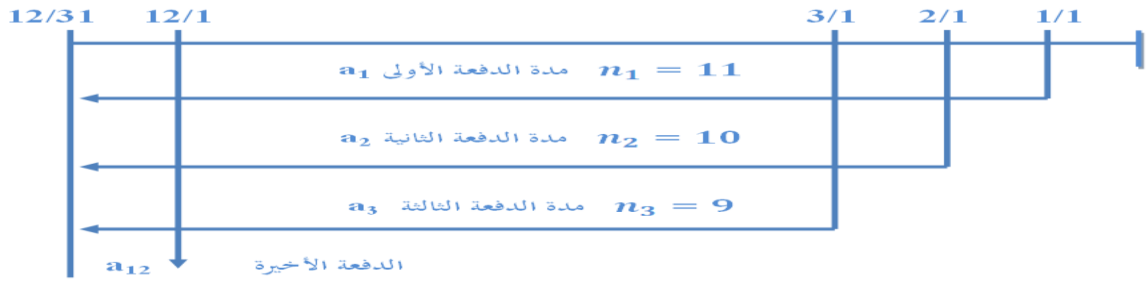
+ جملة المبلغ الثالث المستثمر لمدة 9 شهور بمعدل t% سنويا

وهكذا

- .
- ..

+ جملة المبلغ الأخير المستثمر لمدة 0 بمعدل t% سنويا

فان جملة الدفعة العادية التي مبلغها a وعددها 12 دفعة (دفعة شهرية لمدة سنة) وبمعدل فائدة t% (عيد احمد، 2015) تكون كما يلي:



وبالتالي فان الجملة دفعات العادية تعطى وفق الصيغة التالية:

$$V_n = an + at \times \frac{n}{2}\left(\frac{m_1 + m_2}{12}\right)$$

حيث:

- a: تمثل قيمة الدفعة المتساوية
- t: معدل الفائدة البسيطة المطبق على المبالغ المتساوية
- m: عدد الدفعات المتساوية
- n: مدة الإيداع أو السداد (عدد الأيام، أو أشهر، السنة)

مثال 01: إذا كانت لدينا دفعة شهرية مقدارها 2000دج، أحسب الفوائد المحققة والجملة المحصلة بعد سنة كاملة إذا كان معدل الفائدة 4%،وكان الإيداع نهاية كل شهر.

الحل:

- حساب الفوائد المحققة

$$a = 2000;\quad t = 4\%;\quad n = 12;\quad m_1 = 11;\quad m_2 = 0$$

$$I = at\frac{n}{2}\left(\frac{m_1 + m_n}{12}\right)$$

$$I = 2000 \times 0{,}04 \times \frac{12}{2}\left(\frac{11 + 0}{12}\right)$$

$$I = 2000 \times 0{,}04 \times 5{,}5$$
$$I = 440$$

- حساب الجملة المحصلة:

$$V_n = an + I$$
$$V_n = 2000 \times 12 + 440$$

$$\boxed{V_n = 24440\ DA}$$

2.4. جملة الدفعات الفورية: إذا أردنا حساب جملة هذه الدفعة في بداية السنة تتحدد كما يلي:

جملة الدفعة العادي= جملة المبلغ الأول المستثمر لمدة 12 شهر بمعدل t% سنويا.

+ جملة المبلغ الثاني المستثمر لمدة 11 شهور بمعدل t% سنويا

+ جملة المبلغ الثالث المستثمر لمدة 10 شهور بمعدل t% سنويا

وهكذا

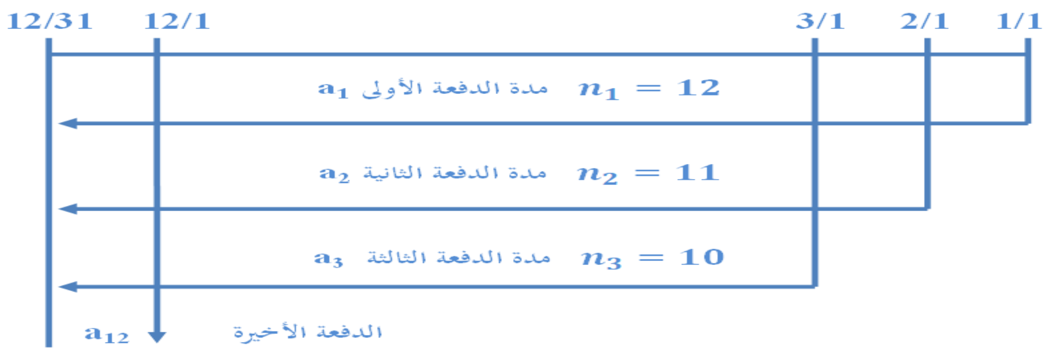
- .
- ..

+ جملة المبلغ الأخير (الدفع في بداية الشهر 12) المستثمر لمدة 1 شهر بمعدل t%

سنويا

فان جملة الدفعة العادية التي مبلغها a وعددها 12 دفعة (دفعة شهرية في بداية كل شهر) وبمعدل

فائدة t%.تكون كما يلي:



وبالتالي فان الجملة دفعات تعطى وفق الصيغة التالية:

$$V_n = an + at \times \frac{n}{2}\left(\frac{12+1}{12}\right)$$

مثال 02: إذا كانت الدفعات المعطاة بالمثال السابق دفعات غير عادية في أول كل شهر، أحسب الفوائد المحققة والجملة المحصلة.

الحل:

$$a = 2000; \quad t = 4\%; \quad n = 12: \quad m_1 = 12; \quad m_2 = 1$$

- حساب الفوائد المحققة

$$I = 2000 \times 0{,}04 \times \frac{12}{2}\left(\frac{12+1}{12}\right)$$

$$\boxed{I = 520DA}$$

- حساب الجملة المحصلة

$$V_n = an + I$$

$$V_n = 2000 \times 12 + 520$$

$$V_n = 24000 + 520$$

$$\boxed{V_n = 24520\ DA}$$

ملاحظة: في حالة عدم ذكرنوع الدفعة يجب اعتبارها دفعة عادية أي لنهاية الفترة.

5. حساب قيمة الدفعة: قد يتطلب في بعض الحالات معرفة قيمة الدفعة الواجبة التوظيف أو السداد خلال كل فترة زمنية، حيث يمكن استخدام علاقة جملة الدفعات لاستخلاص قيمة الدفعة المتساوية .(عيد احمد، 2015)

مثال 03: أوجد قيمة الدفعة الموظفة في بداية كل شهر، والتي تسمح بتحقيق جملة 7835,25 دج بعد سنة بمعدل فائدة 9%.

الحل:

$$V_n = 7835,25; \quad t = 9\%; \quad n = 12; \quad m_1 = 12; \quad m_2 = 1$$

$$V_n = a \times n + at \times \frac{n}{2}\left(\frac{12+1}{12}\right)$$

$$7835,25 = a \times 12 + a \times \ 0,09 \times \frac{12}{2}\left(\frac{12+1}{12}\right)$$

$$7835,25 = 12n + 0,09n \times \frac{12}{2}\left(\frac{12+1}{12}\right)$$

$$7835,25 = 12,585n$$

$$a = \frac{7835,25}{12,585}$$

$$\boxed{a = 622,586\ DA}$$

تمارين حول الدفعات المتساوية بالفائدة المركبة

التمرين الأول: قرر شخص معين إيداع في بداية كل شهر من سنة 2020 مبلغ مالي قيمته 2500 دج، بمعدل فائدة بسيطة 4% سنوياً .وفي نهاية سنة 2020 قام بسحب أمواله والفوائد البسيطة المستحقة على هذه الدفعات.

- ما هي القيمة المكتسبة التي يتحصل عليها هذا الشخص في نهاية 2020 .
- ما هي القيمة المكتسبة التي يتحصل عليها هذا الشخص إذا قرر إيداع نفس المبلغ في بداية المدة في بداية 2022؟

الحل:

- حساب القيمة المكتسبة التي يتحصل عليها الشخص في نهاية مدة 2020

$$a = 2500\,; \quad t4\%\,; \quad n = 12\,; \quad m_1 = 12; \quad m_2 = 1$$

$$V_n = an + at \times \frac{n}{2}\left(\frac{12+1}{12}\right)$$

$$a = 2500 \times 12 + 2500 \times 0{,}04 \times \frac{12}{2}\left(\frac{12+1}{12}\right)$$

$$V_n = 30000 + 650 = 30650 \text{ DA}$$

$$\boxed{V_n = 30650 \text{ DA}}$$

التمرين الثاني: يودع شخص في بنك في بداية كل شهرين مبلغ 680 دج ويحسب في منتصف كل شهر مبلغ 240 دج فإذا بدأ بالإيداع بتاريخ 2021/4/1 وكان رصيده في 2023/3/31 مبلغ 12584.8 دج، أوجد معدل الفائدة السنوي الذي احسبه البنك؟

الحل:

الرصيد = جملة الإيداع - جملة السحب.

عدد دفعات الإيداع = 12

عدد دفعات السحب = 24

مدة استثمار الإيداع الأول = 24 شهر.

مدة استثمار الإيداع الأخير = 2 شهر.

مدة استثمار السحب الأول = 23.5 شهر.

مدة استثمار السحب الأخير $\frac{1}{2}$ شهر.

- جملة الإيداع:

$$V_n = 680 \times 12 + 680 \times t \times \frac{12}{2}\left(\frac{24+2}{12}\right)$$

- جملة السحب:

$$V_n = 240 \times 24 + 240 \times t \times \frac{24}{2}\left(\frac{32,5+5}{12}\right)$$

الرصيد = جملة الإيداع - جملة السحب.

$$12584,8 = 8160 + 8840t - (5760 + 5760)$$
$$12584,8 = 2400 + 3080t$$
$$10184,8 = 3080t$$

$$t = \frac{10184,8}{3080}$$

$$\boxed{t = 3,3\%}$$

التمرين الثالث: وظف أحد الأشخاص في النصف الأول من السنة 6 دفعات شهرية متساوية a_1 بمعدل فائدة 4%.

وفي النصف الثاني من السنة وظف 6 دفعات متساوية أخرى a_2.

المطلوب: احسب a_1 و a_2 وإذا علمت أن: $a_1 = a_2$

- الجملة المحصلة في نهاية الشهر السادس تم إعادة توظيفها حتى نهاية السنة بمعدل 10%.
- مجموع الفوائد (بعد كل عملية توظيف) في نهاية السنة بلغت 137,55 دج.

الحل:

من خلال المعطيات التمرين يفهم أن هناك ثلاث توظيفات:

- توظيف الست دفعات الأولى a_1 نحصل على الفائدة I_1
- توظيف الست دفعات الأولى a_2 نحصل على الفائدة I_2

- توظيف جملة الدفعات الست الأولى V_n نحصل على الفائدة I_3
- وعليه نعبر لمجموع الفوائد I بالمساواة التالية: $\sum I = I_1 + I_2 + I_3$

لدينا أيضا $a_2 = 2a_2$

$$I_1 = a_1 \times t \times \frac{n}{2}\left(\frac{m_1 + m_n}{12}\right)$$

$$I_1 = a_1 \times 0{,}04 \times \frac{6}{2}\left(\frac{6+0}{12}\right) = 0{,}06a_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$I_2 = a_2 \times t \times \frac{n}{2}\left(\frac{m_1 + m_n}{12}\right)$$

$$I_2 = a_2 \times 0{,}04 \times \frac{6}{2}\left(\frac{6+0}{12}\right) = 0{,}06a_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

$$I_3 = V_{n_1} \times t' \times \frac{n}{12} = (a_1 \times n + I_1)t'\frac{n}{12} = (6a_1 + 0{,}06a_1)\frac{10}{100} \times \frac{6}{12}$$

$$I_3 = 0{,}303a_1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

$$\sum I = 137{,}55 = 0{,}06a_1 + 0{,}06a_2 + 0{,}303a_1$$

$$137{,}55 = 0{,}363a_1 + 0{,}06a_2$$

بالتعويض a_1 بدلالة a_2 نجد:

$$137{,}55 = 0{,}363(2a_2) + 0{,}06a_2$$

$$a_2 = \frac{137{,}55}{0{,}786} = 175 \text{ DA}$$

$$\boxed{a_2 = 175 \text{ DA}}$$

$$a_1 = 2a_2 = 2 \times 175 = 350 \text{ DA}$$

$$\boxed{a_1 = 350 \text{ DA}}$$

التمرين الرابع: ما هي قيمة الدفعة الواجب توظيفها في منتصف وآخر كل شهر لمدة 7 أشهر للحصول على جملة تقدر بـ 31374,61 دج إذا كان معدل التوظيف 3,5%.

الحل:

$$V_n = 31374{,}61\ ; \qquad t = 3{,}5\ ; \qquad n = 07$$

$$V_n = an + at \times \frac{n}{2}\left(\frac{m_1 + m_2}{12}\right)$$

$$31374{,}61 = 14a + 0{,}035a \times \frac{14}{2}\left(\frac{6{,}5 + 0}{12}\right)$$

$$31374{,}61 = 14a + 0{,}13270833a$$

$$31374{,}61 = 14{,}13270833a$$

$$a = \frac{31374{,}61}{14{,}13270833}$$

$$\boxed{a = 2220\ DA}$$

التمرين الخامس: أشترى شخص جهاز إعلام آلي قيمته 5800 دج نقداً، بينما يبلغ ثمنه 6950 دج إذا قام هذا الشخص بسداد 1550 دج عند الشراء (نقداً) فقط ويقصد الباقي على سنة نصف، فإذا عرض عليه البائع أن يودع في حسابه البنكي مبلغ كل ثلاث أشهر لمدة التقسيط التي طلبها.

المطلوب: أوجد قيمة المبلغ (الدفعة) التي يدفعها المشتري كل 3 أشهر في حساب البائع إذا علمت أن معدل الفائدة 7% سنوياً.

الحل:

لمعرفة قيمة الدفعة لابد من معرفة قيمة المبلغ المتبقي للسداد والذي يمثل جملة لعدد الدفعات التي سيدفعاها المشتري

المبلغ المتبقي للسداد (جملة الدفعات)= قيمة الجهاز بالتقسيط – قيمة المبلغ المدفوع فورا.

$$6950 - 1550 = 5400\ DA$$

بافتراض ان الدفعة a دفعة عادية

نجد ان عدد الدفعات $m_1 = \frac{18}{3} = 6$

$$V_n = an + at \times \frac{n}{2}\left(\frac{m_1 + m_2}{12}\right)$$

$$5400 = 6a + 0{,}07a \times \frac{6}{2}\left(\frac{18 + 0}{12}\right)$$

$$5400 = 6{,}315a$$

$$a = \frac{5400}{6{,}315}$$

$$\boxed{a = 855\ DA}$$

الفصل الخامس: اهتلاك القروض قصيرة الأجل

1.تعريف اهتلاك القرض

يقصد بسداد أو استهلاك القروض هو سدادها مع فوائدها مرة واحدة أو على دفعات متساوية أو غير متساوية،

2. طرق اهتلاك القرض

هناك طرق عديدة لاستهلاك وسداد القروض نذكر منها:

1.2. سداد القرض في نهاية المدة: وبموجب هذه الطريقة يتم سداد القرض في نهاية مدة القرض، بينما الائدة تسدد مع القرض في نهاية مدة الاقتراض (عيد احمد، 2015) ، وتعطى بالعلاقة التالية:

جملة القرض = القرض + الفائدة

$$\mathbf{VA = C + I}$$
$$\mathbf{VA = C + (C \times t \times n)}$$
$$\mathbf{VA = C(1 + t \times n)}$$

حيث

- VA جملة القرض
- C مبلغ القرض
- I فائدة

مثال 01: اقترض شخص مبلغ 5000 دج من أحد البنوك، واتفق على سداد هذا القرض وفوائده بعد 9 شهور وبمعدل فائدة بسيطة 8% سنويًا. فما هو المبلغ الواجب سداده للبنك، وما هو مجموع الفوائد التي تحملها هذا الشخص؟

حل

· قيمة القرض (C) = 5000 دج

· مدة القرض (n) = 9 أشهر = 12/9 = 0.75 سنة

· معدل الفائدة السنوي (t) = 8% = 0.08

- : حساب جملة القرض (المبلغ الواجب سداده)

$$VA = C(1 + t \times n)$$

$$VA = 5000\left(1 + 0{,}08 \times \frac{9}{12}\right)$$

$$\boxed{VA = 5300\ DA}$$

المبلغ الواجب سداده: 5300 دج

- حساب مجموع الفوائد

$$I = VA - C$$

$$I = 5300 - 5000$$

$$\boxed{I = 300\ DA}$$

إجمالي الفوائد المدفوعة: 300 دج

2.2. سداد القرض على أقساط متساوية : في هذه الطريقة يقوم المدين بسداد أصل القرض وفوائده على أقساط متساوية في نهاية كل فترة زمنية، قد تكون في نهاية كل شهر أو في نهاية كل ثلاثة أشهر أو على حسب المتفق عليه بين المدين والدائن.

وبصفة عامة، فإن القسط المتساوي يشتمل على جزء من الأصل، والذي يُعرف بالاستهلاك، والجزء الآخر من الفوائد المستحقة على الرصيد المتبقي من الأصل.

وفي جميع الأحوال يُمثل القسط المتساوي دفعة عادية متساوية، بحيث تكون جملة الدفعات أو الأقساط المُسَدَّدة مساوية لجملة القرض.

ويمكن إيجاد القسط المتساوي بتطبيق المعادلة التالية:

جملة القرض = جملة الأقساط

بالتعويض عن معادلة حساب كل من جملة القرض وجملة الأقساط أو الدفعات بكل مما يلي:

$$\mathbf{VA = C \times (1 + t \times n)}$$

حيث:

- VA جملة القرض
- C مبلغ القرض
- t: معدل الفائدة للفترة الواحدة
- n: عدد الفترات

جملة الدفعات أو الأقساط = مجموع مبالغ الأقساط + مجموع فوائدها

أو بشكل أكثر تفصيلاً:

جملة الدفعات = مبلغ القسط × عدد الأقساط + مبلغ القسط × معدل الفائدة × مجموع مدد الأقساط

$$V_n = an + at \times \frac{n}{2}\left(\frac{m_1 + m_2}{12}\right)$$

حيث

- V_n جملة الدفعات
- a : مبلغ القسط
- t: معدل الفائدة البسيطة المطبق على المبالغ المتساوية
- m: عدد الدفعات المتساوية
- n: مدة الإيداع أو السداد (عدد الأيام، أو أشهر، السنة)

وبالتالي فإنه يكون لدينا معادلة يمكن من خلالها حساب قيمة القسط المتساوي الواجب سداده في نهاية كل فترة.

$$\mathbf{VA - V_n}$$

$$\mathbf{C(1 + t \times n) = an + at \times \frac{n}{2}\left(\frac{m_1 + m_2}{12}\right)}$$

يتم حساب مجموع مدد الأقساط بنفس طريقة حساب مجموع الاستثمار السابق الإشارة إليه في الفصل الخاص بالدفعات المتساوية، فإنه بالتالي يكون لدينا:

$$\mathbf{\frac{n}{2}\left(\frac{m_1 + m_2}{12}\right)}$$

- **جدول الاستهلاك:** جدول الاستهلاك هو جدول حساب له جانبان، يُقيد في الجانب الأيمن منه (أو جانب المدين) مبلغ القرض مضافًا إليه الفوائد المستحقة عليه عن مدة القرض كلها. وفي الجانب الأيسر منه (أو جانب

الدائن) فيقيد فيه الأقساط المتساوية مضافًا إليها الفائدة المستحقة على كل قسط على حدة (مركز البحوث و الدراسات متعدد التخصصات).

جملة القرض	جملة الأقساط
××× القرض	××× القسط الأول
××× فائدته	××× فائدته
	××× القسط الثاني
	××× فائدته
××× جملة القرض	××× جملة القرض

مثال 02: اقترض شخص مبلغ 5000 دج من أحد البنوك، وتعهد بسداد القرض على أقساط (أو دفعات) شهرية متساوية من الأصل والفوائد معًا لمدة سنة ونصف. فإذا علمت أن معدل الفائدة البسيطة هو 9% سنويًا، فأوجد كل من:

- القسط المتساوي
- مجموع الفوائد التي يتحملها هذا الشخص

الحل:

- إيجاد القسط المتساوي

حيث

- C : (قيمة القرض) = 5000 دج
- n : سنة ونصف بما أنه لم يتم ذكر نوع الأقساط المتساوية، وحيث أن القسط المتساوي يمثل دفعات متساوية، فهي تكون دفعات عادية، أي أنه يتم دفعها في نهاية كل شهر. وبالتالي فإن هذا الشخص المدين يقوم بسداد عدد 18 قسطًا متساويًا (سنة ونصف = 18 شهرًا).
- t : (معدل الفائدة السنوي) = 9%
- a : القسط المتساوي

بما أن القسط يتم سداده في نهاية كل شهر، فإن:

- m_1 : (مدة القسط الأول) = 17 شهراً (لأنه يسدد في نهاية الشهر الأول، فيتبقى له 17 شهر حتى نهاية مدة القرض)
- m_2 : (مدة القسط الأخير) = 0 شهر (لأنه يسدد في نهاية الشهر الأخير).

بالتعويض عن القيم المعطاة في المثال:

بما أنه: جملة القرض = جملة الأقساط

$$5000\left(1+0{,}09\times\frac{18}{12}\right)=a\ \times 18+at\times\frac{18}{2}\left(\frac{17+0}{12}\right)$$

$$5675=a\,18+\ a\,0{,}09\times\frac{18}{2}\left(\frac{17+0}{12}\right)$$

$$5675=18a\ +1{,}1475a$$

$$5675=19{,}1475a$$

$$a=\frac{5675}{19{,}1475}$$

$$\boxed{a=296{,}3833}$$

- إيجاد مجموع الفوائد

مجموع الفوائد = جملة الأقساط - قيمة القرض

$$\sum I=V_n-C$$

$$\sum I=5675-5000$$

$$\boxed{\sum I=675\ DA}$$

مجموع الفوائد = 675

3.2. سداد القرض على دفعات (أقساط) غير متساوية مع سداد الفائدة على الرصيد.

بموجب هذه الطريقة يلتزم المدين بسداد القرض على الدفعات غير متساوية وعلى فترات زمنية غير منتظمة وذلك على أساس القدرة المالية للمدين على الوفاء بالتزاماته، بمعنى أن المدين لا يريد ان يرتبط بشروط معينة في عقد القرض.

مثال : في 2021/04/01، حصل تاجر على قرض نقدي من أحد البنوك بقيمة 300000 دج لتمويل مشروعه التجاري.اتفق الطرفان على أن يقوم التاجر بسداد القرض على دفعات غير متساوية خلال مدة أقصاها سنة واحدة، وبمعدل فائدة بسيط سنوي قدره 7%.

