جامعة عبد الحميد بن باديس –مستغانم –

كلية العلوم الاقتصادية، العلوم التجارية، علوم التسيير، العلوم المالية والمحاسبية

قسم علوم التسيير

د. خليفـــة الحــاج

أستاذ محاضر قسم "أ"

دروس وتماريـــــن محلولـــة في الرياضيـــات الماليـــــــة

مطبوعـة بيداغوجيـة موجهـة إلى:

طلبة علوم التسييرالسنة الثانية **LMD**

السنة الجامعية 2019 -2020

بسم الله الرحمن الرحيم

﴿يَا أَيُّهَا الَّذِينَ آمَنُوا اتَّقُوا اللَّهَ وَذَرُوا مَا بَقِيَ مِنَ الرِّبَا إِن كُنتُم مُّؤْمِنِينَ (278)فَإِن لَّمْ تَفْعَلُوا فَأْذَنُوا بِحَرْبٍ مِّنَ
اللَّهِ وَرَسُولِهِوَإِن تُبْتُمْ فَلَكُمْ رُءُوسُ أَمْوَالِكُمْ لَا تَظْلِمُونَ وَلَا تُظْلَمُونَ (279) وَإِن كَانَ ذُو عُسْرَةٍ فَنَظِرَةٌ إلى
مَيْسَرَةٍ وَأَن تَصَدَّقُوا خَيْرٌ لَّكُمْ إِن كُنتُمْ تَعْلَمُونَ (280) وَاتَّقُوا يَوْمًا تُرْجَعُونَ فِيهِ إِلَى اللَّهِ ثُمَّ تُوَفَّىٰ كُلُّ نَفْسٍ مَّا
كَسَبَتْ وَهُمْ لَا يُظْلَمُونَ(281).﴾

الآيات(281-278)من سورة البقــرة

فهرس المحتويـات

تتناول هذه المطبوعة البيداغوجية الموسومة بـ "**دروس وتمارين محلولة في الرياضيات المالية**" كيفية استخدام طرق وأساليب الرياضيات المالية اللازمة لحساب العائد على الاستثمار سواء كان هذا الاستثمار قصير الأجل أو طويل الأمد، وهي موجهة لطلبة أقسام السنة الثانية علوم اقتصادية، علوم التسيير والعلوم التجارية والعلوم المالية والمحاسبية، وإلى كل المستويات باختلاف تخصصاتها، كما هي موجهة للأساتذة والمهنيين، وقد حرصنا في تقديم هذه المطبوعة على الإيجاز والسهولة وتبسيط المفاهيم المدعمة بأمثلة تطبيقية بعيداً عن البراهين المعقدة والمسترسلة، وذلك حتى يتسنى للطلبة استيعاب محاور المقرر الدراسي.

وبما أن المعاملات المالية والمصرفية تنقسم إلى قسمين قصيرة الأجل وطويلة الأجل، فقد ارتأينا إلى تقسيم هذه المطبوعة البيداغوجية إلى ثلاثة فصول: حيث تضمن الفصل الأول الفائدة البسيطة والخصم، حيث تم التطرق إلى مفهوم الفائدة البسيطة والخصم وكيفية حساب الفائدة البسيطة والخصم، وكيفية حساب جملة الفائدة البسيطة، أم الفصل الثاني فقد خصص لدراسة المعاملات المالية المتعلقة بالآجال طويلة المدى والمتمثلة في الفائدة المركبة والدفعات المتساوية. في حين خصص الفصل الثالث لمعالجة موضوع استهلاك القروض.

كما أننا نقدم هذه المطبوعة البيداغوجية كمحاولةً منا، ونرجو أن تكون عوناً لكل طالب يسلك دروب العلم، وفي الأخير نسأل العلي القدير أن يُعيننا على تطويرها في شكل كتاب شافي وكافي لأساسيات الرياضيات المالية.

