الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
People's Democratic Republic of Algeria
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministry of Higher Education And Scientific Research
جامعة عبد الحميد بن باديس مستغانم
University Abdelhamid Ibn Badis Mostaganem

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير
Faculty of Economic Sciences, Commerce and Management Sciences

قسم علوم التسيير

مطبوعة موجهة لطلبة السنة الثانية ليسانس ل م د

علوم تسيير

عنوان المطبوعة:

دروس وتمارين محلولة في مادة الرياضيات المالية

إعداد الدكتور:

شاعة عبدالقادر

السنة الجامعية: 2022 -2023

الفهرس

تمهيد:

سنتطرق إلى محتويات مادة الرياضيات المالية، وفقا لبرنامج وزارة التعليم العالي والبحث العلمي، فالرياضيات المالية علم يهدف إلى التعريف بمفهوم الفائدة وأنواعها البسيطة والمركبة، وطرق احتسابها، وخصم الأوراق التجارية والمالية، وسداد القروض على دفعات، والدفعات بأنواعها، وكيفية تسوية الديون، وإصدار السندات، وتقييمها، وطرق استهلاكها؛

ازداد وفي الآونة الأخيرة دور الرياضيات المالية في شؤون المال والأعمال، لأن العمليات المالية والاستثمارية تستند إلى المنطق الرياضي، حيث تطرقنا للمفاهيم والأدوات الرياضية المستخدمة في هذه المادة.

تعريف الفائدة وأساسها الاقتصادي.

بصفة وجيزة يمكن تعريف الفائدة كمقدار الزيادة في رأس المال نتيجة إقراضه للغير.

- ماذا نعني برأس المال ؟

من المعروف في علم الاقتصاد طبقا لنظرية التوزيع أن عوامل الإنتاج أربعة هي: الأرض، العمل ، رأس المال والتنظيم، وبتعاون رأس المال مع تلك العوامل الثلاث بنسب يحددها المنظم في معظم الدول لكي تنتج سلع وخدمات التي تتطلبها الحياة الاقتصادية والاجتماعية لأفراد المجتمع.

قد يضطر صاحب المشروع الاقتصادي إلى الحصول على الموارد الطبيعية من الأرض عن طريق شرائها أو استئجارها من غيره، ويضطر إلى الحصول على العمل عن طريق استئجاره أيضا وإلى الحصول على التنظيم عن طريق توظيف أكفء المديرين، كما أنه يضطر إلى الحصول على رأس المال عن طريق اقتراضه من موردين آخرين سواء عن

طريق أصحاب الأسهم أو أصحاب السندات أو البنوك أو شركات التأمين أو من أشخاص محدودين ومعروفين لديه شخصيا؛ وكما أنه عليه أن يدفع عن الطبيعة المستأجرة ريعا، وعن العمل أجرا، وعن التنظيم مرتبا، فإنه عليه أن يدفع لرأس المال أجرا نظيرة اقتراضه إياه واستعماله في مشروعه، ويطلق على عائد رأس المال المقترض فائدة وتحدد قيم هذه الفائدة بعوامل ثلاثة هي:

1- قيمة الأصل.

2- مدة الاستثمار أو التحويل.

3- معدل الفائدة.

الفصل الأول: القانون الأساسي للفائدة البسيطة.

1- تعريف الفائدة البسيطة:

هي فائدة ثابتة تحسب في كل وحدة زمن على أصل المبلغ فقط ودون أن تعلى عليه ولا تحسب على أساسه المتزايد.[1]

2- العناصر المحددة لمقدار الفائدة:

أ- المبلغ الأصلي:

قد يكون المبلغ الأصلي وديعة مستثمرة في أحد البنوك أو رأس مال مستغل في أحد المشاريع، أو دينا مستحق سداده بطريقة أو أخرى، وقد يكون مبلغا واحدا أو عدة مبالغ.[2] والعلاقة بين المبلغ الأصلي ومقدار الفائدة المستحقة هي علاقة طرديه بمعنى كلما زاد المبلغ الأصلي، كلما زادت الفائدة المستحقة والعكس صحيحا، وسوف نرمز له بالرمز:"أ".

ب-الفترة الزمنية:

تحتسب بالفرق بين تاريخ الإيداع أو الاقتراض وتاريخ السحب أو السداد مع عدم احتساب يوم الإيداع أو يوم الاقتراض؛[3] والعلاقة طرديه بين الفترة الزمنية ومقدار الفائدة، فكلما طالت مدة الاستثمار أو الإيداع أو القرض كلما استحقت فوائد أكثر؛ وفي الغالب ما

---

[1] Miloud BOUBKER, mathématiques financières–cours et exercices– ENAG/édition, Alger, 1997, p19.

[2] Mohamed LOUNES, mathématiques financières, entreprise nationale du livre, Alger, 1989, p153.

[3] المرجع السابق، ص157.

تكون الوحدة الزمنية عند احتساب الفوائد هي السنة الكاملة، أما إذا كانت بالشهور فإننا يجب تقسيمها على عدد شهور السنة عند احتساب الفائدة، أو قسمتها على عدد أيام السنة عند احتساب الفائدة إذا ما ذكرت المدة بالأيام، فإذا كانت السنة بسيطة فتقسم المدة على 365 يوما، أما إذا كانت السنة كبيسة فتقسم المدة على 366 يوما، سنعطي الرمز: " **ن** " للتعبير عن الفترة الزمنية.

ج- معدل الفائدة:

هو عبارة عن مقدار ما يستحق من فوائد نتيجة الاستثمار المباشر أو غير المباشر لوحدة واحدة من رأس المال خلال وحدة زمن محددة،

إن العلاقة طرديه بين معدل الفائدة ومقدارها، وسنعطي له الرمز: "**ع** ".

3- القانون الأساسي للفائدة البسيطة:

مما سبق يمكن استنتاج المعادلة الآتية التي بواسطتها يمكن حساب قيمة الفائدة البسيطة:

الفائدة البسيطة=المبلغ الأصلي×معدل الفائدة×المدة الزمنية.[1]

فإذا أعطينا الرمز" **ف** " للتعبير عن الفائدة المستحقة فإننا يمكن كتابة القانون الأساسي للفائدة البسيطة كالآتي:

---

[1] ناصر دادي عدون، تقنيات مراقبة التسيير -الرياضيات المالية- دار المحمدية العامة، الجزائر، 1996، ص9.

ف=أ×ع×ن.

كما هو موضح يتكون القانون الأساسي للفائدة البسيطة من أربعة متغيرات تكفي معرفة ثلاثة منها فقط حتى نعرف المتغير الرابع، كما يلي:

- ✓ أ= $\frac{\text{ف}}{\text{ن×ع}}$.
- ✓ ع= $\frac{\text{ف}}{\text{أ×ن}}$.
- ✓ ن= $\frac{\text{ف}}{\text{أ×ع}}$.

مثال:

اقترض شخص مبلغ 1000 د.ج لمدة سنة كاملة بفائدة قدرها 4% سنويا.

المطلوب: حساب الفائدة التي يدفعها في آخر السنة.

الحل:

ف=أ×ع×ن

ف= $1000 \times \frac{4}{100} \times 1$

ف=40 د.ج.

4- الفائدة الصحيحة:

يطلق عليها أحيانا الفائدة النظرية أو الفعلية، حيث أن عند احتسابها تؤخذ الفترة الزمنية " **ن** " كاملة، آخذين بعين الاعتبار عدد الأيام بالكامل لكل شهر من شهور السنة، مفرقين دائما بين السنة الكبيسة والسنة البسيطة.

مثال:

- اقترض شخص من بنك مبلغ 1000د.ج يوم 1990/02/05 على أن يسدد فائدة بسيطة في 07/17 من نفس السنة، فإذا كان معدل الفائدة 5% سنويا، أحسب مقدار ما يسدده للبنك كفائدة (السنة البسيطة).

الحل:

فيفري	مارس	أفريل	ماي	جوان	جويلية
28	31	30	31	30	31

ن=23+31+30+31+30+17

ن=162.

ف=$1000 \times \frac{5}{100} \times \frac{162}{365}$

ف=22,19.

5- الفائدة التجارية:

لاحظنا في حالة حساب قيمة الفائدة على أساس الفائدة الصحيحة يتغير كسر المدة بتغير تاريخ السنة من ناحية، وصعوبة العمليات الحسابية من ناحية أخرى، ولذلك ولأسباب تجارية أخرى أتفق في السوق المالية على اعتبار أن السنة التجارية تساوي 360 يوما أي متوسط 30يوما للشهر الواحد،[1] وعلى ذلك يمكن الحصول على المدة بقسمة عدد أيام القرض أو الإيداع على عدد أيام السنة التجارية بغرض حساب ما يسمى بالفائدة التجارية.

ملاحظة:

سوف تكون الفائدة التجارية هي الفائدة العامة في جميع الحالات التي تواجهنا في الفائدة البسيطة ولن نستعمل الفائدة الصحيحة إلا إذا طلب هذا صراحة منا.

6- العلاقة بين الفائدة الصحيحة والفائدة التجارية:

من الملاحظ أنه في حالات كثيرة يطلب مقارنة بين الفائدة الصحيحة(ف$_{ص}$) بالفائدة التجارية(ف$_{ت}$) لنفس الحالة مما يستدعي حساب(ف$_{ص}$) المقابلة للفائدة التجارية، وعلى ذلك

[1] Mohamed LOUNES، مرجع سبق ذكره، ص156.

فإنه استخراج علاقة بين الفائدتين يسهل كثيرا عملية حساب الفائدة الصحيحة عند معرفة الفائدة التجارية($ف_{ت}$).

نرمز ب" **ي** " لعدد الأيام.

$$ف_{ص}=\frac{أ\times ع\times ي}{365 أو 366}.$$

$$ف_{ت}=\frac{أ\times ع\times ي}{360}.$$

$$ف_{ت}/ف_{ص}=\frac{أ\times ع\times ي}{360}\times\frac{365 أو 366}{أ\times ع\times ي}.$$

$$\mathbf{ف.ت=ف.ص \times\frac{365 أو 366}{360}}$$

– إن في بعض الحالات يكون ضروري معرفة الفرق بين الفائدتين($ف_{ص}$،$ف_{ت}$) حتى يمكن إيجاد قرار باستعمال طريقة أو أخرى؛ وذلك دون الحاجة إلى حساب قيمة أي منهما وعلى ذلك يمكن معرفة مثل هذه العلاقة من واقع المعادلة التالية:

$$ف_{ت}-ف_{ص}=\frac{أ\times ع\times ي}{360}-\frac{أ\times ع\times ي}{365 أو 366}.$$

$$\mathbf{ف_{ت}-ف_{ص}=أ\times ي\times ع\left(\frac{1}{360}-\frac{1}{365 أو 366}\right).}$$

- ✓ فإذا كانت السنة بسيطة تصبح هذه المعادلة كالتالي:

$$ف_{ت}-ف_{ص}=أ\times ي\times ع\left(\frac{1}{360}-\frac{1}{365}\right).$$

✓ أما إذا كانت السنة كبيسة تصبح المعادلة كالتالي:

ف$_{ت}$−ف$_{ص}$=أ×ي×ع $\left(\frac{1}{366}-\frac{1}{360}\right)$.

مثال:

-أودع أحد عملاء بنك مبلغ 1000د.ج في 1991/12/13 واتفق مع البنك على احتساب فوائد بمعدل 6% سنويا.

المطلوب: حساب ما يستحق لهذا العميل من فوائد في 1992/10/23 على أساس كون الفائدة تجارية ثم كون الفائدة الصحيحة.

ملاحظة: سنة 1992 هي سنة كبيسة.

الحل:

-في هذا المثال نجد أن مدة الإيداع تقع بين 1991/12/13 و1992/10/23، ولحساب هذه المدة نتجاهل يوم الإيداع ونأخذ في الاعتبار يوم السحب، وتحسب كالآتي:

- فترة الإيداع عن المدة الباقية من شهر ديسمبر 1991=31−13=18يوما.
- فترة الإيداع عن شهر جانفي 1992=31.
- فترة الإيداع عن شهر فيفري 1992=29.
- فترة الإيداع عن شهر مارس 1992=31.
- فترة الإيداع عن شهر أفريل 1992=30.

- فترة الإيداع عن شهر ماي 1992=31.
- فترة الإيداع عن شهر جوان 1992=30.
- فترة الإيداع عن شهر جويلية 1992=31.
- فترة الإيداع عن شهر أوت 1992=31.
- فترة الإيداع عن شهر سبتمبر 1992=30.
- فترة الإيداع عن المدة الباقية من شهر أكتوبر1992=23يوما.
- فترة الإيداع بين 1991/12/13و1992/10/23 هي: 315يوما.

الفائدة التجارية(فـت)=$1000\times\frac{6}{100}\times\frac{315}{360}$=52,5دج.

الفائدة الصحيحة(فـص)=$52,5\times\frac{360}{366}$=52,5×0,98=51,64.

7- حساب فوائد عدة مبالغ مختلفة:

من المعلوم أن المقترض أو المستثمر لا تقف عمليته على مبلغ واحد ولكنه يتعامل عادة في السوق المالية باستمرار وبمبالغ عدة وعادة ما يراد حساب مجموع فوائد القروض أو الاستثمارات المتعددة دفعة واحدة، وقليلا ما يهتم أحدهم بمعرفة فوائد كل مبلغ على حدا ولذلك استوجب الأمر البحث عن طرق مختصرة لحساب مجموع فوائد عدة مبالغ مختلفة لمدات مختلفة بمعدل إما يكون متغيرا أو ثابتا لجميع الحالات.

في حالة المعدل المتغير يكون من الصعب اختصار العمليات الحسابية إذ أن جميع العناصر المكونة لفائدة كل مبلغ تختلف عن مثيلتها بالنسبة للمبلغ الآخر، ويترتب على ذلك ضرورة حساب كل فائدة مبلغ على حدا ثم جمع الفوائد المتعددة للحصول على مجموعها.

أما في حالة ما إذا كان معدل الفائدة ثابتا بالنسبة لجميع القروض أو الاستثمارات فإنه من الممكن الوصول طرق مختصرة تؤدي إلى حساب مجموع هذه الفوائد،[1] فإذا فرض أن هناك ثلاث قروض ($أ_1$،$أ_2$،$أ_3$) بمعدل فائدة ثابتة (ع) وبمدات مختلفة بالأشهر ($ش_1$،$ش_2$،$ش_3$) على التوالي:

$ف_1=أ_1\times\frac{ش_1}{12}\times ع$ ، $ف_2=أ_2\times\frac{ش_2}{12}\times ع$ ، $ف_3=أ_3\times\frac{ش_3}{12}\times ع$

$مج_ف= أ_1\times\frac{ش_1}{12}\times ع + أ_2\times\frac{ش_2}{12}\times ع + أ_3\times\frac{ش_3}{12}\times ع$.

$مج_ف=\frac{ع}{12}$ [$أ_1ش_1+أ_2ش_2+أ_3ش_3$]

حيث: ع ثابت.

ملاحظة:

- إذا فرض أن المبالغ السابقة كانت مقترضة لمدات مختلفة بالأيام هي: ي1، ي2، ي3 وكان معدل الفائدة ثابت، فإن **الفائدة التجارية($ف_ت$)** تصبح:

$مج_ف=\frac{ع}{360}$ [$أ_1ي_1+أ_2ي_2+أ_3ي_3$].

[1] Miloud BOUBKER، مرجع سبق ذكره، ص22.

الفائدة الصحيحة(ف$_{ص}$) تصبح:

$$\text{مج ف} = \frac{ع}{366/365} [\text{أ}_1\text{ي}_1 + \text{أ}_2\text{ي}_2 + \text{أ}_3\text{ي}_3].$$

ملاحظة:

يطلق على حاصل ضرب المبلغ في مدته سواء بالأشهر أو الأيام لفظ "**النمر**"[1] وهي إما أن تكون "نمر الأشهر" أو "نمر الأيام"، كما يطلق على هذه الطريقة في حساب مجموع الفوائد بطريقة النمر.

مجموع الفوائد التجارية$=\frac{\text{مجموع نمر الأشهر}}{\text{عدد أشهر السنة}}\times$**ع.** حيث: ع ثابت.

مجموع الفوائد التجارية$=\frac{\text{مجموع نمر الأيام}}{\text{عدد أيام السنة التجارية}}\times$**ع.** حيث: ع ثابت.

نمر الأشهر=المبلغ(أ)×المدة بالأشهر(ش).

نمر الأيام=المبلغ(أ)×المدة بالأيام(ي).

8- استعمال القواسم المقابلة للمعدلات:

القاسم: هو عبارة عن عدد أيام أو شهور السنة مقسومة على معدل الفائدة، فمثلا: معدل الفائدة 4% يقابله القاسم $\frac{12}{0,04}=300$ وهو قاسم شهري.[2]

---

[1] Mohamed LOUNES، مرجع سبق ذكره، ص165.

[2] المرجع السابق، ص165.

ويكون مجموع الفوائد في مثل هذه الحالات هو مجموع نمر الأشهر أو الأيام مضروب في مقلوب القاسم وتكون الفائدة كفائدة عامة على الشكل التالي:

مج ف$=\frac{\text{مجموع النمر}}{\text{القاسم}}$.

والشكل التالي يوضح أغلب القواسم الشهرية واليومية التجارية المقابلة لمعدلات الفائدة المختلفة المستعملة عادة في السوق المالية:

قواسم النمر الشهرية واليومية لبعض المعدلات:[1]

معدلات الفائدة	0,5%	1%	1,5%	2%	2,5%	3%	4%	4,5%	5%	6%
القواسم الشهرية	2400	1200	800	600	480	400	300	266,7	240	200
القواسم اليومية	72000	36000	24000	18000	14400	12000	9000	8000	7200	6000

مجموع الفوائد التجارية $=\frac{\text{مجموع النمر بالأيام أو بالأشهر}}{\text{القاسم}}$

مثال:

-اقترض شخص من أحد البنوك المبالغ التالية، وذلك للقيام ببعض المشروعات.

[1] Miloud BOUBKER، مرجع سبق ذكره، ص21.

- ✓ 1500 د.ج في 3 فيفري 1991 .
- ✓ 2000 د.ج في 12 مارس 1991.
- ✓ 3000 د.ج في أول ماي 1991.

- ولقد تعهد المقترض بدفع الفوائد في آخر جوان من نفس العام على أساس فائدة بسيطة بمعدل 4%سنويا، والمطلوب تحديد ما يجب أن يدفعه العميل من فوائد للبنك.

الحل:

- ✓ مدة المبلغ الأول=25+31+30+31+30=147.
- ✓ مدة المبلغ الثاني=19+30+31+30=110.
- ✓ مدة المبلغ الثالث=30+30=60.

مجموع النمر =(1500×147)+(2000×110)+(3000×60).

مجموع النمر =620500

القاسم $= \frac{360}{0,04} = \frac{36000}{4}$=9000.

مجموع الفوائد المستحقة $= \frac{\text{مجموع النمر}}{\text{القاسم}} = \frac{620500}{9000}$=68,944 د.ج.

الفصل الثاني:قانون الجملة

إن جملة المبلغ هي أصل المبلغ مضافا إليه فوائد نتيجة حيازة أو استثمار أو استغلال هذا الأصل.[1] والجملة قد تكون لمبلغ نقدي واحد أو لعدة مبالغ نقدية مختلفة في المقدار تودع على فترات زمنية غير منتظمة أو لعدة مبالغ نقدية ولكنها متساوية في المقدار وتودع على فترات زمنية منتظمة أو ما يسمى بالدفعات، وسوف نتناول في هذا الفصل بإيجاز هذه الحالات الثلاث.

الحالة الأولى: جملة مبلغ نقدي واحد.

إذا رمزنا لجملة مبلغ **(جـ)**، فإن هذه الجملة تساوي المبلغ الأصلي زائد الفوائد المستحقة عليه.

جملة مبلغ=أصل المبلغ + الفوائد المستحقة .[2]

جـ=أ+ف.

ف=أ×ن×ع.

ومنه: **جـ=أ(1+ن.ع).**

–يمكن حساب الأصل أو المدة أو المعدل من معادلة الجملة.

$$\text{أ} = \frac{\text{ج}}{1+\text{ن.ع}} \quad , \quad \text{ن} = \frac{\frac{\text{ج}}{\text{أ}}-1}{\text{ع}} \quad , \quad \text{ع} = \frac{\frac{\text{ج}}{\text{أ}}-1}{\text{ن}}.$$

---

[1] Miloud BOUBKER، مرجع سبق ذكره، ص23.

[2] Mohamed LOUNES، مرجع سبق ذكره، ص158.

مثال:

أودع شخص مبلغ 1000 د.ج في بنك في 15 مارس 1992، فإذا كان البنك يمنح فائدة بمعدل سنوي 6% فالمطلوب حساب جملة ما يستحق لهذا العميل في 8 أوت من نفس العام.

الحل:

مدة الإيداع=16+30+31+30+31+8=146يوما.

جـ=أ(1+ن.ع)

جـ=1000$(1+\frac{146}{360}\times 0{,}06)$

جـ=1000$(1+0{,}04\times 0{,}06)$

جـ=1000$\times$1,024

جـ=1024 د.ج.

الحالة الثانية: جملة عدة مبالغ (مختلفة وتودع على فترات زمنية غير منتظمة.)[1]

-قد يودع أحد الأشخاص عدة مبالغ مختلفة وعلى فترات زمنية غير منتظمة في أحد البنوك، كما قد يقترض أحد الأشخاص عدة مبالغ غير متساوية وعلى فترات زمنية غير منتظمة ويتعهد بسدادها كلها مرة واحدة؛ وما يستحق للمودع في نهاية فترة زمنية معينة أو

[1] Miloud BOUBKER، مرجع سبق ذكره، ص79.

ما يجب أن يدفعه المقترض في تاريخ تعهده بسداد كل المبالغ المقترضة هو جملة هذه المبالغ .إذن جملة عدة مبالغ غير متساوية مودعة أو مقترضة على فترات زمنية غير منتظمة عبارة عن أصل هذه المبالغ مضافا إليها مقدار المستحق عليها من فوائد، وعلى ذلك:

جملة المبالغ= أصل المبالغ مجتمعة+الفوائد المستحقة عليها.

مثال:

أودع شخص مبلغ 300 د.ج في بنك ما في تاريخ معين وبعد ثلاث شهور من إيداعه المبلغ الأول، أودع مبلغ 200 د.ج في نفس البنك، ثم ألحق ذلك بعد شهرين بإيداع مبلغ 600 د.ج.

وفي نهاية العام تبين للمودع أن فترة إيداع المبلغ الأول هي تسعة أشهر، فإذا كان البنك يحسب للعملاء فائدة بسيطة بمعدل سنوي 4%، فالمطلوب حساب رصيد العميل في نهاية العام.

الحل:

مدة إيداع المبلغ الأول=9أشهر.

مدة إيداع المبلغ الثاني=6أشهر.

مدة إيداع المبلغ الثالث=4أشهر.

الفائدة المستحقة على المبلغ الأول$=300\times0,04\times\frac{9}{12}=9$ د.ج.

الفائدة المستحقة على المبلغ الثاني$=200\times0,04\times\frac{6}{12}=4$ د.ج.

الفائدة المستحقة على المبلغ الثالث$=600\times0,04\times\frac{4}{12}=8$ د.ج.

إذن: جملة الفوائد المستحقة على المبالغ كلها$=9+4+8=21$ د.ج.

رصيد العميل في نهاية العام(جـ)$=1100+21=1121$ د.ج.

طريقة ثانية: (طريقة النمر والقاسم).

مجموع النمر $=(300\times9)+(200\times6)+(600\times4)=2700+1200+2400=6300$ د.ج.

القاسم$=\frac{12}{0,04}=\frac{1200}{4}=300$.

مج ف$=\frac{6300}{300}=21$ د.ج.

جـ=مج أ+مج ف$=1100+21=1121$ د.ج.

الحالة الثالثة: جملة الدفعات المتساوية (عدة مبالغ متساوية وتودع على فترات زمنية منتظمة).

تتميز هذه الحالة عن الحالات السابقة في أن المبالغ المودعة أو المستثمرة أو المقترضة للغير، تأخذ صفة الانتظام والتتابع والدورية في تدفقها والتساوي في مقاديرها النقدية.

وعلى حسب الاتفاق في الإيداع أو السداد، قد تكون الدفعة شهرية أو كل شهرين أو ثلاثة شهور أو أربعة شهور...........إلخ تودع أو تسدد في أول كل وحدة زمنية أو في آخرها.

وفي الغالب ما يكون الإيداع أو الاستثمار للدفعات النقدية أول كل وحدة زمنية وتسمى في هذه الحالة بالدفعة الفورية أو دفعة الاستثمار، أما سداد القروض أو استهلاكها فيدفع في آخر كل وحدة زمنية وفي هذه الحالة، تسمى بدفعة السداد أو الدفعة العادية.

-يستفاد من فكرة مجموعة المتوالية العددية لحساب الفوائد المستحقة على النحو التالي:

مجموع المتوالية العددية=$\frac{\text{عدد الحدود}}{2}$(الحد الأول+الحد الأخير).

أما جملة الدفعات المتساوية فهي عبارة عن مجموع هذه الدفعات مضافا إليها مجموع ما يستحق عنها من فوائد، أي أن:

جملة الدفعات=مجموعة الدفعات+الفوائد المستحقة عنها.

حيث أن:

مجموع الدفعات=قيمة الدفعة×عدد الدفعات.

مجموع الفوائد=فوائد الدفعة الأولى+فوائد الدفعة الثانية+.....+فوائد الدفعة الأخيرة.

فوائد الدفعة الأولى=مبلغ الدفعة×معدل الفائدة×الفترة الزمنية.

- وإذا ما اعتبرنا أن الفوائد المستحقة للدفعات تكون متوالية عددية فإن:

مجموع الفوائد=مبلغ الدفعة×معدل

الفائدة $\times \frac{\text{عدد الدفعات}}{2}\left(\frac{\text{مدة استثمار الدفعة الأولى+مدة استثمار الدفعة الأخيرة}}{\text{عدد أيام أو أشهر السنة}}\right)$.

مثال01:

اتفق شخص على أن يودع لدى البنك أول كل شهر ولمدة سنة كاملة مبلغ 100 د.ج على أن يحتسب له البنك فائدة بسيطة بمعدل 4%سنويا، والمطلوب: إيجاد جملة ما يستحق العميل في نهاية العام.

الحل:

الدفعة دفعة فورية أي دفعة استثمار.

مبلغ الدفعة =100 د.ج ، عدد الدفعات =12

قيمة الدفعات =100 ×12=1200 د.ج

مدة استثمار الدفعة الأولى= سنة كاملة

مدة استثمار الدفعة الأخيرة = شهر واحد

مجموع الفوائد= $100\times\frac{4}{100}\times\frac{12}{2}\left(\frac{1+12}{12}\right) = 26$ د.ج.

جملة ما يستحقه العميل في نهاية العام=1200+26=1226 د.ج.

مثال02:

- المطلوب إيجاد جملة ما يستحقه العميل في نهاية العام في المثال السابق على أساس إيداع الدفعات آخر كل شهر.

الحل:

الدفعة دفعة سداد (دفعة عادية).

مدة استثمار الدفعة الأولى=11شهر فقط.

مدة استثمار الدفعة الأخيرة=صفر.

مجموع الفوائد=$100\times\frac{4}{100}\times\frac{12}{2}(\frac{0+11}{12})=22$ د.ج.

جملة ما يستحقه العميل في نهاية العام=1200+22=1222 د.ج

الفصل الثالث: قانون القيمة الحالية والخصم.

إذا كانت الجملة على نحو ما أسلفناه في الفصل السابق هي مقدار المبلغ الأصلي المستثمر أو المقرض مضافا إليه فائدة الاستثمار أو الإقراض، وهي بهذا الأسلوب مقدار نقدي يستحق في فترة لاحقة بعد تاريخ الاستثمار أو الإقراض، فإن القيمة الحالية عبارة عن مبلغ نقدي (أو عدة مبالغ مختلفة أو دفعات متساوية) الذي لو استثمر بمعدل فائدة بسيطة ولمدة زمنية محددة لأعطى لنا جملة هذه المبالغ والجملة في هذا التصور، وهي المقدار النقدي الواجب دفعه في تاريخ استحقاق لاحق، تسمى القيمة الاسمية وسنعطى لها الرمز (قس) .

1- القيمة الحالية للمبلغ الواحد:

لو تصورنا أن شخصا مدينا بمبلغ معين يستحق السداد في تاريخ لاحق من اليوم وأراد التخلص من هذا الدين حالا أي أراد تسديد الدين قبل تاريخ استحقاقه، فإنه في هذه الحالة يدفع القيمة الحالية للدين الواجب استحقاقه في التاريخ اللاحق، أي القيمة الحالية للقيمة الاسمية؛ والمدين في هذه الحالة يسدد مبلغ أقل مما هو مستحق عليه من أصل الدين وفوائده، حيث أنه يدفع ما يستحق عليه ناقصا فائدته عن المدة من تاريخ التخلص من الدين إلى تاريخ الاستحقاق، والفرق بين القيمة الاسمية للدين وقيمته الحالية[1] يسمى بمقدار الخصم، وهو يمثل في هذه الحالة فائدة الدين عن المدة من تاريخ السداد إلى تاريخ الاستحقاق. والخصم بهذا الأسلوب يشبه الفائدة ويسمى بالخصم الصحيح، حيث أنه يحسب على أساس القيمة الحالية ولو أضيف إليه نتحصل على القيمة الاسمية للدين، كما تسمى القيمة الحالية في هذه الحالة بالقيمة الحالية الصحيحة.

القيمة الاسمية=القيمة الحالية الصحيحة + الخصم الصحيح.[2]

الخصم الصحيح= القيمة الحالية الصحيحة ×معدل الخصم×الفترة الزمنية.

القيمة الاسمية= القيمة الحالية الصحيحة(1+ معدل الخصم × الفترة الزمنية).

---

[1] Miloud BOUBKER، مرجع سبق ذكره، ص29.

[2] Mohamed LOUNES، مرجع سبق ذكره، ص177.

وعلى ذلك:

القيمة الحالية الصحيحة ($ق_ح$) $= \frac{ق_س}{(1+ع ن)}$.

كما أن: **الخصم الصحيح(ص)=$ق_س$** $- \frac{ق_س}{(1+ع ن)}$.[1]

مثال:

شخص مدين بمبلغ 1000 د.ج يستحق السداد بعد 9أشهر من الآن؛ أراد التخلص من هذا الدين فورا .إذا علم أن معدل الخصم 4% سنويا فاحسب ما يجب دفعه الآن ومقدار الخصم.

الحل:

ما يجب دفعه هو القيمة الحالية الصحيحة للدين، الذي قيمته الاسمية هي: 1000 د.ج يتحقق بعد 9أشهر من الآن.

القيمة الحالية الصحيحة = $\frac{1000}{1+\frac{9}{12}\times\frac{4}{100}}$ =970,874 د.ج.

الخصم الصحيح = 1000− 970,874= 29,126 د.ج.

الخصم التجاري:

إذا كان أساس حساب الخصم الصحيح هو القيمة الحالية الصحيحة، فإن أساس حساب الخصم التجاري هو القيمة الاسمية،[2] ولهذا يكون الخصم التجاري أكبر من الخصم الصحيح.

وتسمى القيمة الحالية في هذه الحالة بالقيمة الحالية التجارية($ق_{ح.ت}$).

الخصم التجاري($ص_ت$) = $ق_س \times ع \times ن$.

القيمة الحالية التجارية($ق_{ح.ت}$)= $ق_س - ص_ت$.

1 Miloud BOUBKER، مرجع سبق ذكره، ص29.

2 ناصر دادي عدون، مرجع سبق ذكره، ص 30.

القيمة الحالية التجارية($ق_{ح.ت}$)= $ق_{س} \times (1-ع.ن)$.

$$ق_{س} = \frac{ق.ح.ت}{(1-ع.ن)}.1$$

ملاحظة:

ومن المتفق عليه في السوق المالية إتباع طريقة الخصم التجاري في جميع الحالات إلا إذا طلب صراحة استعمال الخصم الصحيح.

مثال:

شخص مدين بمبلغ 1000 د.ج يستحق سداده بعد 9أشهر من الآن، أراد تحصيل دينه فورا من أحد البنوك التجارية، فإذا كان البنك يمنح لنفسه معدل خصم تجاري مقداره 4%سنويا.