قام التاجر بالسداد كما يلي:

- 40,000 دج في 2021/07/01
- 50,000 دج في 2021/09/15
- 30,000 دج في 2021/11/01
- 20,000 دج في 2021/12/20

المطلوب: حساب الرصيد الباقي المستحق على التاجر في 2022/04/01 مع العلم أن الفائدة تحسب على الرصيد المتبقي بعد كل دفعة

الحل

جملة القرض = جملة المبالغ المسددة + الرصيد المتبقي

- جملة القرض

$$C = 300000; \quad n = 1ans; \quad t = 8\%$$

$$VA = 300000 \times (1 + 0,07 \times 1)$$

$$\boxed{VA = 321000\ DA}$$

حساب المدد بالايام من تاريخ كل دفعة الى 1/04/2022

الدفعة الاولى (40000دج في 2021/07/01): $n_1 = 274$

الدفعة الثانية (50000دج في 2021/09/15): $n_2 = 198$

الدفعة الثالثة (30000 دج في 2021/11/01) $n_3 = 151$

الدفعة الرابعة (20000دج في 2021/12/20) $n_4 = 102$

وبذلك يمكن استخدام طريقة النمر في ايجاد جملة المبالغ المسددة

المبالغ	المدد	النمر
40000	274	10960000
50000	198	9900000
30000	151	4530000
20000	102	2040000
		27430000

وبذلك فان جملة المبالغ المسددة = مجموع المبالغ + مجموع الفوائد

= مجموع مجموع المبالغ + المعدل × $\frac{\text{مجموع النمر}}{360}$

$$= 140000 + \frac{7}{100} \times \frac{27430000}{360}$$

$$= 140000 + 5333{,}61 = 145333{,}61$$

وبذالك فان الرصيد الباقي = جملة القرض – جملة المبالغ المسددة

$$= 321000 + 145333{,}61$$

$$= 175666{,}39 \text{ DA}$$

تمارين حول اهتلاك القروض قصيرة الأجل

التمرين الاول : اشترى شخص سيارة قيمتها 75000دج و اتفق مع البائع على سداد ثمنها على هيئة اقساط متساوية من الاصل و الفوائد معا اخر كل 3 اشهر و ذلك لمدة 3 سنوات و بمعدل فائدة 12% سنويا، احسب قيمة القسط المتساوي

الحل:

- ايجاد جملة القرض

$$C = 75000\ DA; \quad t = 12\%, \quad n = 3\ ans$$

$$VA = C(1 + t \times n)$$
$$VA = 75000 \times (1 + 0{,}12 \times 3)$$
$$\boxed{VA = 102000\ DA}$$

- ايجاد جملة القسط

$$a =; \quad t = 0{,}12\%, \quad n\ 1\ ans = 12\ mois$$

مدة القرض كاملة = 3 سنوات أي 36 شهر

موعد سداد القسط الأول = 3 شهور

مدة القسط الاول بالاشهر m_1 = المدة كلها بالأشهر - مدة القسط الواحد بالاشهر

m_1 : (مدة القسط الأول بالشهر) = 36-3= 33 شهر

m_2 : (مدة القسط الأخير بالشهر) =0

بتطبيق المعدلة التالية

V_n جملة الأقساط = VA جملة القرض

$$102000 = a12 + a0{,}12 \times \frac{12}{2}\left(\frac{33+0}{12}\right)$$

$$102000 = 12a \ + 1{,}98a$$

$$a = \frac{102000}{13{,}98}$$

$$\boxed{a = 7296{,}14\ DA}$$

التمرين الثاني: اشترى شخص بضاعة من تاجر معين بثمن قدره 200000 دج، وقد اتفق مع البائع على أن يدفع له مبلغاً نقدياً قدره 5000 دج وقت الشراء، وأن يمنحه البائع قرضاً بالباقي مدته عام كامل، يسدد خلال أقساط شهرية متساوية. فإذا كان معدل الفائدة 8% سنوياً، فما هو القسط الشهري؟

الحل:

ثمن البضاعة = 2000000 دج

المبلغ المدفوع 50000دج

مبلغ القرض = ثمن البضاعة – المبلغ المدفوع

$$200000 - 50000 = 150000$$

- ايجاد جملة القرض

$$C = 150000\ DA; \quad t = 8\%, \quad n\ 1\ ans$$

$$VA = C(1 + t \times n)$$

$$VA = 150000 \times (1 + 0{,}08 \times 1)$$

$$\boxed{VA = 162000\ DA}$$

- ايجاد جملة القسط

$$a =; \quad t = 8\%, \quad n\ 1\ ans = 12\ mois$$

$$V_n = an + at \times \frac{n}{2}\left(\frac{m_1 + m_2}{12}\right)$$

عدد الأقساط (n): $\frac{\text{مدة الاقساط بالاشهر}}{\text{مدة القسط الواحد}} = \frac{12}{1} = 12$ قسط

m_1 : (مدة القسط الأول بالشهر) = 12-1= 11 شهر

m_2 : (مدة القسط الأخير بالشهر) =0

$$V_n = a12 + a8 \times \frac{12}{2}\left(\frac{11+0}{12}\right)$$

بتطبيق المعدلة التالية

جملة القرض VA = جملة الأقساط V_n

$$162000 = a12 + \left[0{,}08a \times \frac{12}{2}\left(\frac{11+0}{12}\right)\right]$$

$$162000 = 12a + 0{,}44a$$

$$a = \frac{162000}{0{,}44}$$

$$\boxed{a = 368181{,}818\ DA}$$

التمرين الثالث: اقترض شخص من أحد البنوك مبلغ 17440 دج بمعدل فائدة 24%، وكان الاتفاق على أن يتم سداد القرض على أربعة أقساط ربع سنوية متساوية (من قيمة القرض وفوائدها) خلال سنة من تاريخ عقد القرض، على أن يتم دفع القسط الأول في نهاية الثلاثة أشهر الأولى من تاريخ عقد القرض.

المطلوب:

- إيجاد القسط المتساوي.
- تصوير جدول إهلاك القرض.
- حساب مجموع فوائد الأقساط.

الحل:

- ايجاد جملة القرض

$$C = 17440\ DA; \quad t = 24\%, \quad n = 1\ ans$$

$$VA = 17440 \times (1 + 0{,}24 \times 1)$$

$$\boxed{VA = 21625{,}6\ DA}$$

- ايجاد جملة القسط

$$a =; \quad t = 24\%, \quad n\ 1\ ans = 12\ mois$$

$$V_n = an + at \times \frac{n}{2}\left(\frac{m_1 + m_2}{12}\right)$$

عدد الإقساط (n): $\frac{\text{مدةبالاقهياط بالاشهر}}{\text{مدة القسط الواحد}} = \frac{12}{3} = 4$ اقساط

m_1 : (مدة القسط الأول بالشهر) = 12-3= 9 أشهر

m_2 : (مدة القسط الأخير بالشهر) =0

$$V_n = a4 + a0{,}24 \times \frac{4}{2}\left(\frac{9+0}{12}\right)$$

بتطبيق المعدلة التالية

V_N جملة الأقساط = VAجملة القرض

$$21625{,}6 = 4a + \left[0{,}24a \times \frac{4}{2}\left(\frac{9+0}{12}\right)\right]$$

$$21625{,}6 = 4a + 0{,}3a$$

$$21625{,}6 = 4{,}36a$$

$$a = \frac{21625{,}6}{4{,}36}$$

$$\boxed{a = 4960\ DA}$$

جدول اهتلاك القرض:

جملة القرض	جملة الأقساط
القرض 17440	القسط الأول 4960
فائدة 4185,6	فائدة 2048,86 $\left(\frac{9}{12} \times \frac{24}{100} \times 4960\right)$
	القسط الثاني 4960
	فائدة 1229,31 $\left(\frac{6}{12} \times \frac{24}{100} \times 4960\right)$

4960 القسط الثالث

1229,31 فائدته $\left(\frac{3}{12} \times \frac{24}{100} \times 4960\right)$

4960 القسط الرابع

819,54 فائدته $\left(\frac{0}{12} \times \frac{24}{100} \times 4960\right)$

21625,6 جملة القرض	21625,6 جملة القسط

إيجاد مجموع الفوائد $(\sum I)$

التمرين الرابع: اشترى تاجر بضاعة بمبلغ 100000 دج في 2010/01/01، و اتفق مع البائع على ان يقوم بسداد ثمن البضاعة خلال سنة و ذلك بمعدل فائدة 10% سنويا ، وقد قام التاجر بسداد المبالغ الآتية :

- 10000دج في 2010/4/1
- 18000دج في 2010/6/4
- 6000 في 2010/7/5
- 6000 دج في 2010/9/15

المطلوب حساب الرصيد الباقي المستحق على التاجر في 2010/12/31 ويفرض ان المبالغ المسددة 11% سنويا.

الحل:

جملة القرض = جملة المبالغ المسددة + الرصيد المتبقي

- جملة القرض

$$C = 100000; \quad n = 1 \text{ ans}; \quad t = 10\%$$

$$VA = 100000 \times (1 + 0,1 \times 1)$$

- **جملة المبالغ المسددة**

مدة الاستثمار المبلغ الاول $n_1 = 274$

مدة الاستثمار المبلغ الثاني $n_2 = 210$

مدة الاستثمار المبلغ الثالث $n_1 = 159$

مدة الاستثمار المبلغ الرابع $n_1 = 107$

وبذلك يمكن استخدام طريقة النمر في ايجاد جملة المبالغ المسددة

النمر	المدد	المبالغ
2740000	274	100000
3780000	210	18000
954000	159	6000
642000	107	6000
8116000		40000

وبذلك فان جملة المبالغ المسددة = مجموع المبالغ + مجموع الفوائد

= مجموع المبالغ + المعدل × $\frac{\text{مجموع النمر}}{360}$

$$= 40000 + \frac{11}{100} \times \frac{8116000}{360}$$

$$= 40000 + 2480 = 42480$$

وبذلك فان الرصيد الباقي = جملة القرض – جملة المبالغ المسددة

$$= 110000 + 42480 = 67520\ \text{DA}$$

التمرين الخامس: اقترض شخص مبلغ قدره 2000000 من احد البنوك و اتفق على سداده بعد عام بمعدل فائدة بسيطة 9% سنويا، فإذا قام بسداد مبلغ 50000دج بعد مرور شهرين من تاريخ الاقتراض، سداد مبلغ بعد مرور 8 شهور من تاريخ الاقتراض ، فاذا كان البنك يستخدم معدل استثمار للمبالغ المسددة 8% سنويا

المطلوب

حساب الرصيد المستحق في نهاية العام

الحل:

- جملة القرض بمعدل فائدة 9% = جملة المبالغ المسددة بمعدل فائدة 8%

$$VA = C(1 + t \times n)$$

$$VA = 200000\left(1 + \frac{9}{100} \times 1\right) = 218000$$

$$\boxed{VA = 218000\ \text{DA}}$$

- جملة المبالغ المسددة:

المبالغ	المدد	النمر
50000	10	500000
80000	4	320000
130000		820000

جملة المبالغ المسددة = مجموع المبالغ + مجموع الفوائد

$$V_n = 130000 + \frac{8}{100} \times \frac{820000}{12}$$

$$V_n = 130000 + 5466{,}67$$

$$\boxed{V_n = 82533{,}33 \text{ DA}}$$

القسم الثاني

العمليات المالية طويلة الأجل

Les opérations financières à long terme

الفصل الأول: الفائدة المركبة

1. **تعريف الفائدة المركبة L'intérêt compose:** هي الفائدة التي تضاف إلى الأصل في نهاية كل وحدة زمن (سواء سنة او نصف سنة او شهرا واحدا... الخ) ثم تستثمر معه. وهذا يعني أن الفوائد تتراكم وتضاف إلى الأصل ثم تحسب لها فوائد هي الأخرى وعلى ذلك تصبح في نهاية كل وحدة زمن جزءا من الأصل. وفي هذه الحالة نقول أننا استثمرنا الأصل بفائدة مركبة (لحسن عبد الله، 2023، صفحة 6).
2. **العناصر المحددة لفائدة المركبة:** من اجل الوصول إلى القانون الأساسي الذي من خلاله يمكن حساب الفائدة المركبة لمبلغ أو جملة عدة مبالغ أو جملة الدفعات أو غير ذلك من التطبيقات العملية الفائدة المركبة، يستخدم الرموز التالية:
   - VA: الفيمة المكتسبة
   - C: المبلغ المستثمر (رأس المال)
   - t: معدل الفائدة المركبة
   - n: المدة
3. **قانون الفائدة المركبة:**

من خلال التوضيحات أعلاه يمكننا أن نستنتج قانون الفائدة المركبة ابتداء من احتساب فائدة السنة الأولى، والسنوات التي تليها الى غاية n، والجدول التالي يلخص ذلك:

	راس المال في بداية كل سنة	الفوائد في نهاية كل سنة	القيمة المحصلة (الجملة المكتسبة) في نهاية كل سنة
1	C_0	$I_1 = C_0 \times t$	$C_1 = C_0 + I_1 = C_0 + C_0 \times t = C_0(1+t)$
2	C_1	$I_2 = C_1 \times t$	$C_2 = C_1 + I_2 = C_1 + C_1 \times t = C_0(1+t)^2$
3	C_2	$I_3 = C_2 \times t$	$C_3 = C_2 + I_3 = C_2 + C_2 \times t = C_0(1+t)^3$
	...	...	...
n	C_{n-1}	$I_n = C_{n-1} \times t$	$C_n = C_{n-1} + I_n = C_{n-1} + C_{n-1} \times t = C_{n-1}(1+t)^n$

من خلال الجدول نجد أن الجملة المكتسبة (المحصلة) VA عن توظيف مبلغ C بعد عدد الفترات الزمنية n بمعدل فائدة مركبة t عن كل وحدة زمنية (بوغرة، 2013) ، تحسب وفق العلاقة التالية:

$$\mathbf{VA = C\,(1+t)^{n}}$$

مثال01: رأس مال قدره 23000 دج أودع في البنك بمعدل فائدة سنوية 7% بفائدة مركبة. ما هو المبلغ المحصل عليه بعد4 سنوات؟

الحل :

السنوات	اصل المبلغ C	الفائدة I	مجموع الفوائد في نهاية كل سنة
1	23000	1610	1610
2	24610	1722.7	26332.7
3	26332.7	1843.289	28175.989
4	28175.989	1972.319	30148.308

- في نهاية السنة الأولى، رأس المال C_0 يُنتج فائدة بسيطة I_1

$$I_1 = 23000 \times 7\% = 1610DA$$

- الفائدة I_1 فتُضاف إلى رأس المال C_0 ينتج رأس مال جديد C_1

$$C_1 = C_0 + I_1 = 23000 + 1610 = 24610$$

- في نهاية السنة الثانية، رأس المال C_1 يُنتج فائدة بسيطة I_2

$$I_2 = 24610 \times 7\% = 1722,7$$

- الفائدة I_2 تُضاف إلى رأس المال C_1 تنتج رأس مال جديد C_2

$$C_2 = C_1 + I_2 = 24610 + 1722.7 = 26332,7$$

- فينهاية السنة الثالثة ، رأس المال C_2 يُنتج فائدة بسيطة I_3

$$I_3 = 26332.7 \times 7\% = 1843.889$$

- الفائدة I_3 تضاف إلى رأس المال C_2 ينتج رأس مال جديد C_3

$$C_3 = C_2 + I_3 = 26332.7 + 1843.889 = 28175.989$$

- في نهاية السنة الرابعة ، رأس المال C_3 ينتج فائدة بسيطة I_4

$$I_4 = 28175.989 \times 7\% = 1972.31923$$

$$VA = C_3 + I = 28175.989 + 1972.31923$$

$$\boxed{VA = 30148,308\ DA}$$

المبلغ المحصل عليه بعد 4 سنوات هو 301448,308 دج.

كما يمكن حسابه بالعلاقة التالية:

$$VA = C(1+t)^n$$

$$VA = 23000(1+0.07)^4$$

$$VA = 23000\ (1 + 0.07)^4$$
$$VA = 23000\ \times 1{,}3107601$$

$$\boxed{VA = 30148{,}308\ DA}$$

ملاحظة: المقدار $(1+t)^n$ يحسب بالآلة الحاسبة أو يستخرج من الجدول المالي رقم (01)

قانون الفائدة المركبة لا يمدنا بقيمة الفائدة مباشرة بخلاف الفائدة البسيطة،لذا يتعين لمعرفة قيمة الفائدة المركبة إن نطرح أصل القرض من جملته المحصلة (معيزي، 2018، صفحة 56). كما يلي:

$$\mathbf{I = A - C}$$
$$\mathbf{I = C\ (1 + t)^n - C}$$
$$\mathbf{I = C\ [(1 + t)^n - 1\ ]}$$

- I: الفائدة المركبة
- VA: القيمة المكتسبة
- C: المبلغ المستثمر (رأس المال)

مثال 02: أودع شخص مبلغ مالي قدره 5000 دج في بنك معين بمعدل فائدة مركبة 6% ، لمدة ثلاث سنوات، فما هي القيمة المكتسبة المتحصل عليها في نهاية مدة الإيداع؟ وما هي قيمة الفائدة المتحصل عليها؟

الحل:

- حساب قيمة الجملة المتحصل عليها في نهاية المدة

$$VA = C(1 + t)^n$$
$$VA = 5000(1 + 0{,}06)^3$$

من الجدول المالي رقم (01) فإن القيمة:

$$(1 + 0{,}06)^3\ = 1{,}191016$$

$$VA = 5000(1 + 0{,}06)^3\ = 5000\ \times 1{,}191016$$

$$\boxed{VA = 5955{,}08\ DA}$$

- حساب قيمة الفائدة المتحصل عليها

$$I = VA - C$$
$$I = 5955{,}08 - 5000 = 955{,}08\ DA$$

$$\boxed{I = 955{,}08\ DA}$$

4. عناصر الجملة بالفائدة المركبة

من ملاحظتنا لقانون الأساسي لجملة مبلغ ما بفائدة مركبة

$$\mathbf{VA = C(1+t)^n}$$

نجد أن هذا القانون يتكون من أربع متغيرات و هي (n, t, C, VA) فإذا علم ثلاثة متغيرات منها يمكننا تطبيق القانون واستخراج المتغير الجهول. (شقيري نوري و اخرون، 2009، صفحة 128)

1.4. إيجاد أصل المبلغ (رأ س المال) C: يمكن حساب المبلغ الأصلي بدلالة الجملة المكتسبة كما يلي

$$VA = C(1+t)^n$$
$$C = \frac{VA}{(1+t)^n}$$
$$\mathbf{C = VA(1+t)^{-n}}$$

ملاحظة: المقدار $(1+t)^{-n}$ يحسب بالآلة الحاسبة أو يستخرج من الجدول المالي رقم (02)

مثال 03: أودع شخص معين مبلغ مالي في بنك معين، بمعدل فائدة مركبة 6 %، وبعد 4 سنوات أصبح في حسابه ما قيمته 3582دج، أوجد قيمة رأس المال المودع لدى البنك؟

الحل:

$$VA = 3582\ ; \qquad t = 6\%: \qquad n = 4ans$$

$$C = VA(1+t)^{-n}$$
$$C = 3582(1{,}06)^{-4}$$

عن طريق الآلة الحاسبة نجد $(1{,}04)^{-5}$=0,792093

$$C = 3582(0{,}792093) = 2837{,}279\ DA$$

$$\boxed{C = 2837{,}279\ DA}$$

2.4. مدة إيداع وفقا للفائدة المركبة : وفق الفائدة المركبة عن طريق استخدام اللوغاريتم n من الممكن تحديد مدة الاستثمار.

لدينا الصيغة العامة للفائدة المركبة $VA = C(1+t)^n$ ندخل اللوغاريتم بين الطرفين فنحصل على:

$$\text{Log } VA = \log C(1+t)^n$$
$$\text{Log } VA = \log C + \log(1+t)^n$$

$$\mathbf{n = \frac{\log VA - \log C}{\log(1+t)}}$$

مثال 04: أحسب مدة توظيف مبلغ بمعدل $5\ \%$ ، علما أن القيمة الابتدائية بلغت 5000دج والقيمة المتراكمة بعد نهاية المدة $6700{,}48$ دج .

الحل:

من الصيغة السابقة نقوم بالتطبيق المباشر، فنحصل على:

$$n = \frac{\log VA - \log C}{\log(1+t)}$$

$$n = \frac{\log 6700.48 - \log 5000}{\log(\,1 + 0.05)} = \frac{0.128}{0.0211} = \ \ 6\ ans$$

$$\boxed{n = 6\ ans}$$

3.4. حساب معدل الفائدة المركبة t : في صيغة الفائدة t من الممكن تحديد معدل الفائدة المركبة عن طريق عزل المتغير t في صيغة الفائدة المركبة السابقة، حيث:

$$VA = C(1+t)^n$$

$$\left(\frac{VA}{C}\right)^{\frac{1}{n}} = (1+t)$$

$$\mathbf{t = \left(\frac{VA}{C}\right)^{\frac{1}{n}} - 1}$$

مثال 05: استثمر رأس مال قيمته 10000دج في بنك معين و بعد 6 سنوات اصبح قيمته 13026,6 دج. أحسب معدل الفائدة؟

الحل:

$$VA = 13026{,}6\;; \qquad C = 10000; \qquad n = 6 \text{ ans}$$

$$VA = C(1+t)^n$$

$$13026.6 = 10000(1+t)^n$$

$$\left(\frac{A}{C}\right)^{\frac{1}{n}} = (1+t)$$

$$\left(\frac{13026.6}{10000}\right)^{\frac{1}{6}} = (1+t)$$

$$t = \left(\frac{A}{C}\right)^{\frac{1}{n}} - 1$$

$$t = \left(\frac{13026.6}{10000}\right)^{\frac{1}{6}} - 1$$

$$\boxed{t = 4.5\%}$$

5. المعدلات المتكافئة والمعدلات المتناسبة

تحسب الفائدة المركبة في العادة على أساس معدل سنوي غير أنه قد تتم على أساس معدل نصف سنوي أو ربع سنوي أو أي فترة أقل من سنة (سليماني، 2023، صفحة 13)، ويمكن التمييز بين:

1.5. المعدلات المتناسبة: يتناسب معدلان مختلفان ينتميان لفترتين مختلفتين عندما تتساوى النسبة بين المعدلين مع النسبة بين فترتيهما و لحساب معدل جزئي ما متناسب مع معدل سنوي نقسم المعدل السنوي على عدد الفترات الموجودة في السنة (2 فترتين، 4 فترات، 3 فترات، 12 فترة) و المعدلات الجزئية المشهورة المتناسبة مع المعدل السنوي t_a هي معدل سداسي t_s، معدل رباعي t_Q، معدل ثلاثي t_t، معدل شهري t_m.

- المعدل السداسي المتناسب مع المعدل السنوي

$$t_s = \frac{t_a}{2} = \frac{\text{المعدل السنوي}}{2}$$

- المعدل الرباعي المتناسب مع المعدل السنوي:

$$t_Q = \frac{t_a}{3} = \frac{\text{المعدل السنوي}}{3}$$

- المعدل الثلاثي المتناسب مع المعدل السنوي:

$$t_t = \frac{t_a}{4} = \frac{\text{المعدل السنوي}}{a}$$

- المعدل الشهري المتناسب مع المعدل السنوي:

$$t_m = \frac{t_a}{12} = \frac{\text{المعدل السنوي}}{12}$$

مثال 06: أحسب المعدل السداسي و الثلاثي و الرباعي و الشهري المتناسب مع المعدل السنوي 12.

الحل :

$$t_s = \frac{12}{2} = 6\%,\ t_Q = \frac{12}{4} = 3\%,\ \ t_t = \frac{12}{3} = 4\%,\ \ t_m = \frac{12}{12} = 1\%$$

المعدل التناسبي يستعمل في الحل الرشيد أو في العمليات المالية ذات الآجل القصير حيث تطبيق الفائدة البسيطة

مثال 07 : وظف شخص مبلغا ن من المال قيمته 25000دج لمدة 7 سنوات بمعدل فائدة سنوي.أحسب القيمة المحصلة بالمعدل السنوي ثم بالمعدل السداسي المتناسب معه.

الحل :

- القيمة المحصلة بالمعدل السنوي :

$$C = 25000(1.06)^7 = 25000 \times 1.503630$$

$$\boxed{C = 37590.75 \text{ DA}}$$

- القيمة المحصلة بالمعدل السداسي المتناسب مع المعدل السنوي :

$$\frac{6\%}{2} = 3\%$$

$$C = 25000(1.03)^{14} = 25000 \times 1.512589$$

$$\boxed{C = 37814.72 \text{ DA}}$$

نلاحظ بان القيمة المحصلة بالمعدل السداسي اكبر من القيمة المحصلة بالمعدل السنوي، ولدلك من الضروري البحث عن معدل أخر يعطي نفس القيمة المحصلة و المعدل الذي يحقق هده المساواة يسمى المعدل المكافئ.

2.5. المعدلات المكافئة: هي المعدلات المختلفة التي تؤدي إلى نفس القيمة المحصلة لنفس المدة ولنفس المبلغ فإذا كان المبلغ المستثمر C_0 لمدة سنة t فالقيمة المحصلة في نهاية السنة هي : $C_0\,(1+t)$ ، وإذا وظف نفس المبلغ C_0 لنفس المدة بمعدل جزئي t_k، في هذه الحالة تكون القيمة المحصلة: $C=C_0\,(1+t_k)^K$

ولكي يتكافأ المعدل السنوي t مع المعدل الجزئي t_k . يجب أن تتساوى القيمة المحصلة بالمعدل السنوي مع القيمة المحصلة مع المعدل الجزئي كالأتي :

$$C_0\,(1+t) = C_0\,(1+t_k)^k \rightarrow (1+t) = (1+t_k)^k$$

$$\sqrt[k]{(1+t)} = \sqrt[k]{(1+t)^{k}}$$

$$(\mathbf{1}+\mathbf{t})^{\frac{1}{k}} = (\mathbf{1}+\mathbf{t_k}) \rightarrow \mathbf{t_k} = (\mathbf{1}+\mathbf{t})^{\frac{1}{k}} - 1$$

مثال 07: احسب المعدل السداسي و الرباعي و الثلاثي والشهري المكافئ للمعدل السنوي 12%

الحل :

- المعدل السداسي المكافئ للمعدل السنوي هو: $t_s = (1.2)^{\frac{1}{2}} - 1 = 0.95\%$
- المعدل الرباعي المكافئ للمعدل السنوي هو : $t_Q = (1.2)^{\frac{1}{3}} - 1 = 0.95\%$
- المعدل الثلاثي المكافئ للمعدل السنوي هو : $t_T = (1.2)^{\frac{1}{4}} - 1 = 0.95\%$
- المعدل الشهري المكافئ للمعدل السنوي هو : $t_m = (1.2)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0.95\%$

المعدل المكافئ يستعمل في الحل التجاري او في العمليات المالية ذات الأجل الطويل حيث تطبق الفائدة المركبة

المقارنة بين المعدليين :

المعدل السنوي 12%	المعدل المتناسب	المعدل المتكافئ
المعدل السداسي	%6	%5.83
المعدل الرباعي	%4	%3.85
المعدل الثلاثي	%3	%2.81
المعدل الشهري	%1	%0.95

من الجدول نستنتج بان المعدل المتناسب اكبر من المعدل المتكافئ (معيزي، 2018).