د. خليفـة الحاج

الفصل الأول

الفائدة البسيطة والخصم

1. مفهوم الفائدة.
   1.1. مفهوم الفائدة البسيطة.
   2.1. عناصر الفائدة البسيطة.
   3.1. قانون الفائدة البسيطة.
   4.1. شروط تطبيق القانون الأساسي للفائدة البسيطة.
2. أنواع الفائدة البسيطة.
   1.2. الفائدة البسيطة التجارية.
   2.2. الفائدة البسيطة الصحيحة.
3. العلاقة بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة.
4. القيمة المكتسبة (الجملة).
5. القيمة المكتسبة لعدة مبالغ.
   1.5. الحالة الأولى: حالة المبالغ (الدفعات غير متساوية)، فترات إيداع المبالغ غير متساوية، ومعدلات الفائدة البسيطة المطبق على كل مبلغ غير متساوية.
   2.5. الحالة الثانية: حالة المبالغ (الدفعات غير متساوية)، فترات إيداع المبالغ غير متساوية، ومعدلات الفائدة البسيطة المطبق على كل مبلغ متساوية (مشتركة).
   3.5. الحالة الثالثة:حالة المبالغ (الدفعات متساوية)، فترات إيداع المبالغ متساوية أو منتظمة، ومعدلات الفائدة البسيطة المطبق على كل مبلغ متساوية (مشتركة).
6. تكافؤ رؤوس الأموال
   1.6. تكافؤ مبلغين من رأس المال موظفين بنفس اليوم ولها نفس تاريخ الاستحقاق
   2.6. تكافؤ مبلغين من رأس المال لهما نفس تاريخ الاستحقاق
7. الخصم التجاري والخصم الصحيح.
   1.7. تعريف الخصم.
   2.7. أنواع الخصم.
      1.2.7. الخصم التجاري.
      2.2.7. الخصم الصحيح.
   3.7. العلاقة بين الخصم التجاري والخصم الصحيح.
8. عناصر خصم الأوراق التجارية.
9. تسوية الديون قصيرة الأجل (تكافؤ الأوراق التجارية أو استبدال الديون).
   1.9. مفهوم تكافؤ الأوراق التجارية.
   2.9. تكافؤ ورقتين تجاريتين.
   3.9. تكافؤ ورقة تجارية مع مجموع عدة أوراق تجارية.

تمارين الفصل الأول.

حلول تمارين الفصل الأول.

1. مفهوم الفائدة

- هي التعويض الذي يدفعه المدين (المقترض) للدائن (المقرض) نتيجة حيازة المدين لأموال الدائن خلال فترة زمنية معينة؛
- تُعرف الفائدة على أنها المبلغ المدفوع من طرف المدين (المقترض) إلى الدائن (المقرض) نظير استغلال رأس المال المقترض خلال فترة زمنية معينة؛
- كما تُعرف بأنها المردود المادي الذي يتحصل عليه الدائن من استثمار رأس ماله عن طريق إيداعه في أحد البنوك أو نتيجة إقراضه جهة معينة، شخص، مؤسسة،...، خلال فترة زمنية معينة.

1.1. مفهوم الفائدة البسيطة

الفائدة البسيطة هي التي تحسب على أساس المبلغ الأصلي المقترض الثابت طوال مدة القرض أو التوظيف في نهاية كل دورة زمنية.

2.1. عناصـــر الفائدة البسيطة

يُقصد بعناصر الفائدة، تلك العوامل التي تُؤثر بصورة مباشرة بالفائدة وتعتمد عليها في احتساب تلك الفائدة. وهي ثلاثة عناصر أساسية:

المبلغ (الأصل)Capital

وهو رأس المال أو المبلغ المودع أو المبلغ المقترض أو المبلغ المستثمر أو أي مبلغ آخر، تقع عليه عملية التحويل من الشخص الأول إلى الشخص الثاني، ويُطلق عليه (المبلغ الأصلي)، ويُرمز له بالرمز **C**.