المطلوب: إيجاد مقدار الخصم التجاري الذي منحه البنك لصالحه وقيمة الدين بعد الخصم.

الحل:

$ص_{ت} = ق_{س} \times ع \times ن$.

$ص_{ت} = 1000 \times \frac{4}{100} \times \frac{9}{12} = 30$ د.ج.

$ق_{ح.ت} = 1000 - 30 = 970$ د.ج.

العلاقة بين الخصم الصحيح والخصم التجاري:[2]

$ص = ق_{ح} \times ع \times ن$.

$ص_{ت} = ق_{س} \times ع \times ن$.

$ص_{ت} - ص = ق_{س} \times ع \times ن - ق_{ح} \times ع \times ن$.

$ص_{ت} - ص = ع \times ن \ (ق_{س} - ق_{ح})$.

---

[1] Mohamed LOUNES، مرجع سبق ذكره، ص177.

[2] Miloud BOUBKER، مرجع سبق ذكره، ص31.

$ص_ت - ص = ع \times ن \times ص$ .... (العلاقة الأولى).

$ص = ق_ح \times ع \times ن$.

$ق_ح = \frac{ق س}{(1+ع.ن)}$.

$ص = \frac{ق س \times ع \times ن}{(1+ع.ن)}$.

$ص_ت = ق_س \times ع \times ن$.

$ص = \frac{صت}{(1+ع.ن)}$.

$\frac{صت}{ص} = 1 + ع.ن$ .... (العلاقة الثانية).

مثال:

- دين قيمته بعد 90 يوما من الآن 609 د.ج، فإذا علم أن معدل الخصم التجاري هو 6 %سنويا.

المطلوب: 1- إيجاد كل من الخصم التجاري والصحيح للدين.

2- إيجاد الفرق بين الخصمين وإثبات صحة العلاقة بينهما.

الحل:

$ص_ت = ق_س \times ع \times ن$.

$ص_ت = 609 \times \frac{90}{360} \times \frac{6}{100} = 9,135$ د.ج.

$ص = ق_س - \frac{ق س}{(1+ع.ن)}$

$ص = 609 - \frac{609}{1+\frac{6}{100}\times\frac{90}{360}} = 9$ د.ج.

الفرق بين الخصم التجاري والصحيح = 9,135−9 = 0,135 د.ج.

ص$_{ت}$- ص=ص×ن×ع.

ص$_{ت}$- ص=9 × $\frac{90}{360}$×$\frac{6}{100}$ =0,135 د.ج.

2- القيمة الحالية لعدة مبالغ مختلفة:

لن يختلف الأمر هنا في حساب القيمة الحالية لعدة مبالغ، عما أسلفناه بالنسبة للقيمة الحالية للمبلغ الواحد، حيث أن:

القيمة الحالية لمجموعة من المبالغ المختلفة=مجموع القيم الاسمية للمبالغ− مجموع الخصم التجاري المستحق.

مثال:

−إذا علم أن شخص مدين بالمبالغ التالية:

- ✓ مبلغ يستحق بعد 60 يوم من الآن قيمته الاسمية 600 د.ج.
- ✓ مبلغ يستحق بعد 80 يوم من الآن قيمته الاسمية 400 د.ج.
- ✓ مبلغ يستحق بعد 90 يوم من الآن قيمته الاسمية 200 د.ج.

−غير أنه أراد التخلص من هذه الديون بدفعها فورا، فإذا علم أن معدل الخصم التجاري 4,5%.

المطلوب: إيجاد ما يجب دفعه فورا سدادا لكل هذه الديون.

الحل:

مجموع الخصم التجاري= الخصم التجاري للمبلغ الأول+الخصم التجاري للمبلغ الثاني+الخصم التجاري للمبلغ الثالث.

مجموع الخصم التجاري=[$(600\times\frac{4,5}{100}\times\frac{60}{360})$+ $(400\times\frac{4,5}{100}\times\frac{80}{360})$+ $(200\times\frac{4,5}{100}\times\frac{90}{360})$]

مجموع الخصم التجاري =4,5+4+2,25 = 10,75

القيمة الحالية لمجموع المبالغ=1200−10,75=1189,25 د.ج.

حل آخر: طريقة النمر والقاسم.

-بنفس أسلوب حساب الفوائد بطريقة النمر والقاسم يمكن حساب الخصم التجاري، حيث أن:

مجموع الخصم التجاري= $\frac{\text{مجموع النمر}}{\text{القاسم}}$.

مجموع الخصم التجاري= $\frac{90\times200+80\times400+60\times600}{8000}$

مجموع الخصم التجاري= $\frac{18000+32000+36000}{8000}$

مجموع الخصم التجاري= $\frac{86000}{8000}$

مجموع الخصم التجاري=10,75 د.ج.

القيمة الحالية للديون=1200−10,75=1189,25د.ج.

3- القيمة الحالية للدفعات:

إن القيمة الحالية للدفعات عبارة عن مجموع القيم الحالية للدفعة الأولى والثانية حتى الأخيرة، ويمكن الاستفادة بفكرة المتوالية العددية في إيجاد هذا المجموع، وعلى هذا الأساس:

القيمة الحالية للدفعات = عدد الدفعات × مبلغ الدفعة – مجموع الخصم التجاري.

مجموع الخصم التجاري= مبلغ الدفعة × معدل الخصم × $\frac{\text{عدد الدفعات}}{\mathbf{2}}$ × $\left(\frac{\text{مدة الدفعة الأولى}+\text{مدة الدفعة الأخيرة}}{\mathbf{360}\text{يوما/شهرا}}\right)$.

مثال:

-تعاقد شخص مع إحدى الشركات التجارية على شراء قطعة من الأرض وكان من ضمن بنود العقد مايلي:

- ✓ يدفع المشتري فورا 2000 د.ج، 2000 د.ج تدفع في نهاية سنة من التعاقد.
- ✓ يدفع المشتري فورا 1500 د.ج والباقي يسدد على 12 دفعة شهرية تدفع أولها بعد شهر من التعاقد ومبلغها الشهري 200 د.ج

–وعلى المشتري أن يختار أحد البندين.

المطلوب: تحديد أي الأسلوبين أفضل في الدفع للمشتري، مع العلم أن معدل الخصم التجاري 6% في الحالتين.

الحل:

–الأسلوب الأفضل في الدفع بالنسبة للمشتري هو الذي يحقق قيمة حالية والتي تمثل ثمن الشراء يوم التعاقد أقل من غيرها.

الأسلوب الأول:

ثمن الشراء يوم التعاقد = المدفوع فورا + القيمة الحالية لمبلغ 2000 يستحق بعد سنة من الآن.

ثمن الشراء = $2000 + 2000(1 - \frac{6}{100} \times 1) = 2000 + 1880 = 3880$ د.ج.

الأسلوب الثاني:

ثمن الشراء يوم التعاقد= المدفوع فورا +القيمة الحالية لدفعة عادية لمدة سنة مبلغ الدفعة 200 د.ج.

القسط الأول يستحق بعد شهر واحد.

القسط الأخير يستحق بعد 12 شهر.

القيمة الحالية للدفعات= عدد الدفعات ×مبلغ الدفعة –مجموع الخصم التجاري

القيمة الحالية للدفعات= $12 \times 200 - 200 \times \frac{6}{100} \times \frac{12}{2}\left(\frac{12+1}{12}\right)$

القيمة الحالية للدفعات= $2400 - 78 = 2322$ د.ج.

- ومن ذلك نستنتج أن: أسلوب التعاقد في البند الثاني أفضل للمشتري من أسلوب التعاقد في البند الأول.

خصم الأوراق التجارية:

في كثير من الحالات تتم عملية دفع الديون قبل مواعيد استحقاقها، من خلال البنوك التجارية، وخصوصا تلك الديون التي تكون على شكل أوراق تجارية.

وتتم عملية خصم الأوراق التجارية عن طريق تقديم الدائن لأحد البنوك هذه الأوراق لتحصيلها قبل ميعاد استحقاقها، والبنك بدوره يقدم هذه الأوراق التجارية لتحصيلها في ميعاد استحقاقها من المدين.

وعند قبول البنك خصم الورقة التجارية فإنه يهتم ببعض التواريخ المختلفة والتي لها ضرورياتها في عملية الخصم منها على سبيل المثال:

تاريخ تحرير الورقة، تاريخ استحقاق الورقة، تاريخ قبول الورقة، تاريخ خصم الورقة، مدة الخصم.

وتتمثل مصاريف خصم أو قطع الورقة التجارية في:[1]

أ- الخصم ويحسب على أساس القيمة الاسمية على نحو ما أسلفناه.

ب- عمولة مقابل عملية القطع وفي الغالب ما تتمثل في نسبة من القيمة الاسمية للورقة التجارية.

ج- مصاريف تحصيل وتحسب على أساس نسبة من القيمة الاسمية، وقد يحدد البنك حدا أدنى لقيمة هذه المصاريف.

ويعرف في الأوساط المالية مجموع البنود (أ،ب،ج) باسم الآجيو " agio" أو الخصم الإجمالي،[2] وعلى أساسه يمكن حساب ما يسمى بالمعدل الحقيقي للخصم.[3]

---

[1] Miloud BOUBKER، مرجع سبق ذكره، ص33.

[2] Mohamed LOUNES، مرجع سبق ذكره، ص203.

[3] Miloud BOUBKER، مرجع سبق ذكره، ص35.

مثال:

قدم شخص الأوراق التالية في 20 أفريل 1990 للقطع في أحد البنوك.

- ✓ 300 د.ج تستحق السداد في 30 ماي 1990.
- ✓ 400 د.ج تستحق السداد في 9 جوان 1990.
- ✓ 500 د.ج تستحق السداد في 29 جوان 1990.

فإذا علم أن البنك يمنح نفسه خصم تجاري 5% سنويا وعمولة قدرها 1‰ ومصاريف تحصيل 1/8% بحد أدنى 0,4 د.ج لكل ورقة.

المطلوب: إيجاد صافي المستحق لصاحب الأوراق بعد عملية الخصم.

الحل:

مدة استحقاق الورقة الأولى= 10+30 =40 يوما.

مدة استحقاق الورقة الثانية = 10+31+9=50 يوما.

مدة استحقاق الورقة الثالثة = 10+31+29=70 يوما.

مجموع النمر =(40×300) + (50×400) + (70×500) = 67000

القاسم = $\frac{36000}{5}$= 7200.

الخصم التجاري = $\frac{\text{مجموع النمر}}{\text{القاسم}}$ = $\frac{67000}{7200}$= 9,306 د.ج.

قيم الأوراق التجارية في تواريخ استحقاقها = 300+400+500 = 1200 د.ج.

مقدار العمولة = 1200× $\frac{1}{1000}$ = 1,2 د.ج.

مصاريف تحصيل الورقتين الثانية والثالثة = 900× $\frac{1}{800}$ = 1,125د.ج.

يستحق مصاريف تحصيل عن الورقة الأولى = 0,4 د.ج.

لأن هذا المقدار أكبر من ($300 \times \frac{1}{800} =$ 0,375 د.ج)

مصاريف تحصيل الأوراق الثلاثة = 1,525د.ج.

إذن: إجمالي مصاريف القطع (الآجيو) = 9,306 + 1,525+ 1,2 = 12,031 د.ج.

ما يستحق لصاحب الأوراق من البنك = 1200 − 12,031 = 1187,969د.ج

الفصل الرابع: التسويات المالية والتجارية قصيرة الأجل.

إن طبيعة العمليات المالية والتجارية تتطلب الاستفادة من السيولة النقدية بأقصى وجهة ممكنة، فالتاجر الذي يستحق له دين مقابل في شكل كمبيالة أو سند إذني لا ينتظر لحين تاريخ الاستحقاق للحصول على ماله المدين، بل أنه يقوم بقطع ما لديه من أوراق مالية لدى أحد البنوك مقابل خصم تجاري محدد على نحو ما أسلفناه .

كما أن المدين المستحق عليه دين معين يفضل تسديد دينه قبل ميعاد الاستحقاق لأنه يعلم تماما درجة تمتعه بخصم معين.

الطرق المختلفة للتسويات المالية والتجارية:

1-تاريخ الاستحقاق الفرضي:[1]

تتطلب مصلحة المدين هنا سداد جانب من الدين فورا والباقي عن طريق تحرير بعض الأوراق التجارية تستحق في فترات لاحقة، أو سداد دينه عن طريق استبدال الدين القديم بدين جديد يستحق على فترات زمنية لاحقة.

تعتمد فكرة تاريخ الاستحقاق الفرضي في عملية تسوية العمليات التجارية والمالية على منطق ألا يضار كل من الدائن والمدين من جراء هذه العملية، حيث يختار تاريخ استحقاق فرضي عنده تتعادل مجموع القيم الحالية للديون القديمة مع مجموع القيم الحالية للديون الجديدة.

معادلة القيمة:

مجموع القيم الحالية للديون القديمة يوم الاستحقاق الفرضي=مجموع القيم الحالية للديون الجديدة في نفس يوم الاستحقاق.

مثال:

-شخص مدين بالأوراق التجارية التالية:

[1] Miloud BOUBKER، مرجع سبق ذكره، ص42.

- ✓ كمبيالة قيمتها الاسمية: 100 د.ج تستحق بعد 6 أشهر.
- ✓ كمبيالة قيمتها الاسمية: 200 د.ج تستحق بعد 8 أشهر.
- ✓ كمبيالة قيمتها الاسمية: 400 د.ج تستحق بعد 9 أشهر.
- ✓ كمبيالة قيمتها الاسمية: 500 د.ج تستحق بعد 10 أشهر.

- فإذا أراد هذا المدين أن يدفع 500 د.ج فورا للدائن ويحرر له بالباقي سندين إذنين:

الأول نصف الثاني، ويستحق الأول بعد 3 أشهر، والباقي بعد 6 أشهر، فإذا علم أن معدل الخصم المتفق عليه لتسوية هذه الديون هو: 6%، المطلوب هو إيجاد القيمة الاسمية للسندين الإذنين.

الحل:

بتطبيق معادلة القيمة على أساس افتراض أن التاريخ الأساسي الفرضي هو الآن.

مجموع القيم الحالية للديون قبل التسوية=مجموع القيم الاسمية–مجموع الخصم التجاري المستحق.

مجموع الخصم التجاري = $\frac{\text{مجموع النمر}}{\text{القاسم}} = \frac{(10\times500)+(9\times400)+(8\times200)+(6\times100)}{200}$

مجموع الخصم التجاري = $\frac{5000+3600+1600+600}{200} = \frac{10800}{200} = 54$ د.ج.

مجموع القيم الحالية = 1200 – 54 = 1146د.ج.

- نفرض أن القيمة الاسمية للسند الثاني هي "س":

القيمة الحالية للديون بعد التسوية = 500 + ($\frac{1}{2}$س–$\frac{1}{2}$ س × $\frac{6}{100}$ × $\frac{3}{12}$)+(س–س×$\frac{6}{100}$×$\frac{6}{12}$)

القيمة الحالية للديون بعد التسوية=500+ 1,46س

1146= 500+1,46س

س=442,466 د.ج.

وعلى ذلك:

القيمة الاسمية للسند الأول = 221,233 د.ج.

القيمة الاسمية للسند الثاني = 442,466 د.ج.

2-**تاريخ الاستحقاق المشترك:**[1]

تتمثل هذه الصورة من صور تسوية الديون في تحديد تاريخ معين تتم فيه تسديد كل الديون مرة واحدة رغم اختلاف تواريخ استحقاقها.

مثال:

- شخص مدين بالأوراق التالية في 8 مارس 1991.
  - ✓ 1000 د.ج تستحق بعد 40 يوما أي في يوم 17 أفريل.
  - ✓ 2000 د.ج تستحق بعد 50 يوما أي في يوم 27 أفريل.
  - ✓ 4000 د.ج تستحق بعد 80 يوما أي في يوم 27 ماي.

-فإذا أراد هذا المدين التخلص من كل هذه الديون بدفعها كلها مرة واحدة في 27 أفريل 1991، فالمطلوب هو تحديد المبلغ الواجب دفعه إذا علم أن معدل الخصم والفائدة 6% سنويا.

الحل:

- لحساب قيمة هذه الديون في تاريخ الاستحقاق المشترك (27 أفريل 1991)، فإنه يجب علينا حساب جملة الدين الأول لمدة 10 أيام، والقيمة الحالية للدين الثالث عن شهر كامل، أما الدين الثاني فإنه يستحق في تاريخ الاستحقاق المشترك بمبلغه الأصلي دون زيادة أو نقصان، على ذلك:

قيمة الدين في 27 أفريل 1991(تاريخ الاستحقاق المشترك)= $(1000+ 1000 \times \frac{6}{100}\times\frac{10}{360}) + 2000 + (4000-4000\times\frac{6}{100}\times\frac{30}{360})$

[1] Mohamed LOUNES، مرجع سبق ذكره، ص193.

قيمة الدين في 27 أفريل 1991(تاريخ الاستحقاق المشترك)= 2000+1001,667 + 3980 = 6981,667د.ج.

3-تاريخ الاستحقاق المتوسط:[1]

في كثير من الحالات ما تتوقف نفس المدين إلى تسديد دينه بالقيم الاسمية ذاتها والمستحق سدادها. وللوصول إلى اتفاق بين الدائن والمدين لتسديد الديون بنفس قيمتها الاسمية (أي دون تحقيق مكسب أو خسارة للطرفين)، فإنه يتعين البحث عن تاريخ استحقاق يحقق ذلك، هذا التاريخ يسمى بتاريخ الاستحقاق المتوسط، وفي الغالب ما يستخدم في تسوية الحسابات.

المدة التي بعدها تستحق كل الديون بقيمتها الاسمية(مدة تاريخ الاستحقاق المتوسط)

$$= \frac{\text{القيمة الاسمية للمبلغ الاول} \times \text{مدته} + \text{القيمة الاسمية للمبلغ الثاني} \times \text{مدته} + \ldots\ldots}{\text{القيمة الاسمية للمبلغ الاول} + \text{القيمة الاسمية للمبلغ الثاني} + \ldots\ldots}.$$

مثال 01:

- شخص مدين بالأوراق التالية:
  - ✓ كمبيالة قيمتها الاسمية 2000 د.ج تستحق في 15 ماي 1991.
  - ✓ كمبيالة قيمتها الاسمية 1000 د.ج تستحق في 23 جويلية 1991.
  - ✓ كمبيالة قيمتها الاسمية 3000 د.ج تستحق في 6 أكتوبر 1991.
- فإذا اتفق المدين مع الدائن في أول ماي 1991 على تسديد المبالغ كلها مرة واحدة بنفس القيم الاسمية(6000 د.ج)، فالمطلوب هو تحديد التاريخ الواجب تسديد الدين فيه (تاريخ الاستحقاق المتوسط).

الحل:

- ✓ مدة استحقاق الدين الأول= 14 يوم.
- ✓ مدة استحقاق الدين الثاني= 30+30+23= 83 يوم.

[1] ناصر دادي عدون، مرجع سبق ذكره، ص 75.

- ✓ مدة استحقاق الدين الثالث= 30+30+31+31+30+6= 158 يوم.

مدة الاستحقاق المتوسط = $\frac{158\times3000+83\times2000+14\times1000}{3000+2000+1000}$ = 109 يوما تقريبا.

- وعلى ذلك يكون تاريخ الاستحقاق المتوسط هو :

30+30+31+8 = 109 يوما أي 8أوت 1991.

مثال 02:

-شخص مدين بالمبالغ التالية:

- ✓ 4800 د.ج تستحق السداد في 25 مارس 1991.
- ✓ 3200 د.ج تستحق السداد في 04 أفريل 1991.
- ✓ 2000 د.ج تستحق السداد في 28 أفريل 1991.

- فإذا طلب هذا المدين من الدائن على أن يسدد كل هذه الديون مرة واحدة بنفس قيمتها الاسمية، فالمطلوب هو تحديد التاريخ الواجب السداد فيه (تاريخ الاستحقاق المتوسط).

الحل: (طريقة النمر والقاسم).

-على فرض أن الاتفاق قد تم في أول مارس 1991، واعتبر هذا اليوم هو تاريخ استحقاق فرضي، فإن المدين يخسر مقدار الخصم والذي مجموع نمره هو:

مجموع النمر= 4800×24 +3200×34 +2000×58 = 340000 د.ج.

هذا النمر المستخرج يجب أن يقابل نمر الأيام المطلوب إيجادها على فرض أن عدد الأيام هو: "ن".

إذن: 340000= 10000 × ن

ن= 34 يوم.

أي عدد الأيام من أول مارس حتى تاريخ الاستحقاق المتوسط = 34 يوما.

وعلى ذلك فإن تاريخ الاستحقاق المتوسط هو: 4 أفريل 1991.

- على فرض أن الاتفاق تم في 15 مارس 1991، فإن:

مجموع النمر = $10\times4800 + 20\times3200 + 44\times2000 = 200000$ د.ج.

هذا النمر المستخرج يجب أن يقابل نمر الأيام المطلوب إيجادها.

$200000 = 10000 \times$ ن

ن = 20 يوما.

وعلى هذا الأساس فإن تاريخ الاستحقاق المتوسط هو: 4 أفريل 1991.

حل آخر:

على أساس تاريخ فرضي هو: 25 مارس 1991.

ن = $\frac{34\times2000+10\times3200+0\times4800}{2000+3200+4800}$.

ن = $\frac{100000}{10000} = 10$ أيام.

وعلى ذلك فإن تاريخ الاستحقاق المتوسط هو: 4 أفريل 1991؛ مع ملاحظة عدم تغير تاريخ الاستحقاق المتوسط على الرغم من تغير تاريخ الاستحقاق الفرضي وأيضا طريقة الحل.

تمارين قسم القائدة البسيطة:

التمرين الأول:

أودع أحد الأشخاص مبلغ 400 د.ج في أحد البنوك في 15 مارس 1992، فإذا كان البنك يمنح العملاء فائدة بسيطة صحيحة بمعدل سنوي 5%، وبمراجعة حساب هذا العميل في تاريخ معين، وجد أن البنك أضاف لحسابه فوائد مقدارها 4 دنانير.

المطلوب:

إيجاد التاريخ الذي أضيفت فيه الفوائد لحساب العميل.

التمرين الثاني:

اقترض شخص مبلغ 14600 د.ج في أحد أيام سنة 1992، ولقد قام بدفع فوائد مقدارها 255,5 د.ج في 25 ماي 1992 للمقرض الذي حسب هذه الفوائد على أساس معدل فائدة سنوي قدره 6%.

المطلوب:

تحديد تاريخ القرض.

التمرين الثالث:

أودع شخص مبلغين مختلفين بفائدة بسيطة في أحد البنوك، الأول بمعدل 4% والثاني بمعدل 6%، فبلغ ما استحقه من فوائد سنوية 440 د.ج، إلا أنه قد اتضح لهذا الشخص أنه لو كان قد أودع المبلغ الأول بمعدل 6% والثاني بمعدل 4%، لأستحق فائدة سنوية يزيد قدرها عن ما استحقه أولا بمقدار 120 د.ج.

المطلوب:

ما هي قيمة المبلغين؟

التمرين الرابع:

بلغ نمر 3 مبالغ بتاريخ 10جانفي 1991 420000 د.ج، وكان معدل الفائدة التجارية 6%، فإذا أودع المبلغ الأول بتاريخ 21ديسمبر 1990، المبلغ الثاني 21نوفمبر 1990

والثالث مجهول تاريخ الإيداع، وقد كانت فائدة المبلغ الأول تساوي 1/2 فائدة المبلغ الثاني وفائدة المبلغ الثاني تساوي 1/2 فائدة المبلغ الثالث، وكانت قيمة المبلغ الثالث 4000 د.ج.

المطلوب:

ما هي قيمة بقية المبالغ، وما هو تاريخ إيداع المبلغ الثالث؟

<u>التمرين الخامس:</u>

مبلغان مجموعهما 2000 د.ج، أودعا بمعدلين مختلفين مجموعهما 22%، فكانت الفوائد السنوية للمبلغ الأول 120 د.ج، وللمبلغ الثاني 96 د.ج.

المطلوب:

أحسب معدلي الفائدة وقيمة المبلغين.

<u>التمرين السادس:</u>

ما أصل المبلغ الذي لو أستثمر لمدة 120 يوما بمعدل 6 % كفائدة بسيطة تجارية؛ وتستثمر جملته بعد ذلك لمدة 146 يوما وبمعدل فائدة بسيطة صحيحة 5 %، لنتجت فائدة مقدارها:

367,20 د.ج.

<u>التمرين السابع:</u>

أقرض شخص مبلغ 300.000 د.ج بمعدل فائدة ع %، بعد 4 أشهر دفع المقترض 120.000 د.ج للمقرض الذي أداع هذا المبلغ مباشرة بمعدل 9 % .

وبعد سنة من تاريخ القرض الأصلي لاحظ المقرض أن مبالغه قد وضعت بمعدل متوسط يقدر بـ(ع-0,8)%.

المطلوب:

1-أحسب معدل الفائدة ع.

2-ما هو المبلغ الذي سيتحصل عليه المقرض بعد سنة؟

التمرين الثامن :

فتح شخص حسابا في بنك لمدة سنة، بإيداعه أول كل شهر من نصف السنة الأول مبلغ 300 د.ج، وفي أول كل شهر من نصف السنة الثاني مبلغ 400 د.ج، ويسحب في منتصف كل شهر مبلغ 500 د.ج (خلال كل السنة).

فإذا كان معدل الفائدة البسيطة 4 % سنويا.

المطلوب:

حساب رصيد هذا العميل في نهاية السنة.

التمرين التاسع:

الفرق بين الخصم التجاري والخصم الصحيح لورقة تجارية تستحق بعد 60 يوما هو: 2 د.ج، فما هي قيمتها الاسمية إذا كان معدل الخصم هو نفس المعدل الذي بلغ به خصم صحيح لورقة قيمتها الاسمية 12080 د.ج، تستحق بعد 40 يوما؛ مبلغ 80 د.ج.

التمرين العاشر:

قدم شخص كمبيالتين للقطع لدى أحد البنوك بمبلغ 2400 د.ج، تستحق الأولى بعد 90 يوما من الآن، والثانية بعد 45 يوما، فبلغ الخصم التجاري 5 ,22 د.ج.

المطلوب:

إيجاد القيمة الاسمية لكل ورقة إذا علم أن معدل الخصم التجاري 5 ,4 % سنويا.

التمرين الحادي عشر:

-يريد شخص خصم ورقة تجارية بقيمة اسمية (س) في بنك (أ) بالشروط التالية:

- ✓ خصم بمعدل 5%.
- ✓ عمولة 0.20 %.

مصاريف تحصيل 0.80 د.ج.

المطلوب:

1- بين بدلالة (س) وعدد الأيام (ن) المعدل الحقيقي للخصم.

-البنك (ب) يقتطع فقط الخصم بمعدل 6%.

-البنك (جـ) يخصم بالشروط التالية:

- ✓ خصم بمعدل 4,5 %.
- ✓ عمولة 325 ,0 %.

2- بدون الأخذ بعين الاعتبار مصاريف التحصيل للبنك (أ)، ناقش بدلالة (ن) اختيار البنك الأكثر ملائمة لهذا الشخص.

التمرين الثاني عشر:

في: 2006/03/02 قدم أحد التجار إلى البنك الأوراق الآتية لخصمها:

- ✓ سفتجة قيمتها الاسمية: 500 د.ج تستحق في: 2006/06/10.
- ✓ سفتجة قيمتها الاسمية: 200 د.ج تستحق بعد 90 يوما.
- ✓ سفتجة قيمتها الاسمية: ؟ د.ج تستحق في: 2006/06/30.

-فإذا كان معدل الخصم التجاري 9% سنويا، يحسب البنك عمولة قطع بواقع 1,5 % ومصاريف تحصيل 0.5 د.ج عن كل ورقة.

المطلوب:

إيجاد القيمة الاسمية للسفتجة الثانية، إذا علم أن صافي ما حصل عليه هذا التاجر بلغ 1554,1 د.ج.

التمرين الثالث عشر:

-قدم شخص ثلاث أوراق تجارية للخصم، لهم نفس مدة الاستحقاق، معدل خصم الورقة الأولى: 5% وقيمتها الاسمية أقل من الثانية بـ: 972 د.ج.

-معدل خصم الورقة الثالثة: 3% وقيمتها الاسمية أكبر من الثانية بـ: 4860 د.ج.

-مع العلم أن خصوم الأوراق الثلاث متساوية ومجموع هذه الخصوم يساوي: 1% من القيمة الاسمية للورقة الثانية.

المطلوب: أحسب:

1- القيمة الاسمية للأوراق الثلاث.

2- معدل خصم الورقة الثانية.

3- إذا أراد هذا الشخص، في يوم خصم هذه الأوراق، استبدال هذه الأوراق بورقتين لهما نفس القيمة الاسمية، تستحق الأولى بعد 60 يوم، والثانية بعد 120 يوم، أحسب القيمة الاسمية للورقتين إذا كان معدل خصم هذه الورقتين هو: 4%.

التمرين الرابع عشر:

خصم تاجر ورقة تجارية تستحق بعد 60 يوما، فبلغ الخصم التجاري 4 د.ج، فإذا علم أن معدل خصم هذه الورقة هو نفسه المعدل الذي بلغ به خصم صحيح لورقة قيمتها الاسمية 201 د.ج تستحق الدفع بعد 30 يوما، دينارا واحدا.

ما هي القيمة الاسمية لهذه الورقة؟

التمرين الخامس عشر:

مبلغ 9000 د.ج تم تقسيمه إلى 03 أجزاء:

الأول 5 أمثال الثاني، استثمر الثاني لمدة 10 أشهر بمعدل فائدة بسيطة 9 % سنويا، واستثمر الثالث بمعدل فائدة بسيطة 10% لمدة 180 يوما، فبلغت فائدة الثاني نصف (1/2) فائدة الثالث.

المطلوب:

أوجد مقدار كل جزء من الأجزاء الثلاثة.

التمرين السادس عشر:

أودع شخص مبلغين (س،ع) الأول بمعدل فائدة بسيطة 4% والثاني بمعدل فائدة بسيطة 7%، فكانت الفائدة السنوية للمبلغ الثاني أكبر بـ 2640 د.ج عن الفائدة السنوية للمبلغ الأول.

ويتضح كذلك أنه تتساوى الفوائد السنوية للمبلغين إذا أودع المبلغ الأول بمعدل 7% والمبلغ الثاني بمعدل 4%.

المطلوب:

حساب قيمة المبلغين.

التمرين السابع عشر:

أودع شخص مبلغين مجموعهما 8400 دينار بمعدلين الفرق بينهما 0,20 وكانت الفوائد السنوية 412,80 دينار.

لو أودع المبلغ الاول بالمعدل الثاني والمبلغ الثاني بالمعدل الأول لكانت الفوائد السنوية 410,40 دينار.

أحسب المبلغين والمعدلين.

التمرين الثامن عشر:

ثلاث مبالغ مجموعهم 180000 دينار، يكوّنون متتالية حسابية متزايدة بأساس 5000 دينار، أحسب قيمة المبالغ الثالثة.

معدل فائدة المبلغ الأول يساوي 3/2 معدل فائدة المبلغ الثاني، مع العلم أن الفائدة السنوية للمبلغ الأول أكبر من الفائدة السنوية للمبلغ الثاني بقيمة 900 دينار، أحسب المعدلين.

إذا أودع المبلغين (الأول والثاني) بنفس المعدلات السابقة، أحسب المدة التي تتساوى فيها الجملة للمبلغين.

التمرين التاسع عشر:

شخص مدين بورقتين تجاريتين قيمتهما 10000 دينار، تستحق الأول في آخر جوان 2004 والثانية في آخر جويلية 2004.

وفي آخر أفريل 2004 طلب المدين من الدائن أن يستبدل هاتين الورقتين بثلاث أوراق تجارية:

2000 دينار وتستحق في آخر ماي 1997.

3000 دينار وتستحق في آخر جوان 1997.

5000 دينار وتستحق في آخر جويلية 1997.

فإذا علم أن معدل الخصم التي تمت به هذه السنوية هو 6 % سنويا.

المطلوب:

إيجاد القيم الاسمية للورقتين الأوليتين.