تمارين حول الفائدة المركبة

التمرين الأول: أودعت مؤسسة في احد البنوك 100000دج بمعدل فائدة 8% لمدة 5 سنوات

المطلوب: احسب

- الفائدة المحصل عليها في نهاية السنة الأولى والثالثة
- احسب الجملة المحققة في نهاية مدة التوظيف

الحل:

- حساب الفائدة المحصلة في نهاية السنة الأولى

$$I_1 = C\big((1+t)-1\big)$$

$$I_1 = 100000\big((1+0{,}08)-1\big)$$

$$\boxed{I_1 = 8000\ DA}$$

- حساب الفائدة المحصلة في نهاية السنة الثالثة

$$I_1 = C((1+t)^3 - 1)$$

$$I_1 = 100000((1+0{,}08)^3-1) = 100000(0{,}259712)$$

$$\boxed{I_3 = 25971{,}2\ DA}$$

- حساب الجملة المحققة في نهاية مدة التوظيف

$$VA = 100000(1+0{,}08)^5$$

$$\boxed{VA = 146932{,}8\ DA}$$

التمرين الثاني: اقترض شخص من أحد البنوك مبلغ لمدة 6 سنوات بمعدل فائدة سنوي 6%، وبعد سنة أعاد توظيف المبلغ المقترض في بنك اخر لمدة 5 سنوات بمعدل 6,5%، فحقق من خلال هاتين العمليتين خسارة قدرها 4116,76 دج

المطلوب: احسب قيمة المبلغ المقترض؟

الحل:

$$VA_1 - VA_1 = 4116,76$$

$$C\,(1,06)^6 - C\,(1,065)^5 = 4116,76$$

$$1,418519112C - 1,370086663C$$

$$0,0048432448C = 4116,76$$

$$C = \frac{4116,76}{0,0048432448C}$$

$$\boxed{C = 85000\ DA}$$

التمرين الثالث: أودع البنك مبلغ مالي قدره 300000دج، جزء منه لمدة 7 سنوات، و الباقي لمدة 10 سنوات ، وذلك بمعدل 4%، لتكون في الأخير الجملة (رأسمال + الفائدة)، تتناسب فيما بين المبلغيين كالعلاقة $\frac{5}{3}$

المطلوب: حساب جملة كل مبلغ.

الحل:

ليكن C هو المبلغ الأول.

$$\frac{5}{3} = \frac{C(1,04)}{(300000 - c)(1,04)^{10}}$$

$$\frac{5}{3} = \frac{C}{(300000 - c)(1,04)^3}$$

$$\frac{5}{3} = \frac{C}{337459{,}2 \; - \; 1{,}124864C}$$

$$3C = 1687296 - 5{,}62432C$$

$$\boxed{C = 195644 \text{ DA}}$$

المبلغ الثاني:

$$300000 - 195644 = 104356 \text{ DA}$$

$$\boxed{C = 104356 \text{ DA}}$$

التمرين الرابع: أحسب مدة توظيف مبلغ بمعدل 5% علما أن القيمة الابتدائية بلغت: 40000 دج والقيمة المتراكمة بعد نهاية المدة 56284 دج.

الحل:

من الصيغة $VA = C(1+t)^n$ وبعد تطبيق خواص اللوغاريتم نحصل على n

$$\text{Log VA} = \log C(1+t)^n$$
$$\text{Log VA} = \log C + \log n(1+t)^n$$

$$n = \frac{\log A - \log C}{\log(1+t)}$$

$$n = \frac{\log 56284 - \log 40000}{\log(1+0.05)}$$

$$\boxed{n = 7\text{ans}}$$

التمرين الخامس: أودع في البنك مبلغ قدره 30000دج بمعدل فائدة مركب لمدة 4 سنوات لتكون جملته 40438,08 دج، احسب معدل الفائدة المستعمل؟

الحل

$$VA = C(1+t)^n$$

$$40438,08 = 30000(1+t)^4$$

$$\left(\frac{VA}{C}\right)^{\frac{1}{n}} = (1+t)$$

$$\left(\frac{40438,08}{30000}\right)^{\frac{1}{4}} = (1+t)$$

$$t = \left(\frac{40438,08}{30000}\right)^{\frac{1}{4}} - 1$$

$$\boxed{t = 7,75\%}$$

الفصل الثاني: خصم وتكافؤ الديون

1. الخصم بالفائدة المركبة: عند دراستنا لموضوع الخصم بالفائدة البسيطة نجد انه يوجد نوعان رئيسيان للخصم هما: الخصم التجاري وحقيقي، وفيما يلي دراسة لكل نوع باستخدام الفائدة المركبة.

1.1. الخصم التجاري المركب (الخصم بدلالة أصل المبلغ): يعرف الخصم المركب التجاري على أنه الفائدة المركبة للقيمة الاسمية للمدة المحصورة بين تاريخ السداد وتاريخ الاستحقاق (ايت سعيد، 2023، الصفحات 73-74).

$$e_c = C(1+t)^{-n} - C$$

$$e_c = C\ [\ (1+t)^n - 1]$$

مثال 01: خصم شخص ورقة تجارية قيمتها الاسمية 1600 دج لدى بنك تستحق الدفع بعد 10 سنوات بمعدل خصم تجاري مركب قدره 8% سنويا ، احسب مبلغ الخصم ؟

الحل:

$$C = 1600\ ; \qquad n = 10; \qquad t = 8\%$$

$$e_c = C\ [\ (1+t)^n - 1]$$

$$e_c = 1600\ [\ (1+0.08)^{10} - 1]$$

$$\boxed{e_c = 1854{,}27\ DA}$$

ملاحظة: نادرا ما يستخدم الخصم التجاري المركب في الحياة التجارية وخاصة في الآجال الطويلة لأنه قد يزيد مبلغ الخصم عن القيمة الاسمية.

2.1. الخصم الحقيقي المركب (الخصم بدلالة القيمة المحصلة): يتم حساب مبلغ الخصم الحقيقي (e_r) على أساس القيمة الحالية للورقة التجارية وان الخصم الحقيقي هو الفرق بين القيمة الاسمية (C) والقيمة الحالية (V)(بركات، 2014، صفحة 34)

الخصم الحقيقي =القيمة الاسمية – القيمة الحالية

$$e_r = C - V_r$$

$$V_r = C(1+t)^{-n}$$

$$e_r = C - C(1+t)^{-n}$$

$$\mathbf{e_r = C[1-(1+t)^{-n}]}$$

مثال 02: دين قيمته 10000 دج يستحق الدفع بغد 10 سنوات وبمعدل فائدة 4%

- إيجاد قيمة الخصم الحقيقي
- القيمة الحالية لهذا الدين

الحل:

$$C = 10000\,; \qquad n = 10; \qquad t = 4\%$$

- حساب الخصم الحقيقي:

$$e_r = 10000[1-(1+0.04)^{-10}]$$

$$\boxed{e_r = 3244{,}358 \text{ DA}}$$

- حساب القيمة الحالية للدين:

$$e_r = C - V_r$$
$$V_r = C - e_r$$
$$V_r = 10000 - 3244{,}358$$

$$\boxed{V_r = 6755{,}642 \text{ DA}}$$

2. تكافؤ الديون بالفائدة المركبة: هو تساوي مجموع القيم الحالية للديون قبل التبديل مع مجموع القيم الحالية للديون بعد التبديل

1.2. تكافؤ دينين: يتكافأ دينين عندما يخصمان بنفس معدل الخصم في تاريخ التكافؤ ويكون لهما نفس القيمة الحالية،فإذا كانت لدينا

- C_1: القيمة الاسمية للدين القديم قبل التبديل والمستحق بعد مدة n_1.
- C_2: القيمة الاسمية للدين القديم بعد التبديل والمستحق بعد مدة n_2

إذن فالتكافؤ يتحقق عندما يكون:

$$V_1 = V_2 \rightarrow C_1(1+t)^{-n1} = C_2(1+t)^{-n2}$$

مثال01: دين قيمته 75000دج يستحق بعد 4 سنوات ، سدد بدين أخر يستحق بعد 6 سنوات بمعدل فائدة مركبة 5% ، احسب القيمة الاسمية للدين الجديد ؟

الحل:

$$V_1 = V_2 \rightarrow C_1(1+t)^{-n1} = C_2(1+t)^{-n2}$$

$$75000(1{,}05)^{-4} = C_2(1{,}05)^{-6}$$

$$61702{,}69 = C_2(1{,}05)^{-6}$$

$$61702{,}69 = C_2\ (0{,}75)$$

$$\boxed{C_2 = 82270{,}25\ \text{DA}}$$

2.2. تكافؤ دين مع مجموعة ديون: تكافؤ مجموعة ديون مع دين واحد عندما نطبق علىهما نفس معدل خصم وتكون القيمة الحالية للدين الوحيد مساوية لمجموع القيم الحالية للدين في تاريخ الاستبدال (التكافؤ). فإذا كان لدينا :

- C_1 : القيمة الاسمية للدين الوحيد والمستحقة بعد مدة n
- $C_n,...,C_3,C_2,C_1$: القيم الاسمية للديون المستحقة بعد... n_n،n_2 n_3،n_1 على الترتيب ، فالتكافؤ يتحقق عندما يكون

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + \cdots V_n$$

$$C(1+t)^{-n} = C_1(1+t)^{-n1} + C_2(1+t)^{-n2} + C_3(1+t)^{-n3} + \cdots + C_n(1+t)^{-m}$$

مثال 02: شخص مدين بمبلغين الأول قيمته 85000 دج يستحق بعد 4 سنوات، والثاني قيمته 60000 دج يستحق بعد سنتين ومدين على سداد هذين الدينين بدين وحيد يستحق بعد 6 سنوات بمعدل خصم 6%.حسب القيمة الاسمية للدين الجديد؟

الحل:

نطبق القاعد العامة لاستبدال الديون في الزمن صفر

القيمة الحالية للدين الوحيد = مجموع القيمة الحالية للديون

$$C_3(1{,}06)^{-6} = 85000(1{,}06)^{-4} + 60000(1{,}06)^{-2}$$

$$0{,}839619C_3 = 850000 \times 0{,}792094 + 60000 \times 0{,}889996$$

$$0{,}704960C_3 = 67328 + 53399{,}79 \rightarrow C_3 = \frac{120727{,}79}{0{,}704960}$$

$$\boxed{C_3 = 171254{,}803 \text{ DA}}$$

مثال 03: تاجر مدين بالديون التالية :

10000 دج يستحق الدفع بعد سنتين .

25000دج يستحق بعد 3 سنوات.

30000 دج يستحق الدفع بعد 5 سنوات.

اتفق مع دائنة على استبدال هذه الديون بدين وحيد قيمته الاسمية 73861 دج يستحق بعد n سنة بمعدل فائدة 4 % .

- احسب مدة الاستحقاق الدين الوحيد ، ثم حدد تاريخ الاستحقاق؟

الحل:

$$73861(1{,}04)^{-n} = 10000(1{,}04)^{-2} + 25000(1{,}04)^{-3} + 30000(1{,}04)^{-5}$$
$$= 10000(0.924556213) + 25000(0.888996359) + 30000(0.821927107)$$

$$73861(1{,}04)^{-n} = 56128{,}28432$$

$$73861(1{,}04)^{-n} = 56128{,}28432 \rightarrow (1{,}04)^{-n} = \frac{56128{,}28432}{73861}$$

$$(1{,}04)^{-n} = 0{,}75991774$$

من الجدول المالي رقم (02) وعند $t=4\%$ وعند القيمة $0{,}75991774$ نجد $n=7$ سنوات

$$(1{,}04)^{-n} = 0{,}75991774$$

$$-n\log(1{,}04) = \log(0{,}75991774)$$

$$n = -\frac{\log(0{,}75991774)}{\log(1{,}04)}$$

$$n = \frac{0{,}11923341692}{0{,}01703333929}$$

$$\boxed{n = 7 \text{ jours}}$$

تمارين وحلول حول الخصم وتكافؤ الديون

التمرين الأول: ورقة تجارية قيمتها الاسمية 178000 دج تستحق الدفع بعد 5 سنوات ، أراد صاحبها الحصول على مبلغ نقدي فقدمها إلى البنك للخصم بمعدل سنوي 7%.

مطلوب:

- اوجد القيمة الحالية للورقة التجارية
- اوجد مبلغ الخصم

الحل:

- حساب القيمة الحالية

$$V = C(1+t)^{-n}$$

$$V = 178000(1.07)^{-5}$$

$$V = 126911.508DA$$

$$\boxed{V = 126911{,}508\ Da}$$

- ايجاد مبلغ الخصم

$$e = C - V$$
$$e = 178000 - 126911.508$$

$$\boxed{e = 51088.492DA}$$

التمرين الثاني: ورقة تجارية قيمتها الاسمية 200000 تستحق الدفع بعد 4 سنوات و 4 أشهر خصمت بمعدل خصم مركب قدره 4% سنويا، احسب قيمتها الحالية؟

الحل:

طبقا لقانون القيمة الحالية

$$V = 200000\,(1+0{,}04)^{-\left(4+\frac{4}{12}\right)}$$

استخدام إحدى الطرق الثلاث التي تطرقنا لها في درس الفائدة المركبة أثناء وجود وحدات زمن بالسنوات والأشهر معا فان قيمة $(1+0,04)^{-(4+4/12)}$ تساوي 0,84384516 و منه :

$$V = 200000 \times 0,84384516 = 186769$$

التمرين الثالث: خصمت ورقة تجارية قيمتها الاسمية 40000دج وتستحق بعد 4 سنوات،فبلغ الخصم 7720دج،أحسب معدل الخصم؟

الحل:

$$C = 40000; \quad e = 7720; \quad n = 4$$

$$e = C - V$$

$$V = C - e \rightarrow 40000 - 7720 = 32280$$

$$V_r = C(1+t)^{-n} \rightarrow 32280 = 40000(1+t)^{-4}$$

$$(1+t)^{-4} = \frac{40000}{32280}$$

$$(1+t)^{-4} = 0,807000$$

من الجدول المالي رقم 02 و عند n=4 والقيمة 0,807000 نجد t محصورة بين 5,25% و 5,5%

التمرين الر ابع: شخص مدين بمبلغين:

المبلغ الأول: 50000 دج يستحق بعد 5 سنوات؛

المبلغ الثاني: 100000دج يستحق بعد 10 سنوات

أراد استبدال بمبلغ وحيد يستحق بعد 7 سنوات، وذلك للتخلص نهائيا من هده الديون فادا علمت ان معدل الفائدة المركبة السائد 9%.

المطلوب: اوجد القيمة الاسمية لهدا الدين.

الحل:

$$C_1 = 50000\ DA; \qquad C_2 = 100000DA; \qquad C_3 = ?\ DA$$

$$n_1 = 5\ ans, \qquad n_2 = 10\ ans \qquad n_3 = 7ans, \qquad t = 9$$

$$V_3 = V_1 + V_2$$

$$C_3\ (1+i) - n3 = \ C_1(1+i) - n_1 + \ C_2(1+i) - n_2$$

$$C_3(1+0{,}09) - 7 = \ 50000(1+0{,}09) - 5 + \ 100000(1+0{,}09) - 10$$

$$C_3(0.547034244) = 32496.56931 + \ 42241.08069$$

$$C_3(0.547034244) = 74737.65$$

$$C_3 = \frac{74737.65}{0.547034244} = 136623.34$$

$$\boxed{C_3 = 136623.34\ DA}$$

التمرين الخامس: مؤسسة تجارية مدينة بالديون التالية:

10000دج تستحق الدفع في 2014/07/1

20000 دج تستحق الدفع في 2018/07/1

30000 دج تستحق الدفع في 2020/07/1

ولم تتمكن المؤسسة من سداد أي مبلغ حتى أول جويلية 2017 حيث اتفقت مع الدائن في هذا التاريخ على ما يلي:

- تسحب كمبيالة لصالح الدائن بمبلغ 40000 دج تستحق الدفع بعد 3 سنوات
- يسدد باقي الدين نقدا وفورا.

فإذا علمت أن معدل الخصم المركب المستخدم لاستبدال الديون هو 5% سنويا، احسب مقدار المبلغ النقدي المدفوع؟

الحل:

في تاريخ التكافؤ 2017/07/1 وهو تاريخ الاستبدال يتحقق التكافؤ بين قيمة الديون الأساسية في هذا التاريخ مع كل من القيمة الحالية للكمبيالة والمبلغ النقدي،وذلك مرورا بالمراحل التالية :

- الدين الأول استحق الدفع قبل تاريخ الاستبدال أي قبل تاريخ التكافؤ بمدة 3 سنوات لذلك تستخرج قيمته في تاريخ الاستبدال إلى إيجاد جملته.

$$= 1000 \times (1 + 0,05)^3 \;=\; 10000 \;\times\; 1,15763 = 11576,3 \text{ DA}$$

- الدين الثاني والدين الثالث يستحقان الدفع بعد تاريخ الاستبدال أي بعد تاريخ التكافؤ وعليه لم يصل بعد تاريخ استحقاقهما لذلك نحسب القيمة الحالية لكل منهما بالتطبيق في قانون القيمة الحالية .

V =

$$V = \; 30000(1 + 0,05)^{-3} \;\; = 30000 \;\times\; 0,86384 \;=\; 25915,2 \text{ DA}$$

إذن مجموع قيم الديون الأساسية

$$11576,3 + \; 19047,6 \; + \; 25915,2 \;=\; 56539,1 \text{ DA}$$

وهذا المبلغ 56539,1 دج يكافئ في تاريخ 2017/7/1 كلا من:

المبلغ النقدي المدفوع + القيمة الحالية للكمبيالة الجديدة

القيمة الحالية للكمبيالة:

$$V \;=\; C(1 + t\,)^{-n} \;=\; 40000\,(1 + 0,05)^{-3} \;\;=\; 34553,6 \text{ DA}$$

$$V = 40000 + 0,8638 = 34553,6 \text{ DA}$$

فاذا فرضنا ان المبلغ النقدي المدفوع في تاريخ التكافؤ هو x فان

$$X \;+\; 34553,6 \;=\; 56539,1 \text{ DA}$$

و منه

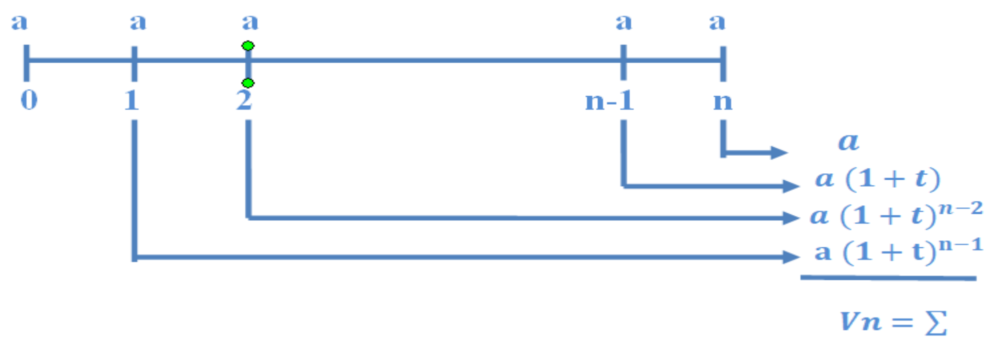
$$X = \; 56539,1 \;- 3455,6 \;=\; 21985,5$$

الفصل الثالث:الدفعات المتساوية بالفائدة المركبة

ذكرنا عند دراستنا للفائدة البسيطة أن الدفعات المتساوية إما أن تستخدم للسداد أو الاستثمار، وفيما يلي دراسة عن الجملة او القيمة الحالية لكل نوع بالفائدة المركبة.

1. الدفعات العادية:تعتمد القيمة المستقبلية أو القيمة الحالية لسلسلة من الدفعات الثابتة على تاريخ الدفع، أي بداية الفترة أو نهايتها.

1.1. القيمة المكتسبة للدفعات العادية: نقول عن القيمة المكتسبة (V_n) من خلال الدفعات في نهاية الفترة أنها مجوعة الدفعات التي يتم التعبير عنها مباشرة بعد دفع الأقساط السنوية الأخيرة (بداوي، 2022)، ويتم توضيح ذلك في الشكل البياني التالي:



حيث:

- V_n: القيمة المكتسبة
- a: قيمة الدفعة الثابتة
- t: معدل الفائدة المركبة
- n: عدد الدفعات

نعبر عن مجموع الدفعات رياضيا كما يلي:

$$V_n = a + a(1+t) + a(1+t)^2 + \cdots + a(1+t)^{n-2} + a(1+t)^{n-1}$$

$$V_n = a\,[1 + (1+t) + (1+t)^2 + \cdots + (1+t)^{n-2} + (1+t)^{n-1}]$$

يشكل هذا المجموع متتالية هندسية متزايدة حدها الأول a وأساسها $(1+t)$ و عدد حدودها n وطبقا لمجموع المتتالية الهندسية والذي يتم حسابه بالعلاقة التالية:

$$S = u_1 \frac{r^n - 1}{r - 1}$$

وعليه فان جملة دفعات السداد تكون كما يلي:

$$V_n = a \frac{(1+t)^n - 1}{(1+t) - 1}$$

$$V_n = a \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

ملاحظة: المقدار $\frac{(1+t)^n - 1}{t}$ يحسب بالالة الحاسبة او يستخرج من الجدول المالي رقم (03)

مثال01: يضع شخص مبلغا من المال قدره 8000 دج في نهاية كل سنة في بنك ، حيث كان معدل الفائدة المطبق 7%، كم يجمع هذا الشخص في نهاية السنة الثانية عشر ؟

الحل:

$$a = 8000 ; \qquad t = 0.07; \qquad n = 12$$

$$V_n = a \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$V_n = 8000 \frac{(1+0.07)^{12} - 1}{0.07}$$

$$\boxed{V_n = 143107{,}61 \text{ DA}}$$

2.1. تحديد عناصر جملة دفعات العادية: باستعمال العلاقة العامة لهذه الدفعات نستطيع الوصول إلى حساب مختلف عناصرها (بوعروي، 2021) .

- **حساب مبلغ الدفعة:** من القانون الأساسي لجملة دفعات أخر مدة، يمكن يمكن استخلاص قانون حساب الدفعة: (بوغرة، 2013)

$$V_n = a \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{V_n}\frac{\mathbf{t}}{(\mathbf{1+t})^{\mathbf{n}}-\mathbf{1}}$$

ملاحظة : يمكن حساب المقدار ، $\frac{t}{(1+t)^n-1}$ من خلال حساب مقلوب القيمة $\frac{(1+t)^n-1}{t}$ المستخرجة من الجدول رقم (03)

مثال 02 :من أجل تسديد دين في 6 سنوات بمبلغ 18500,75 دج أحسب قيمة الدفعة السنوية التي تسمح بذلك والمودعة في نهاية كل سنة بمعدل فائدة 7,5% .

الحل:

$$V_n = 18500,75; \qquad n = 6; \qquad t = 0.075$$

$$V_n = a\frac{(1+t)^n-1}{t}$$

$$a = V_n\frac{t}{(1+t)^n-1}$$

$$a = 18500,75 \times \frac{0.075}{(1,075)^6-1}$$

يحسب المقدار $\frac{0.075}{(1,075)^6-1}$ بالآلة الحاسبة أو نحسب مقلوب القيمة $\frac{(1,075)^6-1}{0.075}$ المستخرجة من الجدول رقم (03).و عليه

$$a = 18500,75 \times \frac{0,075}{0,543301}$$

$$\boxed{a \approx 2553,71 \text{ DA}}$$

- **تحديد معدل الفائدة:**

انطلاقا من العلاقة الخاصة بجملة الدفعات نحسب المقدار$\frac{(1+t)^n-1}{t}$ ، حيث :

$$\frac{(1+t)^n-1}{t}=\frac{V_n}{a}$$

ملاحظة: بعد حساب القيمة $\frac{(1+t)^n-1}{t}$ نستخرج قيمة t المقابل لها بمعلومية n من الجدول المالي رقم (03)

مثال03: ما هو المعدل الذي يسمح بتكوين رأس مال قدره 326431.54 دج بواسطة 9 دفعات نهاية المدة قيمة كل منها 29000 دج.

الحل:

$$\frac{(1+t)^n-1}{t}=\frac{Vn}{a}$$

$$\frac{(1+t)^9-1}{t}=\frac{326431.54}{29000}$$

بالاستعانة بالجدول رقم (03) نجد: t=5.5%

- **حساب عدد الدفعات**

من القانون الأساسي لجملة دفعات السداد يمكن حساب عدد الدفعات كما يلي:

$$\frac{(1+t)^n-1}{t}=\frac{V_n}{a}$$

من الجدول المالي رقم (03) اعتمادا على المقدار $\frac{Vn}{a}$ أو باستخدام ، n نجد عدد الدفعات والمعدل t

$$\frac{V_n}{a}=\frac{(1+t)^n-1}{t}$$

$$\frac{V_n}{a}\times t=\quad(1+t)^n-1$$

$$\frac{V_n}{a} \times t + 1 = \quad (1+t)^n$$

بإدخال اللوغاريتم نجد:

$$\text{Log}\left(\frac{V_n}{a} \times t + 1\right) = \quad \log(1+t)^n$$

$$\log\left(\frac{V_n}{a} \times t + 1\right) = \quad n.\log(1+t)$$

$$n = \frac{\log \frac{V_n \times t + 1}{a}}{\log\ (1+t)}$$

يمكن أيضا استعمال الجدول المالي رقم (01) لتحديد قيمة n اعتمادا على المعدل t والقيمة $(1+t)^n$ حيث

$$(1+t)^n \frac{V_n \times t + a}{a}$$

مثال04: ما هو عدد الدفعات الثابتة اللازمة لتسديد دين جملته 356308.81 دج بمعدل فائدة مركبة 6% علما أن قيمة الدفعة 36000 دج.