المدة (الزمن)Durée

وهي تُمثل الفترة الزمنية التي يضع فيها الدائن (المقرض) المبلغ لدى المدين (المقترض)، أي من تاريخ ابتداء العملية الاستثمارية حتى نهايتها. وقد تكون مدة القرض أو مدة الإيداع أو مدة الاستثمار أو غير ذلك. كما تكون هذه المدة محددة بالأيام، أو بالأشهر أو بالسنوات. ويُرمز بالمدة بالرمز **n**.

معدل الفائدةTauxd'intérêt

ويُسمى كذلك بسعر الفائدة، وهو المعدل الذي يتم الاتفاق عليه بين طرفي عملية الاستثمار والذي يمنحه المدين إلى الدائن نظير منح الدائن (المقرض) مبلغ الاستثمار إلى المدين (المقترض)، ويُعبر عنه سنوياً أو سداسياً أو شهرياً، ويُرمز له بالرمز "**t**".

3.1. قانون الفائدة البسيطة

كما ذكرنا أعلاه أن قيمة الفائدة البسيطة المتحصل عليها من توظيف أو استثمار مبلغ أو أصل معين خلال فترة زمنية معينة تتحد بثلاثة متغيرات أو عناصر. إذا رمزنا بالرمز I للفائدة البسيطة المتحصل عليها، فإن العلاقة الرياضية لحسابها تعطى بالصيغة التالية:

$$I = \frac{C * t * n}{100}$$

أي أن قيمة الفائدة البسيطة هي حاصل ضرب المبلغ (الأصل) في معدل الفائدة في مدة الاستثمار.

إذا كانت المدة بالسنوات تُصبح العلاقة الرياضية لحساب الفائدة البسيطة كما يلي:

$$I = \frac{C * t * n}{100}$$

إذا كانت المدة بالأشهر تُصبح العلاقة الرياضية لحساب الفائدة البسيطة كما يلي:

$$I = \frac{C * t * n}{1200}$$

إذا كانت المدة بالأيام تُصبح العلاقة الرياضية لحساب الفائدة البسيطة كما يلي:

$$I = \frac{C * t * n}{36000}$$

- **مثال (حالة المدة بالسنوات)**

أودع شخص معين مبلغ مالي قيمته 100 دج في بنك الفلاحة والتنمية الريفية (BADR)، حيث اتفق الطرفان على بقاء المبلغ في البنك لمدة سنتين مقابل حصول الشخص على فائدة بسيطة بمعدل 5 % سنوياً.

أحسب مقدار الزيادة أو الفائدة التي يتحصل عليها هذا الشخص بعد انقضاء مدة إيداع المبلغ في البنك.

- **الحل**

لدينا C =100DA ،n=2 ،t=5%

مقدار الفائدة البسيطة التي يتحصل عليها هذا الشخص هي:

$$I = \frac{C * t * n}{100} = \frac{100 * 5 * 2}{100} = 10\ DA$$

- **مثال (حالة المدة بالأشهر)**

أودع شخص معين مبلغ مالي قيمته 100 دج في بنك الفلاحة والتنمية الريفية (BADR)، حيث اتفق الطرفان على بقاء المبلغ في البنك لمدة 7 أشهر مقابل حصول الشخص على فائدة بسيطة بمعدل 4% سنوياً.

أحسب مقدار الزيادة أو الفائدة التي يتحصل عليها هذا الشخص بعد انقضاء مدة إيداع المبلغ في البنك.

- **الحل**

لدينا C =100DA ،n=7 mois ،t=4%

مقدار الفائدة البسيطة التي يتحصل عليها هذا الشخص هي:

$$I = \frac{C * t * n}{100} = \frac{100 * 4 * 7}{1200} = 2{,}33\ DA$$

- **مثال (حالة المدة بالأشهر)**

في يوم 2018/07/11 أودع شخص معين مبلغ مالي قيمته 1000 دج في بنك الفلاحة والتنمية الريفية (BADR)، ثم قام بسحبه يوم 2018/08/03 بمعدل فائدة بسيطة 6% سنوياً.

أحسب مقدار الزيادة أو الفائدة التي يتحصل عليها هذا الشخص بعد انقضاء مدة إيداع المبلغ في البنك.