التمرين العشرون:

شخص مدين لبنك بالمبالغ التالية:

10000 دينار وتعهد بسدادها في 23 أوت 2006.

8500 دينار وتعهد بسدادها في 09 جوان 2006.

7000 دينار وتعهد بسدادها في 25 ماي 2006.

4500 دينار وتعهد بسدادها في 30 أفريل 2006.

وقبل أن يحل ميعاد استحقاق الدين الأول بعشرين (20) يوما، إتفق هذا الشخص مع البنك على تسديد الديون بالأسلوب التالي:

1- دفع مبلغ 9000 دينار فورا.
2- تسديد الباقي والذي سيبلغ في تاريخ معيّن 23000 دينار، فإذا علم أن معدل الخصم الذي تمت به هذه التسوية هو 4,5 % سنويا.

المطلوب:

تحديد تاريخ استحقاق المبلغ الباقي.

التمرين الواحد والعشرون:

اقترض تاجر مبلغ 1600 دينار على أن يسدد الدّين بعد سنتين (02) مع دفع الفوائد الدورية كل 03 أشهر بمعدل فائدة بسيطة 6 % سنويا.

غير أنه بعد دفع فوائد السنة الأولى في مواعيدها، اتفق مع الدائن على تأجيل الفوائد الباقية إلى يوم استحقاق الدّين، على أن تحسب فوائد التأجيل بمعدل فائدة بسيطة 7 % سنويا، فإذا علم أنه دفع يوم السدّاد النهائي مبلغ 698,52 دينار من أصل الدّين المستحق عليه، وحرّر

بالباقي سندين القيمة الإسمية للسند الأول ضعف القيمة الإسمية للسند الثاني ويستحق الأول بعد 06 أشهر والثاني بعد 09 أشهر من تاريخ تحريرها، وكان معدل الخصم 5 % سنويا.

المطلوب:

إيجاد القيمة الاسمية لكل سند.

التمرين الثاني والعشرون:

قدم شخص ورقة تجارية يوم 19 ماي بمعدل خصم 9,2 % وتستحق في يوم 30 جوان، وقدم بعدها ورقة ثانية يوم 02 جوان بمعدل 9,5 % تستحق في نفس تاريخ استحقاق الورقة الأولى. إذا عكس معدلي خصم الورقتين فلن تتغير مجموع القيم الحالية للورقتين.

المطلوب:

أحسب القيم الاسمية للورقتين إذا كان مجموعهما 85000 دينار.

التمرين الثالث والعشرون:

مبلغين مجموعهما 2000 دينار، اودعا بمعدلين مختلفين مجموعها 22، فكانت الفوائد السنوية للمبلغ الأول 120 دينار وللمبلغ الثاني 96 دينار.

المطلوب:

أحسب معدلي الفائدة وقيمة المبلغين.

التمرين الرابع والعشرون:

تم شراء آلة بالكيفية التالية:

الطريقة الأولى: دفع فورا 9420 دينار.

الطريقة الثانية: دفع فورا 3000 دينار والباقي في 12 ورقة تجارية شهرية بقيمة 600 دينار لكل ورقة تستحق الاولى بعد شهرمن يوم الشراء.

المطلوب:

1/ أحسب معدل الفائدة الذي استعمله البائع.

2/ المشتري إقترح دفع 3000 دينار فورا واستبدال الأوراق السابقة بورقة واحدة بقيمة 7200 دينار.

أحسب المدة التي يدفع فيها الورقة الوحيدة.

3/ أخيرا، تم الاتفاق على أن يدفع المشتري 4680 دينار يوم الشراء والباقي في 3 أوراق تجارية بمبالغ تكون متتالية هندسية بأساس 2، تستحق الأولى بعد 4 أشهر والثانية بعد 8 أشهر والثالثة بعد 12 شهر.

أحسب القيم الاسمية للأوراق الثلاث إذا كان معدل الخصم 12 %.

التمرين الخامس والعشرون:

جمع وجداء خصم تجتري وخصم صحيح لنفس ورقة تجارية كالتالي: الجمع = 454,05، الجداء = 51536,25.

إذا كان معدل الخصم 4%،

المطلوب:أحسب:

1) الخصم التجاري والخصم الصحيح.
2) مدة استحثاث هذه الورقة التجارية.
3) القيمة الاسمية لهذه الورقة.

التمرين السادس والعشرون:

ورقة تجارية تاريخ استحقاقها 1995/06/20 خصمت بتاريخ 95/04/09 بمعدل 12%، وبلغ مجموع الخصم التجاري والخصم الصحيح 505 دينار.

المطلوب:

1- أحسب قيمتها الاسمية.
2- أحسب المعدل الحقيقي للخصم إذا كانت العمولة 17 دينار.

التمرين السابع والعشرون:

اقترض شخص مبلغ 300000 دينار بمعدل فائدة ع%، بعد 4 أشهر دفع المقترض 120000 دينار للقرض الذي أداع هذا المبلغ مباشرة بمعدل 9%.

وبعد سنة من تاريخ القرض الأصلي لاحظ المقرض أن مبالغه قد وظفت بمعدل متوسط يقدر بـ (ع-0,8)%.

المطلوب:

1- أحسب معدل الفائدة ع.

2- ما هو المبلغ الذي سيتحصل عليه المقرض بعد سنة.

التمرين الثامن والعشرون:

دين قيمته قس يدفع بعد ن يون، استبدل بعدد ن من الديون بقيمة $\frac{\text{قس}}{\text{ك}}$ لكل دين، تدفع بانتظام على الشكل التالي:

س، 2س، 3س، ...، ك س يوم.

المطلوب:

1- حدد قيمة س حيث أن التسوية تمت يوم الاستبدال، مع العلم أن معدل الخصم هو ع.

2- نفس السؤال لكن بفرض أن التسوية تمت في تاريخ دفع آخر ديمن من الديون الجديدة. وهل يمكن تصور هذه النتيجة.

التمرين التاسع والعشرون:

قد شخص ثلاث أوراق للخصم، لهم نفس مدة الاستحقاق، معدل خصم الورقة الأولى 5% وقيمتها الاسمية أقل من الثانية بـ 972 دينار، معدل خصم الورقة الثالثة 3% وقيمتها الاسمية أكبر من الثانية بـ 4860 دينار، مع العلم أن، خصوم الأوراق الثلاث متساوية ومجموع هذه الخصوم يساوي 1% من القيمة الاسمية للورقة الثانية.

المطلوب أحسب:

1- القيمة الاسمية لكل ورقة.

2- معدل خصم الورقة الثانية.

3- إذا أراد هذا الشخص في يوم خصم هذه الأوراق، استبدال هذه الأوراق بورقتين لهما نفس القيمة الاسمية، تستحق الأولى بعد 60 يوم، والثانية بعد 120 يوم، أحسب القيمة الاسمية للورقتين إذا كان معدل خصم هاتان الورقتان هو 4%.

التمرين الثلاثون:

أودع شخص مبلغين مجموعهما 10000 دينار، الأولى بمعدل ع% والثاني بمعدل (ع-1)%، وكانت الفوائد السنوية للمبلغين كالتالي، الأولى 240 دينار والثاني 300 دينار.

المطلوب:

1- أوجد قيمة المبلغين بدلالة ع.

2- أحسب معدلي الفائدة وقيمة كل من المبلغين.

3- أحسب المدة التي يصل فيها الفرق بين جملتين المبلغين إلى 2600 دينار.

التمرين الواحد والثلاثون:

أشترى تاجر بضاعة بمبلغ 10000 دينار وبعد مضي سبعة (07) أشهر على تاريخ شرائها باعها بالكيفية التالية:

دفع المشتري مبلغ 6200 دينار فورا وحرر سندا بمبلغ 5000 دينار يستحق بعد سنة كاملة من تاريخ تحريره.

المطلوب:

حساب ربح هذا التاجر يوم بيعه للبضاعة علما بأن كلا من معدل الفائدة والخضم التجاري 9% سنويا، تحسب العمولة على أساس 1% من القيمة الاسمية للسند وتهمل مصاريف التحصيل.

التمرين الثاني والثلاثون:

أودع شخص مبلغين مجموعهما 8400 دينار بمعدلين فرق بينهما 0,20 وكانت الفوائد السنوية 412,8 دينار.

لو أودع المبلغ الأول بالمعدل الثاني والمبلغ الثاني بالمعدل الأول لكانت الفوائد السنوية 410,40 دينار.

المطلوب:

أحسب المبلغين والمعدلين.

التمرين الثالث والثلاثون:

اشترى شخص بضاعة بمبلغ 7990 دينار واتفق مع البائع على أن يدفع فورا مبلغ 2000 دينار، ويحرر الباقي على كمبيالتين، تستحق الأولى بعد 3 أشهر من الآن والثانية بعد 6

أشهور من الآن أيضا، وأن القيمة الاسمية للكمبيالة الأولى ضعف القيمة الاسمية للكمبيالة الثانية.
فإذا علم أن البائع قد حدد القيمة الاسمية للكمبيالتين على أساس إذا خصمتا لدى أحد البنوك بمعدل تجاري 4,5% سنويا، لأعطت باقي ثمن الشراء.
المطلوب:
إيجاد القيمة الاسمية للكمبيالتين.

التمرين الرابع والثلاثون:

شخص مدين في 15 ماي 1990 بالمبالغ التالية:
200 دينار وتعهد بسدادها بعد 30 يوما.
300 دينار وتعهد بسدادها بعد 20 يوما.
400 دينار وتعهد بسدادها بعد 60 يوما.
فإذا علم أن معدل الفائدة والخصم التجاري 4,5% سنويا وأن المدين قد دفع سدادا لهذه الديون في تاريخ معين مبلغ 905,625 دينار.
المطلوب:
إيجاد تاريخ التخلص من هذه الديون (تاريخ لاستحقاق المشترك).

التمرين الخامس والثلاثون:

شخص مدين للبنك بالمبالغ التالية:
400 دينار تعهد بسدادها في 15 جانفي 1990
600 دينار تعهد بسدادها في 30 جانفي 1990
500 دينار تعهد بسدادها في 4 فبراير 1990
وقبل أن يحل ميعاد استحقاق الدين الأول بعشرة (10) أيام اتفق هذا الشخص مع البنك على تسديد الديون الثلاثة بالأسلوب التالي:
1- دفع 297,75 دينار فورا للبنك.
2- سداد الباقي والذي سيبلغ في تاريخ استحقاق معين 1200دينار، فإذا علم ان معدل الخصم الذي اتفق عليه لتسوية هذه الديون هو 4,5% سنويا.

المطلوب:
تجديد تاريخ سداد المبلغ الباقي.

التمرين السادس والثلاثون:

أحد الدائنين سحب الكمبيالات الآتية على أحد المدينين:

الأولى: قيمتها الاسمية 1000 دينار تستحق في 1996/03/01
الثانية: قيمتها الاسمية 2000 دينار تستحق في 1996/06/17
الثالثة: قيمتها الاسمية 3000 دينار تستحق في 1996/07/07
في 1996/04/16 لم يكن المدين قد سدد الكمبيالة المستحقة عليه فاتفق مع الدائن على :
أ/ أن يسدد فورا مبلغ 2501 دينار.
ب/ يحرر كمبيالة جديدة تسوية لباقي الديون تستحق في 1996/07/17.

المطلوب:

إيجاد القيمة الاسمية للكمبيالة الجديدة إذا علم أن معدل الفائدة التجارية والخصم التجاري 12% سنويا.

التمرين السابع والثلاثون:

ورقة تجارية تستحق في يوم 30 جوان قدمت للخصم في 19 ماي بمعدل خصم 9,2 %، ورقة أخرى لها نفس تاريخ الاستحقاق قدمت للخصم يوم 02 جوان بمعدل 9,5 %.

إذا عكس معدلي خصم الورقتين فلن يتغير مجموع القيم الحالية في الحالتين.

المطلوب: أحسب القيم الاسمية للورقتين إذا علم أن مجموعهما 85000 دينار.

الفصل الخامس: القانون الأساسي للفائدة المركبة.

1- عموميات وتعاريف:

نقول على الفائدة أنها بسيطة إذا لم تدمج مع رأس المال الأصلي لتنتج بدورها فوائد، ونقول بأنها مركبة إذا أضيفت إلى رأس المال لتنتج معه فوائد أخرى في نهاية المدة للحصول على رأسمال جديد ينتج بدوره فوائد جديدة في المدة التالية.[1]

مثال:

استثمر شخص 12000 د.ج لمدة 3 سنوات بمعدل فائدة مركبة قدره: 5%.

المطلوب: حساب جملة رأس المال الأصلي بعد 3 سنوات.

الحل:

أ=12000 ، ن= 3 ، ع= 5 %.

جـ= أ+ ف.

السنة1: $جـ_1$ =12000 + $\frac{5\times12000}{100}$ = 12600 د.ج.

السنة 2: $جـ_2$ = 12600+ $\frac{5\times12600}{100}$ = 13230 د.ج.

السنة 3: $جـ_3$ = 13230+ $\frac{5\times13230}{100}$ = 13891, 50 د.ج

[1] ناصر دادي عدون، مرجع سبق ذكره، ص55.

2- المدة:

في حالة الفوائد المركبة العمليات المالية دائما مدتها أكثر من السنة، والمدة هي ظرف من الزمن الذي في نهايته تضاف الفوائد إلى رأس المال، وكثيرا ما تكون المدة سنة أو سنة وكسور من السنة المذكورة بالأشهر أو بالأيام وقد تختلف حسب العقود المالية.

3- معدل الفائدة:

مثل معدل الفائدة البسيطة، معدل الفائدة المركبة نسبة مئوية محددة تمثل فائدة 100 وحدة نقدية لمدة معينة.

4- جملة وحدة النقود مستثمرة بفائدة مركبة بمعدل "ع" بعد مدة أول استثمار:[1]

نستخلص مما سبق أن الدينار الواحد المستثمر خلال المدة المعينة ينتج فائدة ع ويحصل فيما بعد على قيمة نهائية أو جملة 1 + ع وبما أن الجملة لها علاقة طرديه مع رأس المال الأصلي فتكون جملته (أ) مرة أكثر من جملة الدينار الواحد، أي الجملة (جـ) = أ(1+ع) بالنسبة للسنة الواحدة.

قاعدة أساسية:

للحصول على جملة رأسمال ما بعد مدة استثمار سنة واحدة وبمعدل "ع" يجب ضرب الأصل في (1+ع).

---

[1] Miloud BOUBKER، مرجع سبق ذكره، ص53.

5- معادلة الفوائد المركبة:

مما سبق يظهر أن جملة رأس المال (أ) في نهاية المدة الأولى: جـ = أ (1+ع) فالرأسمال هذا هو المبلغ الذي يستثمر في بداية المدة الثانية، وفي نهاية المدة هذه سيصبح الرأسمال كالتالي:

أ (1+ع) (1+ع) أي: أ $(1+ع)^{2}$.

يجب في نهاية كل مدة ضرب الجملة السابقة المحصل عليها ب 1+ع

وكما أشرنا إليه: جـ =أ $(1+ع)^{ن}$.

الحالة الأولى: جملة مبلغ نقدي واحد باستخدام جداول الفائدة المركبة تحت $(1+ع)^{ن}$.

المثال الأول: حساب الجملة.

أودع شخص مبلغ 1000 د.ج في أحد البنوك التجارية وتعهد هذا الشخص على أن لا يقوم بسحب هذه المبالغ إلا بعد خمسة سنوات كاملة من تاريخ الإيداع، فإذا علم أن البنك يمنح عملاءه فائدة مركبة بمعدل سنوي 6% ، فالمطلوب هو إيجاد جملة ما يستحقه العميل في نهاية المدة.

الحل:

جـ = أ$(1+ع)^{ن}$

جـ = $1000(1+0.06)^{5}$

ومن خلال جداول الفائدة المركبة نجد أن: (الجدول رقم 01).

$(1+0.06)^{5} = 1.3382256$

جـ = 1000 × 1.3382256

جـ = 1338.2256 د.ج.

المثال الثاني: حساب الأصل (أ).[1]

أحسب رأس المال المستثمر خلال 15 سنة بمعدل 3% كل سنة، والذي تبلغ جملته: 2650 د.ج.

الحل:

جـ = أ(1+ع)^ن

$$\text{أ} = \frac{\text{جـ}}{(1+\text{ع})^{\text{ن}}}$$

$$\text{أ} = \frac{2650}{(1+0.03)^{5}}$$

$$\text{أ} = \frac{2650.}{1.5579674}$$

أ = 1780.93 د.ج.

المثال الثالث: حساب معدل الفائدة المركبة.

أحسب معدل الفائدة المركبة الذي يسمح لرأسمال قدره 5000د.ج مستثمر بعد 6 سنوات أن يصبح 6511.30 د.ج.

الحل:

جـ = أ(1+ع)^ن

[1] المرجع السابق، ص63.

$(1+ع)^{ن} = \frac{جـ}{أ}$.

$(1+ع)^{6} = \frac{6511.30}{5000}$.

$(1+ع)^{6} = 1.302260$

ع = 4.5%.

المثال الرابع: حساب مدة الاستثمار.

أحسب مدة الاستثمار لرأسمال قدره 2000 د.ج ومعدله 4% وجملته: 3745.9.

الحل:

جـ = أ$(1+ع)^{ن}$

$(1+ع)^{ن} = \frac{جـ}{أ}$.

$(1+ع)^{ن} = \frac{3745.9}{2000}$.

$(1.04)^{ن} = 1.872960$.

ن = 16 سنة.

الحالات الخاصة بالمدة:

كما ذكرنا أن المدة تختلف حسب العقود، يمكن اعتبار مدة الاستثمار كمجموع عدد كامل من العدد (ن) وجزء من المدة (∞) أقل من الواحد؛ وفي هذه الحالة مدة الاستثمار تكتب كالتالي:

(ن+ ∞) و (∞) دائما أقل من الواحد.

مثال:

- مدة استثمار 12 سنة و3 أشهر تكتب: $(12+\frac{3}{12})$ ، أي: (ن+ ∞) = $(12+\frac{1}{4})$
- مدة استثمار 5 سنوات و20 يوم تكتب: $(5+\frac{20}{360})$ ، أي: (ن+ ∞) = $(5+\frac{1}{18})$

جملة مبلغ نقدي واحد مستثمر بفائدة مركبة بمعدل (ع) بعد مدة استثمار (ن+ ∞)

في هذه الحالة جـ = أ$(1+$ع$)^{ن+∞}$، هذه المعادلة مثل المعادلة السابقة تحتوي على 4 عوامل، ويمكن حساب كل من هذه العوامل حسب الطريقة المستعملة سابقا.

ملاحظة:

الجدول المالي يأخذ بعين الاعتبار إلا مجموع المدد التي عددها كامل والمدد التي أقل من المفرد غير مذكورة في الجدول، وفي هذه الحالة نستعمل دائما طريقة التدريج.

1- حساب الجملة:

أحسب جملة رأسمال قدره 8600 د.ج، استثمر بمعدل: 3% بعد 12 سنة و9 شهور.

الحل:

نلاحظ أن المدة من الشكل: ن+ ∞.

$12+∞ = 12+\frac{9}{12}$ ومنه: $∞ = \frac{3}{4}$.

ن = 12 : $(1+0.03)^{12} = 1.4257609$.

الفرق = 0.0427728.

ن = 13 : $(1+0.03)^{13}$ = 1.4685337.

ومنه: ∞ = $\frac{3\times0.0427728}{4}$ = 0.0320796.

$(1+0.03)^{12+\infty}$ = 1.4257609+0.0320796 = 1.4578405.

جـ = 8600 × 1.4578405 = 12537.428د.ج.

2- حساب أصل المبلغ:

مثال:

أحسب مبلغ رأسمال مستثمر من 1 جانفي 1965 بمعدل فائدة مركبة قدره: 4% سنويا، والذي تكون جملته يوم 30 جوان 1982 مقدرة بـ: 10000 د.ج.

الحل:

ن = 17 سنة و 180 يوم (أو 6 أشهر).

∞ = $\frac{180}{360}$ = 0.5.

ن+ ∞ = 17+ 0.5.

جـ = أ(1+ع)$^{ن+\infty}$

أ = جـ/(1+ع)$^{ن+\infty}$

أ = $10000/(1.04)^{17.5}$.

أ = $10000 \times (1.04)^{-17}$.

$(1+ع)^{-ن} = (1.04)^{-17} = 0.5133732$.

الفرق $= 0.0197451$.

$(1+ع)^{-ن} = (1.04)^{-18} = .04936281$

$\infty = 0.0197451 \times 0.5 = 0.00987255$.

$(1+ع)^{-ن-\infty} = 0.4936281 + 0.00987255 = 0.50350065$.

أ $= 10000 \times 0.50350065 = 5035$ د.ج.

3- حساب المدة:

مثال:

أحسب مدة استثمار مبلغ 8500 د.ج أصبح 12460 د.ج بعد عملية استثمار بمعدل فائدة مركبة بنسبة : 4.5% سنويا.

الحل:

جـ = أ$(1+ع)^{ن+\infty}$

$12460 = 8500\ (1.045)^{ن+\infty}$

$(1.045)^{ن+\infty} = 1.465882$.

من الجدول المالي رقم 01 نجد:

$1.4221006 \longleftarrow$ ن = 8

الفرق = 0.0437814.

$1.465882 \longleftarrow (1.045)^{ن+\infty}$

الفرق = 0.0639945.

$1.4860951 \longleftarrow$ ن = 9

$\infty \longleftarrow \frac{360 \times 0.0437814}{0.0639945} = 246.29$ يوم.

ن+∞ = 8 سنوات و247 يوم.

الحالة الثانية: جملة عدة مبالغ نقدية غير متساوية وتدفع على فترات زمنية غير منتظمة.

القاعدة في هذه الحالة هي أن جملة عدة مبالغ نقدية غير متساوية وتدفع على فترات زمنية غير منتظمة عبارة عن حاصل جمع جملة المبلغ الأول، جملة المبلغ الثاني، حتى جملة المبلغ الأخير.

مثال:

اقترض شخص مبلغ 1000 د.ج في أول جانفي 1974، ثم بعد ذلك اقترض مبلغ 2000 د.ج في أول جويلية من نفس العام، وأخيرا 3000 د.ج في أول جانفي 1976، وتعهد بسداد كل هذه المبالغ في آخر ديسمبر 1979، فإذا علم أن معدل الفائدة المركبة 6% سنويا، فالمطلوب هو حساب رصيد المدين في: 1979/12/31.

الحل:

جـ = جـ$_1$ + جـ$_2$ +جـ$_3$.

جـ$_1$ = $1000 \times (1+ 0.06)^6 = 1000 \times 1.4185191 = 1418.52$

جـ$_2$ = $2000 \times (1+0.06)^{5+1/2}$

$(1+0.06)^5 = 1.3382256$

الفرق=0.0802935

$(1+0.06)^6 = 1.4185191$

$\infty = 0.0802935 \times 0.5 = 0.04014675$

$(1+0.06)^{5+1/2} = 1.3382256 + 0.04014675 = 1.37837235$

جـ$_2$ = $2000 \times 1.37837235 = 2756.75$

جـ$_3$ = $3000 \times (1+ 0.06)^4 = 3000 \times 1.262477 = 3787.42$

الرصيد = $1418.52 + 2756.75 + 3787.42 = 7962.69$ د.ج.

الحالة الثالثة: جملة المبالغ المتساوية والتي تدفع على فترات زمنية منتظمة (الدفعات).

1- أنواع الدفعات:

تختلف حسب العملية المالية.

أ- من ناحية مبلغ الدفعات:

- الدفعات الثابتة: هذا يعني أن جميع الدفعات ذات نفس المبلغ.
- الدفعات المتغيرة: أي الدفعات ذات مبالغ مختلفة.

ب-من ناحية المدة أو عدد الدفعات: نلاحظ

- الدفعات المؤكدة: ويقصد بالدفعة المؤكدة المبالغ الدورية المتساوية التي لا تتوقف دفع أو سداد قيمتها على أي من الحوادث المختلفة، ولا يرتبط بأي شروط كانت، هذه الدفعات المؤكدة معلومة العدد مقدما.
- الدفعات الاحتمالية: هي تلك المبالغ الدورية المتساوية التي يتوجب دفع أو سداد قيمتها على حادث معين، فينقص أو يزيد عدد الدفعات حسب ظروف الحادث المرتبط بالدفعات الاحتمالية مثل المعاش الذي يدفع لشخص لطالما هو على قيد الحياة أو لمدة محددة بشرط أن يكون حي، فإذا توفي يتوقف دفع المعاش.

وفي هذا الفصل سوف ندرس الدفعات الثابتة المؤكدة عادية كانت أم فورية.

1- الدفعات العادية: (في نهاية المدة).

هذه الدفعات العادية هي تسديد دين معين والمسألة هي تحديد القيمة النهائية أو الجملة (جـ) لسلسلة الدفعات في الفترة الزمنية الأخيرة للدفع، نرمز بـ (د) لقيمة كل دفعة، (ن) تبين عدد الدفعات طالما تدفع في نهاية المدة التي هي السنة الكاملة، (ع) معدل الفائدة.[1]

حساب الجملة لسلسلة الدفعات في آخر المدة يكون كالآتي:

جـ = د × $(1 + ع)^{ن} - 1$ / ع.

لحساب هذه المعادلة يستعمل جدول الأقساط رقم "3" صفحة 81.

الدفعات العادية (في نهاية المدة):[2]

[1] Miloud BOUBKER، مرجع سبق ذكره، ص79.

[2] ناصر دادي عدون، مرجع سبق ذكره، ص79.

الجملة عند النقطة ن	مدة الإيداع	الدفعات
د × (1+ع)$^{\text{ن}-1}$	**ن−1**	**الأولى**
د × (1+ع)$^{\text{ن}-2}$	**ن−2**	**الثانية**
د × (1+ع)$^{\text{ن}-3}$	**ن−2**	**الثالثة**
.	.	.
.	.	.
د × (1+ع)	**1**	**ن−1**
د × (1+ع)^{0}= د	**0**	**ن**

جـ = د+ د(1+ع) + د(1+ع)^{2} + ...+ د(1+ع)$^{\text{ن}-1}$

وبملاحظة عناصر هذه الجملة نجد أنها تكون متتالية هندسية متزايدة حدها الأول د وأساسها (1+ع) وعدد حدودها ن.

ومن علاقة المتتالية الهندسية: مجموعها **s** وأساسها **r** وعدد حدودها **n** وحدها الأول **a** ، بحيث:

$$S = a\times r^{n}-1/r-1$$

ومنه: جـ = د(1+ع)$^{\text{ن}-1}$−1 / (1+ع) −1.

جـ = د(1+ع)$^{\text{ن}-1}$−1 /ع.

1- حساب الجملة "جـ"

مثال (01):

اتفق شخص في 1975/1/1 على أن يدفع لإحدى شركات تأمين مبلغ سنوي مقداره 3000 د.ج لمدة 15 سنة، يبدأ الدفع بمبلغ الدفعة الأولى في نهاية كل سنة، علما أن معدل الفائدة المركبة السائدة في السوق هو: 4,5%.

المطلوب: حساب ما يستحق الدائن لدى شركة التأمين في نهاية المدة.

الحل:

جـ = $3000 \times (1.045)^{15}-1/0.045$

جـ = 3000×20.7840543

جـ = 62352.163 د.ج.

2- حساب معدل الفائدة "ع".

مثال (02):

حساب معدل الفائدة المركبة لدفعات مبلغ كل منها 2000 د.ج تمكن من دفع دين قدره 39200 د.ج وعدد الدفعات 15 دفعة.

الحل:

$(1+ع)^{ن}-1/ع$ = جـ/د = 39200/ 2000 = 19.60.

$(1+ع)^{15}-1/ع$ = 19.60 ومن جدول الأقساط "ع" تقع بين 3.5% و 3.75%

3.5 ⟵ 19.2956809

0.3043191

ع ⟵ 19.60

0.3599736

3.75 ⟵ 19.6556545

$\frac{0.25\times0.3043192}{0.3599727} = 0.211348207$

ع = 3.50 +0.211348207

ع = 3.71%

3- حساب قيمة كل دفعة"د":[1]

من خلال المعادلات الأساسية نستخرج "د".

د = جـ ×ع /(1+ع)^ن −1

ع/ (1+ع)^ن −1 = [ع/ 1− (1+ع)^-ن] −ع ⟵ د = جـ [ع/ 1− (1+ع)^-ن] −ع

وهذه العبارة تمكننا من حساب د باستعمال جدول الأقساط رقم "5" (الصفحة 161).

[1] ناصر دادي عدون، مرجع سبق ذكره، ص90.

مثال(03):

ما هو مبلغ كل من 20 دفعة في نهاية المدة التي تسمح بتكوين رأسمال مبلغه 100.000 د.ج بمعدل استثمار سنوي قدره 5%.

الحل:

د = جـ [ع/ 1− (1+ع)$^{-ن}$] −ع

جـ = 10^{5} ، ن =20 ، ع = 5%.

د = 10^{5} [0.05/ 1− (1.05)$^{-20}$] −0.05

د = 10^{5} (0.0802426 − 0.05)

د = 3024.26 د.ج.

4- حساب عدد الدفعات "ن":

من خلال المعادلات الأساسية:

جـ/د = (1+ع)^{ن} −1/ع (من خلال جدول الأقساط رقم "03").

مثال(04):

دين مبلغه 81170 د.ج تم دفعه ببعض الأقساط في نهاية المدة، كل منها يساوي 4000د.ج ومعدل الفائدة المستعمل قدره 5.5%.

المطلوب: حساب عدد الدفعات.

الحل:

جـ/د = 81170/4000 = 20.2925 ⟵ ن = 14 دفعة (من الجدول رقم 03).

دفعات التوظيف(الدفعات غير العادية في بداية المدة[1]

هدف هذه الدفعات هو تكوين رأسمال في فترة بعد الدفعة الأخيرة.

جـ' = جـ (1+ع)   ونعلم أن: جـ = د ×(1+ع)^{ن}−1 /ع

جـ' = د ×(1+ع)^{ن}−1 /ع ×(1+ع).

البحث في جـ'، د يفرض علينا أن نطبق نفس الطرق التي سمحت لنا بحساب (جـ) و(د) من الدفعات العادية.

حساب ن تحسب ن بعد تطبيق المعادلة الآتية: (1+ع)^{ن}−1 /ع = جـ' / د(1+ع).

مثال 06:

[1] Miloud BOUBKER، مرجع سبق ذكره، ص88.

16دفعة مبلغ كل منها 6500 د.ج لابد أن تدفع في 01/01 1965 إلى 1980/01/01.

ما هو رأسمال المكون يوم 31 ديسمبر 1980 بمعدل: 4.5%

الحل:

$ج = د \times (1+ع)^{ن} - 1 / ع = 6500\ (22.7193377) = 147675.69$

$ج' = ج\ (1+ع) = 147675.69\ (1.045) = 154321.0$

الفصل السادس: قانون القيمة الحالية.

الحالة الأولى: القيمة الحالية لمبلغ نقدي واحد[1]

إذا اعتبرنا أن القيمة النقدية لمبلغ ما، اليوم هي القيمة الحالية لهذا المبلغ، أي القيمة الحالية لقيمته الاسمية، فإن جملة القيمة الحالية لابد وأن تعطي لنا القيمة الاسمية، وعلى ذلك فإن من القانون الأساسي للفائدة المركبة نجد أن:

$\text{جـ} = \text{أ}\ (1+\text{ع})^{\text{ن}}$.

وجملة المبلغ هنا هي القيمة الاسمية وأصل المبلغ هو القيمة الحالية، إذن:

القيمة الحالية للمبلغ = القيمة الاسمية/ $(1+\text{ع})^{\text{ن}}$.

القيمة الحالية = القيمة الاسمية × $(1+\text{ع})^{-\text{ن}}$.

$\text{ق}_{\text{ح}} = \text{ق}_{\text{س}} \times (1+\text{ع})^{-\text{ن}}$.

ويمكن حساب هذه العبارة في الجدول المالي رقم 02 (الصفحة 04).

مثال01:

قدم أحد الأشخاص لبنك كمبيالة لخصمها بمبلغ 1000 د.ج تستحق الدفع بعد 7 سنوات من الآن، فإذا علم أن معدل الخصم 6% سنويا فالمطلوب إيجاد القيمة الحالية للورقة.

[1] المرجع السابق، ص65.