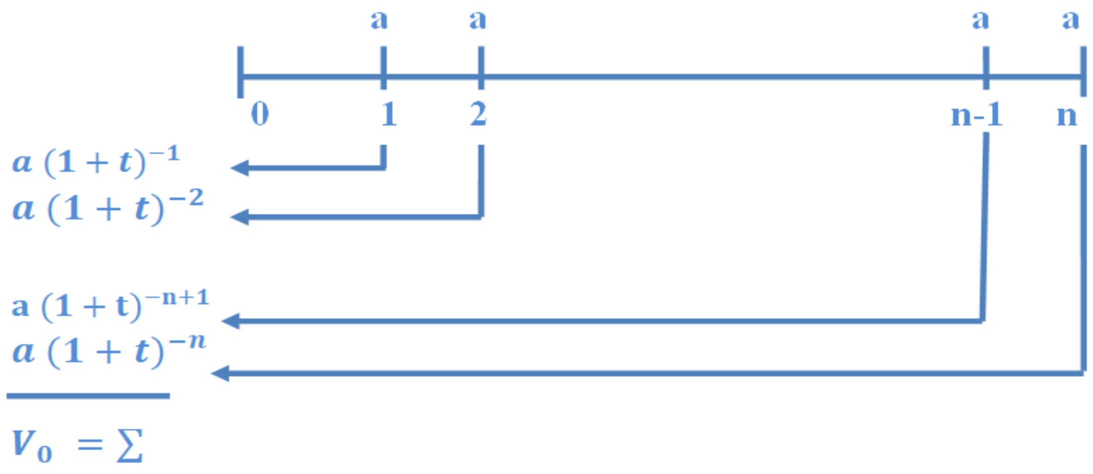
الحل:

$$\frac{(1+t)^n - 1}{i} = \frac{V_n}{a} \rightarrow \frac{(1+0.06)^n - 1}{0.06} = \frac{356308.81}{36000} = 9.8974667$$

من الجدول المالي رقم (3) اعتمادا على القيمة 9.8974667 او معدل $t = 0.06$ نجد $n=8$

كما يمكن الاعتماد على اللوغاريتم للحصول على قيمة n .

3.1. القيمة الحالية للدفعات العادية (نهاية الفترة): القيمة الحالية (V_0) لسلسلة من الدفعات الثابتة في نهاية الفترة هي مجموع الأقساط السنوية المعبر عنها في تاريخ الأصل (الزمن 0) (بداوي، 2022) ، توضح في الشكل التالي:



نعبر عن مجموع الدفعات رياضيا كما يلي:

$$V_n = a\,(1+t)^{-1} + a(1+t)^{-2} + \cdots + (1+t)^{-n+1} + a(1+t)^{-n}$$

حيث:

- V_0 القيمة الحالية بواسطة مجموع دفعات متتالية:
- a الدفعة الثابتة في نهاية الفترة
- n عدد الفترات (الدفعات)
- tمعدل الفائدة

لدينا إذن متتالية هندسية حدها الأول $a(1+t)^{-1}$ وأساسها الهندسي $(1+t)$ وعدد حدودها n. تصبح الصيغة:

$$V_0 = a\,(1+t)^{-1}\,\frac{(1+t)^{-n} - 1}{(1+t)^{-1} - 1}$$

$$V_n = a\,\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}$$

ملاحظة: المقدار $\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}$ يحسب بالالة الحاسبة او يستخرج من الجدول المالي رقم (04)

مثال 05: اقترض شخص مبلغا من بنك واتفق مع إدارة هذا البنك على تسديده وفق 9 دفعات سنوية ثاب ، قيمة الواحدة 30000 دج ، حيث تدفع الأولى سنة بعد تاريخ الاقتراض. إذا كان معدل الفائدة المطبق 8% ، حدد قيمة القرض ؟

الحل:

$$a = 3000; \qquad n = 9; \qquad t = 0.08$$

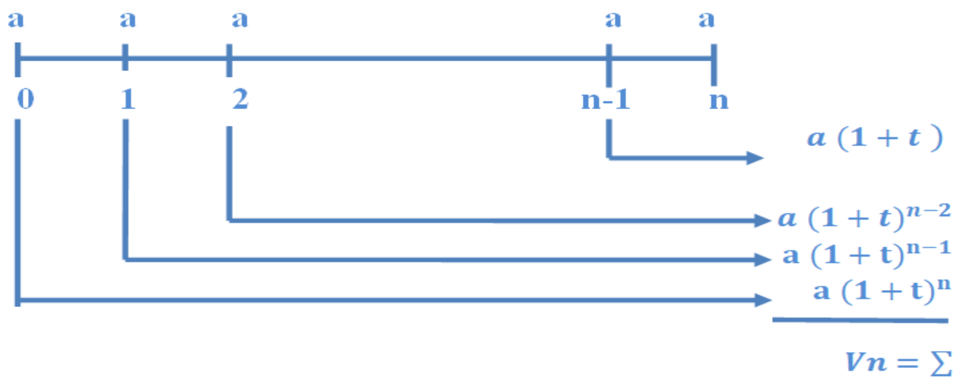
$$V_0 = a \frac{1-(1+t)^{-n}}{t}$$

$$V_0 = 3000 \frac{1-(1+t)^{-n}}{0.08}$$

$$\boxed{V_0 = 187406{,}63 \text{ DA}}$$

2. الدفعات الفورية: (دفعات الاستثمار)

1.2. القيمة المكتسبة للدفعات الفورية: إذا افترضنا أن التدفقات النقدية تُدفع في بداية الفترة (Harcheb، 2022) ، فسنحصل على الرسم البياني التالي:



نعبر عن مجموع الدفعات رياضيا كما يلي:

$$Vn = a(1+t)^1 + a(1+t)^2 + \dots a(1+t)^{n-2} + a(1+t)^{n-1} + a(1+t)^n$$

لدينا إذن متتالية هندسية حدها الأول $a(1+t)$ وأساسها الهندسي $(1+t)$ وعدد حدودها n، (Mancer, 2016, p. 61)، وبالتالي تصبح الصيغة :

$$V_n = a\,(1+t)\left[\frac{(1+t)^n - 1}{t}\right]$$

ملاحظة: جملة دفعات الاستثمار = جملة دفعات السداد × $(1+t)$

مثال 06 : قرر شخص بإيداع مبلغ مالي قيمته 5000 دج في بداية كل سنة ولمدة 10 سنوات متتالية، فما هي القيمة المكتسبة التي سيتحصل عليها بعد نهاية المدة المتفق عليها إذا كان معدل الفائدة المركبة هو 4%سنويا.

الحل:

$$V_n = a\,(1+t)\frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$V_n = 5000(1+0.04)\frac{(1+t)^{10} - 1}{0.04}$$

$$\boxed{V_n = 62431{,}757\ DA}$$

2.2. تحديد عناصر جملة الدفعات الفورية:

من العلاقة السابقة لجملة دفعات أول مدة يمكن استخلاص كل قيمة الدفعة، المدة والمعدل.

- **حساب قيمة الدفعة:**

$$V_n = a\,(1+t)\frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$a = V_n\frac{t}{(1+t)[(1+t)^n - 1]}$$

مثال 07: يريد شخص تكوين رأسمال قيمته 34196,43دج بتوظيف 7 دفعات، الدفعة الأولى توظف في بداية السنة الأولى بمعدل فائدة مركبة 5%، احسب قيمة الدفعة.

الحل:

$$a = V_n \frac{t}{(1+t)[(1+t)^n - 1]}$$

$$a = 34196{,}43 \frac{0{,}05}{(1+0{,}05)[(1+0{,}05)^7 - 1]}$$

$$a = 34196{,}43 \times \frac{0{,}05}{0{,}42745544}$$

$$\boxed{a = 4000\ DA}$$

- حساب مدة الدفعة:

مثال08: يريد تاجر تكوين رأس مال قيمته تكوين راس مال قيمته 482580,44 دج بتوظيف 20000دج في بداية كل سنة بمعدل فائدة سنوي 7%،كم يلزمه من دفعة لذلك؟

الحل:

$$482580{,}44 = 20000(1{,}07)\frac{(1{,}07)^n - 1}{0{,}07} \rightarrow \frac{482580{,}44}{21400} = \frac{(1{,}07)^n - 1}{0{,}07}$$

$$\frac{(1{,}07)^n - 1}{0{,}07} = 22{,}550488 \rightarrow n = 14$$

$$\boxed{n = 14}$$

الطريقة الثانية:

$$\frac{482580}{20000} + 1 = \frac{(1{,}07)^{n+1} - 1}{0{,}07} \rightarrow \frac{(1+t)^{n+1} - 1}{t} = 25{,}129022$$

من الجدول رقم 03 و عند القيمة 25,129022 و المعدل 7% نجد:

$$n + 1 = 15 \rightarrow n = 14$$

$$\boxed{n = 14}$$

- **حساب معدل التوظيف:** يحسب من العلاقة (معيزي، 2018).

بالاستعانة بالجدول المالي رقم 03 يمكن استخراج معدل الفائدة لجملة دينار واحد في بداية كل فترة

$$V_n = a\,(1+t)\,\frac{(1+t)^n \;-1}{t}$$

هذه الصيغة يمكن كتابتها بالشكل التالي:

$$V_n = a\,\frac{(1+t)^{n+1} \;-1}{t} - 1$$

نستخرج معامل الفائدة المركبة لجملة دفعات أول مدة لأحد الجانبين فنجد

$$\frac{V_n}{a} + 1 = \frac{(1+t)^{n+1} \;-1}{t}$$

وبرجوع الى الجدول المالي رقم (03) نستخرج اي معدل للفائدة مقابل n وللقيمة $\frac{V_n}{a} + 1$

مثال 08: استثمر شخص مبلغ 10000دج في بداية كل سنة لمدة 9 سنوات فتحصل في نهاية السنة الأخيرة علو جملة قدرها 145602,91 دج، احسب معدل التوظيف.

الحل:

$$145602{,}91 = 10000\,\frac{(1+t)^{10} \;-1}{t} - 1$$

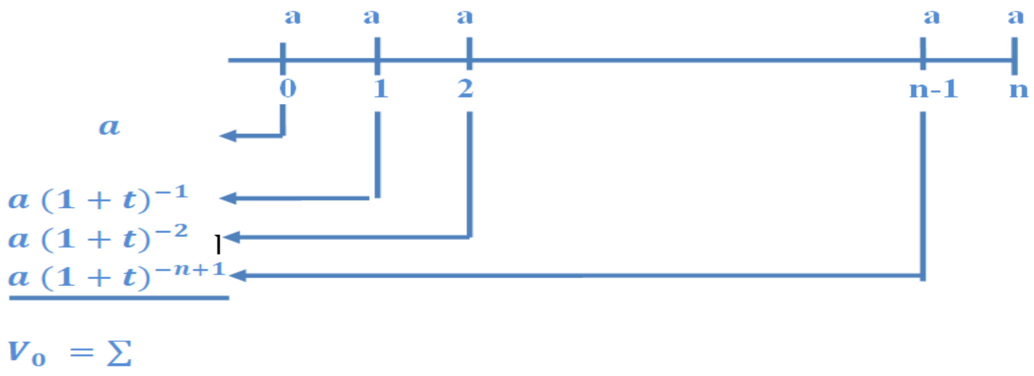
$$\rightarrow \frac{145602{,}91}{10000} + 1 = \frac{(1+t)^{10} \;-1}{t}$$

$$\rightarrow 15{,}560291 = \frac{(1+t)^{10} \;-1}{t}$$

من الجدول المالي رقم (03) وعند القيمة 15,560291 والمدة 10 سنوات نجد t=6%

3.2. القيمة الحالية لدفعات الاستثمارية

القيمة الحالية هي مجموع القيم الحالية للدفعات الثابتة المتساوية في زمن 0 (البدء) أي عند أول دفعة. (منصور بن عوف، 2009)



بنفس الخطوات السابقة نجد

$$V_0 = a + a(1+t)^{-1} + a(1+t)^{-2} + \cdots a(1+t)^{-n+1}$$

$$\mathbf{V_n = a\frac{1-(1+t)^{-n}}{1-(1+t)^{-1}}}$$

$$\mathbf{V_n = a(1+t)\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}}$$

ملاحظة: القيمة الحالية لدفعات الاستثمار= القيمة الحالية لدفعات السداد×$\mathbf{(1+t)}$

مثال 09: إيداع مبلغ من المال في أول من كل شهر من 2021/03/5 إلى 2023/303/5، نريد تجميع 1327695 دج في 2023/3/5 إذا كان معدل الشهري 0.008 فما هي قيمة مبلغ المال المودع كل شهر (الدفعة).

الحل:

$$a = ?; \quad t = 0.008; \quad n = 24; \quad V_n = 1327695DA$$

$$V_0 = a(1+t)\frac{1-(1+t)^{-n}}{i}$$

$$\boxed{V_0 = 50000 \text{ DA}}$$

تمارين حول الدفعات المتساوية بللفائدة المركبة

التمرين الأول:

تقدر جملة 9 دفعات متساوية لآخر السنة ب 9990 دج، وهذا بمعدل فائدة 8% سنويا.

المطلوب:

- احسب قيمة الدفعة
- احسب معدل الفائدة الجديدة اذا وظفت هذه الدفعات بنفس المدة فانتجت جملة قدرها 10863,58دج

الحل:

- حساب قيمة الدفعة :

$$V_n = a\,\frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$a = V_n\,\frac{t}{(1+t)^n - 1}$$

$$a = 9990\,\frac{0{,}08}{(1{,}08)^9 - 1}$$

$$\boxed{a = 800\ \text{DA}}$$

- حساب معدل الفائدة الجديد

$$V_n = a\,\frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$10863{,}58 = 800\,\frac{(1+t)^9 - 1}{t} \rightarrow \frac{10863{,}58}{800} = \frac{(1+t)^9 - 1}{t}$$

$$13{,}579472 = \frac{(1+t)^9 - 1}{t}$$

بالرجوع إلى الجدول رقم (03) وفقا لعمود الدفعات 09، نبحث القيمة 13,5794 فنجدها توافق المعدل 10%وعليه فمعدل الفائدة هو 10 % .

التمرين الثاني: يودع شخص في بنك في نهاية كل سنة لمدة 3 سنوات دفعة قدرها 1000 دج، ثم توقف عن الدفع لمدة سنتان متتاليتان، احسب ما يتحصل عليه في حسابه في نهاية السنة الخامسة من بداية إيداع أول دفعة علماً أن معدل الفائدة المركبة 5% سنوياً.

الحل:

عدد الدفعات = 3 دفعات أي 3 سنوات

نوع الدفعة : دفعة الاستثمار

مدة التوقف: 2 سنة

- ايجاد جملة دفعات الاستثمار

$$V_n = a\,(1+t)\left[\frac{(1+t)^n - 1}{t}\right]$$

$$V_n = 1000\,(1{,}05)\left[\frac{(1{,}05)^3 - 1}{0{,}05}\right]$$

$$\boxed{V_n = 3310{,}125\ DA}$$

هذه الجملة تستثمر لمدة سنتين طبقا للقانون

$$C_n = a(1+t)^n$$

$$C_n = 3310{,}125(1{,}05)^2$$

$$\boxed{C_n = 3649{,}413\ DA}$$

التمرين الثالث: يودع شخص في أخر كل سنة مبلغ قدره 1500 دج لمدة 8 سنوات بمعدل فائدة 6%

المطلوب:

- احسب قيمة الفوائد المحققة عند نهاية مدة التوظيف.
- احسب الجملة المكتسبة 3 سنوات بعد أخر دفعة.

الحل:

- حساب الفوائد المحققة:

$$I = V_n - \sum a$$

$$I = a\frac{(1+t)^n - 1}{t} - (a \times n)$$

$$I = 1500\frac{(1+0{,}06)^8 - 1}{0{,}06} - (1500 \times 8)$$

$$I = 14846{,}2 + 12000 = 26846{,}2$$

$$\boxed{I = 26846{,}2 \text{ DA}}$$

- حساب الجملة المكتسبة ثلاث سنوات بعد آخر دفعة:

أخر دفعة تكون في نهاية السنة الثامنة، وعليه تحسب الجملة إلى غاية نهاية السنة

$$V_n = 1500\frac{(1{,}06)^8 - 1}{0{,}06}(1{,}06)^3$$

$$V_n = 14846{,}2 \times 1{,}191016 = 17682{,}06$$

$$\boxed{V_n = 17682{,}06 \text{ DA}}$$

التمرين الرابع: في بداية كل سنة يودع شخص في احد البنوك مبلغ 3000دج بفائدة مركبة مقدارها 6% سنويا، ما هي المدة الزمنية اللازمة لكي يتجمع لديه في البنك مقدار 56646,4 دج

الحل:

$$V_n = a(1+i)\frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$56646{,}4 = 3000\,(1+0{,}06)\frac{(1+0{,}06)^n - 1}{0{,}06}$$

$$3398,784 = 3000 \times [(1,06)n - 1] \times (1,06)$$

$$(1,06)^n - 1 = \frac{3398,784}{3180} = 1,0688$$

$$(1,06)^n = 2,0688$$

$$0,0253n = 0,3157$$

$$n = \frac{0,3157}{0,0253} = 12,5 \text{ ans}$$

$$\boxed{n = 12,5 \text{ ans}}$$

إذن 12,5سنة هي المدة اللازمة لجمع ذلك المبلغ .

التمرين الخامس: دفعة سنوية قدرها 5000دج بلغت جملتها المركبة بعد ايداع عدد معين منها 57319,4 دج في حال اعتبارها دفعات سداد في حين تبلغ هذه الجملة 59038,98 دج في حالة اعتبارها دفعات الاستثمار.

- احسب معدل الفائدة المركبة وعدد الدفعات؟

الحل:

- إيجاد معدل الفائدة:

جملة دفعات الاستثمار = جملة دفعات السداد × $(1 + t)$

$(1+t)$= جملة دفعات الاستثمار ÷ جملة دفعات السداد

$$(1 + t) = \frac{59038,98}{57319,4} = 1,03$$

$$t = 1,03 - 1 = 3\%$$

- إيجاد عدد الدفعات:

يمكن إيجاد عدد الدفعات باستخدام جملة دفعات السداد كما يلي:

$$V_n = a\,\frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$57319{,}4 = 5000\,\frac{(0{,}03)^n - 1}{0{,}03}$$

$$\frac{(0{,}03)^n - 1}{0{,}03} = \frac{57319{,}4}{5000} = 11{,}46388$$

من خلال الجدول المالي رقم (03) و عند القيمة 11,46388 وعند معدل 3% نجد n=10

$$\boxed{n = 10}$$

الفصل الرابع: اهتلاك القروض العادية

يلجأ الأشخاص والمؤسسات في كثير من الأحيان إلى الاقتراض كوسيلة للتمويل.

1. **تعريف القرض العادي:** القرض العادي هو قرض يتم الحصول عليه من مقرض واحد، يتبع التسديد شروط الاستهلاك ودفع الفائدة المنصوص عليها في العقد. (بداوي، 2022) في القرض العادي يلتزم المقترض عادة بالشروط الآتية :

- تسديد فوائد بصفة دورية على رأس مال المقترض (أصل القرض) وغير مسدد
- تسديد رأس المال دون أخذ رسوم الفائدة في الاعتبار ويسمى هذا التسديد بالاستهلاك القروض.

فالمدين او المقترض يقوم دوريا بتسديد دفعة تحتوي على فائدة رأس المال المتبقي مضافا إليه الاستهلاك، كما يلي:

الدفعة = استهلاك رأس المال السنوي + الفائدة رأس المال المتبقي

$$a = I_i + M_i$$

2. **جدول استهلاك القرض العادي:** هو مجموعة من الأسطر والأعمدة التي تظهر كيفية تسديد إقساط القرض وفوائده والأرصدة المتبقية في نهاية كل فترة ، وهذا الجدول يفيد المسيرين في متابعة تسديد القرض ومعرفة الجزء المسدد وجزء الباقي منه.

السنوات	راس مال في بداية المدة	الفائدة المستحقة في نهاية كل فترة I	الاهتلاك Mi	الدفعات a	راس مال في نهاية المدة
1	C_0	$I_1=C_0\times t$	M_1	$a = I_1+ M_1$	$C_1= C_0- M_1$
2	C_1	$I_2=C_1\times t$	M_2	$a = I_2+ M_2$	$C_2= C_1- M_2$
3	C_2	$I_3=C_2\times t$	M_3	$a = I_3+ M_3$	$C_3= V_2- M_3$

إذا رمزنا لعناصر استهلاك القروض بالرموز التالية :

- C_0 : قيمة أصل في زمن صفر، أي ق في بداية السنة الأولى للتسديد؛
- $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$: الدفعات أو الأقساط المتساوية حيث يدفع القسط الأول سنة بعد إمضاء العقد والثانية سنة من بعد وهكذا، أي أننا أمام دفعات نهاية المدة؛
- $M_1, M_2, M_3, \ldots, M_n$: الاستهلاكات المتتالية التي تحتويها الدفعة الأولى، الثانية ،......، الى غاية الدفعة الأخيرة n؛
- $C_1, C_2, C_3, \ldots, C_n$: راس المال المتبقي بعد تسديد الدفعة الأولى، الثانية ، الثالثة،......، الدفعة n؛
- $I_1, I_2, I_3, \ldots, I_n$: الفوائد المستحقة على رأس المال المتبقي، بعد كل فترة زمنية ؛

- n: مدة القرض (عدد السنوات)؛
- t: معدل القرض (خليفة، 2020)

مثال01: اقترضت مؤسسة مبلغا قيمته 10000ج من احد البنوك و قد تم الاتفاق بينهما على ان يسدد هذا القرض بواسطة خمسة أقساط متساوية على بمعدل فائدة 8%.

- احسب قيمة الدفعة الثابتة (قيمة القسط)
- أنجز جدول اهتلاك هذا القرض

الحل:

- حساب قيمة الدفعة الثابتة

$$C_0 = a\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}$$

$$10000 = a\frac{1-(1+0{,}08)^{-5}}{0{,}08} \rightarrow 10000 = a(0{,}250456)$$

$$a\frac{10000}{0{,}250456}$$

السنوات	راس مال في بداية المدة	الفائدة المستحقة في نهاية كل فترة I	الاهتلاك Mi	الدفعات a	راس مال في نهاية المدة
1	10000	800	1704,56	2504,56	8295,44
2	8295,44	663,63	1840,92	2504,56	6454,51
3	6454,51	516,36	1988,20	2504,56	4466,31
4	4466,31	357,30	2147,26	2504,56	2319,04
5	2319,04	185,52	2319,04	2504,56	0

3. العلاقات بين عناصر اهتلاك وقرض عادي:

انطلاقا من جدول الاهتلاك السابق يمكم إيجاد بعض العلاقات التي ترتبط عناصر القرض بعضها بعض، واهم هذه العلاقات هي:

1.3. الاهتلاك الأخيروعلاقته بالقرض الباقي للفترة ما قبل الأخير:

من السطر الأخير في الجدول لدينا:

$$\mathbf{C_n = 0 \rightarrow C_{n-1} - M_n}$$

$$\rightarrow \mathbf{C_{n-1} = M_n}$$

إذن الاهتلاك الأخير يساوي القرض الباقي للفترة ما قبل الأخيرة

مثال : من المثال السابق لدينا الاهتلاك الأخير = 2319,04 و القرض الباقي للسنة الأخيرة = 2319,04

2.3. علاقة الدفعة بالاهتلاك الأخير (او قانون الدفعة)

من السطر الأخير في الجدول لدينا

$$\mathbf{a_n = c_{n-1} \times t + M_n \rightarrow M_n \times t + M_n}$$

$$\rightarrow \mathbf{a = M_n(1+t)}$$

الدفعة الأخيرة = الاهتلاك الأخير مضافا إليه فوائد هذا الاهتلاك

مثال: من المثال السابق لدينا

$$a_4 = M_4 + I_4 \rightarrow a_4 = 2319{,}04(1{,}08 = 2504{,}56)$$

3.3. علاقة الأصل القرض بالاهتلاكات

$$C_0 = M_1 + M_2 + M_3 + M_4 + \cdots + M_n$$

$$\rightarrow \mathbf{C_0 = \sum_{n-1}^{n} M_1}$$

أصل القرض يساوي مجموع الاهتلاكات.