- **الحل**

لدينا C =1000DA، t=6%

مدة بقاء المبلغ في البنك هو:

n= 31 – 11 = 20 Jours + 03 jours = 23 Jours

مقدار الفائدة البسيطة التي يتحصل عليها هذا الشخص هي:

$$I = \frac{C * t * n}{100} = \frac{1000 * 6 * 23}{36000} = 3,83\ DA$$

هــــــــام

عند حساب المدة بين تاريخين أي تاريخ الاقتراض وتاريخ تسديد القرض، فإنه يتم إسقاط يوم الإقراض من المدة بينما يتم احتساب اليوم الأخير دون النظر إلى التوقيت؛

4.1. شروط تطبيق القانون الأساسي للفائدة البسيطة

يُشترط لتطبيق العلاقة الرياضية لحساب الفائدة البسيطة احترام الشروط التالية:

أولاً: يجب أن يكون معدل الفائدة **(t)** سنوياً، وإذا كان معدل الفائدة غير سنوي يجب تحويله إلى معدل فائدة سنوي كما يلي:

- إذا كان المعدل شهري (Mensuel)، يتم ضرب المعدل في 12 لتحويله إلى معدل سنوي؛
- إذا كان المعدل لكل شهرين (Bimensuel)، يتم ضرب المعدل في 6 لتحويله إلى معدل سنوي؛
- إذا كان المعدل لكل 3 أشهر (Trimestriel)، يتم ضرب المعدل في 4 لتحويله إلى معدل سنوي؛
- إذا كان المعدل لكل 4أشهر (Quadrimestre)، يتم ضرب المعدل في 3 لتحويله إلى معدل سنوي؛
- إذا كان المعدل لكل 6أشهر (Semestriel)، يتم ضرب المعدل في 2لتحويله إلى معدل سنوي؛

ملاحظة: إذا لم يُذكر في التمرين نوع المعدل يُفترض انه معدل سنوي.

ثانياً: يُشترط أن تكون مدة الاستثمار أو الاقتراض (n) بالسنوات وإذا كانت المدة غير سنوية يجب تحويلها إلى سنوات.

- **مثال**

أوجد الفائدة البسيطة السنوية لمبلغ 1000 دج لكل حالة من الحالات التالية:

- بمعدل فائدة شهري ½% ولمدة 4 أشهر؛
- بمعدل فائدة ثلاثي $\frac{3}{2}$%ولمدة سنتين؛

✎ بمعدل فائدة رباعي 1 % ولمدة 120 يوم؛

✎ بمعدل فائدة سداسي $\frac{3}{4}$% ولمدة 3 سنوات؛

✎ بمعدل فائدة نصف شهري $\frac{1}{5}$% ولمدة 40 أسبوع.

- **الحل**

إيجاد الفائدة البسيطة السنوية لكل حالة من الحالات التالية:

✎ بمعدل فائدة شهري ½% ولمدة 4 أشهر؛

$$I_{simple} = C.\frac{n}{12}.\frac{t}{100}.12 = 1000.\frac{4}{12}.\frac{½}{100}.12 = 20\ DA$$

✎ بمعدل فائدة ثلاثي $\frac{3}{2}$%ولمدة سنتين؛

$$I_{simple} = C.n.\frac{t}{100}.4 = 1000.2.\frac{\frac{3}{2}}{100}.4 = 120\ DA$$

✎ بمعدل فائدة رباعي 1%ولمدة 120 يوم؛

$$I_{simple} = C.\frac{n}{360}.\frac{t}{100}.3 = 1000.\frac{120}{360}.\frac{1}{100}.3 = 10\ DA$$

✎ بمعدل فائدة سداسي $\frac{3}{4}$%ولمدة 3 سنوات؛

$$I_{simple} = C.n.\frac{t}{100}.2 = 1000.3.\frac{\frac{3}{4}}{100}.2 = 45\ DA$$

✎ بمعدل فائدة نصف شهري $\frac{1}{5}$%ولمدة 40 أسبوع؛

$$I_{simple} = C.\frac{n}{52}.\frac{t}{100}.24 = 1000.\frac{40}{52}.\frac{\frac{1}{5}}{100}.24 = 36{,}92\ DA$$