الحل:

ق$_{ح}$ = ق$_{س}$ × (1+ع)$^{-ن}$.

ق$_{ح}$ = $1000(1+0.06)^{-7}$ من الجدول المالي رقم 03.

ق$_{ح}$ = 1000×0.6650571

ق$_{ح}$ = 665.057

مثال 02:

شخص مدين بمبلغ 1000 د.ج تستحق الدفع بعد 4 سنوات و ربع السنة، أراد التخلص من هذا الدين اليوم، فإذا علم أن عدل الخصم السائد هو 6% سنويا فالمطلوب هو حساب ما يجب أن يدفعه المدين الآن.

الحل:

ق$_{ح}$ = ق$_{س}$ × (1+ع)$^{-ن}$.

ق$_{ح}$ =$1000(1+0.06)^{-(4+1/4)}$.

ق$_{ح}$ = $1000(1+0.06)^{-4.25}$.

$(1.06)^{-4} \longrightarrow 0.7920937$

0.0448355

$(1.06)^{-5} \longrightarrow 0.7472582$

$(1.06)^{0.25}$ ⟵ $0.011208875 = 0.25 \times 0.0448355$

$(1.06)^{-4.25} = 0.7472582 + 0.011208875 = 0.758467075$.

ق$_{ح}$ = $1000 \times 0.758467075 = 758.47$ د.ج.

الحالة الثالثة : القيمة الحالية لسلسلة الدفعات الثابتة في نهاية المدة

القيمة الحالية للدفعات هي قيمة هذه الدفعات الآن التي كانت مستحقة الدفع في آخر الفترات الزمنية المقبلة.

ويستفاد من إيجاد القيمة الحالية للدفعات في حالات كثيرة وخصوصا عند تغيير أسلوب التخليص من الديون، أي سدادها. فالشخص مثلا المطالب بدفع أقساط سنوية ويريد دفع كل الدين مرة واحدة اليوم، فهو في هذه الحالة يدفع ما يساوي القيمة الحالية للأقساط المستحقة عليه.

وتحسب القيمة الحالية لسلسة الدفعات الثابتة في نهاية المدة(العادية) كالتالي:

ق$_{ح}$ = د× 1−(1+ع)$^{-ن}$ /ع. من الجدول رقم 04 صفحة 121.

1- حساب القيمة الحالية ق$_{ح}$:

مثال:

دين يسدد ب 10 أقساط سنوية مبلغ كل منها 1200 د.ج.

أوجد القيمة الحالية لهذا الدين، إذا كانت نسبة المعدل 3.25.

الحل:

$ق_ح = د \times 1-(1+ع)^{-ن} / ع = 1200 \times 1-(1.0325)^{-10} / 0.0325$.

$ق_ح = 1200 \times 8.4223951 = 10106.874$ د.ج.

2- حساب "د" مبلغ كل دفعة.

$د = ق_ح \times ع / 1-(1+ع)^{-ن}$ من جدول الأقساط رقم 05.

مثال:

متجر قيمته 25000 د.ج يدفع بعد 12 دفعة سنوية متساوية تدفع بعد سنة، معدل الفائدة 6%.

المطلوب: حساب مبلغ كل دفعة.

الحل:

$د = ق_ح \times ع / 1-(1+ع)^{-ن} = 25000 \times 0.06 / 1-(1.06)^{-12}$

$د = 25000 \times 0.1192770 = 2981.925$ د.ج.

القيمة الحالية للدفعات الفورية (في بداية المدة):

$ق_ح = د(1+ع) \times 1-(1+ع)^{-ن} / ع$

$د = ق_ح(1+ع)^{-1} \times ع / 1-(1+ع)^{-ن}$

تمارين قسم الفائدة المركبة:

<u>التمرين الثامن والثلاثون:</u>

أودع أحد الأشخاص مبلغ معين في أحد البنوك، فبلغت الفائدة المركبة المستحقة عن هذا المبلغ لمدة سنتين 102.5 د.ج، فإذا استثمر هذا الشخص نفس المبلغ وبنفس المعدل وبنفس المدة لبلغت فائدة الاستثمار البسيطة 100 د.ج.

المطلوب: حساب كل من أصل المبلغ ومعدل الفائدة الذي حسبت به الفائدة البسيطة والمركبة.

<u>التمرين التاسع والثلاثون:</u>

أودع شخص مبلغ معين وأصبحت جملته 8500 د.ج بعد 7سنوات و3 أشهر، فإذا كان معدل الفائدة المركبة 5%، فما هو أصل هذا المبلغ المودع؟.

<u>التمرين الأربعون:</u>

أودع شخص مبلغ 20000 د.ج وأصبح 25000 د.ج بمعدل 6 % فائدة مركبة.

المطلوب: حساب مدة الاستثمار.

<u>التمرين الواحد والأربعون:</u>

أودع شخص مبلغ 5000 د.ج في أحد البنوك وبعد مضي 6 سنوات كاملة أصبح هذا المبلغ 7200 د.ج.

المطلوب: حساب معدل الفائدة المركبة.

التمرين الثاني والأربعون:

استثمر مبلغ لمدة 3 سنوات وبمعدل فائدة سنوي معين فبلغت الفوائد المركبة للسنوات الثلاث 84.115784 دينار، أما الفرق بين الفائدة المركبة والفائدة البسيطة لنفس المدة هي 45484.84 دينار.

أحسب :

1- المعدل السنوي المستعمل.
2- قيمة المبلغ المستثمر.
3- المدة اللازمة لنفس المبلغ حتى يعطي جملة بفائدة بسيطة جملته لثلاث سنوات بفائدة مركبة بنفس المعدل السابق.

التمرين الثالث والأربعون:

أودعت مؤسسة مبلغا من المال في بنك بمعدل 10 % سنوي، وكانت هذه المؤسسة تسحب فوائدها المستحقة في نهاية كل سنة وتودعها في بنك بمعدل 11 % سنويا، وفي نهاية 8 سنوات من الإيداع في البنك الأول كانت جملة المؤسسة في البنك الثاني 296485.85 دينار. المطلوب:

1-أحسب المبلغ المودع في البنك الأول.
2-هل تستفيد المؤسسة أكثر من الإيداع حسب ما سبق أي بإيداع رأس المال في البنك الأول دون سحب أو بإيداع من البداية في البنك الثاني.

التمرين الربع والأربعون:

في 1987/01/01 بدأ شخص يودع في بنك كل بداية سنة دفعات متساوية، وفي 1992/01/01 خفض قيمة الدفعة إلى أن تصبح ثلث قيمتها، وفي 1995/12/31 وصله كشف حساب البنك و تبين أن رصيده بلغ 51364.83 دينار.

المطلوب:

حساب قيمة الدفعة في كل من الحالتين علما أن معدل الفائدة المركبة 5% سنويا.

التمرين الخامس والأربعون:

مبلغان متساويان استمرا لمدة 8 سنوات بمعدل 5%، فإذا علم أن الأول استثمر بفائدة بسيطة والثاني مركبة فكانت فائدة الأول أقل من فائدة الثاني بمقدار 7,745 دينار.

أوجد كلا المبلغين.

التمرين السادس والأربعون:

أودع شخص مبلغ 2000 دينار في إحدى البنوك بفائدة مركبة 8,5% سنويا فكانت الفوائد في نهاية مدة معينة تقل بمقدار 420 دينار عن فوائد مبلغ آخر مقداره 2500 دينار لمدة ستة (06) سنوات بمعدل 8% سنويا.

أوجد مدة المبلغ الأول.

التمرين السابع والأربعون:

اقترض شخص مبلغ 150000 دينار بفائدة مركبة، عوضا أن يسدد أصل المبلغ وفوائده بعد 5 سنوات أخرى بمبلغ 124807,40 دينار، فما هوا معدل الفائدة المركبة الذي حسبت به هذه العمليات؟

التمرين الثامن والأربعون:

اشترى شخص عقار بثمن 3500000 دينار بالكيفية التالية:

- 1000000 دينار فورا.
- الباقي بثمن (08) دفعات بمعدل فائدة مركبة 5% سنويا.

بعد دفعه الدفعة الثالثة مباشرة، أراد هذا الشخص أن يتخلص من الدين الباقي في أربع (04) دفعات فقط بنفس المعدل.

المطلوب: أحسب قيمة الدفعة الجديدة.

التمرين التاسع والأربعون:

أودع شخص في بنك مبلغا معينا بمعدل فائدة مركبة معيّن فبلغت جملة بعد 4 سنوات 134793,6 دينار، وبعد 6 سنوات 156496,2 دينار.

أحسب قيمة رأس المال المودع.

التمرين الخمسون:

أودع شخص مبلغا معينا في بنك بمعدل فائدة مركبة 7,75% ، وكان هذا الشخص يسحب فوائده في نهاية كل سنة ويودعها في بنك ثاني بمعدل فائدة مركبة 8% سنويا، وفي نهاية السنة السادسة من تاريخ الإيداع في البنك الأول كانت جملة الشخص في البنك الثاني 312693,94 دينار.

1/ أحسب المبلغ المودع في البنك الأول.

2/ هل يستفيد هذا الشخص أكثر من الإيداع حسب ما سبق، إو بإيداع الفوائد ورأسمال في البنك الأول دون سحب، أو بإيداعه من البداية في البنك الثاني.

التمرين الواحد والخمسون:

شخص مدين بالمبالغ التالية:

6000 دينار ويستحق السداد بعد 6 سنوات من الآن.

مجهول القيمة ويستحق السداد بعد 8 سنوات من الآن.

ضعف قيمة الدين الثاني ويستحق السداد بعد 12 سنة من الآن.

على أن المدين رأى أن يستدل هذه الديون بدفع مبلغ 31743,524 دينار بعد 8 سنوات، فإذا علم أن معدل الخصم والفائدة المركبتين 7,75% دينار سنويا.

المطلوب:

حساب كل من قيمة الدين الثاني والدين الثالث.

<u>التمرين الثاني والخمسون:</u>

رأس مال قيمته 16500 دينار بلغت قيمته الحالية 13027,126 دينار بمعدل خصم مركب 5,5%.

المطلوب:

أحسب مدة القيمة الحالية هذه.

<u>التمرين الثالث والخمسون:</u>

اقترض شخص مبلغ 100000 دينار في 2013/05/20، وأصبحت جملته في تاريخ لاحق 120000 دينار بمعدل فائدة مركبة 5% سنويا.

المطلوب: حساب تاريخ سداد هذا القرض.

<u>التمرين الرابع والخمسون:</u>

تريد مؤسسة شراء آلة معينة ولها الاختيارين:

الآلة (أ):

شراء وتركيب: 150000 دينار.

نفقات سنوية: 90000 دينار

القيمة المتبقية المتوقعة بعد 8 سنوات من الاستغلال: 10000 دينار.

الآلة (ب):

شراء وتركيب: 220000 دينار.

نفقات سنوية: 70000 دينار

القيمة المتبقية المتوقعة بعد 6 سنوات من الاستغلال: 20000 دينار.

المطلوب:

تحديد أي من الآلتين تختار المؤسسة إذا كانت هذه الأخيرة تستثمر أموالها بمعدل 5% سنويا.

التمرين الخامس والخمسون:

أودع شخص مبلغ 2000 دينار في يوم 2017/05/08 بمعدل 8,5%.

أوجد تاريخ السحب إذا أصبح هذا المبلغ يساوي 3047,185 دينار بعد مدة معينة.

التمرين السادس والخمسون:

كان أحد الأشخاص يدخر سنويا مبلغ 10000 دينار في أحد البنوك وفي نهاية السنة 15 طلب من البنك أن يتسلم ما يستحق من رصيده على شكل أقساط سنوية في آخر كل سنة ولمدة 10 سنوات فقط، فإذا علم أن معدل الفائدة والخصم في الحالتين 5%.

المطلوب:

تحديد القسط السنوي المستحق للعميل.

التمرين السابع والخمسون:

اشترت مؤسسة آلة وتعهدت بسداد قيمتها عن طريق 4 دفعات سنوية مبلغ كل دفعة 400000 دينار، تدفع الأولى بعد سنة من عملية الشراء.

عن طريق دفعتين متساويتين، تدفع الأولى بعد سنة.

فما هي قيمة الدفعة الجديدة، إذا كان معدل الفائدة المركبة هو 6% سنويا.

التمرين الثامن والخمسون:

احد العاملين بالخارج كان يحول أول كل سنة دفعة متساوية إلى حسابه في أحد البنوك، وكانت أسرته تسحب من نفس الحساب آخر كل سنة دفعة متساوية قدرها 1000 دينار، وكان معدل الفائدة المركبة للسحب 4% وللإيداع 5% سنويا، بمجرد عودته تبيّن أن فوائد دفعات الإيداع تبلغ 2628,156 دينار وأن جملة دفعات السحب تبلغ 4246,464 دينار.

الفصل السابع: استهلاك القروض بطريقة الأقساط المتساوية

إن سداد القرض بمعنى المبلغ الأصلي وفوائده مرة واحدة عند تاريخ استحقاقه لا تلاءم مصلحة المدين، لذا فإن المتعاقدين على القرض طويلة الأجل يتفقون على استهلكها وتسويتها على فترات زمنية معينة، من خلال أقساط متساوية من الأصل فقط دون الفائدة أو ما تسمى طريقة القسط المتناقص أو ما تسمى طريقة قسط الاستهلاك المتساوي، أو عن طريق أقساط متساوية من الأصل والفوائد معا أو ما يسمى طريقة القسط المتساوي.[1]

وسيتم هنا التركيز على استهلاك القرض العادي من خلال طريقتي الأقساط المتساوية.

1- عموميات و تعاريف:

ا- **القرض العادي:** هو القرض ذو مصدر وحيد، حيث يتم العقد بين طرفين: المقرض(البنك او مؤسسة مالية أخرى) والمقترض، عكس القرض غير العادي الذي يشترك فيه عدة مقرضين. وعادة ما يتم تسديد هذا القرض عن طريق دفعات أو أقساط متساوية ثابتة.[2]

ب- **الاستهلاكات:** وهي الأجزاء المسددة من الدين

ج- **القسط(الدفعة) الثابت:** وهو عبارة عن المبلغ المسدد من الدين (الاستهلاك) مضاف إليه الفائدة على رأس المال المتبقي تسديده في بداية كل فترة زمنية.[3]

القسط الثابت = الاستهلاك+ الفائدة

[1] ناصر دادي عدون، مرجع سبق ذكره، ص177.

[2] F. CHABRIOL, mathématiques financières, les éditions FOUCHER, Paris, 1983, p79.

[3] المرجع السابق، ص82.

2- جدول الاستهلاك:

ا- **تعريف:** هو عبارة عن جدول يلخص أو يتضمن سنويا ما يلي:

*رأس المال (القرض) في بداية السنة.

*مبلغ الفائدة السنوية.

*الدفعة أو القسط الثابت.

*رصيد القرض في نهاية كل سنة.

وتستعمل الرموز التالية:

ا$_1$ أصل القرض

ف$_1$ ...ف$_2$...ف$_ن$: مبلغ الفوائد السنوية المتتالية

ك$_1$،ك$_2$،...ك$_ن$: مبلغ الاستهلاكات السنوية المتتالية[1]

ص$_1$،ص$_2$،...ص$_ن$: مبلغ الأقساط السنوية الثابتة السنوية

ن: عدد الأقساط (أو مدة تسديد الدين)

ع: معدل الفائدة المركبة السنوي

---

[1] المرجع السابق، ص77.

ب- شكل جدول استهلاك القرض:

السنوات	القرض في بداية المدة	الفائدة	الاستهلاك	القسط	القرض في نهاية المدة
1	$ا_0$	$ف_1=ا_0\times ع$	$ك_1=ص-ف_1$	$ص=ف_1+ك_1$	$ا_1=ا_0-ك_1$
2	$ا_1$	$ف_2=ا_1\times ع$	$ك_2=ص-ف_2$	$ص=ف_2+ك_2$	$ا_2=ا_1-ك_2$
.					
.					
.	$ا_{ن-2}$				
ن-1	$ا_{ن-1}$	$ف_{ن-1}=ا_{ن-2}\times ع$	$ك_{ن-1}=ص-ف_{ن-1}$	$ص=ف_{ن-1}+ك_{ن-1}$	$ا_{ن-1}=ا_{ن-2}-ك_{ن-1}$
ن		$ف_ن=ا_{ن-1}\times ع$	$ك_ن=ص-ف_ن$	$ص=ف_ن+ك_ن$	$ا_ن=ا_{ن-1}-ك_ن=0$

ملاحظات:

-1- علاقة أصل القرض بالاستهلاكات.

أصل القرض = مج الاستهلاكات ($ا_0$= مج ك)

-2- العلاقة بين أصل القرض والإقساط الثابتة.

أصل القرض= ق.ح للإقساط الثابتة في نهاية المدة ($ا_0$ = $س_0$)

جملة القرض= جملة الأقساط

مج الدفعات= أصل القرض+ مج الفوائد.

..ك = مج ك + مج الفوائد

ⓒ

-3- مبلغ الفوائد السنوية يتناقص نظرا لتناقص قيمة القرض

-4- مبلغ الاستهلاكات يتزايد مبلغ تناقص الفوائد.

-5- المبلغ المتبقي تسديده في بداية السنة الأخيرة يساوي الاستهلاك الأخير.

ا ⓒ-1 = ك ⓒ-1 − ك ⓒ = ⓒ

ص ⓒ = ف ⓒ + ك ⓒ

ص ⓒ = ا ⓒ-1 × ع + ك ⓒ

بتعويض ا ⓒ-1 ب ك ⓒ ينتج: ص ⓒ = ك ⓒ × ع + ك ⓒ = ص ⓒ = ك ⓒ (1+ع) = ⓒ = ص ⓒ/(1+ع)

3- انجاز جدول استهلاك القرض:[1]

أولا: انطلاقا من حساب القسط الثابت (ص).

ا = ص× 1−(1+ع)^ⓒ/ ع = ص= ا ⓒ × ع/1−(1+ع)^−ⓒ

انجاز السطر الأول:[2]

[1] المرجع السابق، ص83.

[2] المرجع السابق، ص82.

ن$_1$ = ا$_0$×ع

ك$_1$= ص–ف$_1$

ا$_1$= ا$_0$ – ك$_1$

ثم نقوم بنفس العمل بالنسبة للأسطر الباقية

مثال تطبيقي 01:

تحصلت مؤسسة على تموين بنكي (قرض) قدره 150.000 دج على ان يسدد عن طريق 8 أقساط سنوية ثابتة بمعدل فائدة مركبة 12% سنويا.

المطلوب: انجاز السطر الأول، الثاني، والسطر الأخير من جدول الاستهلاك.

الحل:

انجاز السطر الأول:

ص= ا$_ن$ ×ع/1–(1+ع)$^{-ن}$= 150.000×0.12/1–(1.12)$^{-3}$= 150.000×0.201303

ص=30195.45 دج

ف$_1$= ا$_0$×ع = 150.000×0.12 = ف$_1$ =18000دج

ك$_1$ =ص–ف$_1$ = 30195.43–18000 = ك$_1$ = 12195.45

ا$_1$ = ا$_0$–ك$_1$ =150.000–5×12195 = ا$_1$ = 137804.55دج

انجاز السطر الثاني:

ص= 30.195.45 دج

$ف_2 = ا_1 × ع = 137.804.55 × 0.12 = 16.536.55$ دج

$ك_2 = ص - ف_2 = 30.195.45 - 16.536.55$

$ك_2 = 13.658.9$ دج

$ا_2 = ا_1 - ك_1 = 137.804.55 - 13.658.9 = 124145.65$

انجاز السطر الأخير(الثامن):

ص=30.195.45دج

$ك_8 = ص/(1+ع) = 30195.45/1.12 = 26.960.22$دج

$ا_7 = ك_7 = 26.960.22$ دج

$ف_8 = ص - ك_8 = ف_8 = 30.195.45 - 26.960.22$

$ف_8 = 3235.23$ دج

$ا_8 = ا_7 - ك_7 = 0$

المدة	القرض في بداية المدة	الفائدة	الاستهلاك	القسط	القرض في بداية المدة
1	150.00	18000	12195.45	30.195.45	137.804.55
2	137.804.55	16536.55	1365.58.9	30.195.45	124.145.65
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.

.	.	.	.	.	.
8	26960.22	3235.23	26960.22	30.195.45	0

ثانيا: انطلاقا من حساب الاستهلاك الأول (ك$_{1}$)

قوانين الاستهلاكات:[1]

1- علاقة الاستهلاكات المتتالية فيما بينها:

ك$_{2}$=ك$_{1}$×(1+ع)

ك$_{3}$=ك$_{2}$×(1+ع)

ك$_{4}$=ك$_{3}$×(1+ع)

ك$_{ن}$= ك$_{ن-1}$×(1+ع)

2- علاقة مختلف الاستهلاكات بالاستهلاك الأول (ك1):

ك$_{2}$=ك$_{1}$×(1+ع)

كم=ك$_{1}$×(1+ع)$^{م-1}$

ك$_{ن}$=ك$_{1}$× (1+ع)$^{ن-1}$

3- علاقة القسط الثابت (ص) بالاستهلاك الأول (ك1):

ص=ك$_{1}$×(1+ع)^{ن}

[1] Miloud BOUBKER، مرجع سبق ذكره، ص 120.

4- علاقة أصل القرض ($ا_0$) بالاستهلاك الأول ($ك_1$):

أصل القرض= مج الاستهلاكات

$ا_0 = ك_1 + ك_3 + ... + ك_ن$

$ا_0 = ك_1 + ك_1(1+ع) + ك_1(1+ع)^2 + ... ك_1(1+ع)^{ن-1}$

نلاحظ بان مج الاستهلاكات (أي أصل القرض) تمثل متتالية هندسية حدها الأول $ك_1$ عدد حدودها ن أساسها (1+ع)

مج= الحد الأول×(الأساس)$^{ن-1}$/الاساس−1

$= ا_0 = ك_1 \times (1+ع)^{ن-1} / (1+ع) - 1$

$ا_0 = ك_1 \times (ك+ع)^{ن-1} / ع =$

$ك_1 = ا_0 \times ع / (1+ع)^{ن-1} =$

$ك_1 = ا_0 = [ع / 1-(1+ع)^{-ن}]$

مثال تطبيقي رقم 02:

نفس معطيات المثال السابق (01):

المطلوب: انجاز السطر الأول السطر الثاني السطر الثالث السطر الاخير من جدول استهلاك القرض

الحل:

انجاز السطر الاول:

$ك_1 = ا_0 \times ع / (1+ع)^{ن-1}$

ك$_1$=150.000×0.12/(1.12)1−ج=

=ك$_1$=150.000×0.081303

ك$_1$=12195.45دج

ف$_1$=ا$_0$×ع=150.000×0.12=18000دج

ص$_1$=ك$_1$+ف$_1$=195.45+18000=30.195.45دج

ا$_1$=ا$_0$+ك$_1$=150.000−12.195.45=137.804.55دج

انجاز السطر الثالث:

ص=30.195.45

ا$_0$=150.000دج

ك$_3$=ك$_1$×(1+ع)^2 = ك$_3$=12.195.45×(1.12)^2

ك$_3$=ك$_1$×(1+ع)^2 = ك$_3$=12.195.45×(1.12)^2

ك$_3$=15.297.97

ف$_3$=ص−ك$_3$=30195.45−15279=14.897.48دج

ف$_3$=ا$_2$×ع= ا$_2$=ف$_3$/ع=14897.48/0.12=12.145.66

ا$_3$=ا$_2$−ك$_3$=124.145.66=30195.45/1.12=

ا$_7$=ك$_8$=26.960.22

ف$_8$=ا$_7$×ع=26.960.22×0.12=3235.23دج

$ا_8 = ا_7 - ك_8 = 0$

العلاقة بين الفوائد والاستهلاكات:

1- الفرق بين فائدتين= الفرق بين الاستهلاكين:

$ف_1 - ف_2 = ك_2 - ك_1$

$ف_2 - ف_4 = ك_4 - ك_2$

$ف_{ن-1} - ف_ن = ك_ن - ك_{ن-1}$

2- الفرق بين فائدتين متتاليتين:

$ف_م - ف_{م+1} = (ص - ك_م) - (ص - ك_{م+1})$

$= ك_{م+1} - ك_م$

$= ك_م(1+ع) - ك_م$

$= ك_م + ك_م ع - ك_م$

$= ك_م \times ع$

$ف_م - ف_م + 1 = ك_م \times ع$

مثال:

$ف_2 - ف_3 = ك_2 \times ع$، $ف_4 - ف_5 = ك_4 \times ع$

$ف_م = ف_{م+1} = ك_1 \times (1+ع)^{م-1} \times ع$

مثال:

ف$_2$–ف$_3$= ك$_1$×(1+ع)^{1}×ع

ف$_4$–ف$_5$= ك$_1$×(1+ع)^{3}×ع

3– الفرق بين الفائدتين الأخيرتين واستعماله:

ف$_{ن-1}$–ف$_ن$ = ك$_{ن-1}$×ع   ك$_ن$=ك$_{ن-1}$×(1+ع)

= ك$_ن$/(1+ع)×ع   =ك$_{ن-1}$=ك$_ن$/1+ع

ف$_{ن-1}$–ف$_ن$=ف$_ن$/(1+ع)   ك$_ن$×ع=ف

= ف$_ن$/ف$_{ن-1}$–ف$_ن$ =(1+ع)

4- حساب المبلغ المسدد من أصل القرض بعد عدد من الاستهلاكات:[1]

1– بدلالة الاستهلاك الأول (ك$_1$):

نرمز للمبلغ المسدد من أصل القرض بـ: م م

م م=ك$_1$×(1+ع)$^{م-1}$/ع

2– بدلالة القسط الثابت (ص):

م م=ص(1+ع)^{ن}× (1+ع)$^{م-1}$/ع عوضنا =ك1

نعلم آن ص=ك$_1$×(1+ع)$^{-ن}$ = ك$_1$=ص×(1+ع)$^{-ن}$

3– بدلالة أصل القرض ا0:

م م=ا$_0$×(1+ع)$^{م-1}$/(1+ع)$^{1-ن}$

[1] المرجع السابق، ص84.

حساب المبلغ الباقي للتسديد من أصل القرض بعد دفع عدد من الاستهلاكات:[1]

نرمز للمبلغ الباقي تسديده من أصل القرض بـ: م ب

1- بدلالة الاستهلاك الأول (ك$_1$):

$$\text{م ب} = \text{ك}_1 \times (1+\text{ع})^{\text{ن}} - (1+\text{ع})^{\text{م}} / \text{ع}$$

2- بدلالة القسط الثابت (ص):

$$\text{م ب} = \text{ص} \times 1 - (1+\text{ع})^{-(\text{ن}-\text{م})} / \text{ع}$$

[1] المرجع السابق، ص85.

تمارين قسم استهلاك القروض:

التمرين التاسع والخمسون:

يسدد القرض بـ 10 دفعات متساوية بمعدل 8%، ومن جدول الاستهلاك لدينا: مجموع الاستهلاك الأول والاستهلاك الأخير يساوي 427010,96 دج.

المطلوب: حساب

1/ الاستهلاك الأول والأخير.

2/ مبلغ الدفعة – القسط – الثابتة.

3/ أصل القرض.

4/ المبلغ الباقي بعد التسديد الدفعة السادسة.

التمرين الستون:

قرض بقيمة 1000000 دج، يسدد بـ 15 دفعة ثابتة بمعدل 7%.

المطلوب: حساب.

1/ الاستهلاك العاشر.

2/ مجموع الأقساط المسددة حتى الاستهلاك العاشر.

3/ المبلغ الباقي للتسديد بعد دفع الاستهلاك الثاني عشر.

4/ مبلغ الفوائد التي تحتويها الدفعة الأخيرة.

5/ أعدد السطر الرابع عشر من جدول الاستهلاك.

<u>التمرين الواحد والستون:</u>

قرض يسدد بـ 15 عشر دفعة ثابتة. ومن جدول استهلاكه ظهر ما يلي:

فائدة السطر الثاني 350701,36 دج.

فائدة السطر السابع 378580,23 دج.

فائدة السطر السادس 403924,66 دج.

المطلوب: حساب:

1/ معدل الفائدة.

2/ الاستهلاك الأول

3/ أصل القرض.

4/ الرصيد المتبقي بعد الدفعة الثامنة.

5/ أعداد السطر الاول والثاني لجدول الاستهلاك.

<u>التمرين الثاني والستون:</u>

لدينا القيم التالية من جدول الاستهلاك:

الاستهلاك الأول: 4500 دج.

الدفعة الثانية: 6000 دج.

الاستهلاك الخامس: 5469,78 دج.

المطلوب: حساب:

1/ معدل الفائدة السنوي.

2/ حساب أصل القرض

3/ عدد الدفعات.

التمرين الثالث و الستون:

في أول جانفي 1974، إقترضت مؤسسة صناعية مبلغا ماليا تسدده عن طريق ستة دفعات متساوية، الاول في آخر 1974، فإذا علمت أن مجموع الاستهلاك الثاني والثالث يساوي 27720 دج، ومجموع الاستهلاك الأول والثاني يساوي 25200 دج.

فأحسب بالترتيب العناصر التالية:

1/ معدل الفائدة.

2/ الاستهلاك الأول

3/ مبلغ الدفعة الثابتة.

4/ الاستهلاك الأخير.

5/ مبلغ القرض.

6/ إذا تقرر التسديد الكلي في نهاية السنة الثالثة فأحسب المبلغ الواجب دفعه.

التمرين الرابع والستون:

كون أحد الأشخاص رأس مالي (س) بـ 15 دفعة ثابتة في كل أول فترة بمعدل 6%، وبعد ذلك أقترضه منه شخص آخر، ليسدده له بـ 20 دفعة ثابتة، الأولى في آخر السنة الأولى، بمعدل 7% فإذا علمت أن الاستهلاك الثالث يساوي 8378,264 دج، فأحسب:

1/ الدفعة الثابتة (لتسديد القرض).

2/ أصل القرض.

3/ المبلغ المستهلك من القرض بعد الدفعة 13.

4/ مبلغ الدفعة (الرأس المال المكون).

5/ أعداد 3 أسطر الأولى من جدول استهلاك القرض.

التمرين الخامس والستون:

لدينا بغض الملومات من جدول استهلاك القرض (س).

- عدد الدفعات ثمانية.
- معدل الفائدة 5%.
- المبلغ الباقي للتسديد بعد دفع القسط الرابع أكبر بـ 130471,85 دج من المبلغ الباقي للتسديد بعد دفع القسط السادس.

المطلوب حساب:

1/ أصل القرض.

2/ مبلغ الدفعة الثابتة.

التمرين السادس والستون:

حصلت إحدى الشركات على قرض تسدده على مدى 20 قسطا ثابتا، القسط الاول في نهاية السنة الأولى وذلك بمعدل فائدة 10%. وبعد تسديد القسط الثامن، بلغت الأقساط المسددة 39932,98 دج.

المطلوب: أعداد السطر الأول، السطر التاسع، السطر الأخير من جدول الاستهلاك.

التمرين السابع والستون:

من أجل تمويل استثمار تعاقدت مؤسسة مع البنك الوطني الجزائري في 76/12/31، على قرض يسدد عن طريق 15 دفعة ثابتة، الأولى في 1977/12/31، في 1983/12/31، كانت مجموع الأقساط المسددة (بعد دفع القسط): 754638,75 دج، معدل الفائدة 5%.

المطلوب: حساب بالترتيب.

1/ الاستهلاك الأول.

2/ مبلغ القرض.

3/ القسط الثابت (الدفعة).

التمرين الثامن والستون:

قرض يستهلك خلال 10 سنوات بدفعات متساوية، الاستهلاك الثالث يساوي 2103,70 دج، الاستهلاك السادس يساوي 2435,30 دج.

المطلوب حساب:

1/ معدل الفائدة.

2/ أصل القرض.

3/ الدفعة الثابتة.

4/ المبلغ الباقي بعد تسديد الدفعة الثامنة (08).

التمرين التاسع والستون:

لديك بعض الملومات من جدول استهلاك القرض (س).

- عدد الدفعات 12.
- الاستهلاك الأول يساوي 704621,0 دج.
- الاستهلاك الحادي عشر 946951,40 دج.

المطلوب حساب:

1/ المعدل.

2/ الدفعة الثابتة.

3/ أصل القرض.