مثال:

$$10000 = 1704{,}56 + 1840{,}92 + 1988{,}20 + 2147{,}26 + 2319{,}04$$
$$10000 = 10000$$

عندما تكون اهتلاكات ثابتة فان:

$$C_0 = M + M + M + M + \cdots + M$$
$$C_0 + n \times M$$

بحيث كل الاهتلاك يساوي قيمة القرض مقسوم على عدد السنوات أي $M = \frac{C_0}{n}$

4.3. العلاقة بين الاهتلاكات والدفعات:

لناخذ الفرق بين الدفعتين a_2 وa_1 نجد:

$$a_3 - a_2 = M_3 + C_2 t - M_2 - C_1 t = M_3 + (C_1 - M_2)t - M_2 - C_1 t$$
$$a_3 - a_2 = M_3 - M_2 t - M_2 = M_3 - M_2(1+t)$$
$$a_3 - a_2 = M_3 - M_2\,(1+t)$$

وفي الحالة العامة نجد:

$$a_p - a_{p-1} = M_p - M_{p-1}(1+t)$$

5.3. العلاقة بين اهتلاكين متتاليين عندما تكون الدفعات ثابتة:

أي عندما يكون:

$$a_p - a_{p-1} = 0$$

$$a_p - a_{p-1} = 0 \rightarrow M_p - M_{p-1}(1+t) = 0$$

$$\mathbf{M_p = M_{p-1}(1+t)}$$

أي أن كل اهتلاك يساوي الاهتلاك السابق له مضروب في $(1+t)$

مثال: من المثال السابق

$$M_2 = M_1(1+t) \rightarrow M_2 = 1704{,}56(1{,}08) = 1840{,}92 \text{ DA}$$

كما يمكن كتابة هذه العلاقة على النحو التالي:

$$\mathbf{M_p = M_{p-1}(1+t) \rightarrow \frac{M_p}{M_{p-1}} = (1+t)}$$

أي النسبة بين اهتلاكين متتالين يساوي $(1+t)$

6.3. علاقة أي اهتلاك بالاهتلاك الأول:

من جدول الاهتلاك لدينا

$$M_3 = M_2(1+t) \text{ و } M_2 = M_1(1+t)$$

بتعويض قيمة M_2 في M_3 نجد

$$M_3 = M_1(1+t)(1+t) = M_1(1+t)^2 \rightarrow M_3 = M_1(1+t)^2 = (1+t)^2 = \frac{M_3}{M_1}$$

كذلك لدينا: $M_4 = M_3(1+t)$

وبالتعويض قيمة M_3 في العلاقة $M_4 = M_3(1+t)$ نجد M_4

$$M_4 = M_1(1+t)(1+t) = M_1(1+t)^3 \rightarrow M_3 = M_1(1+t)^3 = (1+t)^3 = \frac{M_4}{M_1}$$

من العلاقات السابقة يمكن استنتاج علاقة الاهتلاك الأول بأي اهتلاك كما يلي:

$$\mathbf{M_n = M_1(1+t)^{n-1}}$$

مثال: من المثال السابق لدينا :

$$M_4 = M_1(1+t)^3 \rightarrow M_4 = 1704{,}56\ (1{,}08)^3 = 1704{,}56 \times 1{,}259712$$
$$= 2147{,}26\ \text{DA}$$

7.3. العلاقة بين اهتلاكين مختلفين في ترتيبهما

ليكن لدينا الاهتلاك M_p و اهتلاك M_n السابق له في الترتيب

نحن نعلم من العلاقات السابقة بان $M_p = M_1(1+t)^{p-1}$ وبتعويض قيمة M_1 بـM_m في هده العلاقة نجد:

$$\mathbf{M_p = M_m(1+t)^{p-m} \rightarrow \frac{M_p}{M_m} = (1+t)^{p-m}}$$

مثال: من المثال السابق نجد:

$$M_4 = M_2(1+t)^2 = 1840{,}92(1{,}08)^2 = 2147{,}26$$

$$M_5 = M_3(1+t)^2 = 1988{,}20(1{,}08)^2 = 2319{,}04$$

8.3. العلاقة بين فائدتين متتاليتين: لنأخذ مثلا فائدة السنة الثالثة I_4 و فائدة السنة الرابعة I_3 و نجعل الفرق بينهما كالأتي:

$$I_3 - I_4 = (a_3 - M_3) - (a_4 - M_4)$$

$$\mathbf{I_3 - I_4 = a_3 - a_4 - M_3 + M_4}$$

بما أن الدفعات متساوية فان $a_3 - a_4 = 0$ و منه نجد:

$$I_3 - I_4 = M_4 - M_3 \rightarrow I_3 - I_4 = M_3(1+t) - M_3 = M_3 + M_3 t$$

$$\mathbf{I_3 - I_4 = M_3 t}$$

وفي الحالة العامة

$$\mathbf{I_P - I_{P+1} = M_p t}$$

مثال: من المثال السابق نأخذ العلاقة بين الفائدتين الثانية الثالثة:

$$I_2 - I_3 = 1840{,}92 \times 0{,}08 = 147{,}27 = 663{,}63 - 516{,}36 = 147{,}27$$

9.3. العلاقة بين فائدتين متتاليتين:

لتكن لدينا العلاقة $I_n = M_n t$ لان $C_{n-1} = M_n$ و $I_n = C_{n-1} \times t$

وبالتالي:

$$I_{n-1} - I_n = \frac{M_n \times t}{(1+t)} \rightarrow I_{n-1} - I_n = \frac{I_n}{(1+t)}$$

مثال: من المثال السابق:

$$I_4 - I_5 = \frac{257{,}30}{1{,}08} = 330{,}83$$

$$I_3 - I_5 = 516{,}36 - 185{,}52 = 330{,}83$$

10.3. قانون حساب الفوائد:

يتم حساب فائدة أي سنة عند معرفة معدل الفائدة وقيمة القرض في بداية تلك السنة، أما العلاقة فيمكن حسابها كما يلي:

$$\mathbf{I_n = C_{n-1} \times t}$$

مثال: من المثال السابق ينم حساب فائدة السنة الثالثة والخامسة

$$I_3 = 6454{,}51 \times 0{,}08 = 516{,}36$$

$$I_5 = 2319{,}04 \times 0{,}08 = 185{,}52$$

4. حساب أصل القرض بدلالة الاهتلاك الأول

$$C_0 = M_1 + M_2 + M_3 + M_4 + \cdots + M_n$$

وبتطبيق العلاقة الخامسة التي تنص على ان كل اهتلاك يساوي الاهتلاك السابق له مضروب في $(1+t)$

$$C_0 = M_1 + M_1(1+t) + M_1(1+t)^2 + M_1(1+t)^3 + \cdots + M_1(1+t)^{n-1}$$

إذن الاهتلاكات على شكل متتالية هندسية متزايدة أساسها $(1+t)$، وحدها الأول M_1

وبالتعويض هذه المعطيات في مجموع المتتالية الهندسية المعطاة كما يلي:

$$S = u_1 \frac{rn - 1}{t}$$

نجد قيمة القرض بدلالة الاهتلاك الأول كالآتي:

$$C_0 = M_1 \frac{(1+t) - 1}{t}$$

مثال: من نفس المثال نجد

$$C_0 = 1704{,}56 \frac{(1+0{,}08)^5 - 1}{0{,}08} = 10000$$

5. حساب أصل القرض بدلالة الدفعة (القسط الثابت)

في السطر الأول من الجدول لدينا :

$$C_1 = C_0 - M_1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$
$$a_1 = M_1 + C_0 t \to M_1 = a_1 - C_0 t \ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

بالتعويض (2) في (1) نجد:

$$C_1 = C_0 - a_1 + C_0 t \to C_1 = C_0 + C_0 t - a_1$$

$$C_1 = C_0(1+t) - a_1$$

وفي السطر الثاني من الجدول لدينا

$$C_2 = C_1 - M_2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$
$$M_2 = M_2 - C_1 t \to M_2 = a_2 - C_1 t \ldots\ldots\ldots(2)$$

بتعويض (2) في (1) نجد:

$$C_2 = C_1 - a_2 + C_1 t \to C_2 = C_1(1+t) - a_2$$
$$C_2 = [C_0(1+t) - a_1](1+t) - a_2$$
$$C_2 = C_0(1+t)^2 - a_1(1+t) - a_2$$

انطلاقا من النتيجتين السابقتين يمكن استنتاج نتيجة السطر الثالث:

$$C_3 = C_0(1+t)^3 - a_1(1+t)^2 - a_2(1+t) - a_3$$

وفي السطر الأخير نستنتج العلاقة الآتية:

$$C_n = C_0(1+t)^n - a_1(1+t)^{n-1} - a_2(1+t)^{n-2} - a_3(1+t)^{n-3} - \cdots - a_n$$

وفي السطر الأخير n قيمة القرض الباقي معدوم أي $C_n = 0$ ومنه:

$$C_0(1+t)^n - a_1(1+t)^{n-1} - a_2(1+t)^{n-2} - a_3(1+t)^{n-3} - \cdots - a_n = 0$$

$$C_0(1+t)^n = a_1(1+t)^{n-1} + a_2(1+t)^{n-2} + a_3(1+t)^{n-3} + \cdots + a_n$$

بضرب الطرفين في $(1+t)^{-n}$ نجد

$$C_0 = a_1(1+t)^{-1} + a_2(1+t)^{-2} + a_3(1+t)^{-3} + \cdots + a_n(1+t)^{-n}$$

وبما ان الدفعات متساوية يمكن إعادة كتابة العلاقة السابقة كما يلي:

$$C_0 = a(1+t)^{-1} + a(1+t)^{-2} + a(1+t)^{-3} + \cdots + a(1+t)^{-n}$$

القرض يساوي مجموع القيم الحالية لكل الدفعات، و منه الطرف الايمن من المعادلة يمثل متتالية هندسية متناقصة بأساس $(1+t)$ حدها الأول ، و بتعويض هذه المعطيات في قانون مجموع المتتالية الهندسية يمكن ايجاد القرض بدلالة الدفعة كالأتي:

$$\mathbf{C_0 = a\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}}$$

مثال: من المثال السابق نجد

$$C_0 = 2504{,}56\frac{1-(1+0{,}08)^{-5}}{0{,}08} = 10000$$

6. حساب أصل القرض بدلالة الدفعة (القسط الثابت)

نرمز للقرض المدفوع بالرمز C_P والذي يساوي مجموع الاهتلاكات المسددة كما يلي :

$$C_P = M_1 + M_2 + M_3 + M_4 + \cdots + M_P$$

القرض المسدد يشكل متتالية هندسية متزايدة بأساس $(1+t)$، حدها الاول M_1

ومنه يمكن ان نجد قيمة القرض المسدد كالأتي

$$\mathbf{C_P = M_1\frac{(1+t)^P - 1}{t}}$$

مثال: من المثال السابق يمكن ايجاد القرض المسدد خلال 3 سنوات كمايلي

$$C_P = 1704{,}56\frac{(1{,}08)^3 - 1}{0{,}08} = 5533{,}68$$

C_P =

7. حساب القرض الباقي من أصل القرض: نرمز للقرض الباقي

نرمز للقرض الباقي بالرمز C_r

$$C_r = C_0 - C_P$$

وبتعويض قيمة C_0 في العلاقة الأخيرة يمكن إيجاد C_r بطريقة أخرى

$$\mathbf{C_r = a\frac{1-(1+t)^{-(n-r)}}{t}}$$

مثال: من المثال السابق نحسب القرض الباقي بعد تسديد 3 دفعات

$$C_r = 10000 - 5533{,}68 = 4466{,}32$$

$$C_r = 2504{,}56\frac{1-(1{,}08)^{-2}}{0{,}08} = 4466{,}32$$

$$\boxed{C_r = 4466{,}32\ DA}$$

تمارين حول اهتلاك القروض العادية

التمرين الأول: اقترض احد الأشخاص مبلغ 40000 دج، وتم الاتفاق مع دائنه على استهلاكه خلال 5 سنوات عن طريق أقساط سنوية متساوية من أصل فق ط ، على أن تحتسب الفوائد على الرصيد المتبقي من أصل القرض بمعدل فائدة %7 سنويا.

المطلوب:

- احسب بنود جدول استهلاك القرض.
- إعداد جدول الاستهلاك.

الحل:

- حساب بنود استهلاك القرض:

قسط الاستهلاك السنوي المتساوي (M):

السنة الأولى:

$$M = \frac{c_0}{n} = \frac{40000}{5} = 8000\ DA$$

$$I = C_0 \times t = 40000 \times 0{,}07$$

$$\boxed{I = 2800\ DA}$$

القسط الواجب السداد خلال السنة الأولى:

$$a_1 = M + I_1 = 8000 + 2800$$

$$\boxed{a_1 = 10800\ DA}$$

السنة الثانية:

فائدة السنة الثانية تحسب على الرصيد بعد طرح الاستهلاك السنة الأولى:

$$I_2 = (C_0 - M) \times t = (40000 - 8000) \times 0{,}07$$

$$\boxed{I_2 = 2240\ DA}$$

القسط الواجب سداده في السنة الثانية:

$$a_2 = M + I_2 = 8000 + 2240 = 10240\ DA$$

السنة الثالثة:

$$I_3 = (C_0 - 2M) \times t = (40000 - (2 \times 8000)) \times 0,07 = 1680DA$$

$$a_3 = M + I_3 = 8000 + 1680$$

$$\boxed{a_3 = 9680 \text{ DA}}$$

السنة الرابعة

$$I_4 = (C_0 - 3M) \times t = (40000 - (3 \times 8000)) \times 0,07 = 1120DA$$

$$a_4 = M + I_4 = 8000 + 1120$$

$$\boxed{a_4 = 9120 \text{ DA}}$$

السنة الخامسة:

$$I_4 = (C_0 - 4M) \times t = (40000 - (3 \times 8000)) \times 0,07 = 560DA$$

$$a_5 = M + I_5 = 8000 + 560$$

$$\boxed{a_5 = 8560 \text{ DA}}$$

- جدول استهلاك القرض :

n	الرصيد بداية السنة	الفائدة المستحقة كل سنة Ii	القسط السنوي الواجب سداده ai	قسط الاستهلاك الثابت M	الرصيد في نهاية كل سنة
1	40000	2800	10800	8000	32000
2	32000	2240	10240	8000	24000
3	24000	1680	9680	8000	16000
4	16000	1120	9120	8000	8000
5	8000	560	8560	8000	0
مج		8400	48400	40000	-

التمرين الثاني: من جدول اهتلاك قرض عادي يسدد بواسطة 5 دفعات ثابتة استخرجنا المعطيات التالية:

قيمة القرض 200000دج، معدل 7,5% ، الاهتلاك الأخير يساوي 45983,88 دج.

المطلوب: احسب

- قيمة القسط الثابت.
- الاهتلاك الأول.
- مجموع الفوائد المسدد.
- انحز السطر الأول والأخير من جدول اهتلاك القرض

الحل :

- حساب القسط الثابت a :

$$200000 = a\ \frac{1-(1{,}075)-5}{0{,}075}$$

$$a = 200000 \times \frac{0.075}{1-(1{,}075)^{-5}}$$

$$a = 200000 \times 0{,}247165$$

$$\boxed{a = 49433\ DA}$$

- حساب الاهتلاك الأول:

$$M_1 = 49433 - 1500$$

$$\boxed{M_1 = 34433\ DA}$$

- حساب مجموع الفوائد المسددة:

$$\sum I = \sum a - C_0$$

$$\sum I = 49433 \times 5 - 200000$$

$$\sum I = 247165 - 200000$$

$$\boxed{\sum I = 47165 \text{ DA}}$$

- انجاز جدول الاهتلاك :

السطر الأول:

$$I_1 = 200000 \times 0{,}075 = 15000 \text{ DA}$$

- حساب القرض الباقي في نهاية السنة الاولى C_1

$$C_1 = 200000 - 34433$$

$$\boxed{C_1 = 165567 \text{ DA}}$$

السطر الأخير:

القرض في بداية السنة الأخيرة C_4

$$C_4 = 200000 - 34433 \frac{(1{,}075)^4 - 1}{0{,}075}$$

$$C_4 = 200000 - 154016{,}12$$

$$\boxed{C_4 = 45983{,}88 \text{ DA}}$$

$$I_5 = 45983{,}88 \times 0{,}075$$

$$\boxed{I_5 = 3448{,}8 \text{ DA}}$$

$$M_5 = 45983{,}88 \text{ DA}$$

$$C_5 = 45983{,}8 - 45983{,}8$$

$$C_5 = 0$$

السنوات	القرض في بداية السنة C_0	الفائدة	الاهتلاك	القسط الثابت	القرض المتبقي في نهاية السنة
01	200000	15000	34433	49433	165567
05	45983,88	3448,8	45983,88	49433	0

التمرين الثالث: من جدول الاستهلاك لقرض يسدد على 04 أقساط سنوية من الأصل والفوائد معا، قدمت لك المعلومات التالية:

$$\frac{M_1}{M_2} = 1,1025$$

$$M_3 - M_1 = 118,9\ DA$$

المطلوب: حساب

- الاستهلاك الأول (M_1)
- معدل الفائدة (t)
- أصل القرض (C_0)
- اعداد جدول استهلاك هذا القرض

الحل:

- حساب الاستهلاك الاول (M_1)

$$\frac{M_1}{M_2} = 1,1025$$

$$\rightarrow M_3 = 1,1025\, M_1 \text{ ....}(1)$$

$$M_3 - M_1 = 118,9\ DA$$

$$\rightarrow M_1 = M_3 - 118,9 \text{ ....}(2)$$

بالتعويض M_3 بقيمتها نجد:

$$M_1 = 1,105 M_1 - 118,9 \quad \rightarrow \quad 0,1025\, M_1 = 118,9$$

$$\rightarrow M_1 = \frac{118,9}{0,1025}$$

$$\boxed{M_1 = 1160\ DA}$$

- حساب معدل الفائدة :

$$\frac{M_3}{M_1} = 1,1025 \quad \rightarrow \quad \frac{M_1\ (1+t)^2}{M_1} = 1,1025$$

$$(1 + t) = \sqrt{1,1025} = 1,05$$

$$\boxed{t = 0,05\%}$$

- حساب أصل القرض (C_0)

$$C_0 = \sum_{i=1}^{4} M_i = M_1 + M_2 + M_3 + M_4$$

من العلاقة بين الاستهلاكات لدينا

$$C_0 = M_1(1+t) + M_2\ (1+t)^2 + M_3\ (1+t)^3$$

$$C_0 = 1160 + 1160(1,05) + 1160(1,05)2 + 1160(1,05)^3$$

$$\boxed{C_0 = 5000\ DA}$$

أو من خلال علاقة جملة أقساط الاستهلاك الأول نجد:

$$C_0 = M1\frac{(1+t)^n - 1}{t} \quad \rightarrow \quad C_0 = 1160\frac{(1,05)^4 - 1}{00,5}$$

$$C_0 = 1160\ (4,3110125)$$

$$\boxed{C_0 = 5000\ DA}$$

- إعداد جدول الاستهلاك

السنة n	الرصيد بداية السنة	الفائدة المستحقة كل سنة	القسط السنوي المتساوي	الاستهلاك أصل القرض الثابت	الرصيد في نهاية كل سنة
1	5000	250	1410	1160	3840
2	3840	192	1410	1218	2622
3	2632	131,1	1410	1278,9	1343,1
4	1343,1	67,15	1410	1343	0

التمرين الرابع: اقترضت مؤسسة مبلغ قيمته 300000 دج يسدد بدفعات ثابتة عادية و لمدة 10 سنوات بمعدل فائدة سنوي 8%.

المطلوب : احسب

1. الدفعة الثابتة
2. الاهتلاك الأول
3. الاهنلاك الأخير
4. الراسمال المسدد بعد 8 دفعات
5. المبلغ الباقي بعد تسديد 8 دفعات

الحل :

- حساب الدفعة الثابتة a

$$300000 = a\frac{1-(1{,}08)^{-10}}{0{,}08} \qquad 30000 = 6{,}710081\ a$$

$$\boxed{a = 44708{,}85 \text{ DA}}$$

- حساب الاهتلاك الأول M_1

$$300000 = M_1\frac{(1{,}08)^{-10} - 1}{0{,}08} \qquad 30000 = 14{,}486562\ \text{A1}$$

$$\boxed{M_1 = 20708{,}85 \text{ DA}}$$

- حساب a_{10}

$$M_{10} = 20708,84(1,08)\ 9 = 20708,85 \times 1,99905$$

$$\boxed{a_{10} = 41397,09\ DA}$$

- حساب الراس المال المسدد بعد تسديد 8 دفعات :

$$C_8 = 20708,85\ \frac{(1,08)^8 - 1}{0,08} \rightarrow C_8 = 20708,85 \times 10,636628$$

$$\boxed{C_8 = 220272,33\ DA}$$

حساب القرض الباقي بعد تسديد 32 دفعات: أي حساب $C_R = C_2$

$$C_R = C_2 = C_0 - C_8$$

$$C_2 = 300000 - 20708,85\ \frac{(1,08)^8 - 1}{0,08} = 300000 - 220270,33$$

$$\boxed{C_2 = 79727,67\ DA}$$

التمرين الخامس: من جدول استهلاك قرض يسدد بواسطة 06 أقساط سنوية متساوية من الأصل والفوائد معا،

قدمت لك البيانات التالية:

$$\frac{M_3}{M_1} = 1,1025$$

$$I_1 - I_3 = 4100\ DA$$

المطلوب: حساب وحساب الترتيب :

- الاستهلاك الأول (M_1)
- معدل الفائدة (t)

- أصل القرض (C_0)
- قيمة القسط السنوي المتساوي (a)
- انجاز السطر الأول و الرابع، والأخير من جدول الاستهلاك

ملاحظة: يعطي $(1+t)^6 = 1,340$

الحل:

- حساب الاستهلال الأول

$$\frac{M_3}{M_1} = 1,1025 \rightarrow M_3 = 1,1025 M_1$$

نعلم ان الفرق بين الفائدتين هو الفرق بين الاستهلكين

بالتعويض بقيمة (M_1) نحصل على

$$I_1 - I_3 = M_3 - M_1 = 4100$$

- حساب معدل الفائدة

بما أن الإقساط ثابتة فان الاستهلاكيات المتتالية تكون متتالية هندسية متزايد حدها الأول (M_1) وأساسها $(1+t)$ وبالتالي فان :

$$\frac{M_3}{M_1} = 1,1025 \; \frac{\cancel{M_1}(1+t)^2}{\cancel{M_1}} = 1,1025 \; (1+t)^2 = 1,1025$$

$$(1+t) = \sqrt{1,1025} = 1,05$$

$$\boxed{t = 0,05 = 5\%}$$

- حساب اصل القرض C_0

$$C_0 = \sum_{i=1}^{4} M_i = M_1 + M_2 + M_3 + M4$$

$$C_0 = M_1 \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$C_0 = 40000 \frac{(1,05)^6 - 1}{0,05} = 40000 \frac{1,340 - 1}{0,05} = 40000(6,8) = 272000$$

$$\boxed{C_0 = 272000DA}$$

- حساب قيمة القسط السنوي المتساوي (a)

طريقة اولى: بدلالة الاستهلاك الأول

$$a = M_1 (1 + t)^n \quad a = 40000(1{,}05)^6 \; a = 40000\ (1{,}340)$$

$$\boxed{a = 53600\ DA}$$

طريقة ثانية القسط = الاستهلاك + الفائدة

$$a = C_0 \times t + M1 \qquad a = (272000 \times 0{,}05) + 40000 = 53600$$

$$\boxed{a = 53600\ DA}$$

انجاز السطر الاول و الرابع والأخير من جدول الاستهلاك

الاستهلاك الأخير

$$a = M_n\ (1 + t) \rightarrow \quad M_n = \frac{A}{(1 + t)} = \frac{53600}{1{,}05}$$

$$\boxed{M_n = 51047{,}6\ DA}$$

ملاحظة : لانجاز السطر الرابع يجب حساب المبلغ المتبقي تسديده في نهاية السنة الثالثة

$$C_3 = C_0 - (M_1 + M_2 + M_3)$$

$$C_3 = 272000 - (40000 + 42000 + 44100)$$

$$\boxed{C_3 = 145900\ DA}$$

السطر الأول و الرابع و الأخير:

السنة	الرصيد بداية كل سنة	الفائدة كل سنة	القسط السنوي المتساوي	الاستهلاك من القرض	الرصيد نهاية كل سنة
1	272000	13600	53600	40000	232000
4	145900	7295	53600	46305	99595
6	51047,6	2552,4	53600	51047,6	0

الفصل الخامس : تقييم قرارات الاستثمار

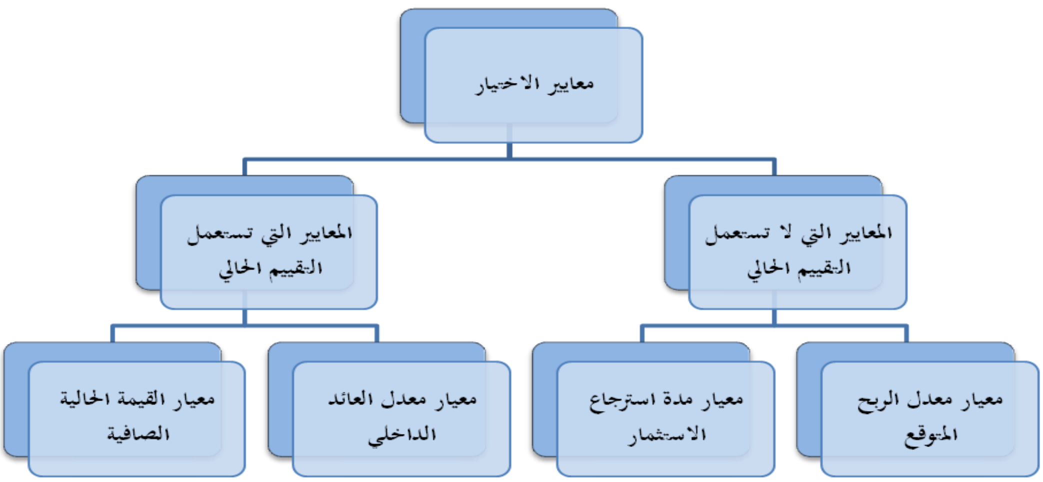
تتمثل الاستثمارات الحقيقية في الاستثمار في المشاريع الاقتصادية ذات الطابع الصناعي والزراعي والخدمي، وهي في العادة من الاستثمارات التي تتطلب موارد مالية ضخمة على عكس الكثير من القرارات الاستثمار المالية التي لا تحتاج الى مثل هذه الموارد. أن عملية تقييم الاستثمار في المشروعات تسفر بالضرورة إما إلى قبول المشروع أو رفضه أو ترتيب المشروعات حسب الأفضلية. هذه العملية وأيا من هذه القرارات على درجة عالية من الخطورة، مما يفرض أن تستند عملية التقييم على أساس أو مبدأ أو معيار، بمعنى يجب أن تكون العملية مبنية على أرضية صلدة (كداوي، 2008، صفحة 126).