4/ فائدة السطر الثالث من الجدول.

التمرين السبعون:

قرض يسدد بـ 4 دفعات متساوية، مجموع الاستهلاك الأول والثاني 46855,47 دج.

ومجموع بقية الاستهلاكات 53144,53 دج.

المطلوب حساب:

1/ معدل القرض.

2/ الاستهلاك الأول.

3/ مبلغ الدفعة.

<u>التمرين الواحد والسبعون:</u>

من جدول استهلاك قرض، استخلصنا ما يلي:

- العلاقة بين الاستهلاك الثالث والاستهلاك الأول تساوي 1,0816.
- الفرق بين الاستهلاك الثالث والأول 3690,66 دج.
- عدد الدفعات 06.

المطلوب حساب:

1/ معدل القرض.

2/ الاستهلاك الأول.

3/ مبلغ القرض.

4/ مبلغ الدفعة.

<u>التمرين الثاني والسبعون:</u>

أقترض تاجر مبلغا ماليا يسدده بدفعات متساوية كل آخر سنة.

الأولى في آخر 1985، والأخيرة في آخر 1991.

فإذا علمت أن جداء الاستهلاك الأول والثاني يساوي 6625000 دج، ومجموعهما 5150دج، فأحسب:

1/ الاستهلاك الأول والثاني.

2/ معدل القرض.

3/ أصل القرض.

4/ مبلغ الدفعة.

<u>التمرين الثالث والسبعون:</u>

الاستهلاك الثالث عشر لقرض عادي يساوي 10000 دج، الاستهلاك الخامس والعشرون 19012,07 دج (وهو الاستهلاك الأخير).

المطلوب حساب:

1/ معدل القرض.

2/ الاستهلاك الأول.

3/ أصل القرض.

4/ مبلغ الدفعة.

5/ أعداد السطر الثالث من جدول الاستهلاك.

التمرين الرابع والسبعون:

قرض يسدد بـ 20 دفعة سنوية متساوية، سددت الأولى بعد 9 أشهر من تاريخ إمضاء العقد، والبقية في آخر كل سنة مدنية، بمعدل 6%. أحسب مبلغ الدفعة (القرض 100000).

بعد دفع القسط الثامن طلب المدين إضافة 2000 دج لكل دفعة باقية.

أحسب المدة الجديدة للتخلص من بقية الدين.

التمرين الخامس والسبعون:

من جدول الاستهلاك لقرض لدينا المعلومات التالية:

- عدد الدفعات عشرة (10).
- مجموع الاستهلاك الرابع والسادس 19350,68 دج.
- الفرق بين الاستهلاك الرابع والسادس 943,38 دج.

المطلوب حساب:

1/ معدل القرض.

2/ الاستهلاك العاشر (10).

3/ مبلغ الدفعة.

4/ أصل القرض.

التمرين السادس والسبعون:

لديك العناصر التالية من جدول استهلاك قرض.

- الفرق بين الفائدة الأولى والثانية 14482,08 دج.
- الاستهلاك الثاني 304123,68 دج.
- مبلغ القرض 12000000 دج.

المطلوب حساب:

1/ المعدل.

2/ الاستهلاك الأول.

3/ الدفعة (القسط).

4/ الاستهلاك الأخير.

5/ عدد الدفعات.

التمرين السابع والسبعون:

يستهلك قرض خلال خمسة وعشرون سنة (25) بدفعات متساوية.

الاستهلاك الثاني يساوي 22000 دج. الاستهلاك الثالث 23100 دج.

المطلوب حساب:

1/ المعدل.

2/ الاستهلاك الأول.

3/ الاستهلاك الثالث عشر.

4/ الاستهلاك الأخير.

5/ مبلغ الدفعة.

6/ أصل القرض.

<u>التمرين الثامن والسبعون:</u>

من جدول دول استهلاك قرض استخلصنا ما يلي:

- فائدة السطر الأخير/ 5250 دج.
- فائدة السطر ما قبل الأخير 10250 دج.
- الفرق بن فائدة السطر الأول والثاني 3384,2 دج.

المطلوب حساب:

1/ معدل الفائدة.

2/ الاستهلاك الأخير.

3/ مبلغ الدفعة.

4/ الاستهلاك الأول.

5/ أصل القرض.

التمرين التاسع والسبعون:

اقترضت مؤسسة سلفة من البنك في 1982 تسددها بـ 15 دفعة بمعدل 5% مبلغ الدفعة الواحدة 9000 دج في آخر كل سنة.

1/ أحسب مبلغ الأصل.

2/ خلال سنة 1982 اقترحت المؤسسة على البنك السماح لها بتسديد نهائي وحيد في أول جويلية 1986، أحسب قيمة هذا العرض.

3/ البنك رفض هذا الاقتراح ورأى من الأحسن دفع 6 أقساط الأولى، والباقية مرة واحدة في جانفي 1989، أحسب قيمة هذا الرأي.

التمرين الثمانون:

تريد مؤسسة باقتراض مبلغ 400000 دج تسدده على مدى 20 سنة بدفعات متساوية بمعدل 6,5%.

1/ أحسب مبلغ الدفعة الثابتة.

2/ بعد ذلك اقترح على المؤسسة طريقة التسديد التالية:

تدفع 400000 دج بعد 20 سنة، وفوائد بسيطة سنويا بمعدل 6% ودفعات أخرى في البنك لتكوين رأس مال قدره 400000 دج بمعدل 3,75% على مدى 20 سنة.

أحسب قيمة هذا العرض.

3/ قارن بين الحالتين، وأذكر أحسنها بالنسبة للمؤسسة.

التمرين الواحد والثمانون:

في أول جويلية 1987 اشترت مؤسسة إنتاجية آلة بالشروط التالية:

- ثمن الآلة: 252000 دج
- تسديد 52000 دج عند تاريخ الشراء، والبقية بدفعات سداسية متساوية ثابتة قدرها 16153,30 دج، الأول في ديسمبر 1987.
- فإذا علمت أن الاستهلاك الأخير يساوي 15159,50 دج.

أحسب:

1/ معدل الفائدة للسداسي.

2/ عدد الدفعات.

التمرين الثاني والثمانون:

في أول جانفي 1978 اقترضت مؤسسة قرضا من البنك، يسدد بدفعات متساوية كل آخر سنة، مبلغ الدفعة الواحدة 102962,8 دج ومن جدول الاستهلاك لدينا بعض المعلومات: الاستهلاك الأول 42962,80 دج، الاستهلاك الخامس 54239,546 دج.

المطلوب:

1/ حساب ما يلي:

أ/ معدل القرض.

ب/ أصل القرض.

جـ/ عدد الدفعات.

2/ بعد أن دفعت المؤسسة 10 دفعات طلب منها البنك تسديد بقية الدين، أحسب قيمة هذا المبلغ.

<u>التمرين الثالث والثمانون:</u>

من الجدول المالي لديك المعلومات التالي:

أصل القرض يساوي 94000 دج.

- معدل القرض 6%.

الفرق بين الاستهلاك الثاني والأول 201,60 دج.

المطلوب حساب:

1/ الاستهلاك الأول.

2/ مبلغ الدفعة.

3/ الاستهلاك الأخير.

<u>التمرين الرابع والثمانون:</u>

أقترض تاجر قرضا يسدد على مدى 10 سنوات. ومن الجدول الاستهلاكي للقرض ما يلي:

- معدل الفائدة 5%.
- الفرق بين فائدة السطر الثالث والرابع 438,27 دج.

المطلوب حساب:

1/ الاستهلاك الأول.

2/ عدد الدفعات

3/ أصل القرض.

التمرين الخامس والثمانون:

قرض قدره 100000 دج يسدد بأ 30 دفعة سداسية متساوية بمعدل سداسي 3%.

1/ أحسب مبلغ الدفعة الثابتة.

2/ بعد تسديد القسط الخامس أفلس المدين بالقرض، ويضمن البنك إمكانية استرجاع 40% من القيمة المتبقية للقرض.

أحسب المبلغ المحتمل الاسترجاع.

التمرين السادس والثمانون:

في 1985، ولتحقيق مشروع استغلالي، اتفقت مؤسسة إنتاجية مع البنك على سلفة قدرها 1000000 دج، بالشروط التالي:

- في أول جانفي 1985 يعطيها البنك ¼ المبلغ، والبقية بنفس الصيغة للسنوات الثلاثة الموالية.
- تسدد المؤسسة القرض بـ 25 دفعة متساوية سنوية بمعدل 5% ابتداء من أول جانفي 1986.

المطلوب:

1/ حساب مبلغ القسط الثابت.

2/ إعداد ستة (06) أسطر من جدول استهلاك القرض.

حل تمارين قسم الفائدة البسيطة:

حل التمرين الأول:

ف = أ × ع × ن

$4 = 400 \times \frac{5}{100} \times$ ن

⇐ ن = $\frac{4}{20} = 0{,}2$

نعلم أن: ن = $\frac{ي}{366}$ ⇔ $0{,}1 = 4 = \frac{ي}{366}$ ⇐ ي $= 73{,}2 \simeq 74$ يوم

إذن: التاريخ هو 28 ماي 1992.

حل التمرين الثاني:

ف = أ × ع × ن

$255{,}5 = 14600 \times \frac{6}{100} \times$ ن

⇐ ن = $= 0{,}29$

نعلم أن: ن = $\frac{ي}{366}$ ⇔ $0{,}29 = 4 = \frac{ي}{366}$ ⇐ ي $= 104{,}4 \simeq 105$ يوم

إذن: التاريخ هو 10 فيفري 1992.

حل التمرين الثالث:

$0{,}04$ أ$_1$ + $0{,}06$ أ$_2$ = 440 1

$0{,}06$ أ$_1$ + $0{,}04$ أ$_2$ = 560 2

يضرب طرفي المعادلة (1) في 3 وطفي المعادلة (2) في 2 نجد الجملة التالية:

$$\begin{cases} 0{,}12\ أ_1 + 0{,}18\ أ_2 = 1320 \\ \underline{0{,}12\ أ_1 + 0{,}08\ أ_2} = 1120 \end{cases}$$

$$0\ أ_1 + 0{,}1\ أ_2 = 200$$

ومنه $0{,}1\ أ_2 = 200 \Leftarrow أ_2 = 2000$

وبالتعويض:

$$0{,}12\ أ_1 + 0{,}18\ (2000) = 1320$$

$$0{,}12\ أ_1 = 1320 - 360$$

$$0{,}12\ أ_1 = 960 \Leftarrow أ_1 = 8000$$

حل التمرين الرابع:

$$مج\ ف = \frac{مج\ النمر}{القاسم} \Leftrightarrow مج\ ف = \frac{\mathbf{420000}}{\mathbf{360/0{,}06}} = \frac{\mathbf{420000}}{\mathbf{6000}} \Leftrightarrow مج\ ف = 70$$

$$مج\ ف = ف_1 + ف_2 + ف_3 \Leftrightarrow 70 = ف_1 + 2ف_1 + 4ف_1$$

$$70 = 7ف_1 \Leftarrow ف_1 = 10$$

$$ف_2 = 2ف_1 \Leftrightarrow ف_2 = 2\times10 \Leftrightarrow ف_2 = 20$$

$$ف_4 = 4ف_1 \Leftrightarrow ف_3 = 4\times10 \Leftrightarrow ف_3 = 40$$

ومنه:

$ف_1 = أ_1 \times ع \times ن_1 \Leftrightarrow 10 = \mathbf{أ_1} \times \frac{\mathbf{6}}{\mathbf{100}} \times \frac{\mathbf{20}}{\mathbf{360}}$ (21 ديسمبر $90 \leftarrow 91 = 10 + 10$

$= 20$)

⇐ $أ_1$ = 3000 يوم

$ف_2$ = $أ_2$ × ع × $ن_2$ ⇔ 20 = $أ_2$ × $\frac{6}{100}$ × $\frac{50}{360}$ (21 نوفمبر 90 ← 10 جانفي 91 = 9+ 31 + 10= 50)

⇐ $أ_2$ = 2400 يوم

$ف_3$ = $أ_3$ × ع × $ن_3$ ⇔ 40 = × 4000 × $\frac{6}{100}$ $ن_3$ ⇐ $ن_3$ = $\frac{1}{6}$

⇐ $أ_2$ = 2400 يوم

نعلم أن: $\frac{1}{6}$ = $\frac{ي_3}{360}$ ⇐ $ي_3$ = 60 يوم.

ومنه: تاريخ إيداع المبلغ الثالث هو 11 نوفمبر 1990.

<u>**حل التمرين الخامس:**</u>

$أ_1$ + $أ_2$ = 2000 $ف_1$ = 120

$ع_1$ + $ع_2$ = 22% $ف_2$ = 96

سننطلق من :

$أ_2$ × $ع_2$ × ن = 96

$أ_2$ × $ع_2$ × 1 = 96 (ا)

(ا) ⇔ (2000 – $أ_1$) × (0,22 – $ع_1$) = 96

⇔ 440 – 2000$ع_1$ – (0,22 – $ع_1$) = 96

⇔ 440 – 2000$ع_1$ – 0,22) $\frac{120}{ع_1}$ + 120 = 96

$$96 = 120 + \frac{26,4}{\text{ع}_1} - \text{ع}_1 2000 - 440 \Leftrightarrow$$

$$0 = 26,4 - \text{ع}_1 464 + \text{ع}_1^{2}\, 2200 - \Leftrightarrow$$

(معادلة من الدرجة الثانية ⇐ حساب المميز)

$$4096 = \Delta \Leftrightarrow 26,4 - \times 200 - \times 4 - 2(464) = \Delta \Leftrightarrow \text{أج}4 - 2\text{ب} = 1$$

ومنه : $\sqrt{\Delta} = 64$ (بما ان $\Delta > 0$ فالمعادلة لها حلين)

حل التمرين السادس:

جج = $'_{\text{أ}} \times '_{\text{ع}} \times '_{\text{ن}}$

$$18360 = '_{\text{أ}} \Leftrightarrow \frac{146}{365} \times 0,05 \times '_{\text{أ}} = 367,2$$

وهي تمثل جملة أصل المبلغ الأول

ج = أ + ف ⇔ 18360 = أ + أ ع ن

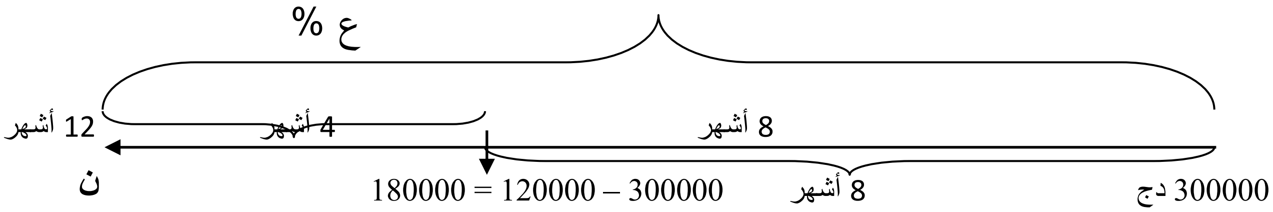
⇔ 18360 = أ (1 + ع ن)

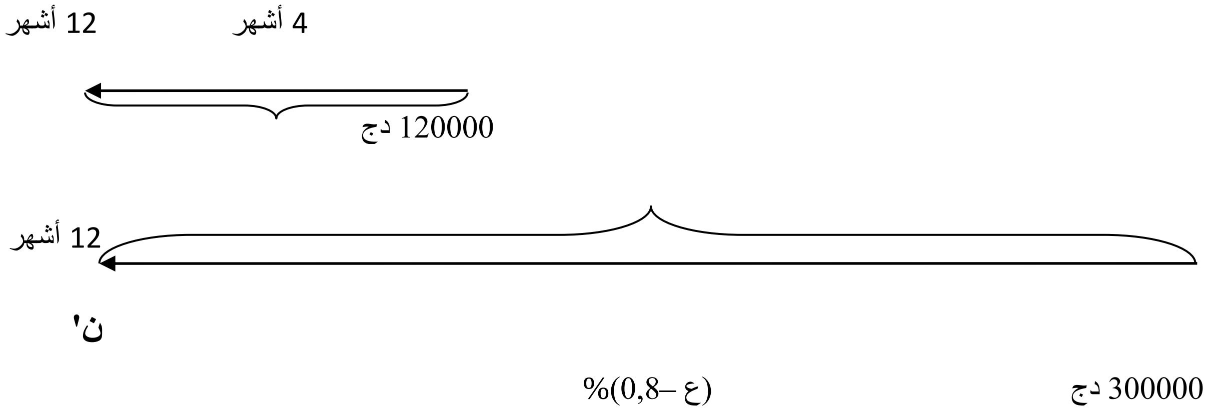
$$\Leftrightarrow 18360 = \text{أ} \left(\frac{120}{360} \times \frac{6}{100} + 1\right)$$

⇔ 18360 = أ × 1,02

أ = 18000 دج

حل التمرين السابع:





$$\frac{640000 + \text{ع}\, 1440000 + \text{ع}\, 1200000}{1200}$$

$$= \frac{9 \times 8}{1200} \times 120000 + \frac{8 \times \text{ع}}{1200} \times 180000 + \frac{4 \times \text{ع}}{1200} \times 300000$$

لاحظ المقرض أن مبالغه وضعت بـ (ع – 0,8) %

$$\frac{(0,8 - \text{ع}) \times 3600000}{1200} = \frac{12}{12} \times \frac{(0,8 \times \text{ع})}{100} \times 300000$$

ومنه:

2550000 − ع 3600000 = 8640000 + ع 1440000 + ع 1200000 −

11520000 − = 960000

⇐ ع = 12 %

حساب المبلغ الذي سيتحصل عليه المقرض بعد سنة:

مجج = مجأ + مجف

مجج = $\times \frac{4}{12} \times \frac{12}{100} + 180000 \times \frac{8}{12} \times \frac{12}{100} + 120000 \times \frac{8}{12} \times \frac{9}{12}\Big($

$300000 + \Big) 300000$

مجج = (7200 + 14400 + 12000) + 300000

مجج = (7200 + 14400 + 12000) + 300000

مجج = 333600 دج

<u>حل التمرين الثامن :</u>

ا/ جملة دفعات الإيداع :

1− جملة دفعات السداسي الأول:

$$= 6 \times 300 + 300 \times \frac{4}{100} \times \frac{6}{2}\left(\frac{1+6}{12}\right)$$

= 1800 + 21 = 1821 دينار

$$1821 + 1821 \times \frac{4}{100} \times \frac{6}{2} = 1857{,}42$$ دينار

جملة دفعات السداسي الأول = 1857,42 دينار

2− جملة دفعات السداسي الثاني:

$$= 400 \times 6 + 400 \times \frac{4}{100} \times \frac{6}{2}\left(\frac{1+6}{12}\right)$$

= 2400 + 28 = 2428 دينار

جملة دفعات السداسي الثاني = 2428 دينار

جملة دفعات الإيداع = 1857,42 + 2428 = 4284,42 دينار.

جملة دفعات الإيداع = 4284,42 دينار

ب/ جملة دفعات السحب:

$$= 500 \times 12 + 500 \times \frac{4}{100} \times \frac{12}{2}\left(\frac{0,5+11,5}{12}\right)$$

= 6000 + 120 = 6120 دينار

جملة دفعات السحب = 6120 دينار

الرصيد في نهاية السنة:

4285,42 − 6120 = − 1834,58 دينار

الرصيد مدين بـ 1834,58 دينار

<u>حل التمرين التاسع:</u>

ق س – ص1 = ق ح ⇐ 12080 – 80 = ق ح ⇐ ق ح = 12000

$ص_{ص}$ = ق ح × ع × ن ⇔ $80 = 12000 \times$ ع $\times \frac{40}{360}$ ⇐ ع = 6 %

ص ت – ص ص = (ق ي × ع × ن) – (ق ح × ع × ن)

ص ت – ص ص = ع × ن – (ق س × ق ح)

$2 = \frac{6}{100} \times \frac{60}{360} \times$ $ص_{ص}$ ⇐ $ص_{ص}$ = 200

$ص_{ص}$ = ق ح × ع × ن ⇔ 200 = ق ح × $\frac{6}{100} \times \frac{60}{360}$ × ⇐ $ص_{ص}$ = 20000

$ق_س = ق ح + ص ق س = 20000 + 200 \Leftrightarrow ق_س = 20200$.

حل التمرين العاشر:

$ص ت_1 + ص ت_2 = 22{,}5$

$(ق س_1 \times ع \times ن_1) + (ق س_2 \times ع \times ن_2) = 22{,}5$

$$\left(ق_{س_1} \times \frac{4{,}5}{100} \times \frac{90}{360}\right) + \left(ق_{س_2} \times \frac{4{,}5}{100} \times \frac{45}{360}\right) = 22{,}5$$

$$\left(ق_{س_1} \times \frac{405}{36000}\right) + \left(ق_{س_2} \times \frac{202{,}5}{36000}\right) = 22{,}5$$

$$\frac{405}{36000} \times ق_{س_1} + \left[\frac{202{,}5}{36000} \times \left(2400 - ق_{س_1}\right)\right] = 22{,}5$$

$$\frac{202{,}5}{36000} \times ق_{س_1} = 9 \Leftarrow ق_{س_1} = 1600$$

ومنه:

$ق_{س_2} = 2400 - 1600 \Leftrightarrow ق_{س_2} = 800$

التمرين الحادي عشر:

I/ البنك (أ)

الخصم = $\frac{س \times ن}{7200}$

العمولة = $\frac{س \times 0{,}2}{100} = \frac{0{,}2\ س}{100}$

مصاريف التحصيل: 0,80 دينار

الخصم الإجمالي (AGIO)= $\frac{س \times ن}{7200} + \frac{0{,}2\ س}{100} + 0{,}80$

$$= \frac{س\ ن + 14{,}4\ س + 5760}{7200}$$

$$\text{المعدل الحقيقي للخصم} = \frac{\left(\text{س ن} + 14{,}4\ \text{س} + 5760\right) \times 3600}{\text{س ن} \times 7200}$$

$$\text{ع} = \frac{5\left(\text{س ن} + 14{,}4\ \text{س} + 5760\right)}{\text{س ن}}$$

/II

الخصم الإجمالي ((AGIO) للبنك (أ) بدون مصاريف التحصيل:

$$= \frac{\text{س ن}}{7200} + \frac{0{,}20\text{س}}{100} = \frac{\text{س ن} + 14{,}4\text{س}}{7200}$$

الخصم الإجمالي (AGIO) للبنك (ب):

$$= \frac{\text{س ن}}{6000}$$

الخصم الإجمالي (AGIO) للبنك (جـ):

$$= \frac{\text{س ن}}{8000} + \frac{0{,}325\text{س}}{100} = \frac{\text{س ن} + 26\text{س}}{8000}$$

مقارنة الخصوم الثلاثة:

$$\frac{\text{س ن} + 14{,}4\text{س}}{7200} = \frac{10\ \left(\text{س ن} + 14{,}4\text{س}\right)}{72000} = \frac{10\ \text{س ن} + 144\text{س}}{72000}$$

$$\frac{\text{س ن}}{6000} = \frac{12\ \text{س ن}}{72000}$$

$$\frac{\text{س ن} + 26\text{س}}{8000} = \frac{9\ \left(\text{س ن} + 26\text{س}\right)}{72000} = \frac{9\ \text{س ن} + 234\text{س}}{72000}$$

ما دام المقام متساوي نقارن بسط كل كسر :

10 س ن + 144 س
12 سن

9 سن + 234 س

نختصر على س:

1) 10 ن + 144

2) 12 ن

3) 9 ن + 234

الحالة الأولى:

AGIO (ب) < AGIO (أ) ⇔ 12 ن < 10 ن + 144

12 ن − 10 ن < 144

2 ن < 144

ن < 72

عندما تكون أصغر من 72 يوم AGIO (ب) يلاءم أكثر المؤسسة من AGIO (أ)

الحالة الثانية:

AGIO (ب) < AGIO (جـ) ⇔ 12 ن < 9 ن + 234

12 ن − 9 ن < 234

3 ن < 234

ن < 78

إذا كانت ن أصغر من 72 يوم AGIO (ب) هو الأكثر ملائمة وعلى المؤسسة أن تتعامل مع البنك (ب)

الحالة الثالثة:

AGIO (أ) < AGIO (جـ) ⇔ 10 ن + 144 < 9 ن + 234

10 ن − 9 ن < 234 − 144

ن < 90

إذا كانت ن أصغر من 90 يوم فعلى المؤسسة أن تتعامل مع البنك (أ)

وإذا كانت ن أكبر من 90 يوم فعلى المؤسسة أن تتعامل مع البنك (جـ)

الحالة الرابعة (حالة خاصة):

ن = 72 ⇔ AGIO (ب) = AGIO (أ)

ن = 90 ⇔ AGIO (أ) = AGIO (جـ)

عدد الأيام	0	72	90
البنك الملائم	البنك (ب)	البنك (أ)	البنك (جـ)

حل التمرين الثاني عشر:

مدة الخصم: مارس أفريل ماي جوان

الورقة الأولى: 29 + 30 + 31 +10 = 100 يوم

الورقة الثانية: 29 + 30 + 31 = 90 يوم

الورقة الثالثة: 29 + 30 + 31 +30 = 120 يوم

صافي خصم الورقة الأولى والثانية:

ص$_1$ +ص$_2$ = $\frac{(90\times200)+(100\times500)}{4000} = \frac{68000}{4000} = 17$ دينار

س1 + س2 = ص5 + 200 = 700 دينار

عمولة القطع = $700 \times \frac{1,5}{100} = 10,5$ دينار

م. التحصيل = 0,5 × 2 = 1 دينار

صافي الورقتين = 700 − (17 + 10,5 + 1) = 671,5 دينار

صافي الورقة الثالثة = 1554,1 − 671,5 = 882,6

العمولة = س$_3$ × $\frac{1,5}{100} = 0,015$س$_3$

م. التحصيل = 0,5 دينار

882,6 = س$_3$ − (0,03س$_3$ + 0,015س$_3$ + 0,5)

882,6 + 0,5 = س$_3$ − 0,045س$_3$

883,1 = 0,955س$_3$

س$_3$ = $\frac{883,1}{0,955} = 924,71$ دينار

__حل التمرين الثالث عشر:__

1− حساب القيم الاسمية للأوراق الثالثة:

لدينا:

ص ت$_1$ = ص ت$_2$ = ص ت$_3$

ومنه :

صت$_1$ = صت$_3$ ⇔ قس$_1$ ×ع$_1$ ×ن$_1$ = قس$_3$ ×ع$_3$ × ن$_3$

$$\left(\text{ق}_{\text{س}2} - 972\right) \times \frac{5}{100} \times 1 = \left(\text{ق}_{\text{س}2} + 4860\right) \times \frac{3}{100} \times 1$$

0,05 قس$_2$ − 48,6 = 0,03 قس$_2$ + 145,8

⇐ قس$_2$ = 9720

$ق_{س1} = ق_{س2} - 972 \quad \Leftrightarrow ق_{س1} = 8748$

$ق_{س3} = ق_{س2} - 4860 \quad \Leftrightarrow ق_{س3} = 14580$

2- حساب معدل خصم الورقة الثانية:

$ص_{ت1} = ص_{ت2} = ق_{س1} \times ع_1 \times ن_1 = ق_{س2} \times ع_2 \times ن_2$

$$\Leftrightarrow 8748 \times \frac{5}{100} \times 1 = 9720\ ع_2 \times 1$$

$\Leftrightarrow 437,4 = 9720\ ع_2$

$\Leftarrow ع_2 = 4,5\ \%$

3- حساب القيمة الاسمية للورقتين الجديدتين

القيمة الحالية للأوراق قبل التسوية = القيمة الحالية للورقتين بعد التسوية.

القيمة الحالية للأوراق الثالثة = $(8748 + 9720 + 14580) - \frac{9720}{100}$

$33048 - 97,20 = 32950,80$

القيمة الحالية للورقتين= (قس1 + قس2) – (ص1 + ص2)

بما أن القيمتين متساويتين

$(قس_1 + قس_2) - \left(\frac{قس \times 60}{9000} + \frac{قس \times 120}{9000}\right)$

قس – 0,02 قس = 32950,80

1,98 قس = 32950,80

قس = 11057,31 دج

حل التمرين الرابع عشر:

قح = قس – ص

قح = 201 – 1 = 200

ص = قح × ن × ع

$1 = 200 \times \frac{30}{360} \times$ ع

ع $= \frac{360}{30 \times 200}$

ع = 0,06 ⇐ ع = 6%

صت = قس × ن × ع

$4 =$ س $\times \frac{60}{360} \times \frac{6}{100}$

س = 400 دينار

حل التمرين الخامس عشر:

أ$_1$ + أ$_2$ + أ$_3$ = 9000 دج.

5أ$_2$ + أ$_2$ + أ$_3$ = 9000 دج

6أ$_2$+ أ$_3$ = 9000 دج

ف$_2$ = أ$_2$ × ن$_2$ × ع

ف$_2$ = أ$_2$ $\times \frac{10}{12} \times 0,09$

ف$_2$ = 0,075 أ$_2$

ف$_3$ = أ$_3$ × ن$_3$ × ع = أ$_3$ $\times \frac{180}{360} \times 0,1 = 0,05$ أ$_3$

ف$_3$ = 0,05 أ$_3$

$ف_2 = \frac{1}{2}ف_3 \Leftrightarrow 0,075أ_2 = \frac{1}{2}\left(0,05أ_3\right)$

$\Leftrightarrow 0,075$ أ$_2$ = $0,025$ أ$_3$ ....(2)

$\Leftrightarrow 0,075$ أ$_2$ − $0,025$ أ$_3$ = 0

من (1) و(2) ⇐

6 أ$_2$ + أ$_3$ = 9000 ....(1)

0,075 أ$_2$ − 0,025 أ$_3$ = 0.................................(2)

من (1) $أ_3 = \frac{9000 - أ_3}{6}$

وبالتعويض في (2) نحصل:

$$0,075\left(\frac{9000 - أ_3}{6}\right) - 0,025أ_3 = 0 \Leftarrow 0 = \frac{675 - 0,075أ_3 - 0,15أ_3}{6} = 0$$

= −0,225 أ$_3$ + 675 = 0

$أ_3 = \frac{675}{0,225} = 3000$ دينار

ومنه أ$_3$ = 3000 دينار

6أ$_2$ + 3000 = 9000 ⇐

أ$_2$ = 1000 دينار

أ$_1$ = 5000 دينار

<u>حل التمرين السادس عشر:</u>

الحالة الأول:

ف2 – ف1 = 2640

$$\text{ع} \times 1 \times \frac{7}{100} - \text{س} \times 1 \times \frac{4}{100} = 2640$$

0,07 ع − 0,04 س = 2640 **(1)**

الحالة الثانية:

ف2 – ف1 = 2640

$$\text{ع} \times 1 \times \frac{4}{100} - \text{س} \times 1 \times \frac{7}{100} = 0$$

0,04 ع − 0,07 س = 0 **(2)**

من الحالتين:

0,07 ع − 0,04 س = 2640 **(1)**

0,04 ع − 0,07 س = 0 **(2)**

بضرب المعادلة (1) في 4 والمعادلة (2) في −7 تصبح

0,28 ع − 0,16 س = 10560 } بالجمع

−0,28 ع + 0,49 س = 0

0 + 0,33 س = 10560

$$\text{س} = \frac{10560}{0{,}33} = 32000$$

0,04 ع − 0,07(32000) = 0

0,04 ع − 2240= 0

$$\text{ع} = \frac{2240}{0{,}04} = 56000$$

المبلغ الأول: 32000 دينار

المبلغ الثاني: 56000 دينار

حل التمرين السابع عشر:

$$\text{أ}_1 + \text{أ}_2 = 8400 \qquad (1)$$

$$\begin{cases} \dfrac{\text{أ}_1\text{ع}_1}{100} + \dfrac{\text{أ}_2\text{ع}_2}{100} = 412{,}8 \\[2ex] \dfrac{\text{أ}_2\text{ع}_1}{100} + \dfrac{\text{أ}_1\text{ع}_2}{100} = 410{,}4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{\text{أ}_1\text{ع}_1}{100} + \dfrac{\text{أ}_2\left(\text{ع}_2 - 0{,}2\right)}{100} = 412{,}8 \\[2ex] \dfrac{\text{أ}_1\left(\text{ع}_1 - 0{,}2\right)}{100} + \dfrac{\text{أ}_2\text{ع}_1}{100} = 410{,}4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{أ}_1\text{ع}_1 + \text{أ}_2\text{ع}_1 - 0{,}2\,\text{أ}_2 = 41280 \\ \text{أ}_1\text{ع}_1 + \text{أ}_2\text{ع}_1 - 0{,}2\,\text{أ}_1 = 41040 \end{cases}$$

$$0{,}2\,\text{أ}_1 - 0{,}2\,\text{أ}_2 = 240$$

$$\text{أ}_1 - \text{أ}_2 = 1200 \qquad (2)$$

من (1) و(2)

$$\text{أ}_1 + \text{أ}_2 = 8400$$

$$\text{أ}_1 - \text{أ}_2 = 1200$$

$$\text{أ}_1 = 4800$$

$$\text{أ}_2 = 3600$$

$4800ع_1 + 3600ع_1 - (3600 \times 0,2) = 41280$

$8400ع_1 - 720 = 41280$

$8400ع_1 = 42000$

$$ع_1 = \frac{42000}{8400}$$

$ع_1 = 5$ %

$ع_2 = 4,8$ %

<u>حل التمرين الثامن عشر:</u>

/ إذا كان أ المبلغ الاول.

فإن المبلغ الثاني = أ + 5000

والمبلغ الثالث = أ + 10000

أ + (أ + 5000) + (أ + 10000) = 180000

3أ + 15000 = 180000

3أ = 165000

أ = 55000

المبلغ الأول = 55000 دينار

المبلغ الثاني = 60000 دينار

المبلغ الثالث = 65000 دينار

2/ إذا كان ع معدل فائدة المبلغ الثاني.

فإن معدل فائدة المبلغ الأول يساوي $\frac{3\text{ع}}{2}$

الفائدة السندية للمبلغ الأول $= \frac{55000 \times 3\text{ع}}{100 \times 2} = 825$ ع

الفائدة السندية للمبلغ الثاني $= \frac{60000 \times \text{ع}}{100} = 600$ ع

$\text{ف}_1 - \text{ف}_2 = 900$

825 ع − 600 ع = 900

225 ع = 900

$\text{ع} = \frac{900}{225} = 4$

معدل فائدة المبلغ الأول $= \frac{4 \times 3}{2} = 6$ %

معدل فائدة المبلغ الثاني = 4 %

$$\text{ج}_1 = 55000 + \frac{55000 \times 6\text{ن}}{100} = 55000 + 3300\text{ن}$$

$$\text{ج}_2 = 60000 + \frac{60000 \times 4\text{ن}}{100} = 60000 + 2400\text{ن}$$

$\text{ج}_1 = \text{ج}_2$

55000 + 3300ن = 60000 + 2400ن

33000ن − 2400ن = 60000 − 55000

900ن = 5000

ن = $\frac{5000}{900} = \frac{50}{9}$ ⇐ ن = 5 سنوات و6 أشهر و20 يوم.

<u>التمرين التاسع عشر:</u>

س$_1$ + س$_2$ = 10000 (1)

من معادلة القيمة

مجموع الديون القديمة يوم التسوية = مجموع قيم الديون الجديدة في نفس اليوم

$$\left[\frac{(3 \times 5000) + (2 \times 3000) + (1 \times 2000)}{200}\right]$$
$$- (5000 + 3000 + 2000)$$
$$= \left(\frac{6}{100} \times \frac{3}{12} - 1\right) س_2 + \left(\frac{6}{100} \times \frac{3}{12} - 1\right) س_1$$

$$\frac{23000}{200} - 10000 = س_2 0{,}985 + س_1 0{,}99$$

$115 - 10000$ = $0{,}985$س$_2$ + $0{,}99$س$_1$

9885 = $0{,}985$س$_2$ + $0{,}99$س$_1$ (2)

من (1) و(2)

س1 + س2 = 10000

9885 = $0{,}985$س$_2$ + $0{,}99$س$_1$

س1 = 10000 − س2

$0{,}99(10000 -$ س$_1)$ + $0{,}985$س$_2$ = 9885

$990 - 0{,}99$س$_2$ + $0{,}985$س$_2$ = 9885

$9900 - 0{,}005$ س$_2$ $= 9885$

$$س_2 = \frac{9900 - 9885}{0{,}005} = \frac{15}{0{,}005} = 3000$$

س$_1$= 7000 دينار

س$_2$ = 3000 دينار

<u>حل التمرين العشرون:</u>

مجموع قيم الديون القديمة يوم التسوية = مجموع قيم الديون الجديدة في نفس اليوم

مجموع قيم الديون القديمة يوم التسوية =

$$\frac{(4500 \times 20) + (7000 \times 45) + (850 \times 600) + (10000 \times 135)}{8000}$$

$$= 4500 + 7000 + 8500 + 10000 -$$

$$= 30000 - \frac{90000 + 315000 + 510000 + 135000}{8000}$$

$$= 30000 - \frac{2265000}{8000}$$

$$= 30000 - 283{,}125$$

$= 29716{,}8758$

مجموع قيم الديون الجديدة يوم السنوية= المدفوع فورا + مجموع الدين الجديد الباقي:

$$= 9000 + (23000 - 23000) \times \frac{4{,}5}{100} \times \frac{ي}{360}$$

$=32000 - 2{,}875$ ي

من معادلة القيمة:

$29716,875 = 32000 - 2,875$ ي

ي $= \dfrac{29716,875 - 32000}{2,875}$

ي $= \dfrac{2283,125}{2,875}$ $794,13$ يوم

ي = 795 يوم

المدة هي سنتين (2) و 75 يوم.

تاريخ استحقاق الباقي هو 24 جوان 2008.

<u>حل التمرين الواحد و العشرون:</u>

الفوائد الدورية $= 1600 \times \dfrac{3}{12} \times \dfrac{6}{100} = 24$ دينار

فوائد التأجيل $= 24 \times 4 + 24 \times \dfrac{7}{100} \times \dfrac{4}{2} \times \dfrac{(0+9)}{100}$

$= 96 + 2,52$

$=$ 98,52 دينار

المبلغ الواجب استحقاقه في نهاية السنة الثانية:

1600 + 98,52 = 1698,52 دينار.

مجموع قيم الديون القديمة يوم السنوية = مجموع قيم الديون الجديدة في نفس اليوم.

$$298,52 + \left(\text{قس}_1 - \text{قس}_1 \times \frac{6}{12} \times \frac{5}{100}\right) + \left(\text{قس}_2 - \text{قس}_2 \times \frac{9}{12} \times \frac{5}{100}\right) = 1698,52$$

$$298,52 = \left(2\text{قس}_1 - 2\text{قس}_1 \times \frac{6}{12} \times \frac{5}{100}\right) + \left(\text{قس}_2 - \text{قس}_2 \times \frac{9}{12} \times \frac{5}{100}\right) = 1698,52$$

$$1000 = 1,95\,\text{س}_2 + 0,9625\,\text{س}_1$$

$$\text{قس}_1 = \frac{1000}{2,9125} = 343,35 \text{ دينار}$$

$\text{س}_1 = 686,70$ دينار

$\text{س}_2 = 343,35$ دينار

<u>حل التمرين الثاني و العشرون:</u>

$\text{س}_1 + \text{س}_2 = 85000$ دينار (1)

$$(\text{س}_1 + \text{س}_2) - (\text{ص}_1 + \text{ص}_2) = (\text{س}_1 + \text{ي}_2) - (\text{ص}_1 + \text{ص}_2)$$

$$\left(\text{س}_1 \frac{42}{360} \times \frac{9,5}{100} + \text{س}_2 \times \frac{28}{360} \times \frac{9,2}{100}\right) = \left(\text{س}_1 \times \frac{42}{360} \times \frac{9,2}{100} + \text{س}_2 \times \frac{28}{360} \times \frac{9,5}{100}\right)$$

$$0,01073\,\text{س}_1 + 0,00798\,\text{س}_2 - 0,01108\,\text{س}_1 - 0,00715\,\text{س}_2 = 0$$

$$0,00023\,\text{س}_2 - 0,00035\,\text{س}_1 = 0$$

$\text{س}1 + \text{س}2 = 85000$ (1)

$0,00023\,\text{س}_2 - 0,00035\,\text{س}_1 = 0$ (2)

$$\text{س}2 = 85000 - \text{س}1$$

$$0,00023\,(85000 - \text{س}_1) - 0,00035\,\text{س}_1 = 0$$

$19{,}55 - 0{,}00023$ س$_1$ $- 0{,}00035$ س$_1$ $= 0$

$19{,}55 - 0{,}00058$ س$_1$ $= 0$

$$\text{س}_1 = \frac{19{,}55}{0{,}00058}$$

س$_1$ $= 33706{,}896$ دينار

س$_2$ $= 51293{,}104$ دينار

حل التمرين الثالث و العشرون:

إذا كان المبلغ الأول: أ إذن المبلغ الثاني (2000 – أ)

إذا كان المعدل الأول: ع إذن المعدل الثاني (2000 – ع)

$$\text{ف}_1 = \frac{\text{أ ع}}{100} = 120 \Leftarrow \text{أ ع} = 12000 \qquad (1)$$

$$\text{ف}_2 = \frac{(2000-\text{أ})(22-\text{ع})}{100} = 120 = 96 \Leftarrow 2000\,\text{ع} + 22\,\text{أ} - \text{أ ع} = 34400 \qquad (2)$$

(3)

من المعادلة (1) $\Leftarrow$ أ $= \frac{12000}{\text{ع}}$ ونعوض في (2)

$5\text{ع}^2 - 116\text{ع} + 660 = 0$

معادلة من الدرجة الثانية وتقبل حلين:

ع$_1$ $= 10$ ، ع$_2$ $= 13{,}2$

عندما:

$ع_1 = 10 \Leftarrow أ_1 = \frac{12000}{10} = 1200$ دينار

$ع_1 = 22-10 = 12 \Leftarrow أ'_1 = 2000 - 1200 = 800$ دينار

عندما:

$ع_2 = 13,2 \Leftarrow أ_2 = \frac{12000}{13,2} = 909,09$ دينار

$ع_2 = 22-13,2 = 8,8 \Leftarrow أ'_2 = 2000 - 909,09 = 1090,91$ دينار

حل التمرين الرابع و العشرون:

أ/ $9420 = 3000 + \frac{600\ ع\times 1}{1200} + 600 - \frac{600\ ع\times 2}{1200} + \cdots . + 600 - \frac{600\ ع\times 12}{1200}$

$$6420 = (12 \times 600) - \frac{600 \times ع}{1200}(1 + 2 + \cdots . + 12)$$

$$6420 = 7200 - \frac{ع}{2} \times 78$$

$$6420 = 7200 - 39\ ع$$

ع = 20 %.

ب/ الورقة الوحيدة بقيمة 7200تعادل مجموع القيم الاسمية للأوراق السابقة (600×12)

إذن شكل التسوية هو الاستحقاق المتوسط.

$$ن = \frac{(1 \times 600) + (2 \times 600) + \cdots + (12 \times 600)}{12 \times 600}$$

$$ن = \frac{(1 + 2 + \ldots 12) \times 600}{7200}$$

$$ن = \frac{78 \times 600}{7200}$$

$$ن = \frac{46800}{7200}$$

ن= 6,5 شهر.

ج/ نفرض أن القيمة الاسمية للورقة الاولى هي س.

$$س - \frac{س \times 12 \times 4}{1200} + 2س - \frac{2س \times 12 \times 8}{1200} + 4س - \frac{4س \times 12 \times 12}{1200} + 4680 = 9420$$

$$9420 = 4680 + 7س - \left(\frac{س}{100} \times 68\right)$$

س = 750

$س_1$ = 750 دينار

$س_2$ = 1500 دينار

$س_3$ = 3000 دينار

حل التمرين الخامس و العشرون:

/1

$ص_ث$ + ص = 454,05

$ص_ث$ × ص = 51536,25

$ص_ث$ = 454,05 – ص

$$ص\ (454{,}05 - ص) = 51536{,}25$$

$$-ص^2 + 454{,}05\ ص - 51536{,}25 = 0$$

$$ص^2 - 454{,}05 + 51536{,}25 = 0$$

$$1 = 16{,}4025$$

$$\sqrt{\Delta} = 4{,}05$$

$$ص_1 = \frac{4{,}05+454{,}05}{2} = 225 \Leftarrow ص_{ث1} = 454{,}05 - 225 = 229{,}05$$

الحل الأول
$$\begin{cases} ص_ث = 229{,}05 \\ ص = 225 \end{cases}$$

$$ص_1 = \frac{4{,}05-454{,}05}{2} = 229{,}05 \Leftarrow ص_ث = 454{,}05 - 229{,}05 = 225$$

الحل الثاني
$$\begin{cases} ص_ث = 225 \\ ص = 229{,}05 \end{cases}$$

الحل الثاني مرفوض لأن الخصم التجاري دائما أكبر من الخصم الصحيح.

2/ $ص_ث - ص = ص \cap ع$

$$229{,}05 - 225 = 225 \times ن \times \frac{4}{100}$$

$$4{,}05 = \frac{225 \times ي}{9000} \Leftarrow ي = \frac{9000\times 4{,}05}{225} = 162$$ يوم.

3/ $ص_ث$ – ص = ص × ع

$229{,}05$ = س × $\frac{162}{360} \times \frac{4}{100}$

س = $\frac{9000 \times 229{,}05}{162}$ = 12725 دينار.

<u>حل التمرين السادس و العشرون:</u>

/ صث +ص = 505

قس ن ع + قح ن ع = 505

قس ن ع + $\frac{ق_س}{1+ن كع}$ (ن ع) = 505

قس ن ع + $\frac{قس}{1+ن ع}$ (ن ع) = 505

ق س $\left(\frac{72}{360} \times \frac{12}{100} + \frac{1}{\frac{12}{100}\times\frac{72}{360}+1} \times \frac{72}{360} \times \frac{12}{100}\right) = 505$

قس $(0{,}025 + 0{,}9765625 \times 0{,}025)$ = 505

$0{,}0474375$ قس = 505

قس = $\frac{505}{0{,}0474375}$

قس = 10645,586 دينار

صث = 225,49406 دينار

ص = 249,506 دينار

2/ AGIO= 255,494 + 17 = 272,494

المعدل الحقيقي = $\frac{272,494}{\frac{72}{360}\times 10645,586} = \frac{272,494}{2129,1172} = 0,12798$

المعدل الحقيقي= 12,8%

<u>**حل التمرين السابع و العشرون:**</u>

الإيداعات:

300000 دينار بمعدل ع% لمدة 4 أشهر

180000 دينار بمعدل ع% لمدة 8 أشهر

120000 دينار بمعدل ع% لمدة 4 أشهر

هذه الإيداعات نتجت نفس الفوائد بملغ 300000 دينار بمعدل (ع−0,8)% لمدة 12 شهر

$$\frac{12 \times (0,8 - ع) \times 300000}{1200}$$

$$= \frac{8 \times 9 \times 120000}{1200} + \frac{8 \times ع \times 180000}{1200} + \frac{4 \times ع\ 300000}{1200}$$

ومنه ع = 12%

المبلغ المحصل عليه بعد سنة = $300000 + \frac{1\times(0,8-12)\times 300000}{100}$

المبلغ المحصل عليه بعد سنة = 333600 دج

<u>**حل التمرين الثامن و العشرون:**</u>

أ- التسوية في يوم الاستبدال:

من معادلة القيمة:

$$\text{قس} - \frac{\text{قس ن}}{\text{القاسم}} = \frac{\text{قس}}{\text{ك}} - \frac{\text{قس} \times \text{س}}{\text{ك} \times \text{القاسم}} + \ldots\ldots\ldots\ldots + \frac{\text{قس}}{\text{ك}} - \frac{\text{قس} \times \text{ك س}}{\text{ك} \times \text{القاسم}}$$

ومنه:

$$\frac{\text{قس} \times \text{س}}{\text{ك} \times \text{القاسم}} \left(1 + 2 + \cdots + \text{ك}\right) = \frac{\text{قس ن}}{\text{القاسم}}$$

$$\frac{\text{قس} \times \text{س}}{\text{ك} \times \text{القاسم}} \times \frac{\text{ك}(\text{ك} + 1)}{2} = \frac{\text{قس ن}}{\text{القاسم}}$$

ومنه:

$$\text{س} = \frac{2\,\text{ن}}{\text{ك} + 1}$$

ب- التسوية في يوم آخر ومن جديد:

$$\frac{\text{قس}}{\text{ك}} \times \frac{(\text{ك} - 1)\,\text{س}}{\text{القاسم}} + \frac{\text{قس}}{\text{ك}} + \frac{\text{قس}}{\text{ك}} \times \frac{(\text{ك} - 2)\,\text{س}}{\text{القاسم}} + \cdots + \frac{\text{قس}}{\text{ك}} + \frac{\text{قس}}{\text{ك}} \times \frac{\text{س}}{\text{القاسم}} + \frac{\text{قس}}{\text{ك}}$$

$$\text{س} + \frac{\text{قس}\left(\text{ك س} - \text{ن}\right)}{\text{القاسم}} = \frac{\text{قس}}{\text{ك}} +$$

ومنه:

$$\frac{\text{قس}\left(\text{ك س} - \text{ن}\right)}{\text{القاسم}} = \frac{\text{قس}}{\text{ك}} \times \frac{\text{س}}{\text{القاسم}} \left[(\text{ك} - 1) + \left(\text{ك} - 2\right) + \cdots + 1\right]$$

$$\text{س} + \frac{\text{قس}\left(\text{ك س} - \text{ن}\right)}{\text{القاسم}} = \frac{\text{قس}}{\text{ك}} \times \frac{\text{س}}{\text{القاسم}} \times \frac{\text{ك}\left(\text{ك} - 1\right)}{2}$$

ومنه:

$$\text{س} = \frac{2\,\text{ن}}{\text{ك} + 1}$$

نتائج (أ) و(ب) متطابقة وبالتالي يمكن توقعه لأن المسألة هي مسألة تسوية في حالة استحقاق متوسط وبالتالي يمكن على تاريخ الاتفاق أن يكون في أي تاريخ كان.

حل التمرين التاسع و العشرون:

1/ نفرض أن س هي القيمة الاسمية للورقة الثانية.

القيمة الاسمية للورقة الأول = (س − 972)

القيمة الاسمية للورقة الثانية = (س + 4860)

خصم الورقة الأولى = $\frac{(\text{س} - \mathbf{972}) \times \mathbf{5}\,\text{ن}}{\mathbf{36000}}$

خصم الورقة الثانية = $\frac{\text{س} \times \text{ن} \times \text{ع}}{\mathbf{36000}}$

خصم الورقة الثالثة = $\frac{(\text{س} + \mathbf{4860}) \times \mathbf{3}\,\text{ن}}{\mathbf{36000}}$

بما أن الخصوم متساوية:

$$\frac{\left(\text{س} - 972\right) \times 5\,\text{ن}}{36000} = \frac{\left(\text{س} + 4860\right) \times 3\,\text{ن}}{36000}$$

نختصر ن ⇐ 5(س − 972) = 3(س + 4860)

5س − 4860 = 3س + 14580

5س − 3س = 14580 + 4860

2س = 19440

$$\text{س} = \frac{19440}{2} = 9720$$

القيمة الاسمية للورقة الأولى = 9720 − 972 = 8748 دينار

القيمة الاسمية للورقة الثانية = 9720 دينار

القيمة الاسمية للورقة الثالثة = 9720 + 4860 = 14580 دينار

2/ فكيف تساوي الخصم الثاني والثالث ⇐

$$\frac{14580 \times \text{ن} \times 3}{36000} = \frac{9720 \times \text{ن} \times \text{ع}}{36000}$$

14580 × ن × 3 = 9720 × ن × ع

نختصر ن ⇐

14580 × 3 = 9720 × ع

$$\frac{\mathbf{3 \times 14580}}{\mathbf{9720}} = \mathbf{4,5}\% = \text{ع}$$

3/ القيمة الحالية للأوراق قبل التسوية = القيمة الحالية للورقتين بعد التسوية.

القيمة الحالية للأوراق الثالثة = (8748 + 9720 + 14580) − $\frac{\mathbf{9720}}{\mathbf{100}}$

33048 − 97,20 = 32950,80

القيمة الحالية للورقتين=

(قس$_1$ + قس$_2$) − (ص$_1$ + ص$_2$)

بما أن القيمتين متساويتين

$$(\text{قس} + \text{قس}) - \left(\frac{\text{ق}_{\text{س}} \times 60}{9000} + \frac{\text{ق}_{\text{س}} \times 120}{9000}\right) = 32950{,}80$$

2 قس − 0,02 قس = 32950,80

1,98 قس = 32950,80

قس = 16641,82 دج

حل التمرين الثلاثون:

1/

$$\frac{\text{أ}_1 \times \text{ع}}{100} = 240 \Leftarrow \text{أ}_1\,\text{ع} = 24000 \Leftarrow \text{أ}_1 = \frac{24000}{\text{ع}}$$

$$\frac{\text{أ}_2 \times (\text{ع} - 1)}{100} = 300 \Leftarrow \text{أ}_2\,(\text{ع} - 1) = 30000 \Leftarrow \text{أ}_2 = \frac{30000}{\text{ع} - 1}$$

2/

أ$_1$ + أ$_2$ = 10000

$$\frac{24000}{\text{ع}} + \frac{30000}{\text{ع} - 1} = 10000$$

$$\frac{240000\,(\text{ع}-1)+230000}{\text{ع}\,(\text{ع}-1)}=\frac{10000\text{ع}\,(\text{ع}-1)}{\text{ع}\,(\text{ع}-1)}$$

$$24000\,(\text{ع}-1) + 30000\text{ع} = 10000\,\text{ع}(\text{ع}-1)$$

$$24000\text{ع} - 24000 + 30000\text{ع} = 10000\text{ع}^2 - 10000\text{ع}$$

$$54000\text{ع} - 24000 = 1000\text{ع}^2 - 10000\text{ع}$$

$$10000\text{ع}^2 - 64000\text{ع} + 24000\text{ع} = 0$$

نقسم الطرفين على 2000

$$5\text{ع}^2 - 32\text{ع} + 51 = 0$$

$$\Delta = (-32)^2 - 4(5) \times (12) = 1024 = 240$$

$$\Delta = 784$$

$$\sqrt{784} = 28$$

$\text{ع}_1 = \frac{\mathbf{28+32}}{\mathbf{10}} = \frac{\mathbf{60}}{\mathbf{10}} = \mathbf{6}$% مقبول

$\text{ع}_2 = \frac{\mathbf{28-32}}{\mathbf{10}} = 0{,}4$ مرفوض

ع = 6% معدل الفائدة للمبلغ الأول.

ع−1 = 5% معدل الفائدة للمبلغ الثاني.

$\text{أ}_1 = \frac{\mathbf{24000}}{\text{ع}} = \frac{\mathbf{24000}}{\mathbf{6}} = 4000$ دينار

$\text{أ}_2 = \frac{\mathbf{30000}}{\text{ع}\mathbf{-1}} = \frac{\mathbf{30000}}{\mathbf{5}} = 6000$ دينار

/3

جملة المبلغ الأول = ج$_1$ = 4000 + 240 ن

جملة المبلغ الثاني = ج$_2$ = 6000 + 300 ن

ج$_2$ − ج$_1$ = 2600

(6000 + 300 ن) − (4000 + 240 ن) = 2600

6000 + 300 ن − 4000 − 240 ن = 2600

300 ن − 240 ن = 2600 − 6000 + 4000

60 ن = 600

ن $= \frac{600}{60} = 10$ سنوات

المدة التي يساوي فيها الفرق بين الجملتين 2600 دينار هي 10 سنوات.

<u>حل التمرين الواحد والثلاثون:</u>

الخصم الإجمالي (AGIO) = $5000 \times 0,09 \times 1 + 5000 \times \frac{1}{1000}$

= 455 دينار

صافي الاستحقاق = 5000 − 455 = 4545 دينار

مجموع ما يحصل عليه التاجر يوم بيع البضاعة:

= 6200 + 4545 = 10745 دينار.

جملة المبلغ المستثمر في يوم بيع البضاعة:

$$10000\left(1+0{,}09\times\frac{7}{12}\right)=10525 \text{ دينار}$$

صافي ربحه في يوم بيع البضاعة:

$= 10745 - 10525 = 220$ دينار

<u>حل التمرين الثاني والثلاثون:</u>

$$\text{أ}_1 + \text{أ}_2 = 8400 \qquad (1)$$

$$\begin{cases} \dfrac{\text{أ}_1\times\text{ع}_1}{100}+\dfrac{\text{أ}_2\times\text{ع}_2}{10} = 412{,}8 \\[2ex] \dfrac{\text{أ}_1\times\text{ع}_2}{100}+\dfrac{\text{أ}_2\times\text{ع}_1}{10} = 410{,}4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{\text{أ}_1\times\text{ع}_1}{100}+\dfrac{\text{أ}_2\left(\text{ع}_1-0{,}2\right)}{100} = 412{,}8 \\[2ex] \dfrac{\text{أ}_1\left(\text{ع}_1-0{,}2\right)}{100}+\dfrac{\text{أ}_2\times\text{ع}_1}{100} = 410{,}4 \end{cases}$$

بالطرح:

$$\text{أ}_1\times\text{ع}_1+\text{أ}_2\times\text{ع}_2 = 41280$$

$$\text{أ}_1\times\text{ع}_1+\text{أ}_2\times\text{ع}_2 = 41040$$

$$0{,}2\,\text{أ}_1 - 0{,}2\,\text{أ}_2 = 240$$

$$\text{أ}1 - \text{أ}2 = 1200 \qquad (2)$$

من (1) و (2)

$$\text{أ}_1 + \text{أ}_2 = 8400$$

$$\text{أ}_1 - \text{أ}_2 = 1200$$

$\text{أ}_1 = 4800$ دينار

أ$_2$ = 3600 دينار

4800 ع$_1$ + 3600 ع$_1$ – (3600 × 0,2) = 41280

8400 ع$_1$ – 720 = 41280

8400 ع$_1$ = 42000

ع$_1$ = $\frac{42000}{8400}$

ع$_1$ = 5%

ع$_2$ = 4,8%

<u>حل التمرين الثالث والثلاثون:</u>

إيجاد القيمة الاسمية للكمبيالتين:

القيمة الحالية للورقتين = ثمن الشراء – والمدفوع فورا

= 7990 – 2000

= 5990

قح$_1$ + قح$_2$ = 5990 – قس$_1$ = 2قس$_2$

قح$_1$ + قح$_2$ = قس$_1$(1 – ن$_1$ع) + قس$_2$(1 – ن$_2$ع)

$$5990 = \text{قس}_1\left(1 - \frac{3}{12} \times \frac{4,5}{100}\right) + \frac{1}{2}\text{قس}_2\left(1 - \frac{6}{12} \times \frac{4,5}{100}\right)$$

5990 = 0,989 قس$_1$ + 0,489 قس$_1$

5990 = 1,478 قس$_1$

$$\text{قس}_1 = \frac{5990}{1,478} = 4052,774 \text{ دينار}$$

$$\text{قس}_2 = \frac{\text{قس}_1}{2} = \frac{4052,774}{2} = 2026,387 \text{ دينار}$$

القيمة الاسمية للكمبيالة الأولى = 4052,774 دينار

القيمة الاسمية للكمبيالة الثانية = 2026,387 دينار

حل التمرين الرابع والثلاثون:

مجموع الديون الثلاث في 15 ماي.

$$\frac{(80 \times 200) + (20 \times 300) + (60 \times 400)}{8000} = \frac{36000}{8000} = 4{,}5 \text{ دينار}$$

$$\text{مجموع ص} = \frac{\text{مجموع النمر}}{\text{القاسم}} =$$

مجموع قح = مجموع قس – مجموع ص

مجموع قح = 900 – 4,5 = 895,5 دينار

$$895{,}5 = 905{,}625 - 905{,}625 \times \frac{4{,}5}{100} \times \frac{\text{ي}}{360}$$

895,5 = 905,625 – 0,113ي

$$\text{ي} = \frac{905{,}625 - 895{,}5}{0{,}0113} = \frac{10{,}125}{0{,}0113} = 89{,}43$$

ي = 90 يوم.

تاريخ التخلص من الديون هو 13 أوت 1990.

حل التمرين الخامس والثلاثون:

مجموع الديون القديمة يوم التسوية = مجموع قح للديون الجديدة يوم التسوية

مجموع الديون القديمة يوم التسوية:

$$= 1500 - \left[\frac{(30 \times 500) + (25 \times 600) + (10 \times 400)}{8000}\right]$$

$$1500 - \frac{34000}{800}$$

= 1500 – 4,25 = 1495,75

مجموع قح للديون الجديدة يوم التسوية:

$$= 297{,}75 + 1200 - \left(1200 \times \frac{4{,}5}{100} \times \frac{ي}{360} \right)$$

$$= 297{,}75 + 1200 - \frac{3}{20}ي$$

من معادلة القيمة نستنتج:

$$1495{,}75 = 1497{,}75 - \frac{3}{20}ي$$

$$\frac{3}{20}ي = 1497{,}75 - 1495{,}75$$

$$\frac{3}{20}ي = 2$$

$$ي = \frac{40}{3} = 13{,}33$$

ي = 14 يوم.

تاريخ سداد الباقي هو يوم 1990/01/19.

حل التمرين السادس والثلاثون:

قيمة الديون يوم التسوية = جملة الدين الأول لمدة 48 يوم + قيمة الدين الثاني لمدة 60 يوم + قيمة الدين الثالث لمدة 80 يوم في 1996/04/18.

قيمة الديون القديمة يوم التسوية =

$$2000\left(1 - \frac{60}{360} \times \frac{12}{100}\right) + 3000\left(1 - \frac{80}{360} \times \frac{12}{100}\right)$$
$$1000\left(1 - \frac{48}{360} \times \frac{12}{100}\right) +$$

= 1016 + 1960 + 2920 = 5896

قيمة الحقيقية للكمبيالة الجديدة يوم التسوية = 5896 – 2501 = 3395 دينار في يوم 1996/04/18.

مدة الكمبيالة الجديدة = 90 يوم.

$$\text{قح} = \text{قس} \left(\frac{1 - \text{ن ع}}{\text{قح}} \right)$$

$$\text{قس} = \left(\frac{\text{قح}}{1 - \text{ن ع}} \right)$$

$$\text{قس} = \frac{3395}{1 - \frac{90}{360} \times \frac{12}{100}} = 3500 \text{ دينار}$$

حل التمرين السابع والثلاثون:

مدة الورقة الاولى: 42 يوم

مدة الورقة الثانية: 28 يوم.

إذا لم تتغير مجموع القيم الحالية فكذلك لا يتغير مجموع الخصم.

$$\frac{\text{س}_1 \times 9{,}2 \times 42}{36000} + \frac{\text{س}_2 \times 9{,}5 \times 28}{36000} = \frac{\text{س}_1 \times 9{,}5 \times 42}{36000} + \frac{\text{س}_2 \times 9{,}2 \times 28}{36000}$$

$\text{س}_2 \times 28\ (9{,}5 - 9{,}2) = \text{س}_1 \times 42\ (9{,}5 - 9{,}2)$

$2\text{س}_2 = 3\text{س}_1$

$3\text{س}_1 = 2\text{س}_2 = 0$

$3\text{س}_1 - 2\text{س}_1 = 0$

$\text{س}_1 + \text{س}_2 = 85000$

بحل جملة المعالجتين هذه:

$\text{س}_1 = 34000$ دينار

$\text{س}_2 = 51000$ دينار.

حل تمارين القسم الفائدة المركبة:

حل التمرين الثامن والثلاثون:

لدينا $ف_م$= 102,5، $ف_ب$= 100، ن= 2

$ف_ب$= أ ع ن ⟺ 100 = أ ع × 2 ⟸ أ ع = 100 ⟸ أ $= \frac{50}{ع}$

نعلم أن:

$ج_م$ = أ$(1 + ع)^{ن}$

$ج_م$ = أ + $ف_م$

ومنه:

أ$(1 + ع)^2$ = أ + 102,5

أ$(1^2 + 2 × ع + ع^2)$ = أ + 102,5

$\frac{50}{ع}$ $(1+2ع+ع^2)$ = $\frac{50}{ع}$ +102,5

$$\frac{50}{ع} + \frac{100\ ع}{ع} + \frac{50\ ع^2}{ع} = \frac{50}{ع} + 102,5$$

$$\frac{50}{ع} + 100 + 50\ ع = \frac{50}{ع} + 102,5$$

50 ع = 2,5 ⟸ ع = 5 %

ومنه :

أ ع = 50 ⟸ أ = 1000 دينار.