1. مفهوم الاستثمار: الاستثمار هو أصل إنتاجي ثابت. وبصورة أكثر تحديداً، يمكن تعريفه بأنه قيام الشركة باقتناء أصل إنتاجي. ويمكن أن يكون الهدف من هذا الاقتناء ضمن أهداف أخرى إما استبدال معدات قديمة، أو زيادة الطاقة الإنتاجية، أو تقليل المخاطر المرتبطة بالتقدم التقني أو المنافسة.

من الناحية المالية، يمكن تحليل الاستثمار على أنه نفقة حالية من اجل أرباح مستقبلية. ويرتبط بأي استثمار تدفق مالي للإيرادات والمصروفات:

- نفقة أولية، تدفع مرة واحدة أو على أقساط.
- خلال العمر الإنتاجي للمعدات، إيرادات تشغيلية ومصروفات تشغيلية تؤدي إلى صافي تدفق نقدي أو ما يعرف بالتدفق النقدي
- في نهاية العمر الإنتاجي للمعدات، تظهر قيمة متبقية تعادل قيمتها عند إعادة البيع (Didier).

2. الطرق المالية للاختيار



2.1. المعايير التي لا تستعمل تقييم الحالي:

2.1.1. معيار مدة استرجاع الاستثمار: طبقا لهذه الطريقة يفضل المشروع الاستثماري الذي يمكن المشروع من استرداد تكاليفه الاستثمارية في أسرع وقت ممكن، ويقصد بفترة الاسترداد تلك الفترة الزمنية اللازمة التي يسترد المشروع خلالها التكاليف الاستثمارية التي أنفقت على المشروع (بن يوب، 2018، صفحة 15). و هنا لدينا حالتين خالة التدفقات النقدية الثابتة وحالة التدفقات النقدية متغيرة

- **حالة التدفقات النقدية الثابتة:** تحسب مدة الاسترجاع بالعلاقة التالية:

$$N = \frac{C}{CF}$$

- N: مدة استرجاع تكلفة الاستثمار
- C: تمثل نفقة الاستثمار المسددة في الزمن 0
- CF: تمثل التدفق النقدي الصافي الدوري الثابت الناجم عن استغلال الاستثمار في كل فترة (الربح الصافي)

مثال 01 : نفرض أن هناك مشروعين استثماريين وكانت التكاليف الاستثمارية اللازمة لكل منها 100000 دج، وإن صافي التدفقات النقدية للمشروع الأول 25000 دج و الثاني 20000 دج في هذه الحالة نجد أن فترة استرداد المشروعين تحسب كما يلي:

$$N_1 = \frac{100000}{25000} = 4 \text{ ans}$$

$$N_2 = \frac{100000}{20000} = 5 \text{ ans}$$

بما أن فترة الاسترداد للمشروع الأول أقل من فترة الاسترداد للمشروع الثاني فإن القرار يكون بقبول المشروع الأول صاحب الأفضلية.

- **حالة التدفقات النقدية المتغيرة:** عندما تكون التدفقات النقدية غير ثابتة خلال فترة الاستغلال، نجمع هذه التدفقات حتى تتحقق تكلفة الاستثمار عند سنة معينة من عمر المشروع الاستثماري، ثم تتم المفاضلة بين المشاريع حسب هذه الحالة على أساس الإيرادات المحققة في قصر مدة زمنية لاسترجاع قيمة التكلفة الأولية (معيزي، 2018).

مثال 02 : تريد مؤسسة اختيار مشروع استثماري من بين مشروعين مقترحين، العمر الإنتاجي لكل واحد منهما 6 سنوات وتكلفة كل واحد منهما 17000 دج، أما الإيرادات فتظهر في الجدول الآتي:

السنوات	المشروع A	المشروع B
1	10000	3000
2	5000	4000
3	3000	5000
4	3000	6000
5	2000	7000
6	1500	8000

ما هو المشروع المفضل للمؤسسة؟

$$N_1 = 10000 + 5000 + 3000 = 18000$$
$$N_2 = 3000 + 4000 + 5000 + 6000 = 18000$$

نلاحظ بان تكلفة الاستثمار 17000 دج بالنسبة للمشروع الأول تسترجع خلال 03 سنوات من التشغيل أما تكلفة الاستثمار للمشروع الثاني نسترجع خلال 4 سنوات، وعليه يفضل المشروع الأول

.2.1.2 معيار معدل الربح المتوسط (معدل المتوسط للمردودية): (هو طريقة تعتمد على النتائج المحاسبية للمشروع، من خلال القوائم أساسا نسبة المالية (قائمة المركز المالي وقائمة الدخل). يتم حسابه من خلال متوسط العائد السنوي إلى متوسط التكاليف الاستثمارية (بعد خصم الإهلاك والضريبة). هناك عدة طرق لاحتساب المعدل المتوسط للعائد ، وبعد حسابها ا يتم مقارنتها، بحيث يكون المشروع أفضل كلما زاد معدل عائده عن السعر المرجعي المحدد. لإيجاد المعدل المتوسط للعائد، يمكن استخدام الطرق التالية:

الطريقة الأولى: تمتاز هذه الطريقة بالبساطة، حيث يتم حساب المعدل المتوسط للعائد دون اعتبار للضريبة والاهلاك وقيمة الخردة للمشروع. في هذه الحالة يجب إيجاد متوسط التدفق النقدي السنوي، ثم قسمته على تكلفة الاستثمار، على النحو التالي:

المعدل المتوسط للعائد = متوسط العائد السنوي / تكلفة الاستثمار

$$\mathbf{TMR} = \frac{\frac{\mathbf{RN}}{\mathbf{n}}}{\mathbf{C_0}} \times \mathbf{100}$$

- TMR: معدل الربح المتوسط
- RN: الربح السنوي المتوسط
- n: المدة
- C_0: تكلفة الاستثمار

مثال 03: القيمة الأصلية للاستثمار 6075

الحياة الإنتاجية المقدرة 4 سنوات

التدفق النقدي الداخلي السنوي 2000 دج

المطلوب: حساب معدل العائد المحاسبي، ويحسب الإهتلاك طبقا لطريقة القسط الثابت.

الحل:

الاهتلاك $6075 / 4 = 1518.75 =$ دج تقريبا 1519

معدل العائد المحاسبي = التدفق النقدي الداخلي الامتلاك /قيمة الاستثمار

$$\mathrm{TMR} = \frac{\frac{\mathrm{RN}}{n}}{6075} \times 100$$

$$2000 - 1519 = 481$$

$$\mathrm{TMR} = \frac{481}{6075} \times 100 = 7{,}9\%$$

$$\boxed{\mathrm{TMR} = 7{,}9\%}$$

الطريقة الثانية: تأخذ هذه الطريقة في الحسبان الإهلاك والضريبة وقيمة الخردة للمشروع (إن وجدت)، ويتم احتساب المعدل المتوسط للعائد وفق هذه الطريقة على النحو التالي:

يمكن إتباع الخطوات التالية في احتساب المعدل المتوسط للعائد:

الخطوة الأولى: لاحتساب متوسط العائد السنوي الصافي، لابد من احتساب قيمة الاهلاك وفق الطرق المحاسبية المعتادة (قد تكون طريقة القسط الثابت، وقد تكون طريقة القسط المتناقص أو غيرها)، ثم بعد ذلك استبعاد حصة الاهلاك السنوي لأنها تمثل تكلفة، وذلك من أجل تحديد العائد الخاضع للضريبة، وبعد ذلك يتم استبعاد الضريبة، فتكون النتيجة المتحصل عليها هي عبارة عن متوسط العائد الصافي السنوي .

الخطوة الثانية: هي الخطوة التي تتعلق باحتساب متوسط التكلفة الاستثمارية وفي حالة وجود قيمة خردة للبديل في نهاية العمر الإنتاجي، لذا ومن أجل التوصل إلى احتساب متوسط التكلفة الاستثمارية، هناك نوعان من التكلفة الاستثمارية، الأولى التي تتم في بداية العمر الإنتاجي والتي تتمثل بالتكلفة الاستثمارية الأولية، والثانية تتم في نهاية العمر الإنتاجي التي تتمثل في قيمة تكلفة معالجة الخردة. لذا ومن أجل احتساب متوسط التكلفة الاستثمارية، لابد من جمع التكلفة الاستثمارية في بداية الفترة وفي نهاية الفترة والقسمة على 2

الخطوة الثالثة: يتم احتساب المعدل المتوسط للعائد، كما يلي :متوسط العائد السنوي،كما يلي:

المعدل المتوسط للعائد = متوسط العائد السنوي/ متوسط تكلفة الاستثمار (قندوز، 2022، صفحة 14)

مثال 04: إذا توافرت لدينا المعلومات التالية عن المشاريع (A)، (B)، (C)

المعلومات	المشروع A	المشروع B	المشروع C
التكلفة الاستثمارية الأولية (بالآلاف)	60	40	50
العمر لإنتاجي (سنة)	5	4	3
كلفة البديل في نهاية عمره الإنتاجي (كخردة)	15	10	14
التدفقات النقدية السنوية قبل الاهلاك والضريبة	25	15	20

فإذا علمنا أن الشركة تستخدم طريقة القسط الثابت، وأن نسبة الضريبة على الدخل تساوي، 20% أما تكلفة التمويل فتساوي 15%.

المطلوب: اختيار البديل الأفضل حسب وجهة نظر هذا المعيار؟

الحل

	المشروع A	المشروع B	المشروع C
التدفقات النقدية السنوية قبل الاهلاك والضريبة	25000	15000	20000
الإهلاك	9000	7500	12000
لتدفق النقدي قبل الضريبة و الاهلاك قيمة الإهلاك	16000	7500	8000
الضريبة (20%)	3200	1500	1600
العائد السنوي	12800	6000	6400
متوسط تكلفة الاستثمار	37500	25000	32000
متوسط العائد السنوي بعد الضريبة	%34,13	%24	%20
	1	2	3

بالنسبة للمشروع الأول: يحسب قسط الإهلاك على النحو التالي:

قسط الاهلاك الثابت= قسط الاهلاك الثابت- قيمة الخردة / العمر الإنتاجي

قسط الاهلاك الثابت= 9000=5/15000-60000

التكلفة المتوسطة للاستثمار= 37500=2/15000+60000

لحساب المعدل المتوسط للعائد:

المعدل المتوسط للعائد= متوسط السنوي/متوسطة تكلفة الاستثمار= %34,13=37500/12800

نكرر نفس الحسابات لبقية البدائل،ومن ثم يتضح ان كل المشروعات مقبولة من الناحية المالية/ ومع ذلك ، أفضلها هو المشروع A

2.2. المعايير التي تستعمل التقييم الحالي (المعايير الاقتصادية)

تميزت المعايير المدروسة سابقا والمتمثلة في فترة الاسترداد و المعيار المحاسبي رغم أهميتها بنوع من القصور والنقص من خلال تجاهلها للقيمة الزمنية للنقود،فالتقييم السليم للفرص للاقتراحات الاستثمارية يتطلب تعديل قيمة التدفقات النقدية سواء الخارجة منها او الداخلة المتعلقة بها بحيث تصبح وكأنها أنفقت واستلمت في وقت واحد هو لحظة اتخاذ القرار بالإنفاق الاستثماري وهو ما تقوم عليه المعايير الاقتصادية في تقييمها للاستثمارات (معراج، بهناس، و مجدل، 2013)

1.2.2. معيار القيمة الحالية الصافية VAN: يعتمد هذا المعيار على حساب القيمة الحالية للإيرادات والقيمة الحالية للتكاليف في الزمن صفر، ثم حساب الفرق بينهما لاستخراج القيمة الحالية الصافية لكل استثمار، ثم تتم المقارنة بين القيم الحالية الصافية المحققة للمشاريع المقترحة، وأحسن مشروع هو من يحقق أكبر قيمة حالية صافية، ويمكن التمييز بين حالة التدفقات النقدية المتغيرة وحالة التدفقات النقدية المتساوية.

- حالة التدفقات النقدية المتغيرة :

القيمة الحالية الصافية هي عبارة عن مجموع القيم الحالية للإيرادات $\sum_1^n V_R$ مطروحا منها مجموع القيم الحالية للتكاليف $\sum_1^n V_c$ وعلاقتها هي : (معيزي، 2018)

$$\mathbf{VAN} = \sum_{1}^{n} \mathbf{V_R} - \sum_{1}^{n} \mathbf{V_c}$$

القيمة الحالية للإرادات هي:

$$\sum_{1}^{n} V_R = R_1(1+t)^{-1} + R_2(1+t)^{-2} + R_3(1+t)^{-3} + \cdots + R_n(1+t)^{-n}$$

والقيمة الحالية للتكاليف هي:

$$\sum_{1}^{n} V_C = C_1(1+t)^{-1} + C_2(1+t)^{-2} + C_3(1+t)^{-3} + \cdots + C_n(1+t)^{-n}$$

مثال 05: تريد المؤسسة المفاضلة بين مشروعين، التكلفة الأولية لكل منهما 150000 دج، وكانت الإيرادات الصافية السنوية كتالي:

السنة	المشروع الاول	المشروع الثاني
01	60000	70000
02	55000	60000
03	50000	40000
04	45000	35000

ما هو أفضل مشروع للمؤسسة حسب طريقة VAN إذا كان معدل التقييم الحالي هو 10%.

الحل:

- حساب VAN في المشروع الأول:
- القيمة الحالية للإيرادات:

$$\sum_{1}^{n} V_R = 60000(1{,}01)^{-1} + 55000(1{,}01)^{-2} + 50000(1{,}01)^{-3} + 45000(1{,}01)^{-4}$$

$$\sum_{1}^{n} V_R = 54546 + 45452 + 37565 + 30298$$

$$\sum_{1}^{n} V_R = 168298$$

- القيمة الحالية للتكاليف:

$$C_0 = 150000$$

$$VAN = 168298 - 150000$$

$$\boxed{VAN = 18298\ DA}$$

- حساب VAN في المشروع الثاني:

القيمة الحالية للإيرادات:

$$\sum_{1}^{n} V_R = 70000(1{,}01)^{-1} + 60000(1{,}01)^{-2} + 40000(1{,}01)^{-3} + 35000(1{,}01)^{-4}$$

$$\sum_{1}^{n} V_R = 63637 + 49584 + 30052 + 23905$$

$$\sum_{1}^{n} V_R = 167178$$

- القيمة الحالية للتكاليف:

$$C_0 = 150000$$

$$VAN = 167178 - 150000$$

$$\boxed{VAN = 17178DA}$$

أحسن مشروع بالنسبة للمؤسسة هو المشروع الأول لان قيمته الحالية الصافية اكبر من القيمة الحالية للمشروع الثاني

- **حالة التدفقات النقدية الثابتة:** في هذه الحالة تحسب فان القيمة الحالية الصافية تساوي مجموع القيم النقدية الصافية مضافا إليها القيمة المتبقية أن وجدت مطروحا منها تكلفة الاستثمار الأولية، وينم حسابها بالعلاقة التالية:

$$\mathbf{VAN = C \times \frac{1-(1+t)^{-n}}{\boldsymbol{t}} + \frac{V_n}{(1+t)^n} - C_0}$$

ادا لم تكن هناك قيمة متبقية يتم حساب VAN بالعلاقة التالية:

حيث:

- VAN: صافي القيمة الحالية
- C_0: المبلغ المستثمر في البداية (الاستثمار الاولي)
- n: عدد السنوات (مدة الاستثمار)
- C: التدفق النقدي الثابت في نهاية كل سنة (مبلغ متساوي كل سنة)
- t: معدل الخصم أو تكلفة رأس المال
- V_n: القيمة المتبقية في نهاية المشروع (قد تكون صفرا)(Boissonnade, 2007)

مثال 05 : تريد مؤسسة اقتناء استثمار قيمته 1200000دج يحقق إيرادات قيمتها 400000دج في نهاية كل سنة لمدة 5 سنوات، وقيمة متبقية في نهاية السنة الخامسة تقدر ب 30000دج

إذا كان معدل التقييم الحالي هو 10% ، هل هذا الاستثمار مفيد للمؤسسة؟

الحل:

$$VAN = C \times \frac{1-(1+t)^{-n}}{t} + \frac{V_n}{(1+t)^n} - C_0$$

$$VAN = \ 400000\frac{1-(1,1)^{-5}}{0,1} + \frac{3000}{(1,1)^5} - 1200000$$

$$VAN = 18627.63 + 1516314.8 - 1200000$$

$$\boxed{VAN = 334942.43DA}$$

2.2.2. معيار معدل العائد الداخلي: معدل العائد الداخلي هو المعدل الذي تكون عنده القيمة الحالية الصافية (VAN) صفرًا. وهو المعدل الذي تتساوى عنده القيمتان التاليتان:

- رأس المال المستثمر من جهة؛
- مجموع التدفقات النقدية الصافية، بما في ذلك القيمة المتبقية للاستثمار من جهة أخرى؛ (HAMINI, 2008).

حساب المعدل من العلاقة الاتية

$$TRI = \left[r_1 + \frac{(r_2 - r_1)VAN_1}{VAN_1 - VAN_2}\right]$$

- r_1: معدل الخصم اصغر الدي يعطي القيمة الحالية الصافية موجبة
- r_2: معدل الخصم اكبر
- VAN_1: صافي القيمة الحالية عند معدل الخصم اصغر
- VAN_2: صافي القيمة الحالية عند معدل الخصم اكبر

يعتمد قرار قبول أو رفض مشروع ما على موقع معدل العائد السائدة ومعدل العائد الداخلي:

- اذا كان الفائدة السائدة < TRI هذا يعني ان VAN<0 المشروع مرفوع.
- اذا كان الفائدة السائدة > TRI هذا يعني ان VAN>0 المشروع مقبول.
- عندما نكون بصدد الاختيار بين عدة مشاريع ، يتم الاختيار المشروع ذو TRI اكبر (دريسي، 2017، صفحة 41)

مثال 06: ليكن لدينا المشروعين الآتيين:

	1	2	3	4	التكلفة الأولية	القيمة المتبقية
التكلفة النقدية الصافية السنوية للمشروع 1	4000000	2000000	2500000	6500000	10000000	1000000
التكلفة النقدية الصافية السنوية للمشروع 2	3000000	4000000	3500000	5500000	11000000	800000

اذا علمت ان معدل الأدنى الذي يرغب المستثمر تحقيقه هو 10%

المطلوب: قم باختيار أفضل مشروع حسب طريقة معدل العائد الداخلي، اي البحث عن ادنى معدل عائد يجب ان يحققه كل مشروع لكي نقبله

الحل:

- حساب معدل العائد الداخلي للمشروع الاول (TRI_1)

$$\mathbf{VAN = \sum_{1}^{n} V_R - \sum_{1}^{n} V_c = 0}$$

نفرض معدل استحداث $r_1 = 18{,}75\%$

$$VAN_1 = [4000000(1{,}1875)^{-1} + 2000000(1{,}1875)^{-2} + 2500000(1{,}1875)^{-3} + 6500000(1{,}1875)^{-4} + 1000000(1{,}1875)^{-4}] - [10000000]$$

$$VAN_1 = 51242{,}70\ DA$$

عند كعدل استحداث $r_2 = 19\%$

$$VAN_2 = [4000000(1{,}19)^{-1} + 2000000(1{,}19)^{-2} + 2500000(1{,}19)^{-3} + 6500000(1{,}19)^{-4} + 1000000(1{,}19)^{-4}] - [10000000]$$

منه معدل العائد الداخلي يساوي

$$TRI = \left[r_1 + \frac{(r_2 - r_1)VAN_1}{VAN_1 - VAN_2} \right]$$

$$TRI_1 = \left[18{,}75 + \frac{(19 - 18{,}75)51242{,}70}{51242{,}70 - (-2770{,}65)} \right]$$

$$\boxed{TRI_1 = 18{,}98\%}$$

- حساب معدل العائد الداخلي للمشروع الاول (TRI_2)

نفرض معدل استحداث $r_1 = 17\%$

$$VAN_1 = [4000000(1{,}17)^{-1} + 2000000(1{,}17)^{-2} + 2500000(1{,}17)^{-3} + 6500000(1{,}17)^{-4} + 1000000(1{,}17)^{-4}] - [10000000]$$

$$VAN_1 = 33449{,}02$$

عند كعدل استحداث $r_2 = 17{,}25\%$

$$VAN_2 = [4000000(1{,}1725)^{-1} + 2000000(1{,}1725)^{-2} + 2500000(1{,}1725)^{-3} + 6500000(1{,}1725)^{-4} + 1000000(1{,}1725)^{-4}] - [10000000]$$

منه معدل العائد الداخلي يساوي

$$TRI_2 = \left[17 + \frac{(17{,}25 - 17)33449{,}02}{33449{,}02 - 26996{,}47} \right]$$

$$\boxed{TRI_2 = 17{,}13\%}$$

بما أن $(TRI_1 > TRI_2)$ فان مشروع الأول هو أفضل من المشروع الثاني وبمقارنت معدل العائد الداخلي للمشروع الاول مع معدل العائد الآني الذي يرغب به المستثمر $(TRI_1 > 10\%)$ و منه نختار المشروع الاول

تمارين حول تقييم قرارات الاستثمار

التمرين الأول: تم اقتراح مشروعين على المؤسسة وتريد اختيار احدهما:

المشروع الأول: تكلفة الشراء 45000دج، التدفقات النقدية الصافية السنوية 8500 دج

المشروع الثاني : تكلفة الشراء 35000دج، التدفقات النقدية الصافية السنوية 7760 دج

المطلوب: ما هو أحسن مشروع للمؤسسة باستخدام معيار فترة استرداد التكلفة الأولية؟

الحل:

- المشروع الأول:

$$N_1 = \frac{C}{CF} = \frac{45000}{8500} = 5,29 \text{ ans}$$

استرداد التكلفة الأولية يتم من خلال 5 سنوات و3.5 شهرا

- المشروع الثاني:

$$N_2 = \frac{C}{CF} = \frac{35000}{7760} = 4,51 \text{ ans}$$

استرداد التكلفة الأولية يتم من خلال 4 سنوات و 6 أشهر، و منه المشروع الأحسن هو الثاني، لان مدة استرجاع الأموال المستثمرة تتم في اقصر مدة زمنية.

التمرين الثاني: مؤسسة تريد الاختيار بين مشروعين بغرض الاستثمار:

المشروع الأول:

- النفقة الأولية 1300 دج
- الإيرادات المتوقعة لمدة 5 سنوات هي 15000 دج
- القيمة المتبقية هي 17000دج.

المشروع الثاني:

- النفقة الأولية 45000 دج
- الايرادات المتوقعة لمدة 5 سنوات هي 21000 دج
- القيمة المتبقية هي 9000دج.

المطلوب:

- احسب معدل الربح المتوسط لكل مشروع
- ما هو المشروع الذي تختاره المؤسسة اذا كان معدل الفائدة المطبق في السوق 18%.

الحل:

- حساب معدل الربح المتوسط لكل مشروع:

$$TMR1 = \frac{\frac{RN}{n}}{C0} = \frac{\frac{15000}{5}}{\frac{13000+17000}{2}} = \frac{3000}{15000} = 20\%$$

$$TMR2 = \frac{\frac{RN}{n}}{C0} = \frac{\frac{21000}{5}}{\frac{45000+9000}{2}} = \frac{4200}{27000} = 15.55\%$$

المشروع الذي تختاره المؤسسة هو المشروع الأول لان معدل ربحه المتوسط يحقق مردودية اكبر من معدل الفائدة المطبق في السوق

التمرين الثالث: قدرت تكلفة مشروع استثماري بمبلغ 200000دج، في حين انه سيحقق إيرادات متوقعة 30000دج سنويا على مدار 25 سنة من حياته المقدرة، كما ان القيمة الباقية لأصول المشروع في نهاية مدته حياته تساوي صفر، فهل يقبل المستثمر المشروع أو رفضه إذا علمت أن معدل الفائدة السائد في السوق هو 10%.

الحل:

$$VAN = C \times \frac{1-(1+t)^{-n}}{t} + -C_0$$

$$VAN = 30000\frac{1-(1,1)^{-25}}{0,1} + -200000$$

$$VAN = 30000(9,07704) - 200000$$

$$VAN = 272311,2 - 200000$$

$$\boxed{VAN = 72311\ DA}$$

المشروع مقبول لأنه يحقق صافي قيمة حالة موجبة.

التمرين الرابع: تقوم إحدى الشركات بتقييم مشروع استثماري معين، يتطلب تدفقات نقدية خارجة حالية قدرها 100000 دج، وتم تقدير التدفقات النقدية الداخلة المتولدة من المشروع سنويا خلال حياته المقدرة ب 6 سنوات بمبلغ 40000 دج سنويا، وقد حددت الشركة معدل العائد المطلوب ب 16%.

المطلوب:

- ما هو قرار الاستثمار إذا طبقت الشركة معيار صافي القيمة الحالية؟
- ما هو قرار الاستثمار إذا طبقت الشركة معيار معدل العائد الداخلي؟

الحل:

- حساب صافي القيمة الحالية:

بما أن التدفقات النقدية السنوية نطبق فكرة القيمة الحالية للدفعة:

$$VAN = C \times \frac{1-(1+t)^{-n}}{t} - C_0$$

$$VAN = 40000\ \frac{1-(1{,}16)^{-6}}{0{,}16} - 100000$$

$$VAN = 40000(3{,}6847359) - 100000$$

$$VAN = 147389{,}43 - 100000$$

$$\boxed{VAN = 17389{,}43DA}$$

القرار: هو قبول المشروع لأنه يحقق صافي قيمة حالية موجبة

- حساب معدل العائد الداخلي

معدل العائد الداخلي هو المعدل الذي يساوي بين التكاليف الاستثمارية والتدفقات النقدية السنوية المخصومة

بما ان التدفقات السنوية الداخلة متساوية يمكن التعبير عما سبق بالعلاقة التالية:

$$C \times \frac{1-(1+r)^{-n}}{r} - C_0 = 0$$

$$\frac{C_0}{C} = \frac{1-(1+r)^{-n}}{r}$$

حيث: r هو معدل الداخلي الذي يحقق العلاقة السابقة.

نفترض $r=25\%$

$$VAN = 40000\frac{1-(1{,}25)^{-6}}{0{,}25} - 100000 = 40000(2{,}951424) - 100000$$

$$VAN = 18056{,}96\ DA$$

بما ان صافي القيمة الحالية موجبة عند 25% فإننا نرفع المعدل إلى اعلي حتى نحصل على القيمة حالية صافية سالبة.

- نفترض $r= 30\%$

$$VAN = 40000\frac{1-(1{,}3)^{-6}}{0{,}3} - 100000 = 40000(2{,}951424) - 100000$$

$$\boxed{VAN = 5709{,}83\ DA}$$

نفس الشيء نرفع معدل الخصم للحصول على قيمة حالية صافية سالبة.

- نفترض $r= 35\%$

$$VAN = 40000\frac{1-(1{,}35)^{-6}}{0{,}35} - 100000 = 40000(2{,}951424) - 100000$$

$$VAN = -4593{,}73\ DA$$

من خلال النتائج اعلاه نستنتج ان معدل العائد الداخلي الذي يساوي بين التدفقات النقدية السنوية المخصومة والتكاليف الاستثمارية يقع بين معدل خصم 30% و 35%.

$$TRI = r1 + \frac{(r2 - r1)VAN}{VAN1 - VAN2}$$

$$TRI = 30 + \frac{(35 - 30)5709{,}83}{5709{,}83 - (-4593{,}73)} = 30 + \frac{28549{,}15}{10303{,}56} = 30 + 2{,}77$$

$$\boxed{TRI = 30{,}77\%}$$

القرار : هو قبول المشروع لأنه يحقق معدل عائد داخلي اكبر من معدل العائد .

التمرين الخامس: لدينا مشروعان استثماريان A و B مدتهما 3 سنوات بتكلفة أولية 400000دج والقيمة المتبقية معدومة ، أما الإيرادات المتوقعة منهما في نهاية كل سنة في الجدول الأتي:

السنة	المشروع الأول	المشروع الثاني
01	225000	50000
02	205000	200000
03	40000	25000

المطلوب :

قارن بين هذين المشروعين باستخدام:

- معيار صافي القيمة الحالية بمعدل خصم 7%
- معيار معدل العائد الداخلي

الحل:

- **المقارنة بين المشروعين باستخدام معيار VAN**

$$VAN = \sum_{1}^{n} V_R - \sum_{1}^{n} V_c$$

المشروع A

$$VAN_A = 225000(1{,}07)^{-1} + 205000(1{,}07)^{-2} + 40000(1{,}07)^{-3} - 400000$$

$$\boxed{VAN_A = 21987 \text{ DA}}$$

المشروع B

$$VAN_B = 50000(1{,}07)^{-1} + 200000(1{,}07)^{-2} + 250000(1{,}07)^{-3} - 400000$$

$$\boxed{VAN_B = 25491 \text{ DA}}$$

وفقًا لمعيار صافي القيمة الحالية بمعدل 7%، فإن المشروع B أكثر ربحية من المشروع A

- **المقارنة بين المشروعين باستخدام معيار TRI**

المشروع A

$$225000(1+r_A)^{-1}+205000(1+r_A)^{-2}+40000(1+r_A)^{-3}-400000 = 0DA$$

$$\boxed{r_A = 0{,}1070}$$

نحصل على $r = 10.70$ %

المشروع B

$$= 50000(1+r_B)^{-1}+200000(1+r_B)^{-2}+250000(1+r_B)^{-3} - 400000 = 0DA$$

$$\boxed{r_B = 0{,}0983}$$

نحصل على $r = 9{,}83$ %

وفقًا لمعيار معدل العائد الداخلي، فإن المشروع A أكثر ربحية من المشروع B.

نلاحظ أن مقارنة المشروعين تؤدي إلى استنتاجات مختلفة وفقًا للمعيار المستخدم.

الفصل السادس: تقيم الاسهم والسندات

يعتبر تقييم الأسهم والسندات أداة هامة من أدوات اتخاذ القرار بالنسبة للمستثمرين في الأوراق المالية. ويهدف هذا التقييم إلى توفير معلومات تساعد المستثمر في تحديد القيمة الحقيقية للأوراق المالية، وفهم العوامل المؤثرة على قيمتها، واتخاذ قرارات استثمارية مدروسة بناءً على تحليل شامل لمكونات السوق والظروف الاقتصادية المحلية والعالمية (شقيري، 2018).

1. تقييم السندات:

1.1. مفهوم السندات: السندات هي صكوك متساوية القيمة، قابلة للتداول بالطرق التجارية، تمثل دينا على ذمة المصدر، وتثبت حق حاملها دون ارتباط بنتائج أعمال المصدر ربحا أو خسارة، واقتضاء قيمة الدين المثبتة على الصكوك في مواعيد استحقاقها، ويتقدم حاملها عند التصفية على حملة الاسهم (مسموس، 2022، صفحة 27) .

2.1. تقييم السندات: يتم تقييم السندات بحساب قيمتها التقديرية في تاريخ معين وبمعدل معين، (احمد المشهداني و خضير الجنابي، 2016، صفحة 220) مع الأخذ بعين الاعتبار القيمة الزمنية للنقود التي تجعل المال قيمة النقود التي تمتلكها الآن هي أكبر من قيمة النقود المتوقع استلامها في المستقبل. (بوعروي، 2021).

يمكن تناول الحالات تقيم السندات على النحو التالي:

$$V_0 = I\frac{1-(1+t')^{-n}}{t'} + C(1+t')^{-n}$$

حيث:

- V: القيمة الحالية للسند.
- I : الفائدة المدفوعة سنويا.
- C : القيمة الاسمية للسند المطلوبة في الفترة n.
- t' : معدل العائد المطلوب على السند من طرف المستثمر.
- t' : معدل الفائدة في السوق المالية (معدل الاستثمار)
- n : فترة الاحتفاظ بالسند.

تتغير قيمة السند صعودا وهبوطا بحسب اختلاف معدل فائدة السند عن معدل الفائدة في السوق المالية، فتاقص القيمة السوقية كلما كان معدل الاستثمار t' اكبر من معدل عائد السند t

وبالعكس تزداد القيمة السوقية إذا كان معدل عائد السند (فائدته) اكبر من معدل الاستثمار في السوق المالية (شقيري نوري و اخرون، 2009، صفحة 223)

المثال01: ما هي القيمة الحالية لسند قيمته الاسمية 40000 دج يستحق الدفع بعد 8 سنوات بمعدل فائدة سنوي 6% علما أن معدل العائد المطلوب على السند 8%.

الحل:

$$C = 40000\ DA; \qquad t = 6\%; \quad t' = 8\%; \quad n = 8\ ans$$

$$V_0 = I\frac{1-(1+t')^{-n}}{t'} + C(1+t')^{-n}$$

$$I = 40000 \times 0{,}06 = 2400$$

$$V_0 = 2400\frac{1-(1{,}08)^{-8}}{0{,}08} + 40000(1{,}08)^{-8}$$

$$\boxed{V_0 \approx 35402{,}69\ DA}$$

مثال 02: إذا فرضنا ان معدل الفائدة في السوق المالية (معدل الاستثمار) في المثال السابق هو 5% بدلا من 8%. فما هو الثمن الذي تدفعه لقاء الحصول على هذا السند وماذا تلاحظ

$$C = 40000\ ; \qquad t = 6\%; \quad t' = 5\%\ ; \quad n = 8\ ans$$

$$V_0 = I \times \frac{1-(1+t')^{-n}}{t'} + C(1+t')^{-n}$$

$$V_0 = 2400\frac{1-(1{,}05)^{-8}}{0{,}05} + 40000(1{,}05)^{-8}$$

$$\boxed{V_0 = 42855{,}29\ DA}$$

عندما يكون معدل الفائدة في السوق (5%) أقل من معدل فائدة السند (6%)، فإن القيمة الحالية للسند (42585.29 دج) تكون أعلى من قيمته الاسمية (40000 دج). هذا يعني أن المستثمر سيكون مستعدًا لدفع علاوة لشراء هذا السند لأنه يحقق فائدة سنوية أعلى من المتوفر في السوق

مثال 03: إذا كان معدل الفائدة في السوق المالية هو 6% وبالاعتماد على نفس المعطيات مثال السابق فما القيمة الحالية لهذا السند، وماذا تلاحظ.

الحل

$$C = 40000\ DA; \qquad t = 6\%; \quad t' = 6\%; \quad n = 8\ ans$$

$$V_0 = I\frac{1-(1+t')^{-n}}{t'} + C(1+t')^{-n}$$

$$V_0 = 2400\frac{1-(1{,}06)^{-8}}{0{,}06} + 40000(1{,}06)^{-8}$$

$$\boxed{V_0 = 40000DA}$$

عندما يكون معدل الفائدة في السوق (6%) مساويًا لمعدل فائدة السند (6%)، فإن القيمة الحالية للسند تساوي تمامًا قيمته الاسمية 40000 دج هذا يعني أن المستثمر لن يدفع علاوة ولا خصمًا؛ السند يُباع بقيمته الاسمية لأن العائد منه مساوٍ للعائد المتاح في السوق.

ملاحظة:

- اذا كان معدل الاستثمار: $t>t'$ تكون القيمة السوقية للسند اقل من القيمة الاسمية وذلك بهدف تعويض المستثمر (حامل السند) عن الخسارة الناشئة عن النقص في معدل عائد السند عن معدل الاستثمار.
- اذا كان معدل الاستثمار: $t<t'$ تكون القيمة السوقية للسند اكبر من القيمة الاسمية وذلك لأن المستثمر (حامل السند) لديه الاستعداد في سداد الربح الناشئ عن زيادة معدل فائدة السند عن معدل الإستثمار.
- اذا كان معدل الاستثمار: $t=t'$ تكون القيمة السوقية للسند تساوي القيمة الاسمية وبالتالي فليس هناك أية ضرورة للمستثمر لسداد أكثر من القيمة الاسمية كما وليس هناك تعويض يجب سداده للمستثمر لتخفيض الثمن.

3. حالات مختلفة لتقييم السندات:

يمكن تناول الحالات تقيم السندات على النحو التالي:

1.3. السندات التي تدفع فوائدها أكثر من مرة في السنة:

مثال 04: سند قيمته الإسمية 4500 وحدة نقدية يستهلك بعد 9 سنوات بنفس القيمة وتدفع فوائده كل ستة أشهر بمعدل سنوي 6% إذا كان معدل الاستثمار في السوق المالية 4% كل ستة أشهر.أوجد ثم الشراء السند؟

الحل:

C=4500 DA ; t=6% ; t'=4% ; n= 9 ans

معدل الاستثمار في السوق المالي يطبق كل ستة أشهر معناه مرتين في السنة و بالتالي:

$$9 \times 2 = 18 \text{ fois}$$

كما أن دفع الفوائد على السند كل ستة أشهر بمعل فائدة سنوي 6% فلا بد هنا من تجزئة هذا المعدل إلى جزئين، أي :

$$\frac{6}{2} = 3\%$$

$$V_0 = I\frac{1-(1+t')^{-n}}{t'} + C(1+t')^{-n}$$

$$I = 4500 \times 0{,}03 = 235DA$$

$$V_0 = 235\frac{1-(1+0{,}04)^{-18}}{0{,}04} + 4500(1+0{,}04)^{-18}$$

$$V_0 = 1709{,}0509159 + 2221.32654454$$

$$\boxed{V_0 = 3930.377 \text{ DA}}$$

2.3. سداد السند بقيمة استهلاكية تختلف عن قيمته الاسمية:

مثال 05 : سند قيمته الاسمية 4000 وحدة نقدية يُستهلك بعد 6 سنوات بقيمة قدرها 5200 وحدة نقدية . معدل الفائدة السنوي 4% ومعدل الاستثمار في السوق المالي 6% .اوجد الثمن الذي يتم دفعه لشراء سند؟

الحل:

$$C = 4000\ DA; \quad C' = 5200; \quad t = 4\%; \quad t' = 6\%; \quad n = 6\ ans$$

$$V_0 = I\frac{1-(1+t')^{-n}}{t'} + C'(1+t')^{-n}$$

$$I = 4000 \times 0{,}04 = 160DA$$

$$V_0 = 160\frac{1-(1+0{,}06)^{-6}}{0{,}06} + 5200(1+0{,}06)^{-6}$$

$$V_0 = 786{,}77189216 + 3665{,}79481029$$

$$\boxed{V_0 = 4152{,}567\ DA}$$

3.3. السندات الدائمة: هناك نوع من السندات ليس لها تاريخ استحقاق وتصدرها عادة الحكومات لتمويل مشروعاتها، ويستطيع حامل السند إسترداد القيمة ببيع السند في السوق المالية، لذا يُمكن حساب ثمن الشراء (القيمة الشرائية) لهذه السندات باستخدام علاقة القيمة الحالية للدفعات الدائمة .(شقيري نوري و اخرون، 2009)

$$V_0 = \frac{C \times t'}{t}$$

حيث يمثل المقدار $C\times t'$ قيمة الفائدة الدورية الواحدة.

مثال06: سند دائم قيمته الاسمية 8000 دج ، معدل فائدته السنوية 7% إذا كان سعر الفائدة في السوق المالي 9%. ما هو الثمن الذي يتم دفعه لشراء السند؟

C=8000 DA ; t=7% ; t'=9%

$$V_0 = \frac{C \times t}{t'}$$

$$V_0 = \frac{8000 \times 0,07}{0,09}$$

$$\boxed{V_0 = 560DA}$$

2. تقييم الأسهم

1.2 تعريف الأسهم: السهم هو في حقيقته جزء من رأس مال الشركة، حيث يُقسّم رأس مال الشركة إلى أسهم متساوية عند تأسيسها. يُمثّل كل سهم بصك يثبت ملكية المساهم له، ويسمى هذا الصك أيضًا بالسهم. فالسهم إذا هو حق الشريك ، و هو أيضا الصك المثبت لهذا الحق. (بلعيدي، 2020، صفحة 30) .

2.2 حالات مختلفة لتقييم الأسهم

- **تقييم الأسهم الممتازة:** تمثل الأسهم الممتازة الملكية في الشركة التي تطرحها. ويحصل حامل السهم الممتاز على توزيعات نقدية ثابتة بصفة دورية.
- VP: القيمة الحالية للسهم
- Dp: التوزيعات للسهم الممتاز لفترة لا نهائية.
- Kp : معدل العائد المطلوب على السهم الممتاز من طرف المستثمر. (معدل الخصم)

$$P_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_p}{(1+K_p)^t}$$

$$P_0 = \frac{D_p}{K_p}$$

مثال07: ما هي القيمة الحالية لأسهم الممتاز اذا كانت التوزيعات للسهم الممتاز لفترة لا نهائية تقدر ب 817.47دج بمعدل العائد المطلوب على السهم الممتاز من طرف المستثمر 10%

$$P_0 = \frac{D_p}{K_p} \rightarrow P_0 = \frac{817,47}{0,10}$$

$$P_0 = 8174,7DA$$

- **تقييم الأسهم العادية**: تمثل الأسهم العادية الملكية في الشركة التي تطرحها. ويحصل حامل السهم العادي على دخل فقط بعد أن يتم الدفع لكل المستحقين الآخرين.
    - **نموذج تقييم الأسهم لفترة محددة:**

حيث:

$$P_0 = \sum_{t=1}^{n} \frac{D_t}{(1+K_s)^t} + \frac{P_n}{(1+K_s)^n}$$

- D_t: التوزيعات للسهم العادي في الفترة t.
- P_n: سعر السهم العادي في الفترة n.
- K_s: معدل العائد المطلوب على السهم العادي من طرف المستثمر (دهال، 2023، صفحة 15) .

مثال 08:: احسب القيمة الحالية لسهم عادي تبلغ التوزيعاته المتوقعة 493,14 دج، وسعره المتوقع في نهاية الفترة هو 4152,77 دج، فيما تُقدّر الفترة الزمنية بسنة واحدة، ويبلغ معدل العائد المطلوب من المستثمر 12%.

الحل:

باستخدام نموذج التقييم لفترة محددة، يمكن حساب القيمة الحالية للسهم من خلال خصم التدفقات النقدية المستقبلية (التوزيعات وسعر البيع) بمعدل العائد المطلوب. لذا، فإن:

$$P_0 = \frac{493,14}{(1+0,12)^1} + \frac{4152,77}{(1+0,12)^1}$$

$$P_0 = \frac{4645,91}{1,12} 4148,13 \text{ DA}$$

$$P_0 = 4148,13 \text{ DA}$$

- نموذج تقييم الأسهم لفترة لانهائية:

$$P_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_t}{(1+K_s)^t}$$

- النماذج الأخرى: نظرا لان التوزيعات المستقبلية غير مؤكدة، يمكن للمستثمر ان يكون افتراضات بالنسبة لمعدل النمو المتوقع في التوزيعات عبر الزمن.وكل واحد من النماذج التالية مبني على افتراض معين

- نموذج ذو عدم النمو في التوزيعات: نموذج نمو صفري

$$P_0 = \frac{D}{K_s}$$

- D: التوزيعات للسهم العادي
- K: معدل العائد المطلوب على السهم العادي من طرف المستثمر

مثال 10: نفترض ان التوزيعات النقدية لإحدى الشركات كانت 1.14 مليون دج للسهم الواحد و كان العائد المطلوب من المستثمر 12.2%

الحل:

$$P_0 = \frac{1,14}{12,2}$$

$$\boxed{P_0 = 9,34 \text{ DA}}$$

- نموذج ذو نمو ثابت في التوزيعات:

يعتبر نموذج غوردن وشابيرو *Gordan and shappiro* صورة مثلى لهذه الطريقة، ويفترض هذا النمو وجود توزيعات دائمة من طرف الشركة وبالتالي فلا اثر لفوائض القيمة في هذا النموذج

أما صيغته فهي على النحو التالي:

$$P_0 = \frac{D_t}{(K_s - g)} = \frac{D_0(1+g)}{(K_s - g)}$$

حيث:

- D_1: $D_1 = D_0(1+g)$

- K_s: معدل لعائد المطلوب على السهم العادي من طرف المستثمر
- g: معدل نمو الثابت في التوزيعات.

مثال 11: لنفترض أن شركة ما قامت بتوزيع 300 دج للسهم الواحد العام الماضي ويتوقع أن تنمو نسبة التوزيع بحوالي 10%. ما هي القيمة التي يمكن أن تعطيها لسهم هذه الشركة إذا كان معدل العائد في السوق هو 12 باستخدام نموذج ثابت للتوزيع؟

$$P_0 = \frac{D_0(1+g)}{(K_s - g)} = \frac{300(1+0{,}10)}{(0{,}12-0{,}10)}$$

$$P_0 = \frac{330}{0{,}02}$$

$$\boxed{P_0 = 16500 \text{ DA}}$$

يستخدم هذا النموذج في تقييم أسهم الشركات التي تمتاز توزيعات الأرباح فيها بالثبات، ومعظم الشركات الكبيرة يمكن تقييم أسهمها من خلال استخدام هذا النموذج، لكن هذا النموذج لا يصلح لتقييم أسهم الشركات الناشئة التي هي في طور النمو. لذلك يتم استخدام نموذج التوزيعات المتغيرة.

- **نموذج ذو نمو غير عادي في التوزيعات:** ويستخدم هذا النموذج في تقييم أسهم الشركات التي تمتاز توزيعات الأرباح فيها بعدم الاستقرار، وترتبط هذه الحالة عادة بالمؤسسات الحديثة النشأة، حيث يكون المعدل في بداية منخفض بسبب إعادة استثمار الأرباح، ثم يتزايد هذا المعدل إلى غاية مرحلة النضوج ثم يبدأ في الانخفاض إلى أن يستقر في مستوى معين ويتم حساب قيمة السهم كالتالي:

$$P_0 = \frac{D_0(1+g_1)}{(K-g_1)}\left[1-\left(\frac{1+g_1}{1+k}\right)^n\right] + \left(\frac{1+g_1}{1+k}\right)^n \frac{D_0(1+g_2)}{(K-g_2)}$$

حيث:

- P: يمثل القيمة الحقيقية للسهم
- D_0: توزيعات الأرباح المتوقعة في المرحلة الأولى
- D_n: توزيعات الأرباح خلال فترة النضوج
- K: سعر الخصم المناسب
- g_1: نسبة النمو المتوقعة في التوزيعات الأرباح للمرحلة الأولى

- g_2: نسبة النمو المتوقعة في التوزيعات الأرباح للمرحلة النضوج (بوبريمة، 2021، الصفحات 65-66)

مثال 12: قامت إحدى الشركات بتوزيع الأرباح على المساهمين بقيمة 3000 دج للسهم الواحد في العام الماضي ويتوقع أن تنمو الأرباح الموزعة بنسبة 21% لمدة 5 سنوات ثم تعود لتستقر النسبة على معدل 6%، ما هي القيمة التي يمكن أن تعيها لسهم هذه الشركة علما بان العائد المطلوب للاستثمار هو 14%

$$P_0 = \frac{3000(1+0{,}21)}{(0{,}14-0{,}21)}\left[1-\left(\frac{1+0{,}21}{1+0{,}14}\right)^5\right]+\left(\frac{1+0{,}21}{1+0{,}14}\right)^5\frac{3000(1+0{,}06)}{(K-0{,}06)}$$

$$P_0 = 18000{,}81 + 53540$$

$$\boxed{P_0 = 71540{,}81\ DA}$$

بناء على تقدير القيمة العادلة للسهم البالغ 71541 دج، فإن السعر السوقي الحالي يحدد جاذبية الاستثمار فيه. إذا كان السهم يتداول أعلى من هذه القيمة (مثل 80,000 دج) فهو مقيم بأعلى من قيمته الحقيقية مما يستدعي التفكير في البيعه. أما إذا كان سعره أقل من القيمة العادلة (مثل 65000 دج) فهو يعد فرصة استثمارية جيدة كونه مُقيم بأقل من قيمته الفعلية.

تمارين حول تقييم السندات والأسهم

التمرين الأول : القيمة الاسمية لسند شركة 28000دج يستحق بعد 6 سنوات بمعدل فائدة سنوي 4%

علما أن معدل العائد المطلوب على السند 5%.