حل التمرين التاسع والثلاثون:

ج = أ(1 + ع)$^{ن\ \alpha}$

$$\Leftarrow \text{أ} = \frac{\text{ج}}{(1 + \text{ع})^{\text{ن}+\alpha}} = \frac{8500}{(1,05)^{7+3/12}}$$

$$\Leftarrow \text{أ} = 8500(1,05)^{-(7+3/12)}$$

بالرجوع إلى الجدول المالي 02

(1 + 0,05)^{7} = 0,7106813

$\boxed{\text{الفرق} = 0,0338419}$

(1 + 0,05)^{8} = 0,6768394

$$\alpha = \frac{3 \times 0,0338419}{12} = 0,00846048$$

(1 + 0,05)$^{-(7+ 3/12)}$ = 0,6768394 + 0,00846048 = 0,68529988

ومنه :

أ = 8500 × 0,68529988

أ = 5825,05 دينار.

حل التمرين الأربعون:

ج = أ(1 + ع)^{0}

$$\Leftarrow \left(1+\text{ع}\right)^{\text{ن}} = \frac{\text{ج}}{\text{أ}}$$

$$(1+0{,}06)^{\text{ن}} = \frac{25000}{20000} 1{,}25$$

$(1{,}06)^3 = 1{,}1910160$ — الفرق (1) = 0,058984

$(1{,}06)^{3+\alpha} = 1{,}25$ — الفرق (2) = 0,71461

$(1{,}06)^4 = 1{,}2624770$

$\propto \leftarrow$ 0,058984

$\propto \leftarrow$ الفرق (2) أي

$360 \leftarrow 0{,}071461$

ومنه:

$$\propto = \frac{21{,}23424}{0{,}071461} = 297{,}14$$

$\propto \simeq 298$ يوم

ومنه: ن = 3 سنوات و298 يوم

<u>حل التمرين الواحد والأربعون:</u>

$$\text{ج} = \text{أ}(1+\text{ع})^6 = \frac{7200}{5000} = 1{,}44$$

$6{,}25 = 1{,}1910160$ — الفرق (1) = 0,058984

ع = 1,44 — الفرق (2) = 0,71461

1,4591423 = 6,25

ومنه:

$0,0012888 \leftarrow 6,25 - ع$

$0,0204311 \leftarrow 0,25 - ع$

$$ع - 6,25 = \frac{0,0012888 \times 0,25}{0,0204311}$$

$ع - 6,25 = 0,0157700$

إذن:

ع = 6,26577 %

<u>حل التمرين الثاني والأربعون:</u>

حساب المعدل:

1/ من الفائدة المركبة:

ج – أ = 11578,84

$ق_م = أ(1 + ع)^3 - أ = 115784,84$

$ق_م = أ(1 + 3ع + 3ع^2 + ع^3) - أ = 115784,84$

$3أع + 3أع^2 + أع^3 = 115784,84$ .... (1)

من الفائدة البسيطة:

$ق_ب = أ \times 3 \times ع \Leftrightarrow ق_ب = 3أع$

قم – قب = 4548,84

115784,84 – 3أع = 45484,84 ⇔ 3أع = 70300

⇐ أع = 23433,333 ....(2)

نعلم أن: $\text{ق}_{\text{م}}$ – $\text{ق}_{\text{ب}}$ = 4548,84

وبتعويض (1) و(2) نجد:

3أع + 3أع^{2} + أع^{3} – 3أع = 45484,84

3أع^{2} + أع^{3} = 45484,84

أع(3ع + ع^{2}) = 45484,84

3ع + ع2 = $\frac{45484,84}{23433,333}$

3ع + ع^{2} = 1,94 ⇔ ع^{2} + 3ع – 1,94 = 0

$$\left(4,09407 = \sqrt{\Delta}\ , \qquad 16,764126 = \Delta\right)$$

ع_1 = $\frac{-3-4,09407}{2}$ = 3,55− (مرفوض)

ع_2 = $\frac{-3+4,09407}{2}$ = 0,4572 (مقبول)

ع = 54,72%

2/ حساب المبلغ المستثمر:

$\text{أ}_{\text{ع}}$ = 23433,33 ⇐ أ = $\frac{23433,33}{0,5472}$ ⇔ أ = 42824,067 دينار

جملة مركبة = أ +فم = 42824,067 + 115784,84

جملة مركبة= 158608,9

جملة مركبة = جملة بسيطة

$158608,9 = 42824,067 \ (1 + 0,5472^{ن})$

$$1 + 0,5472^{ن} = \frac{158608,9}{42824,067} = 3,7037327$$

$$\Leftarrow ن = \frac{2,7037327}{0,5472} \Leftarrow ن = 4,9410319$$

المدة هي: 4 سنوات و339 يوم.

حل التمرين الثالث والأربعون:

/ قيمة الفائدة السنوية:

$$د = ج \left[\frac{ع_2}{1 - \left(1 + ع_2\right)^{-ن}} - ع_2 \right]$$

$$د = 296485,85 \left(\frac{0,11}{1 - (1,11)^{-8}} - 0,11 \right)$$

$د = 296485,85 \ (0,1943211 - 0,11)$

د = 25000 دج

فائدة بسيطة = أع ن

$$أ = \frac{ف}{ع_1 \ ن} = \frac{25000}{0,1} = 250000$$

أ = 250000

/2

$\text{ج}_1 = \text{أ}(1 + \text{ع}_1)^{\text{ن}} = 250000\ (1,1)^8 = 250000 \times 2,1435885$

$\text{ج}_1 = 535897,2$

$\text{ج}_2 = 250000 + 296485,85$

$\text{ج}_2 = 546485,85$

$\text{ج}_3 = \text{أ}(1 + \text{ع}_2)^{\text{ن}} = 250000\ (1,11)^8 = 250000 \times 2,3045378$

$\text{ج}_3 = 576134,45$

تستفيد المؤسسة لو تودع المبلغ من البداية في البنك.

<u>حل التمرين الربع والأربعون:</u>

$$\left[\text{د}_1 \times \frac{(1,05)^4 - 1}{0,05}(1,05)\right](1,05)^4 + \left[\text{د}_2 \times \frac{(1,05)^4}{0,05}(1,05)\right]$$

$$\left[\text{د}_1\ 5,5256312 \times (1,05) \times (1,05)^4\right] + \left[\frac{1}{3}\text{د}_1 \times 4,310125 \times 1,05\right]$$

$$= 51364,83$$

$$\left(\text{د}_1 \times 5,80191276 \times 1,2155062\right) + \left(\frac{1}{3}\text{د}_1 \times 4,52563125\right)$$

$$= 51364,83$$

$$51364,83 = 7,05226093\,\text{د}_1 + 1,50854375\,\text{د}_1$$

$$د_1 \, 8,56080468 \ = 51364,83$$

$$د_1 = 6000$$

$$د_2 = \frac{1}{3} د_2 \Leftrightarrow د_2 \frac{1}{3} \times 6000 \text{دينار} \Leftrightarrow د_2 = 2000 \text{ دينار}$$

حل التمرين الخامس والأربعون:

الفائدة البسيطة:

جـ = أ $(1+ع)^{ن}$ = أ$(1,05)^{8}$ = 1,477455 أ

ف = 1,477455 أ = 0,477455

الفائدة المركبة:

ف = أ × $\frac{5}{100}$ × 8 = 0,4أ

الفائدة المركبة – الفائدة البسيطة = 7,745 دينار.

7,745 = 0,477455 أ – 0,4 أ

= 0,077455 أ ⇐ أ = $\frac{7,745}{0,077455}$ = 100 دينار.

حل التمرين السادس والأربعون:

جملة المبلغ الثاني = 250$(1,08)^{6}$ = 3967,185 دينار

فائدة المبلغ الثاني = 3967,185 – 2500 = 14678,185 دينار.

فائدة المبلغ الأول = 1467,185 − 420 = 1047,85 دينار

$$1047,185 = 2000(1,085)^{\text{ن}} - 2000$$

$$= 2000[(1,085)^{\text{ن}} - 1]$$

$$(1,085)^{\text{ن}} - 1 = \frac{1047,185}{2000} = 0,5235925$$

$(1,085)^{\text{ن}} = 1,5235925$ من الجدول المالي رقم (1) نجد أن ن محصورة بين 5و6 سنوات

$(1,085)^{\text{ن}}$	1,5036567	0,0199258	
		0,1278108	
$(1,085)^{\text{ن}+\alpha}$	1,5235925		نجد $\alpha = \frac{360\times 0,0199358}{0,1278108}$
$(1,085)^{6}$	1,63146750		

α = 56,15 = 57 يوم.

مدة المبلغ الأول هي: 5 سنوات و57 يوم.

<u>حل التمرين السابع والأربعون:</u>

$$150000(1+\text{ع})^{10} - 80000(1+\text{ع})^{5} - 124704,40 = 0$$

$$150(1+\text{ع})^{10} - 80(1+\text{ع})^{5} - 124,7044 = 0$$

نضع $(1+\text{ع})^{5}$ = س

$$150\text{س}^{2} - 80\text{س} - 124,7044 = 0$$

$$س = \frac{80 \mp \sqrt{80^2 - 4(150 \times (-)124,7044\,)}}{300}$$

$$س = \frac{80 \mp 285}{300} =$$

$س_1 = 12166$

$س_2$ = مرفوض

$(1+ع)^5 = 1,2166$

جملة من الدرجة الأولى = ع = 4%

حل التمرين الثامن والأربعون:

القيمة الحالية للدفعات الثمانية:

3500000 – 1000000 = 2500000 دينار

قيمة الدفعة المتفق عليها أولا:

$$د = قح \frac{ع}{1 - (1 + ع)^{-ن}}$$

$$د = 2500000 \frac{ع}{1-(1+ع)^{-ن}} = 2500000 \times 0,1527218$$

د = 386804,5 دينار

حساب الدين الباقي بعد دفع الدفعة الثانية مباشرة:

$$\text{قح} = \text{د}\ \frac{1-\left(1+\text{ع}\right)^{-\text{ن}}}{\text{ع}}$$

$$\text{قح} = 386804{,}5\ \frac{1-(1{,}05)^{-5}}{0{,}05} = 386084{,}5 \times 4{,}3294767$$

قح = 1674661 دينار

حساب مبلغ الدفعة الجديدة:

$$\text{د} = \text{قح}\ \frac{\text{ع}}{1-\left(1+\text{ع}\right)^{-\text{ن}}}$$

$$\text{د} = 1674661\ \frac{0{,}5}{1-(,05)^{-4}} = 1674661 \times 0{,}2820118$$

د = 472274,16 دينار

<u>حل التمرين التاسع والأربعون:</u>

134793,6 = أ$(1+\text{ع})^4$

156496,2= أ$(1+\text{ع})^6$

$$\frac{156496{,}2}{134793{,}6} = \frac{\left(1+\text{ع}\right)^6}{\left(1+\text{ع}\right)^4} \Leftarrow \left(1+\text{ع}\right)^2 = 1{,}1610061$$

1+ع= 1,0774999

ع = 0,775

ع = 7,75%

134793,6 = أ(1+ع)4 = أ×1,3473955

$$أ = \frac{134793,6}{1,3473955} = 100000 \text{ دينار}$$

أ = 100000 دينار.

حل التمرين الخمسون:

/ حساب الفوائد السنوية:

$$د = 312693,94 \left(\frac{0,08}{1 - (1,08)^{-6}} - 0,08\right)$$

د = 312693,94 (0,2163154 – 0,08)

د = 312693,94 × 0,1363154

د = 42625 دينار

2/ حساب الأصل (أ)

ف = أ ن ع ⇐ أ = $\frac{ف}{ن ع}$

$$أ = \frac{42625}{0,0775} = 550000$$

أ = 550000 دينار.

$ح_1$ = 550000 + 312693,94 = 862693,94 دينار.

$\Leftarrow {}^{6}(1{,}0775) \times 550000 =$ ح$_2$

ح$_2$ $= 550000 \times 1{,}5649616 = 860728{,}88$ دينار.

$\Leftarrow {}^{6}(1{,}08) \times 550000 =$ ح$_3$

ح$_2$ $= 550000 \times 1{,}5868743 = 872780{,}86$ دينار.

يستفيد الشخص أكثر من إيداع مبلغه من البداية في البنك الثاني.

حل التمرين الواحد والخمسون:

$31743{,}524 = = 6000\ (1{,}0775)^{2}$ + قس$_2$ + قس$_3$ $(1{,}0775)^{-4}$

قس3 = 2قس2

$31743{,}524 = (6000 \times 1{,}1610063)$ + قس$_2$ + (2قس$_2$ $\times 0{,}7418753)$

$31743{,}524 = 6966{,}0378$ + قس$_2$ + $1{,}4837506$ قس$_2$

$31743{,}524 = 6966{,}0378 + 2{,}4837506$ قس$_2$

$2{,}4837506$ قس$_2$ $= 24777{,}4862$

$$\text{قس}_2 = \frac{24777{,}4862}{2{,}4837506}$$

قس$_2$ $= 9975{,}836$ دينار

قس$_3$ $= 19951{,}672$ دينار

حل التمرين الثاني والخمسون:

$$13027,126 = 16500\ (1,055)^{-\text{ن}}$$

$$(1,055)^{-\text{ن}} = \frac{13027,126}{16500} = 0,7895227$$

من الجدول المالي رقم (2) نجد أن ن محصورة ما بين 4، 5 سنوات.

$(1,055)^{-\text{ن}}$	0,8072167	0,017694
$(1,055)^{-(\alpha+1)}$	0,7895227	0,0420823
$(1,055)^{-(5+1)}$	0,7651344	

$$\alpha = \frac{360 \times 0,017694}{0,0420823} = 151,37 \text{ يوم}$$

$\alpha =$ 152 يوم

المدة = 4 سنوات و152 يوم

حل التمرين الثالث والخمسون:

جـ = أ(1+ع)$^{\text{ن}}$

$$120000 = 100000(1,05)^{\text{ن}}$$

$$(1,05)^{\text{ن}} = \frac{120000}{100000} = 1,20$$

من الجدول المالي رقم (01) نجد أن ن محصورة ما بين 3 و4 سنوات

$(1,05)^{3}$ 1,1576250

0,042375

0,0578812

$(1,05)^{3+\alpha}$ 1,20

$(1,05)^{4}$ 1,2155062

$$\alpha = \frac{360 \times 0,042375}{0,0578812} = 263,55$$ يوم

مدة القرض هي 3 سنوات و264 سوم.

تاريخ السداد هو 2017/02/08.

<u>حل التمرين الرابع والخمسون:</u>

يجب حساب قح لمجموع النفقات للاختيارين في المدة الصغرى عند عملية التركيب معدل 5%.

الآلة (أ):

قح للنفقات السنوية = $9000\,\frac{1-(1,05)^{-8}}{0,05} = 90000 \times 6,4632128$

= 581689,15 دينار

قح للقيمة المتبقية = $10000\ (1,05)^{-8} = 10000 \times 0,6768394$

= 6768,394 دينار

قح لمجموع النفقات = 150000 + 581689,15 + 6768,394

= 738457,54 دينار

النفقات السنوية الإجمالية:

ي = $738457,54 \frac{0,05}{1-(1,05)^{-8}}$

= 0,1547218×738457,54

= 114255,47

الآلة (ب):

قح للنفقات السنوية = $70000 \frac{1-(1,05)^{-6}}{0,05} = 70000 \times 5,0756921$

= 355298,44 دينار

قح للقيمة المتبقية = $20000\ (1,05)^{-6} = 20000 \times 0,7462154$

= 14924,308 دينار

قح لمجموع النفقات = 220000 + 355298,44 + 14924,308

= 590222,74 دينار

النفقات السنوية الإجمالية:

ي = $590222,74 \frac{0,05}{1-(1,05)^{-6}}$

= 0,1970175× 590222,74

= 116284,2

المؤسسة في صالحها أن تختار الآلة (أ).

حل التمرين الخامس والخمسون:

$\text{ج} = \text{أ}(1+\text{ع})^{\text{ن}}$

$3047,185 = 2000(1,085)^{\text{ن}}$

$$(1,085)^{\text{ن}} = \frac{3047,185}{2000}$$

$(1,085)^{\text{ن}} = 1,5235925$

من الجدول المالي رقم (1) نجد أن ت محصورة ما بين 5 و6 سنوات.

سنوات

$(1,085)^{\text{ن}}$	1,5036567	0,0199258
$(1,085)^{\text{ن} + \alpha}$	1,5235925	0,1278108

نجد $\alpha = \frac{360 \times 0,0199358}{0,1278108}$

$(1,085)^{6}$	1,63146750

$\alpha = 56,15 = 57$ يوم.

مدة الإيداع هي 5 سنوات و57 يوم.

$57=4+30+23$

تاريخ السحب هو 2022/07/04

حل التمرين السادس والخمسون:

$$\text{جـ} = \text{ي}\ \frac{(1+\text{ع})^{\text{ن}} - 1}{\text{ع}}\ (1+\text{ع})$$

$$\text{جـ} = 10000\ \frac{(1{,}05)^{15} - 1}{0{,}05}\ (1{,}05)$$

من الجدول المالي رقم 03

جـ = 10000 × 21,578564 × 1,05

جـ = 226574,922

جملة رأس المال المكون هي القيمة الحالية لـ 10 سنوات الآتية:

$$\text{ي} = \text{قح}\ \frac{\text{ع}}{1 - (1+\text{ع})^{-\text{ن}}}$$

$$\text{ي} = 226754{,}922\ \frac{0{,}05}{1 - (1{,}05)^{-10}}$$

من الجدول المالي رقم 05

ي=226574,922×0,129505

ي= 29342,585 دينار

حل التمرين السابع والخمسون:

1/ ثمن شراء الآلات:

$$= 5000 + 1500\,\frac{1-(1,05)^{-15}}{0,05} + 3000(1,05)^{-1} + 5000(1,05)^{-6}$$

=5000+(10,379658x1500)+(0,952381x3000)+(0,7462154x5000)

=5000+15569,487+2857,143+3731,077

= 27157,707 دينار.

2/ قيمة القسط السنوي:

$$= 27157,707\,\frac{0,05}{1-(1,05)^{-8}}$$

=27157,707 × 0,1547218

=4201,89 دينار

<u>حل التمرين الثامن والخمسون:</u>

1/ إيجاد مدة الإيداع : من دفعات السحب:

$$1000\,\frac{1-(1,04)^{-\text{ن}}}{0,04} = 4246,464 \Leftarrow \frac{1-(1,04)^{-\text{ن}}}{0,04} = \frac{4246,464}{1000} = 4,246464$$

من الجدول المالي رقم (3) نجد أن ن = 4 سنوات.

2/ دفعات الإيداع:

ق = جـ – مج د

$$\text{د}4 - \left[(1{,}05)\frac{1-({}^{4}1{,}05)}{0{,}05}\text{د}\right] = 2628{,}156$$

$$\text{د}4 - (1{,}05 \times 4{,}310125 \times \text{د}) = 2628{,}156$$

$$\text{د}4 - \text{د}4{,}5256312 = 2628{,}156$$

$$\text{د}\ 05256312 = 2628{,}156$$

$$\text{د} = \frac{2628{,}156}{0{,}5256312}$$

د = 5000 دينار.

3/ جملة دفعة الإيداع = مج د + مج ف

= (4 × 5000) + 2628,156

= 20000 + 2628,156

= 22628,156 دينار

4/ الرصيد = جملة دفعات الإيداع – جملة دفعات السحب

= 22628,156 − 4246,464

الرصيد = 18381,692 دينار

حل تمارين قسم استهلاك القروض:

<u>حل التمرين التاسع والخمسون:</u>

/1

- **حساب الاستهلاك الأول:**

$\text{ك}_1 + \text{ك}_{10} = 437010,96$

ونعلم أن:

$\text{ك}_{\text{ن}} = \text{ك}_1\,(1+\text{ع})^{\text{ن}-1}$

$\text{ك}_{10} = \text{ك}_1\,(1,08)^9$

$\text{ك}_1 + \text{ك}_1\,(1,08)^9 = 437010,96$

$\text{ك}_1\,[1+(1,08)_9] = 437010,96$

$\text{ك}_1\,(1+1,999005) = 437010,96$

$\text{ك}_1 = 145718,65$ دج.

- **حساب الاستهلاك الأخير:**

$\text{ك}_{10} = 145718,65\,(1,08)^9$

$\text{ك}_{10} = 145718,65 \times 1,999005$

$\text{ك}_{10} = 291292,3$ دج.

/2 حساب مبلغ الدفعة الثابتة:

$\text{د} = \text{ك}_{\text{ن}}\,(1+\text{ع})$

$\text{د} = \text{ك}_{10}\,(1,08)$

$\text{د} = 291292,3 \times 1,08 = 314595,68$ دج.

/3 حساب أصل القرض:

الطريقة الأولى:

$$س_0 = \frac{1-(1+ع)^{-ن}}{ع}$$

$س_0 = 314595,68 \times 6,710081$

$س_0 = 21100962,50$ دج

الطريقة الثانية:

$$س_0 = ك_1 \frac{(1+ع)^{ن}-1}{ع}$$

$س_0 = 145718,65 \times 14,486562$

$س_0 = 21100962,50$ دج

4/ المبلغ الباقي بعد تسديد الدفعة السادسة:

الطريقة الأولى:

$$س_6 = د \frac{1-(1+ع)^{-ن-6}}{ع}$$

$$س_6 = 314595,68 \frac{1-(1+ع)^{-4}}{0,08}$$

$س_6 = 314595,68 \times 3,312127$

$س_6 = 1041980,85$ دج

الطريقة الثانية:

$س_6 = س_0$ – مجموع الاستهلاكات الأولى

مجموع الاستهلاكات الأولى

$$= ك_1 \frac{(1+ع)^{ن-4}-1}{ع}$$

$$145718{,}65\,\frac{1-(1{,}08)^{6}}{0{,}08}$$

$= 145718{,}65 \times 7{,}335929$

$= 1068981{,}67$

$س_6 = 2110962{,}5 - 1068981{,}67 = 1041980$ دج.

<u>حل التمرين الستون:</u>

1/ حساب الاستهلاك العاشر

$ك_{10} = ك_1 \,(1+ع)^9$

$$ك_1 = س_0 \,\frac{ع}{(1+ع)^{ن}-1}$$

$$ك_1 = س_0 \left[\frac{ع}{1-(1+ع)^{-ن}} - ع\right]$$

$ك_1 = 1000000 \,(0{,}109795-0{,}07)$

$ك_1 = 1000000 \times 0{,}039795 = 39795$ دج.

$ك_{10} = 039795 \,(1{,}07)^9$

$ك_{10} = 39795 \times 1{,}838459 = 73161{,}48$ دج

2/ مجموع الاستهلاكات العشرة الأولى:

$$س_{10} = ك_1 \,\frac{(1+ع)^{10}-1}{ع}$$

$$س_{10} = 39795\,\frac{(1{,}07)^{10}-1}{0{,}07}$$

$س_{10}$ = 39795 × 13,816448 = 549825,54 دج.

3/ المبلغ الباقي بعد تسديد القسط 12

$س_{12}$ = $س_0$ –مجموع الاستهلاكات الإثنا عشر.

$$ك_1 \frac{(0,07+1)^{12} - 1}{0,07}$$

39795 × 17,888451 = 711870,9 دج

$س_{12}$ = 1000000 – 288129,1 = 711870,9 دج

4/ فوائد الدفعة الأخيرة:

$$د = س_0 = \frac{1-(1+ع)^{-ن}}{ع}$$

$$د = 1000000 = \frac{1-(1+0,07)^{-15}}{0,07}$$

د = 1000000 × 0,109795 = 109795 دج

$$د = ك_{15}(1+ع) \Leftarrow ك_{15} = \frac{د}{1+ع}$$

$$ك_{15} = \frac{109795}{1,07} = 102612,14 \text{ دج}$$

$ف_{15}$: الفوائد = د – $ك_{15}$ = 109795 – 102612,14

$ف_{15}$ = 7182,86 دج.

5/ السطر الرابع عشر من جدول الاستهلاك

$ك_{14}$ = ك15 $(1 + ع)^{-1}$

$ك_{14}$ = 102612,14 $(1,07)^{-1}$

$ك_{14}$ = 102612,14 × 0,934579 = 95899,15 دج

المدة	الرصيد في بداية المدة	الفائدة	الاستهلاك	الدفعة	الرصيد في نهاية المدة
...	...	...	...	...	...
14	198511,29	13895,58	95899,15	109795	102612,14
...	...	...	...	...	...

حل التمرين الواحد والستون:

1/ حساب معدل الفائدة:

$\text{ف}_7 - \text{ف}_8 = \text{د} - \text{ك}_7 - \text{د} + \text{ك}_8 - \text{ك}_7 = \text{ن}_1(1+\text{ع})^7 - \text{ك}_1(1+\text{ع})^6$

$= \text{ك}_1(1+\text{ع})^6\ \text{ع}$

$\text{ف}_6 - \text{ف}_7 = \text{د} - \text{ك}_6 - \text{د} + \text{ك}_7 = \text{ك}_7 - \text{ك}_6 = \text{ك}_1(1+\text{ع})^6$

$- \text{ك}_1\ (1+\text{ع})^5 = \text{ك}_1(1+\text{ع})^5\ \text{ع}$

بالتعويض:

$378580,23 - 350701,36 = \text{ك}_1\ (1+\text{ع})^6\ \text{ع} = 27878,87$ دج.

$403924,66 - 378580,23 = \text{ك}_1\ (1+\text{ع})^5\ \text{ع} = 25344,43$ دج.

العلاقة بين المعادلتين:

$$\frac{\text{ك}_1\left(1+\text{ع}\right)^6.\text{ع}}{\text{ك}_1\left(1+\text{ع}\right)^5.\text{ع}} = \frac{27878,87}{25344,43}$$

$1+\text{ع} = 1,10 \Rightarrow \text{ع} = 10\%$

2/ حساب الاستهلاك الأول:

$\text{ك}_1\ (1+0,1)^6\ \text{ع} = 27878,87$ دج.

$\text{ك}_1\ 1,771561 \times 0,1 = 27878,87$ دج.

$$ك_1 = \frac{27878,87}{0,1771561} = 157368,95 \text{ دج}$$

3/ حساب مبلغ القرض:

$$س_0 = ك_1 \frac{(1+ع)^ن - 1}{ع}$$

$$س_0 = 157368,95 \frac{(1,1)^{15} - 1}{0,1}$$

$س_0$ = 157368,95 × 31,772481

$س_0$ = 5000000 دج

4/ الرصيد المتبقي بعد الدفعة الثامنة:

لتكن ص هي مجموع الاستهلاكات الثمانية الأولى.

$س_8$ = $س_0$ - ص

$$ص = \frac{(1+ع)^8 - 1}{ع} ك_1$$

$$ص = 157368,9 \frac{(1,1)^8 - 1}{0,1}$$

ص = 157368,9 × 11,435888 = 1799653,12

$س_8$ = 5000000 – 1799653,12 = 3200346,88 دج

5/ إعداد السطر الأول والثاني من جدول الاستهلاك:

د = $ك_1$ + $ف_1$

د = 157368,9 + 5000000 × 0,10

د = 657368,9 دج

المدة	الرصيد في بداية المدة	الفائدة	الاستهلاك	الدفعة	الرصيد في نهاية المدة
1	5000000,00	5000000,00	157368,90	657368,9	4842631,1
2	4842631,10	484263,11	173105,79	657368,9	4669525,4
...	...	...	...	...	...

<u>حل التمرين الثاني والستون:</u>

1/ حساب معدل الفائدة:

$ك_5 = ك_1(1+ع)^4$

$$(1+ع)^{1} = \frac{ك_5}{ك_1} = \frac{5469,78}{4500,00} = 1,21550$$

$$1+ع = \sqrt[4]{(1,2155)}$$

1 + ع = 1,05 أي ع = 5%

2/ حساب مبلغ الأصل:

$د = ك_1 + س_0 \times ع$

$6000 = 1500 + س_0 \times 0,05$

$$س_0 = \frac{6000-4500}{5} \times 100$$

$س_0 = 30000$ دج

3/ حساب عدد الدفعات:

$$س_0 = د\,\frac{1-(1+ع)^{ن}}{ع}$$

$$30000 = 6000\,\frac{1-(1,05)^{-ن}}{0,05}$$

$$\frac{1-(1,05)^{-ن}}{0,05} = \frac{30000}{6000} = 5$$

من الجدول المالي نجد أن قيمة 5 تنحصر بين 5 سنوات و6 سنوات.