المطلوب: ما هي القيمة الحالية للسند؟

الحل:

$$C = 28000\ \text{DA}\,; \qquad t = 4\%\,; \quad t' = 5\%\,; \qquad n = 6\ \text{ans}$$

$$V_0 = I\frac{1-(1+t)^{-6}}{t} + C(1+t)^{-6}$$

$$I = 28000 \times 0{,}04 = 1120$$

$$V_0 = I\frac{1-(1+t)^{-6}}{t} + C(1+t)^{-6}$$

$$V_0 = 1120\frac{1-(1+0{,}05)^{-6}}{0{,}05} + 28000(1+0{,}05)^{-6}$$

$$V_0 = 1120 \times 5{,}0757 + 28000 \times 0{,}746215$$

$$V_0 = 5684{,}78 + 20894{,}02$$

$$\boxed{V_0 = 26578{,}80\ \text{DA}}$$

التمرين الثاني: سند قيمته الاسمية 5000دج يستهلك في نهاية 10 سنوات بقيمة استهلاكية 5500دج وبمعدل فائدة 10% سنويا.

المطلوب: احسب ثمن شراء السند إذا كان معدل الفائدة السائد في السوق 12% سنويا.

الحل:

$$C = 5000\ \text{DA}; \qquad C' = 5500; \qquad t = 10\%; \quad t' = 12\%; \qquad n = 10\ \text{ans}$$

$$V_0 = I\frac{1-(1+t')^{-n}}{t'} + C'(1+t')^{-n}$$

$$I = 5000 \times 0,1 = 500DA$$

$$V_0 = 500\frac{1-(1+0,12)^{-10}}{0,12} + 5500(1+0,12)^{-10}$$

$$V_0 = 2825,11 + 1770,85$$

$$\boxed{V_0 = 4595,96 \ \ DA}$$

التمرين الثالث: تقوم إحدى المؤسسات بإجراء توزيعات نقدية في السنة الحالية قيمتها 388,91 دج للسهم الواحد، اذا علمت أن معدل العائد المطلوب على الاستثمار 8%.

المطلوب:ما هي القيمة الحقيقية للسهم؟

الحل:

$D = 388,91$; K_s=8%

$$P_0 = \frac{D}{K_s} = \frac{388,91}{0,08}$$

$$\boxed{P_0 = 4861,375DA}$$

التمرين الرابع: تدفع شركة حاليا أرباحا موزعة للسهم مقدراها 450دج، ويتوقع ان تنمو هذه الأربا ح بمعدل ثابت مقداره 7% وأن معدل العائد المطلوب على الاستثمار هو 12% .

المطلوب: ما هو سعر السهم العادي؟

الحل:

D_0=450 DA, g =7%, K_s=12%

$$P_0 = \frac{D_0(1+g)}{(K_s - g)}$$

$$P_0 = \frac{450(1+0{,}07)}{(0{,}12-0{,}07)} = \frac{481{,}5}{0{,}05}$$

$$\boxed{P_0 = 9630\ DA}$$

التمرين الخامس: شركة ترغب في الحصول على تمويل عن طريق طرح أسهم ممتازة، علما بان الشركة قامت بتوزيع 648,49 دج على هذا النوع من الأسهم في العام الماضي، وان العائد الذي يطلبه المستثمر حاليا 6%.

المطلوب: ما هو السعر المناسب الذي يباع به السهم؟

الحل:

$$P_0 = \frac{D_p}{K_p}$$

$$P_0 = \frac{648{,}49}{0{,}06}$$

$$\boxed{P_0 = 10808{,}17\ DA}$$

الجداول المالية

الجدول المالي رقم (01)

الصيغة العامة $(1+t)^n$

%12	%11	%10	%9	%8	%7	%6	%5	%4	%3	%2	%1	
1,1200	1,1100	1,100	1,0900	1,0800	1,0700	1,0600	1,0500	1,0400	1,0300	1,0200	1,0100	1
1,2544	1,2321	1,2100	1,1881	1,1664	1,1449	1,1236	1,1025	1,0816	1,0609	1,0404	1,0201	2
1,4049	1,3676	1,3310	1,2950	1,2597	1,2250	1,1910	1,1576	1,1249	1,0927	1,0612	1,0303	3
1,5735	1,5181	1,4641	1,4116	1,3605	1,3108	1,2625	1,2155	1,1699	1,1255	1,0824	1,0406	4
1,7623	1,6851	1,6105	1,5386	1,4693	1,4026	1,3382	1,2763	1,2167	1,1593	1,1041	1,0510	5
1,9738	1,8704	1,7716	1,6771	1,5869	1,5007	1,4185	1,3401	1,2653	1,1941	1,1262	1,0615	6
2,2107	2,0762	1,9487	1,8280	1,7138	1,6058	1,5036	1,4071	1,3159	1,2299	1,1487	1,0721	7
2,4760	2,3045	2,1436	1,9926	1,8509	1,7182	1,5938	1,4775	1,3686	1,2668	1,1717	1,0829	8
2,7731	2,5580	2,3579	2,1719	1,9990	1,8385	1,6895	1,5513	1,4233	1,3048	1,1951	1,0937	9
3,1058	2,8394	2,5937	2,3674	2,1589	1,9672	1,7908	1,6289	1,4802	1,3439	1,2190	1,1046	10
3,4785	3,1518	2,8531	2,5804	2,3316	2,1049	1,8983	1,7103	1,5395	1,3842	1,2434	1,1157	11
3,8960	3,4985	3,1384	2,8127	2,5182	2,2522	2,0122	1,7959	1,6010	1,4258	1,2682	1,1268	12
4,3635	3,8833	3,4523	3,0658	2,7196	2,4098	2,1329	1,8856	1,6651	1,4685	1,2936	1,1381	13
4,8871	4,3104	3,7975	3,3417	2,9372	2,5785	2,2609	1,9799	1,7317	1,5126	1,3195	1,1495	14
5,4736	4,7846	4,1772	3,6425	3,1722	2,7590	2,3966	2,0789	1,8009	1,5580	1,3459	1,1610	15
6,1304	5,3109	4,5950	3,9703	3,4259	2,9522	2,5404	2,1829	1,8730	1,6047	1,3728	1,1726	16
6,8660	5,8951	5,0545	4,3276	3,7000	3,1588	2,6928	2,2920	1,9479	1,6528	1,4002	1,1843	17
7,6900	6,5436	5,5599	4,7171	3,9960	3,3799	2,8543	2,4066	2,0258	1,7024	1,4282	1,1961	18
8,6128	7,2633	6,1159	5,1417	4,3157	3,6165	3,0256	2,5270	2,1068	1,7535	1,4568	1,2081	19
9,6463	8,0623	6,7275	5,6044	4,6610	3,8697	3,2071	2,6533	2,1911	1,8061	1,4859	1,2202	20
10,8038	8,9492	7,4002	6,1088	5,0338	4,1406	3,3996	2,7860	2,2788	1,8603	1,5157	1,2324	21
12,1003	9,9336	8,1403	6,6586	5,4365	4,4304	3,6035	2,9253	2,3699	1,9161	1,5460	1,2447	22
13,5523	11,0263	8,9543	7,2579	5,8715	4,7405	3,8197	3,0715	2,4647	1,9736	1,5769	1,2572	23
15,1786	12,2392	9,8497	7,9111	6,3412	5,0724	4,0489	3,2251	2,5633	2,0328	1,6084	1,2697	24
17,0001	13,5855	10,8347	8,6231	6,8485	5,4274	4,2919	3,3864	2,6658	2,0938	1,6406	1,2824	25
29,9599	22,8923	17,4494	13,2677	10,0627	7,6123	5,7435	4,3219	3,2434	2,4273	1,8114	1,3478	30

الجدول المالي رقم (02)

الصيغة العامة $(1+t)^{-n}$ أو $\left(\frac{1}{1+t}\right)^{n}$

%12	%11	%10	%9	%8	%7	%6	%5	%4	%3	%2	%1	
0,8929	0,9009	0,9091	0,9174	0,9259	0,9346	0,9434	0,9524	0,9615	0,9709	0,9804	0,9901	1
0,7972	0,8116	0,8264	0,8417	0,8573	0,8734	0,8900	0,9070	0,9246	0,9426	0,9612	0,9803	2
0,7118	0,7312	0,7513	0,7722	0,7938	0,8163	0,8396	0,8638	0,8890	0,9151	0,9423	0,9706	3
0,6355	0,6587	0,6830	0,7084	0,7350	0,7629	0,7921	0,8227	0,8548	0,8885	0,9238	0,9610	4
0,5674	0,5935	0,6209	0,6499	0,6802	0,7130	0,7473	0,7835	0,8219	0,8626	0,9057	0,9515	5
0,5066	0,5346	0,5645	0,5963	0,6302	0,6663	0,7050	0,7462	0,7903	0,8375	0,8880	0,9420	6
0,4523	0,4817	0,5132	0,5470	0,5835	0,6227	0,6651	0,7107	0,7599	0,8131	0,8706	0,9327	7
0,4039	0,4339	0,4665	0,5019	0,5403	0,5820	0,6274	0,6768	0,7307	0,7894	0,8535	0,9235	8
0,3606	0,3909	0,4241	0,4604	0,5002	0,5439	0,5919	0,6446	0,7026	0,7664	0,8368	0,9143	9
0,3220	0,3522	0,3855	0,4224	0,4632	0,5083	0,5584	0,6139	0,6756	0,7441	0,8203	0,9053	10
0,2875	0,3173	0,3505	0,3875	0,4289	0,4751	0,5268	0,5847	0,6496	0,7224	0,8043	0,8963	11
0,2567	0,2858	0,3186	0,3555	0,3971	0,4440	0,4970	0,5568	0,6246	0,7014	0,7885	0,8860	12
0,2292	0,2575	0,2897	0,3262	0,3677	0,4150	0,4688	0,5303	0,6006	0,6810	0,7730	0,8787	13
0,2046	0,2320	0,2633	0,2992	0,3405	0,3878	0,4423	0,5051	0,5775	0,6611	0,7579	0,8700	14
0,1827	0,2090	0,2394	0,2745	0,3152	0,3624	0,4173	0,4810	0,5553	0,6419	0,7430	0,8613	15
0,1631	0,1883	0,2176	0,2519	0,2919	0,3387	0,3936	0,4581	0,5339	0,6232	0,7284	0,8528	16
0,1456	0,1696	0,1978	0,2311	0,2703	0,3166	0,3714	0,4363	0,5134	0,6050	0,7142	0,8444	17
0,1300	0,1528	0,1799	0,2120	0,2502	0,2959	0,3503	0,4155	0,4936	0,5874	0,7002	0,8360	18
0,1161	0,1377	0,1635	0,1945	0,2317	0,2765	0,3305	0,3957	0,4746	0,5703	0,6864	0,8277	19
0,1037	0,1240	0,1486	0,1784	0,2145	0,2584	0,3118	0,3769	0,4564	0,5537	0,6730	0,8195	20
0,0936	0,1117	0,1351	0,1637	0,1987	0,2415	0,2942	0,3589	0,4220	0,5375	0,6598	0,8114	21
0,0826	0,1007	0,1228	0,1502	0,1839	0,2257	0,2775	0,3418	0,4220	0,5219	0,6468	0,803	22
0,0738	0,1015	0,1117	0,1378	0,1703	0,2109	0,2618	0,3256	0,4057	0,5067	0,6342	0,7954	23
0,0659	0,0923	0,1015	0,1264	0,1577	0,1971	0,2470	0,3101	0,3901	0,4919	0,6217	0,7876	24
0,0588	0,0736	0,0923	0,1160	0,1460	0,1842	0,2330	0,2953	0,3751	0,4776	0,6095	0,7798	25
0,0334	0,0437	0,0573	0,0754	0,0994	0,1314	0,1741	0,2314	0,3083	0,4720	0,5529	0,7419	30

الجدول المالي رقم (03)

الصيغة العامة $\frac{(1+t)^{n}-1}{n}$

%12	%11	%10	%9	%8	%7	%6	%5	%4	%3	%2	%1	
1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1
2,120	2,110	2,100	2,090	2,080	2,070	2,060	2,050	2,040	2,030	2,020	2,010	2
3,374	3,342	3,310	3,278	3,246	3,215	3,184	3,153	3,122	3,091	3,060	3,030	3
4,779	4,710	4,641	4,573	4,506	4,440	4,375	4,310	4,246	4,184	4,122	4,060	4
6,353	6,228	6,105	5,985	5,867	5,751	5,637	5,526	5,416	5,309	5,204	5,101	5
8,115	7,913	7,716	7,523	7,336	7,153	6,975	6,802	6,633	6,468	6,308	6,152	6
10,089	9,783	9,487	9,200	8,923	8,654	8,394	8,142	7,898	7,662	7,434	7,214	7
12,300	11,859	11,436	11,028	10,637	10,260	9,897	9,549	9,214	8,892	8,583	8,286	8
14,776	14,164	13,579	13,021	12,488	11,978	11,491	11,027	10,583	10,159	9,755	9,369	9
17,549	16,722	15,937	15,193	14,487	13,816	13,181	12,578	12,006	11,464	10,950	10,462	10
20,655	19,561	18,531	17,560	16,645	15,784	14,972	14,207	13,486	12,808	12,169	11,567	11
24,133	22,713	21,374	20,141	18,977	17,888	16,870	15,917	15,026	14,192	13,412	12,683	12
28,029	26,212	24,523	22,953	21,495	20,141	18,882	17,713	16,627	15,618	14,680	13,809	13
32,393	30,095	27,975	26,019	24,215	22,129	21,015	19,599	18,292	17,086	15,974	14,947	14
37,280	34,405	31,772	29,361	27,152	25,129	23,276	21,579	20,024	18,599	17,293	16,097	15
42,753	39,190	35,950	33,003	30,324	27,888	25,673	23,657	21,825	20,157	18,639	17,258	16
48,884	44,501	40,545	36,974	33,750	30,840	28,213	25,840	23,698	21,762	20,012	18,430	17
55,750	50,396	45,599	41,301	37,450	33,999	30,906	28,132	25,645	23,414	21,412	19,615	18
63,440	56,939	51,159	46,018	41,446	37,379	33,760	30,539	27,671	25,117	22,841	20,811	19
72,052	64,203	57,275	51,160	45,762	40,995	36,786	33,066	29,778	26,870	24,297	22,019	20
81,699	72,265	64,002	56,765	50,423	44,865	39,993	35,719	31,969	28,676	25,783	23,239	21
92,503	81,214	71,403	62,873	55,457	49,006	43,392	38,505	34,248	30,537	27,299	24,472	22
104,603	91,148	79,543	69,532	60,893	53,436	46,996	41,430	36,618	32,453	28,845	25,716	23
118,155	102,174	88,497	76,790	66,765	58,177	50,816	44,502	39,618	34,426	30,422	26,973	24
133,334	114,413	98,347	84,701	73,106	63,249	54,865	47,727	41,646	36,459	32,030	28,243	25
241,333	199,021	164,494	136,308	113,283	94,461	79,058	66,439	56,085	47,575	40,568	34,785	30

الجدول رقم (04)

الصيغة العامة $\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}$

%12	%11	%10	%9	%8	%7	%6	%5	%4	%3	%2	%1	
0,8929	0,9009	0,9091	0,9174	0,9259	0,9346	0,9434	0,9524	0,9615	0,9709	0,9804	0,9901	1
1,6901	1,7125	1,7355	1,7591	1,7833	1,8080	1,8334	1,8594	1,8861	1,9135	1,9416	1,9704	2
2,4018	2,447	2,4869	2,5313	2,5771	2,6243	2,6730	2,7232	2,7751	2,8286	2,8839	2,9410	3
3,0373	3,1024	3,1699	3,2397	3,3121	3,3872	3,4651	3,5460	3,6299	3,7171	3,8077	3,9020	4
3,6048	3,6959	3,7908	3,8897	3,9927	4,1002	4,2124	4,3295	4,4518	4,5797	4,7135	4,8534	5
4,1114	4,2305	4,3553	4,4859	4,6229	4,7665	4,9173	5,0757	5,2421	5,4172	5,6014	5,7955	6
4,5638	4,7122	4,8684	5,0330	5,2064	5,3893	5,5824	5,7864	6,0021	6,2303	6,4720	6,7282	7
4,9676	5,1461	5,3349	5,5348	5,7466	5,9713	6,2098	6,4632	6,7327	7,0197	7,3255	7,6517	8
5,3282	5,5370	5,7590	5,9952	6,2469	6,5152	6,8017	7,1078	7,4353	7,7861	8,1622	8,5660	9
5,6502	5,8892	6,1446	6,4177	6,7101	7,0236	7,3601	7,7217	8,1109	8,5302	8,9826	9,4713	10
5,9377	6,2065	6,4951	6,8052	7,1390	7,4987	7,8869	8,3064	8,7605	9,2526	9,7868	10,3676	11
6,1944	6,4924	6,8137	7,1607	7,5361	7,9427	8,3838	8,8633	9,3851	9,9540	10,5753	11,2551	12
6,4235	6,7499	7,1034	7,4869	7,9038	8,3577	8,8527	9,3936	9,9856	10,6350	11,3484	12,1337	13
6,6282	6,9819	7,3667	7,7862	8,2442	8,7455	9,2950	9,8986	10,5631	11,2961	12,1062	13,0037	14
6,8109	7,1909	7,6061	8,0607	8,5595	9,1079	9,7122	10,3797	11,1184	11,9379	12,8493	13,8651	15
6,9740	7,3792	7,8237	8,3126	8,8514	9,4466	10,1059	10,8378	11,6523	12,5611	13,5777	14,7179	16
7,1196	7,5488	8,0216	8,5436	9,1216	9,7632	10,4773	11,2741	12,1657	13,1661	14,2919	15,5623	17
7,2497	7,7016	8,2014	8,7556	9,3719	10,0591	10,8276	11,6896	12,6593	13,7535	14,9920	16,3983	18
7,3658	7,8393	8,3649	8,9501	9 ;6036	10,3356	11,1581	12,0853	13,1339	14,3238	15,6785	17,2260	19
7,4694	7,9633	8,5136	9,1285	9,8181	10,5940	11,4699	12,4622	13,5903	14,8775	16,3514	18,0456	20
7,5620	8,0751	8,6487	9,2922	10,0168	10,8355	11,7641	12,8212	14,0292	15,4150	17,0112	18,8570	21
7,6446	8,1757	8,7715	9,4424	10,2007	11,0612	12,0416	13,1630	14,4511	15,9369	17,6580	19,6604	22
7,7184	8,2664	8,8832	9,5802	10,3711	11,2722	12,3034	13,4886	14,8568	16,4436	18,2922	20,4558	23
7,7843	8,3481	8,9847	9,7066	10,5288	11,4693	12,5504	13,7986	15,2470	16,9355	18,9139	21,2434	24
7,8431	8,4217	9,0770	9,8226	10,6748	11,6536	12,7834	14,0939	15,6221	17,4131	19,5235	22,0232	25
8,0552	8,6938	9,4269	10,2737	11,2578	12,4090	13,7648	15,3725	17,2920	19,6004	22,3965	25,8077	30

وأخيراً... فإن أصبنا فيما قدمنا فذلك بفضل الله وتوفيقه، وما كان من زلل أو نقص فمن انفسنا وقصورنا، ونستغفر الله العظيم ونسأله التوفيق والرضوان، وأن يعلمنا ما ينفعنا وينفع بما علمنا.

وآخر دعوانا أن الحمد لله رب العالمين.

قائمة المراجع

المراجع باللغة العربية

- أبو بكر عيد احمد. (2015). *رياضيات تمويل الاستثمار* (الإصدار 2). عمان: دار الصفاء للنشر و التوزيع.
- احسان بوبريمة. (2021). محاضرات في الاسواق المالية. جامعة فرحات عباس سطيف 1، كلية العلوم الاقتصادية والتجاريو و علوم التسيير.
- احمد بركات. (2014). *الرياضيات المالية*. الجزائر: دار بلقيس للنشر.
- اسماء دريسي. (2017). محاضرات في مقياس تقييم المشاريع الاستثمارية. جامعة الجزائر 3، كلية العلوم الاقتصادية، الجزائر.
- الحاج خليفة. (2020). دروس وتمارين محلولة في الرياضيات المالية. 8. كلية العلوم الاقتصادية، والتجاريو وعلوم التسيير .
- باشيوة لحسن عبد الله. (2023). *مدخل الى الرياضيات المالية و تطبيقاتها*. دار اليازوري للانتاج و التوزيع.
- بديس بوغرة. (2013). *مدخل الى الرياضيات المالية وتطبيقاتها*. عين مليلة،الجزائر: دار الهدى.
- خالد احمد المشهداني، و عباس خضير الجنابي. (2016). *الرياضيات المالية*. الاردن: دار الايام للنشر و التوزيع.
- راشد محمد سلامة. (2007). *خالد حسين احمد عوني، الرياضيات المالية* (الإصدار 1). عمان: دار الخزامى للنشر والتوزيع.
- رضوان مسموس. (2022). ملخص محاضرات في مقياس الرياضيات المالية. 27. بليدة، جامعة لونسي علي كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير.
- رياض دهال. (2023). الادوات المالية. الكويت، سلسلة جسر التنمية، المعهد العربي للتخطيط.
- سعاد عون الله. (2018). محاضرات في مقياس الرياضيات المالية. *كلية العلوم الاقتصادية و التجارية و علوم التسيير، جامعة ابن خلدون* ، 15. تيارت، جامعة ابن خلدون.
- صليحة الشامي. (2022). محاضرات في الرياضيات المالية – دروس وتمارين محلولة. 9. الجزائر، العلوم الاقتصادية: كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير- قسم العلوم الاقتصادية،جامعة الجزائر3،.
- طلال كداوي. (2008). *تقييم القرارات الاستثمارية الحقيقية*. دار اليازوري العلمية.
- عبد الكريم قندوز. (2022). التقييم المالي للمشروعات الاستثمارية. *سلسلة كتيبات تعريفية* (24)، الصفحات 13-14.
- عبد الكريم منصور بن عوف. (2009). *مدخل الى الرياضيات المالية* (الإصدار 5). معسكر: ديوان المطبوعات الجامعية.
- علي عابد. (2023). محاضرات في الرياضيات المالية. *مطبوعة موجهة الى السنة الثانية ليسانس نظام ل م د كل التخصصات* ، 23. تيارت: جامعة ابن خلدون تيارت.
- فاطمة بن يوب. (2018). مطبوعة دروس في مادة الرياضيات المالية. 15. قالمة، كلية العلوم الاقتصدية و التجارية وعلوم التسيير، .
- فاطمة بوعروي. (2021). محاضرات في الرياضيات المالية. 12. سطيف، كلية العلوم الاقتصادية والتجارية و علوم التسيير.
- فوزي ايت سعيد. (2023). مطبوعة بيداغوجية في الرياضيات المالية. 73،74. كلية العلوم الاقتصادية و العلوم التجارية و علوم التسيير،قسم العلوم المالية و المحاسبة.
- قويدر معيزي. (2018). *دروس و تمارين في الرياضيات المالية*. الجزائر: دار هومة للطباعة و النشر و التوزيع.
- لحسن دردوي، و الاخضر لقليطي. (2018). *رياضيات التمويل و الاستثمار*. دار حميثرا للنشر والترجمة.
- محمد بداوي. (2022). *الرياضيات المالية* (الإصدار 1). الجزائر، الجلفة/ الجزائر: دار الضحى للنشر و الاشهار.
- محمد بلعيدي. (2020). محاضرات في مقياس الاسواق المالية. 30. جامعة قسنطينة2، كلية العولم الاقتصادية و التجارية و علوم التسيي.
- محمد سليماني. (2023). دروس في الرياضيات المالية. 13. مسيلة، كلية العلوم الاقتصاديةو التجارية وعلوم التسيير.
- مركز البحوث و الدراسات متعدد التخصصات . (بلا تاريخ). *استهلاك القروض قصير الاجل* . تم الاسترداد من https://www.mdrscenter.com/%D8%A7%D8%B3%D8%AA%D9%87%D9%84%D8%A7%D9%83-%D8%A7%D9%84%D9%82%D8%B1%D9%88%D8%B6-/%D9%82%D8%B5%D9%8A%D8%B1%D8%A9-%D8%A7%D9%84%D8%A3%D8%AC%D9%84
- مناضل الجواري. (2013). *الرياضات المالية*. الاردن: دار اليازوري العلمية للنشر والتوزيع.
- موسى شقيري. (2018). *الأسواق المالية*. دار الكتاب الثقافي للنشر.
- موسى شقيري نوري، و اخرون. (2009). *الرياضيات المالية*. عمان: دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة.

- هواري معراج، عباس بهناس، و احمد مجدل. (2013). *القرار الاستثماري في ظل عدم التاكدوالازمة المالية*. الاردن: دار كنوز المعرفة العلمية للنشر و التوزيع.

المراجع باللغة الأجنبية

- Boissonnade, M. (2007). *mathematique financieres* (éd. 3). paris: Dunod.
- Didier, s. *comprendre les mathematiques financiere* (éd. 4). paris: hachette superieur.
- HAMINI, A. (2008). *mathematiques financiere,office des publication iniverditaires* (éd. 4).
- Harcheb, l. (2022). Cours de mathimatiques financier. 10. tizi ouzou, universite mouloud mammrie.
- Mancer, I. (2016). Cours de mathematiques financieres, A l’usage des étudiants de deuxième année en sciences de gestion. 61. Bouira, Université Akli Mohand Oulhadj .