<u>حل التمرين الثالث والستون:</u>

1/ حساب معدل الفائدة:

$27720 = ك_3 + ك_2$

$27720 = ك_1\,(1+ع)^2 + ك_1\,(1+ع)$

$27720 = ك_1\,(1+ع)\,[\,(1+ع)+1\,]$

$25200 = ك_2 + ك_1$

$25200 = ك_1\,(1+ع) + ك_1$

$25200 = ك_1\,[\,(1+ع)+1\,]$

العلاقة بين المعادلتين:

$$\frac{ك_3 + ك_2}{ك_2 + ك_1} = \frac{ك_1\,(1+ع)\,[1+(1+ع)]}{ك_1\,[1+(1+ع)]}$$

$$\frac{ك_3 + ك_2}{ك_2 + ك_1} = 1 + ع$$

$$\frac{27720}{25200} = 1 + ع = 1,10 \Leftarrow ع = 10\%$$

2/ حساب الاستهلاك الأول:

$25200 = ك_1\,(1,1) + ك_1$

$25200 = 2,10\ ك_1$

$$ك_1 = \frac{25200}{2,10} = 12000 \text{ دج}$$

3/ حساب الاستهلاك الأخير والدفعة الثابتة:

4 = $ك_ن$ (1 + ع)

$ك_6$ = $ك_1$ $(1,1)^5$

$ك_6$ = 12000 × 1,61051 = 19326,12 دج

د = 19326,12 × 1,1 = 21258,73 دج

4/ حساب أصل القرض:

الطريقة الأولى:

$$س_0 = ك_1 \frac{(1+ع)^ن - 1}{ع}$$

$$س_0 = 12000 \frac{(1,1)^6 - 1}{0,1}$$

$س_0$ = 12000 × 7,71561 = 92587,32 دج

الطريقة الثانية:

$$س_0 = د \frac{1-(1+ع)^{-ن}}{ع}$$

$$س_0 = 21258,73 \frac{1-(1,1)^{-6}}{0,1}$$

$س_0$ = 21258,73 × 7,71561 = 92587,31 دج

الطريقة الثالثة:

د = $ك_1$ + $س_0$ ×ع

$$س_0 = \frac{د - ك_1}{ع}$$

$$س_0 = \frac{12000-21258,73}{10} 100 = 92587,3 \text{ دج}$$

5/ المبلغ الباقي بعد تسديد الدفعتين الأولتين:

الطريقة الأولى:

$س_2$ = $س_0$ – ($ك_1$ + $ك_2$)

$س_2$ = 92587,3 – 25200 = 67387,3 دج

الطريقة الثانية:

$س_2$ = القيمة الحالية لبقية الدفعات

$$س_2 = د \frac{1-(1+ع)^{-4}}{ع}$$

$$س_2 = 21258,73 \frac{1-(1,1)^{-4}}{0,1}$$

$س_2$ = 21258,73 × 3,169866

$س_2$ = 67387,3 دج

حل التمرين الرابع والستون:

1/ حساب الدفعة (القرض)

د = كن (1+ع)

د = $ك_1$ $(1 + ع)^{19}$ (1 + ع)

ونعلم أن:

$ك_1$ = $ك_3$ $(ع + 1)^{-2}$

$ك_1$ = 8378,264 $(1,07)^{-2}$

$ك_1$ = 8378,264 × 0,873439

$ك_1$ = 7317,9 دج

د = $ك_1$ $(1 + ع)^{20}$

د = 3717,9 $(1,07)^{10}$

د = 3717,9 × 3,869684 = 28317,96 دج

2/ حساب أصل القرض:

الطريقة الأولى:

4 = ك1 + س0 * ع

$$س_0 = \frac{د - ك_1}{ع}$$

$$س_0 = \frac{28317,96 - 7317,9}{0,07} = 300000 \text{ دج}$$

الطريقة الثانية:

$$س_0 = د \frac{1 - (1 + ع)^{-ن}}{ع}$$

$$س_0 = 28317,96 \frac{1 - (1,07)^{-20}}{0,07}$$

$س_0$ = 28317,96 × 10,594014 = 300000 دج

الطريقة الثالثة:

$$س_0 = ك_1 \frac{(1 + ع)^{ن} - 1}{ع}$$

$$س_0 = 3717,9 \frac{(1,07)^{20} - 1}{0,07}$$

س = 3717,9 × 40,995492 = 300000 دج

3/ المبلغ المستهلك من القرض حتى الدفعة الثالثة عشر:

الطريقة الأولى:

$$ص = ك_1 \frac{(1+ع)^{13} - 1}{ع}$$

ص = 3717,9 × 20,140643 = 147387,21 دج

الطريقة الثانية:

ص = س0 – القيمة الحالية لبقية الدفعات السبعة:

$$س_{13} = د \frac{1 - (1+ع)^{-7}}{ع}$$

$$س_{13} = 28317,96 \frac{1 - (1,07)^{-7}}{0,07}$$

$س_{13}$ = 28317,96 – 5,389289 = 152613,67

ص = 300000,00 – 152613,67 = 147387,3 دج

4/ حساب الدفعة (الرأس المال المكون)

$$ح = د \frac{(1+ع)^{ن} - 1}{ع} (1+ع)$$

$$ح = د \frac{(1+ع)^{ن} - 1}{ع} (1+ع)$$

$$\frac{د = ح \ ع}{(1+ع)^{ن} - 1} (1+ع)^{-1}$$

$$د = ح \left[\frac{ع}{1 - (1+ع)^{-ن}} - ع \right] (1+ع)^{-1}$$

$$د = ح \left[\frac{0,06}{-1} - 0,06 \right] (1,06)^{-1}$$

$(1,06)^{-15}$

$$د = 300000\ (0{,}129628 - 0{,}06) \times 0{,}943396$$

$$د = 12159{,}28 \text{ دج}$$

المدة	رصيد أول فترة	الفائدة	الاستهلاك	الدفعة	رصيد آخر فترة
1	300000,00	21000,00	3717,96	28317,96	292682,04
2	292682,04	20487,74	7830,21	28317,96	284851,83
3	284851,83	19939,62	8378,33	28317,96	276473,50

<u>حل التمرين الخامس والستون:</u>

الطريقة الأولى:

$س_0$: أصل القرض

$ص_1$: مجموع الأقساط الأربعة المسددة

$ص_2$: مجموع الأقساط الستة المسددة

$س_4$: المبلغ الباقي للتسديد بعد القسط الرابع

$س_6$: المبلغ الباقي للتسديد بعد القسط السادس

$س_4 = س_0 - ص_1 \Leftarrow ص_1 = س_0 - س_4$

$س_6 = س_0 - ص_2 \Leftarrow ص_2 = س_0 - س_6$

$ص_1 - ص_2 = س_0 - س_4 - س_6$

بالتعويض:

$$130471{,}85 = ك_1 \frac{(1+ع)^6 - 1}{ع} - ك_1 \frac{(1+ع)^4 - 1}{ع}$$

$$130471{,}85 = ك_1 \left[\frac{(1+ع)^6 - 1}{ع} - \frac{(1+ع)^4 - 1}{ع}\right]$$

$$130471{,}85 = ك_1 \left[\frac{(1{,}05)^{6} - 1}{0{,}05} - \frac{(1{,}05)^{4} - 1}{0{,}05}\right]$$

$$130471{,}85 = ك_1\,(6{,}801913 - 4{,}310125)$$

$$130471{,}85 = ك_1\,(2{,}491788)$$

$$ك_1 = \frac{130471{,}85}{2{,}491788} = 52360{,}73 \text{ دج}$$

$$س_0 = 52360{,}73\,\frac{(1{,}05)^{8} - 1}{0{,}05}$$

$$س_0 = 52360{,}73 \times 9{,}549109$$

$$س_0 = 500000 \text{ دج}$$

الطريقة الثانية:

$$س_4 - س_6 = د\,\frac{1 - (1+ع)^{-4}}{ع} - د\,\frac{1 - (1+ع)^{-2}}{ع}$$

$$س_4 - س_6 = د\left[\frac{1 - (1+ع)^{-4}}{ع} - \frac{1 - (1+ع)^{-2}}{ع}\right]$$

$$130471{,}85 = د\left[\frac{1 - (1{,}05)^{-4}}{0{,}05} - د\,\frac{1 - (1{,}05)^{-2}}{0{,}05}\right]$$

$$130471{,}85 = د\,(3{,}545951 - 1{,}859411)$$

$$د = \frac{130471{,}85}{1{,}686540} = 77360{,}66 \text{ دج}$$

$$س_0 = 77360{,}66\,\frac{1 - (1{,}05)^{-8}}{0{,}05}$$

$$س_0 = 77360{,}66 \times 6{,}463213 = 500000 \text{ دج}$$

حل التمرين السادس والستون:

1/ حساب الاستهلاك الأول:

ص : مجموع الأقساط المسددة:

$$ص = ك_1 \frac{1-(1+ع)^{-8}}{ع}$$

$$ص = ك_1 \frac{1-(1,1)^{-8}}{0,08}$$

ص = ك1 11,435888

$$ك_1 = \frac{39932,98}{11,435888} = 3491,9 \text{ دج}$$

2/ حساب الدفعة:

ص = $س_0$ – القيمة الحالية لبقية الدفعات 12

$$ص = س_0 - د \frac{1-(1+ع)^{-12}}{ع}$$

$$ص = د \frac{1-(1+ع)^{-20}}{ع} - د \frac{1-(1+ع)^{-12}}{ع}$$

$$ص = د \left[\frac{1-(1+ع)^{-20}}{ع} - \frac{1-(1+ع)^{-12}}{ع}\right]$$

$$ص = د \left[\frac{1-(1,1)^{-20}}{0,1} - \frac{1-(1,1)^{-12}}{0,1}\right]$$

1,699872 = د (8,513564 – 6,813692)

$$د = \frac{39932,98}{1,699872} = 23491,75 \text{ دج}$$

3/ حساب أصل القرض:

$ف_1 = س_0 \times ع$

$د - ك_1 = س_0 \times ع$

$23491{,}75 - 3491{,}9 = س_0 \times 0{,}10$

$$س_0 = \frac{2000}{10} \times 100 = 200000 \text{ دج}$$

4/ حساب الرصيد المتبقي للتسديد في السنة التاسعة ($س_8$)

الطريقة الأولى:

$س_8 = س_0 - ص$

$س_8 = 200000 - 39932{,}98 = 160067$ دج

الطريقة الثانية:

$س_8$ = القيمة الحالية لبقية الدفعات الغير المسددة

$$س_8 = \frac{1 - (1 + 0{,}1)^{-12}}{0{,}1}$$

$س_8 = 23491{,}75 \times 6{,}813692 = 160064{,}5$ دج

5/ حساب الاستهلاك الأخير:

الطريقة الأولى:

$ك_{20} = ك_1 (1 + ع)^{19}$

$ك_{20} = 3491{,}9 \times 6{,}115909 = 21356{,}1$ دج

الطريقة الثانية:

$د = ك_ن (1 + ع)$

$ك_ن = د (1 + ع)^{-1}$

$ك = 23491{,}75 \times 0{,}909091 = 21356{,}1$ دج

المدة	رصيد في بداية المدة	الفائدة	الاستهلاك	الدفعة	رصيد آخر في نهاية المدة
1	200000,00	20000,00	3491,75	23491,75	196508,25
…	…	…	…	…	…
9	160067,00	16006,70	7485,05	23491,75	152581,95
…	…	…	…	…	…
20	21356,13	2135,13	21356,13	23491,75	0

<u>حل التمرين السابع والستون:</u>

1/ حساب الاستهلاك الأول:

ص: مجموع الاستهلاكات السبعة المسددة

$$ص = ك_1 \frac{(1+ع)^7 - 1}{ع}$$

$$ص = ك_1 \frac{(1,05)^7 - 1}{0,05}$$

$$754638,75 = ك_1 \frac{(1,05)^7 - 1}{0,05}$$

$$ك_1 = 754638,75 \left[\frac{0,05}{1-(1,05)^{-7}} \; 0,05\right]$$

$$ك_1 = 754638,75 \; (0,1728198 - 0,05)$$

$$ك_1 = 92684,58 \text{ دج}$$

2/ حساب مبلغ القرض:

$$س_0 = ك_1 \frac{(1+ع)^ن - 1}{ع}$$

$$س_0 = 92684{,}58 \frac{1-(1{,}05)^{-15}}{0{,}05}$$

س0 = 92684,58 × 21,578564 = 2000000 دج

3/ حساب مبلغ الدفعة:

د = ك$_1$ + س$_0$ × ع

د = 92684,58 + 10000 = 192684,58 دج

<u>حل التمرين الثامن والستون:</u>

1/ حساب المعدل:

ك$_6$ = ك$_3$ (1 + ع)^3

$$(1+ع)^3 = \frac{ك_6}{ك_3} = \frac{2435{,}30}{2103{,}70} = 1{,}15762$$

في الجدول المالي 1 <u>O</u> تقابل هذه القيمة المعدل 5%

2/ حساب أصل القرض:

$$س_0 = ك_3\ (1+ع)^{-2} \frac{1-(1{,}05)^{-10}}{ع}$$

$$س_0 = 2103{,}70\ (1{,}05)^{-2} \frac{1-(1{,}05)^{-10}}{0{,}05}$$

س$_0$ 2103,70 × 0,907029 × 12,577893

س$_0$ = 24000 دج

3/ حساب مبلغ القسط الثابت

د = ك$_1$ + س$_0$ × ع

د = (2103,70 × 0,907029) + (24000 × 0,05)

د = 1908,11 + 1200 = 3108,11 دج

4/ حساب المبلغ الباقي بعد تسديد القسط الثامن

الطريقة الأولى:

القيمة الحالية لبقية الدفعات:

$$س_8 = 3108,11 \frac{1 - (1,05)^{-2}}{0,05}$$

س8 = 3108,11 × 1,859411 = 5779,25 دج

الطريقة الثانية:

ص: مجموع الأقساط المسددة

$$ص = 1908,11 \frac{(1,05)^{8} - 1}{0,05}$$

ص = 1908,11 × 9,549109 = 18220,75 دج

$س_8$ = $س_0$ – ص

$س_8$ = 24000 – 18220,75 = 5779,25 دج

<u>حل التمرين التاسع والستون:</u>

1/ معدل القرض:

$946951,40 = 704621\ (1 + ع)^{10}$

$$(1 + ع)^{10} = \frac{946951,40}{704621} = 1,343915$$

في الجدول المالي 1 <u>O</u> تقابل هذه القيمة المعدل 3%

2/ الدفعة الثابتة:

د = $ك_ن$ (1 + ع)

د = $ك_{12}$ (1,03)

د = $ك_{11}$ (1,03) × (1,03)

د = 946951,4 × 1,03 × 1,03 = 1004620,7 دج

3/ أصل القرض:

$$س_0 = \frac{1004620,7 - 704621}{0,03}$$

$س_0 = 10000000$ دج

4/ فائدة السطر الثالث:

$د = ك_3 + ف_3$

$ف_3 = د - ك_3$

$ف_3 = 1004620,7 - 704521\ (1,03)^2$

$ف_3 = 1004620,7 - (704621 - 1,0609)$

$ف_3 = 257088,3$ دج

<u>حل التمرين السبعون:</u>

1/ معدل الفائدة:

$ك_1 = ك_2 = ك_1 + ك_1\ (1 + ع) = ك_1\ (2 + ع)$

$ك_3 + ك_4 = ك_1\ (1 + ع)^2 + ك_1\ (1 + ع)^3 = ك_1\ (1 + ع)^2\ (2 + ع)$

وبتكوين العلاقة:

$$س_0 = \frac{ك_3 + ك_4}{ك_1 + ك_2} = \frac{ك_1(2 + ع)(1 + ع)^2}{ك_1(2 + ع)}$$

$$\frac{53144,53}{46855,47} = (1 + ع)^2 = 1,134223$$

$$(1 + ع) = \sqrt{1,134223} = 1,065 \Leftarrow ع = 6,5\%$$

2/ الاستهلاك الأول:

$ك_1\ (2 + ع) = 46855,47$

$ك_1 = (2,065) = 46855,47 \Leftarrow ك_1 = 22690,3$ دج

3/ حساب الدفعة:

د = ك$_1$ + س$_0$ × ع

س$_0$ = مجموع الاستهلاكات

د = 22690,3 + (53144,53 + 46855,47) (0,065)

د = 29190,3 دج

حل التمرين الواحد والسبعون:

1/ حساب المعدل:

$$1,0816 = \frac{ك_1 (1 + ع)^2}{ك_1}$$

(1 + ع)^2 = 1,0816

$$(1 + ع) = \sqrt{1,0816} = 1,04 \Leftarrow ع = 4\%$$

2/ الاستهلاك الأول:

ك$_1$ (1 + ع)^2 = ك$_1$ = 3690,66

0,0816 ك$_1$ = 3690,66 ⇐ ك$_1$ = 45228,67 دج

3/ مبلغ الغرض:

$$س_0 = 45228,67 \frac{(1 + 0,04)^6 - 1}{0,04}$$

س$_0$ = 45228,67 × 6,632975 = 300000 دج

4/ الدفعة الثابتة:

د = 45228,67 + 300000 × 0,04 = 57228,67 دج

حل التمرين الثاني والسبعون:

الاستهلاك الأول:

لتكن س هي الاستهلاك الأول

لتكن ص هي الاستهلاك الثاني

س + ص = 5150 ....(1)

س × ص = 6625000 ..... (2)

ص = 5150 – س .... (3)

بتعويض العلاقة (3) في (2)

س (5150 – س) = 6625000

5150س – س$_2$ – 6625000 = 0 (-1)

س$_2$ – 5150س + 6625000 = 0

$$\text{س} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}} + \sqrt{\text{ب}^2 - \text{د}}$$

$$\text{س} = \frac{5150}{2} + \sqrt{(5150)^2 - 6625000}$$

س = 2575 + 75

س$_1$ = ك$_1$ = 2575 – 75 = 2500 دج

ص = ك$_2$ = 2575 + 75 = 2650 دج

س (5150 – س) = 6625000

5150س – س^2 = 6625000 = 0 (-1)

س^2 – 5150 س + 6625000 = 0

$$\text{س} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}} \mp \sqrt{\text{ب}^2 - \text{ج}}$$

$$\text{س} = \frac{5150}{2} + \sqrt{(5150)^2 - 6625000}$$

س = 2575 + 75

س$_1$ = ك$_1$ = 2575 – 75 = 2500 دج

ص = ك$_2$ = 2575 + 75 = 2650 دج

2/ حساب المعدل:

$$(1+ع) = \frac{ك_2}{ك_1} = \frac{2650}{2500} \Leftarrow ع = 6\%$$

3/ أصل القرض:

$$س_0 = 2500 \frac{(1,06)^{7} - 1}{0,06}$$

$س_0 = 2500 \times 8,393838 = 20984,56$ دج

= 21000,00 دج

4/ الدفعة الثابتة:

د = 2500 + 21000 × 1,06 = 3760 دج

<u>**حل التمرين الثالث والسبعون:**</u>

1/ معدل الفائدة:

$10000\ (1+ع)^{12} = 19012,07$

$(1+ع)^{12} = 1,901207$

من جدول المال، 0 1 ع = 5,5%

2/ الاستهلاك الأول:

$ك_{12} = ك_1\ (1+ع)^{12-1}$

$ك_{13} = ك_1\ (1+ع)^{12}$

$ك_1 = 10000\ (1,055)^{-12}$

$ك_1 = 10000 \times 0,525982 = 5259,82$ دج

3/ أصل القرض:

$$س_0 = 5259,82 \frac{(1,055)^{25} - 1}{0,055}$$

$س_0 = 5259,82 \times 51,152588 = 269054,9$ دج

4/ الدفعة الثابتة:

د = 19012,07 × 1,055 = 20057,73 دج

5/ السطر 13 من جدول الاستهلاك:

فائدة السطر 13

$ف_{13}$ = د – $ك_{13}$

$ف_{13}$ = 20057,73 – 10000 = 10057,73 دج

$$س_{12} = \frac{10057,73}{0,055}\ 182867,8 \text{ دج}$$

0	رصيد أول مدة	فائدة	استهلاك	دفعة	رصيد آخر مدة
...	...	...	...	...	...
13	182867,8	10057,73	20057,73	10000,00	172867,8
...	...	...	...	...	...

<u>**حل التمرين الرابع والسبعون:**</u>

1/ حساب الدفعة:

$$100000 = د \frac{1-(1,06)^{-20}}{0,06} (1,06)^{3/4}$$

$$د = 100000 \frac{0,06}{1-(1,06)^{-20}} (1,06)^{1/4}$$

$$د = 100000 \times 0,0871846 \frac{1}{1,01467}$$

2/ حساب المدة:

الدفعة الجديدة = 8592,2 + 2000 = 10592,2 دج

القيمة الحالية لبقية الدفعات:

$$8592,2 \; \frac{1-(1,06)^{-12}}{0,06}$$

$8592,2 \times 8,383844 = 72,035,66$ دج

المدة بالدفعة الجديدة:

$$72035,66 = 10592,2 \; \frac{1-(1,06)^{-ن}}{0,06}$$

$$\frac{1-(1,06)^{-ن}}{0,06} \; 6,8008213$$

من الجدول المالي $8 < ن < 9$

∴ إما أن تكون الدفعات أكبر من 10592,2 المدة 8 سنوات أو أن تكون الدفعات أصغر من 10592,2 لمدة 9 سنوات.

حل التمرين الخامس والسبعون:

$ك_6 + ك_4 = ك_4 \, (1 + ع)^2 + ك_4 = ك_4 \, [\, (1 + ع)^2 + ع \,]$

$ك_6 - ك_4 = ك_4 \, (1 + ع)^2 - ك_4 = ك_4 \, [\, (1 + ع)^2 - 1 \,]$

بالعلاقة:

$$\frac{\left[(1+ع)^2 + 1\right]^{ك_4}}{\left[(1+ع)^2 - 1\right]^{ك_4}} = \frac{19350,68}{943,38} = 20,51$$

$$\frac{(1+ع)^2 + 1}{(1+ع)^2 - 1} = 20,51$$

$20,52 \, [\, (1 + ع)^2 - 1 \,] = (1 + ع)^2 + 1$

$20,52 \, (1 + ع)^2 - 20,52 = (1 + ع)^2 + 1$

$19{,}51\ (1+ع)^2 = 21{,}51$

$(1+ع)^2 = 1{,}1025115$

$$1+ع = \sqrt{1{,}1025115} = 1{,}05 \Leftarrow ع = 5\%$$

2/ الاستهلاك العاشر:

$943{,}38 = ك_4[(1{,}05)^2 - 1]$

$943{,}38 = ك_4\ 0{,}1025 \leftarrow ك_4 = 9903{,}70$ دج

$ك_{10} = ك_4\ (1{,}05)^6$

$ك_{10} = 9203{,}7 \times 1{,}340096 = 12333{,}8$ دج

3/ مبلغ الدفعة:

$د = 12333{,}8 \times 1{,}05 = 12950{,}50$ دج

4/ أصل القرض:

$ك_1 = 9203{,}7\ (1{,}05)^{-3}$

$ك_1 = 9203{,}7 \times 0{,}863838 = 7992{,}3$ دج

$$س_0 = \frac{د - ك_1}{ع}$$

$$س_0 = \frac{12950{,}5 - 7992{,}3}{5} \times 100$$

$س_0 = 100000$ دج

حل التمرين السادس والسبعون:

1/ حساب المعدل والاستهلاك الأول:

$ف_1 - ف_2 = د - ك_1 - د + ك_2 = ك_2 - ك_1$

$14482{,}08 = 304123{,}68 - ك_1$

$ك_1 = 289641,6$ دج

$$1 + ع = \frac{304123,68}{289641,6} 1,05 \Leftarrow ع = 5\%$$

2/ حساب الدفعة:

د = $289641,6 + 12000000 \times 0,05$

د = $889641,6$ دج

3/ الاستهلاك الأخير:

د = $ك_ن (1 + ع)$

$$ك_ن = \frac{889641,6}{1,05} = 847277,71$$

4/ عدد الدفعات:

- **الطريقة الأولى:**

$$س_0 = ك_1 \frac{(1+ع)^{ن} - 1}{ع}$$

$$\frac{(1,05)^{ن} - 1}{0,05} = \frac{12000000}{289641,6} = 41,430512 \Leftarrow ن = 23$$

- **الطريقة الثانية:**

$$س_0 = د \frac{1 - (1+ع)^{-ن}}{ع}$$

$$\frac{1 - (1,05)^{-ن}}{0,05} = \frac{12000000}{289641,6} = 13,488,77 \Leftarrow ن = 23$$

- **لطريقة الثالثة:**

$ك_ن = ك_1 (1 + ع)^{ن-1}$

$$(1+ع)^{ن-1} = \frac{847277,71}{289641,6} = 2,9252624 \Leftarrow ن = 23$$

<u>حل التمرين السابع والسبعون:</u>

1/ معدل الفائدة:

$\text{ك}_3 = \text{ك}_2 \,(1 + \text{ع})^{\text{ن}-1}$

$$(1 + \text{ع}) = \frac{23100}{22000} = 1{,}05 \Leftarrow \text{ع} = 5\%$$

2/ الاستهلاك الأول

$\text{ك}_2 = \text{ك}_1 (1 + \text{ع})$

$$\text{ك}_1 = \frac{22000}{1{,}05} = 20952{,}38$$

3/ الاستهلاك الثالث عشر

$\text{ك}_{13} = \text{ك}_1 \,(1 + \text{ع})^{12}$

$\text{ك}_{13} = 20952{,}38 \,(1{,}05)^{12}$

$\text{ك}_{13} = 20952{,}38 \times 1{,}795856 = 37627{,}45$ دج

4/ الاستهلاك 25

$\text{ك}_{25} = \text{ك}_{13} \,(1 + \text{ع})^{12}$

$\text{ك}_{25} = 37627{,}45 \times 1{,}795856 = 67573{,}53$ دج

5/ مبلغ الدفعة

$\text{د} = \text{ك}_{25} \,(1 + \text{ع})$

$\text{د} = 67573{,}53 \times 1{,}05 = 70952{,}2$ دج

6/ أصل القرض

$\text{د} = \text{ك}_1 + \text{س}_0 \times \text{ع}$

$$\text{س}_0 = \frac{\text{د} - \text{ك}_1}{\text{تتتتتتتتتتتت}}$$

$$\text{س}_0 = \frac{70952{,}2 - 20952{,}38}{5} \times 100 = 1000000 \text{ دج}$$

حل التمرين الثامن والسبعون:

/1

ف$_1$ - ف$_2$ = د – ك$_1$ – د + ك$_2$ = ك$_2$ – ك$_1$ = ك$_1$(1+ع) – ك$_1$= ك$_1$ ع

ف$_{ن-1}$- ف$_{ن}$=د–ك$_{ن-1}$–د+ك$_{ن}$-ك$_{س}$=ك$_{ن}$–ك$_{ن-1}$(1+ع)–ك$_1$=ك$_1$ ع – ك$_{ن-1}$=ك$_{ن-1}$ ع

ك$_{ن-1}$ = ك$_{ن-1}$ ع

10250 – 5250 = ك$_{ن-1}$ ع

5000 = ك$_{ن-1}$ ع

.. الاستهلاك الأخير يساوي رأسمال المتبقي للدفع الأخير.

.. فائدة السطر الأخير هي فائدة الاستهلاك الأخير.

5250 = ك$_{ن}$ ع

5250 = ك$_{ن-1}$ (1+ع) ع

ومن العلاقة

$$\frac{5250}{5000} = \frac{\text{ك}_{\text{ن}-1}\left(1+\text{ع}\right)\text{ع}}{\text{ك}_{\text{ن}-1}\text{ع}}$$

1 + ع = 1,05 ⇐ ع = 5%

/2 الاستهلاك الأخير

$$\frac{5250}{5} \times 100 = 105000 \text{ دج}$$

/3 الدفعة الثابتة:

د = ك$_{ن}$ + ف$_{ن}$ = 105000 + 5250 = 110250 دج

/4 الاستهلاك الأول:

3384,2 = ك$_1$ × ع

ك1 = 3384,2 × 100 = 67684 دج

/4 الاستهلاك الأول:

3384,2 = ك1 × ع

$$\frac{3384,2}{5} \times 100 = 67684 \text{ دج}$$

5/ أصل القرض:

$$\text{س}_0 = \frac{110250 - 67684}{5} \times 100 = 851320 \text{ دج}$$

<u>حل التمرين التاسع والسبعون:</u>

1/ أصل القرض

$$9000 = 16153,30 \frac{1-(1,05)^{-15}}{0,05}$$

س$_0$ = 9000 × 10,379658 = 93416,9 دج

2/ قيمة اقتراح الزبون

$$93416,9(1,05)\frac{1}{2}(1,05)^4$$

ح = 93416,9 × 1,215506 × 1,0247

ح = 116352,45 دج

3/ قيمة اقتراح البنك

س$_8$ = القيمة الحالية لبقية الدفعات

$$\text{س}_8 = 9000 \frac{1-(1,05)^{-9}}{0,05}$$

س = 9000 × 7,107822 = 63970,4 دج

والملاحظ أن الزبون يدفع في الحالة الثانية

(9000 × 6) + 6370,4 = 1179704 دج

حل التمرين الثمانون:

1/ حساب الدفعة:

$$د = 400000 = \frac{0,065}{1-(1,065)^{-20}}$$

د = 400000 × 0,090756 = 36302,4 دج

2/ حساب الدفعات الرأسمالية:

$$د = 400000 \left[\frac{0,0375}{1-(1,0375)^{-20}} - 0,375\right]$$

د = 400000 (00,0719621 – 0,0375)

د = 13784,84 دج

3/ المقارنة:

في الحالة الأولى تدفع المؤسسة سنويا للبنك 36302,21 دج في الحالة الثانية تدفع المؤسسة سنويا للبنك مبلغ

400000 × 0,06 + 13784,84 = 37784,84 دج

حل التمرين الواحد والثمانون:

1/ حساب المعدل:

د = $ك_ن$ (1+ع)

$$د = 400000 = \frac{16153,30}{15759,50} = 1,025 \Leftarrow ع = 2,5\%$$

2/ حساب عدد الدفعات:

$$200000 = 16153,30 \frac{1-(1,025)^{-ن}}{0,025}$$

$$\frac{1-(1,025)^{-ن}}{0,025} = 12,381377 \Leftarrow ن = 15 \text{ سداسي}$$

<u>حل التمرين الثاني والثمانون:</u>

1 - أ - معدل القرض:

$$د = (1+ع)^{4} = \frac{54239,54}{42962,8} = 1,262477$$

من الجدول المالي ع = 6%

ب/ أصل القرض:

د = $ك_1$ + $س_0$ × ع

$$س_0 = \frac{102962,8 - 42962,8}{6} \times 100 = 100000 \text{ دج}$$

ح/ عدد الدفعات:

$$س_0 = ك_1 \frac{(1+ع)^{ن} - 1}{ع}$$

$$\frac{(1,06)^{ن} - 1}{0,06} = \frac{1000000}{42962,8} 23,27595 \Leftarrow ن = 15 \text{ سنة}$$

2/ بقية الدين: القيمة الحالية لبقية الدفعات:

$$س_{10} = 102962,8 \frac{1-(1,06)^{-5}}{0,06}$$

$س_{10}$ = 102962,8 × 4,212364 = 433716,79 دج

<u>حل التمرين الثالث والثمانون:</u>

1/ الاستهلاك الأول:

$ك_1$ (1,06) – $ك_1$ = 201,6

0,06 $ك_1$ = 201,6 ⇐ $ك_1$ × 1 = 3360 دج

/2 مبلغ الدفعة:

د = 3360 + (0,06 × 94000) = 9000 دج

/3 الاستهلاك الأخير:

د = ك$_{ن}$ (1+ع)

ك$_{ن}$ = 9000 × 0,943396 = 8490,56 دج

حل التمرين الرابع والثمانون:

/1 الاستهلاك الأول:

ف$_{3}$ف$_{4}$ = د-ك$_{3}$ – د + ك$_{4}$ = ك$_{4}$ – ك$_{3}$ = ك$_{1}$(1+ع)^{3} – ك$_{1}$ (1+ع)^{2} = ك$_{1}$ (1+ع)^{2}ع

438,27 = ك$_{1}$ (1,05)^{2} (0,05)

$$ك_{1} = \frac{438,27}{0,05 \times 1025} = 7950,11 \text{ دج}$$

/2 مبلغ الدفعة:

ك$_{ن}$ = ك$_{1}$ (1+ع)$^{ن-1}$ .....(1)

د= ك$_{ن}$(1+ع) ....(2)

⇐ د = ك$_{1}$(1+ع)^{ن}

د = 7950,11(1,05)$^{-10}$

د = 7950,11 × 1,628895 = 12950 دج

/3 أصل القرض:

$$س_{0} = \frac{7950,11 - 12950}{0,05} 100000 \text{ دج}$$

حل التمرين الخامس والثمانون:

/1 حساب الدفعة:

$$د = 10000 \frac{0,03}{1-(1,03)^{-30}}$$

د = 100000 × 0,0510193 = 5101,93 دج

2/ حساب المبلغ الباقي:

$$س_5 = د \frac{1-(1+ع)^{-25}}{ع}$$

$$س_5 = 5101,93 \frac{1-(1,03)^{-25}}{0,03}$$

$س_5$ = 5101,93 × 17,413147 = 88969 دج

ب/ المبلغ المحتل الاسترجاع

88969 × 40% = 35587,6 دج

<u>حل التمرين السادس والثمانون:</u>

1/ حساب مبلغ الدفعة:

لا يمكن اعتبار مبلغ 1000000 دج هو القيمة الحالية، لأن المؤسسة لم تقبض كل القيمة في 1985/01/01.

$$س_0 = 250000 + 250000 \frac{1-(1,05)^{-3}}{0,05}$$

$س_0$ = 250000 + (250000 × 2,723284) = 930821 دج

القرض ←	250000	250000	250000	25000
	85.1.1	86.1.1	87.1.1	88.1.1

دفعات

المؤسسة ← د د د د

$$د = 930821 \; \frac{0,05}{{}^{25-}(1,05) - 1}$$

د = 930821 × 0,0709525 = 66044 دج

2/ جدول الاستهلاك:

0	رصيد أول مدة	فائدة	استهلاك	دفعة	رصيد آخر مدة
1	250000,00	12500,00	53544,00	66044	446456,00
2	446456,00	22322,80	43721,20	66044	652734,80
3	652734,80	32636,74	33407,26	66044	869327,54
4	869327,54	43466,37	22577,63	66044	846749,91
5	846749,91	42337,49	23706,51	66044	823043,40
6	823043,40	41152,17	24891,83	66044	798151,57
...	...	...	...	...	...

250000 + 53544 – 250000 = 446456,00 (*)

250000 + 43721,2 – 446456,00 = 652734,80 (*)

قائمة المراجـــع

- مختار محمود الهانسى، الرياضيات المالية و التجارية بين النظرية و التطبيق، دار العربية للطباعة و النشر، بيروت، 1983.

- ناصر دادي عدون، تقنيات مراقبة التسيير-الرياضيات المالية- دار المحمدية العامة، الجزائر، 1996.

- منصور بن عوف عبد الكريم، الرياضيات المالية، 99 تمرين محلول، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2003.

- Miloud BOUBKER, mathématiques financières-cours et exercices- ENAG/édition, Alger, 1997.

- Mohamed LOUNES, mathématiques financières, entreprise nationale du livre, Alger, 1989.

- F. CHABRIOL, mathématiques financières, les éditions FOUCHER, Paris, 1983.

- M.LOUNES, cous d'arithmétiques et mathématiques financières, 2eme édition, entreprise nationale du livre, Alger, 1988.

Walder MASIERI, mathématiques financières, Dalloz, Paris 2001.