2. أنواع الفائدة البسيطة

يوجد نوعين من الفائدة البسيطة: الفائدة البسيطة الصحيحة (الحقيقية) والفائدة البسيطة التجارية

1.2. الفائدة البسيطة التجارية L'intérêt simple commercial

وتُسمى بالطريقة الفرنسية وهي طريقة مستخدمة في فرنسا، وتسمى بالطريقة التجارية[1]. وهي الفائدة التي تكون فيها المدة بالأيام تُساوي 360 يوم، أي افتراض أن جميع أشهر السنة تُساوي 30 يوم. وتُعطى الصيغة الرياضية لحساب الفائدة التجارية كما يلي:

$$\boxed{I_c = \frac{C * t * n}{36000}}$$

[1] تعد هذه الطريقة هي الأكثر انتشاراً في البنوك والمعاملات المالية ومراكز التسليف نظراً لبساطتها وسهولة عملياتها الحسابية بالإضافة لأنها تدر على المستثمر فائدة أكبر من الفائدة الصحيحة.

2.2.الفائدة البسيطة الصحيحة (الحقيقية)L’intérêt simple réel

وتُسمى بالطريقة الانكليزية وهي طريقة مستخدمة في بريطانيا وهي الفائدة التي تكون فيها السنة مدنية أي عدد أيام السنة هو 365 إذا كنت السنة بسيطة أو عادية أو 366 إذا كانت السنة كبيسة(Année bissextile). والسنة الكبيسة تحدث مرة واحدة كل أربع سنوات، أي في كل أربع سنوات يكون سنة فيها 366 يوم (أي شهر فيفري يكون فيه 29 يوم). ولمعرفة ما إذا كانت أي سنة كبيسة أو بسيطة (عادية) فإن هذه السنة المعنية تقبل القسمة على العدد 4، فإذا تحصلنا على رقم صحيح فنقول بأن السنة كبيسة وإذا تحصلنا على رقم بالفاصلة نقول بأن السنة عادية. وتُعطى الفائدة البسيطة الصحيحة بالعلاقة الرياضية التالية:

$$I_{réel} = \frac{C * t * n}{36500}$$

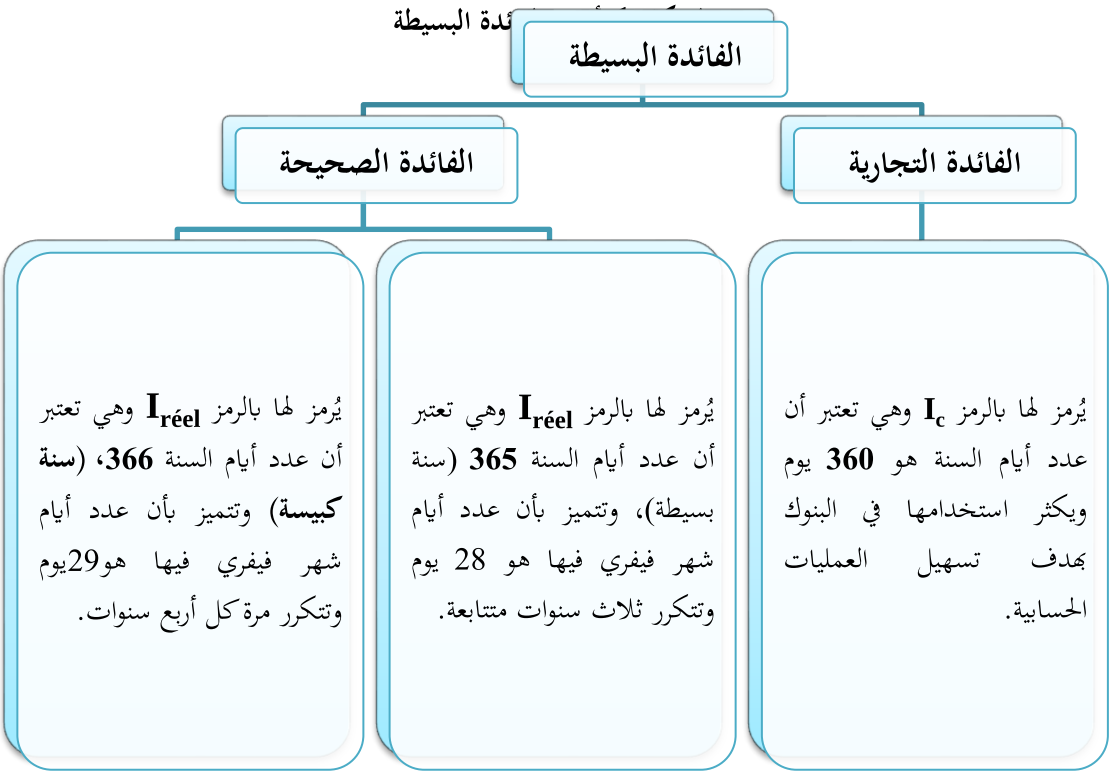
$$ou$$

$$I_{réel} = \frac{C * t * n}{36600}$$

مثال: سنة 1992 هل هي سنة كبيسة أو سنة عادية؟

4/1992 = 498 والباقي 0، إذن فسنة 1992 هي سنة كبيسة أي أن عدد أيامها هو 366 يوم.

ملاحظة: جميع المعاملات المالية تحسب بالفائدة التجارية أو السنة التجارية ما لم يُذكر في التمرين عكس ذلك.



المصدر: من إعداد الباحث

ملاحـــظات هامـــة

- تُستخدم الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة عندما تكون المدة بالأيام فقط؛
- الفائدة التجارية تكون دائماً أكبر من الفائدة الصحيحة؛
- إذا لم يُذكر في المسألة نوع الفائدة يُفترض أنها فائدة تجارية؛
- لا تُستخدم الفائدة الصحيحة إلا إذا ذُكر ذلك صراحة في المسألة؛
- إذا لم يُحدد في المسألة نوع السنة (بسيطة أو كبيسة) وطلب حساب الفائدة الصحيحة جرى العرف على اعتبارها سنة بسيطة (365 يوم)؛
- في حالة عدم ذكر سنة محددة في المسألة ثم طُلب تحديد الفائدة الصحيحة، فنفترض على أنها سنة بسيطة (365 يوم) لأن السنوات البسيطة تتكرر أكثر من السنوات الكبيسة.

3. العلاقة بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة

أحياناً يتطلب إيجاد الفائدة التجارية بمعلومية الفائدة الصحيحة والعكس يتطلب حساب الفائدة الصحيحة بمعلومية الفائدة التجارية، ما دام أن هناك علاقة تربط بينهما، وبالتالي نميز أربع علاقات رياضية تربط بين الفائدتين كما يلي:

- **العلاقة الأولى**: تفيد هذه العلاقة في إيجاد الفائدة التجارية بمعلومية الفائدة الصحيحة كما يلي:

$$I_{Commercial} = \frac{73}{72} I_{réel}$$

- **العلاقة الثانية**: تفيد هذه العلاقة في إيجاد الفائدة الصحيحة بمعلومية الفائدة التجارية كما يلي:

$$I_{réel} = \frac{72}{73} I_{Commercial}$$

- **العلاقة الثالثة**: تفيد هذه العلاقة في إيجاد الفائدة التجارية بمعلومية الفرق بين الفائدتين كما يلي:

$$I_{Commercial} = 73(I_{Commercial} - I_{réel})$$

- **العلاقة الرابعة**: تفيد هذه العلاقة في إيجاد الفائدة الصحيحة بمعلومية الفرق بين الفائدتين كما يلي:

$$I_{réel} = 72(I_{Commercial} - I_{réel})$$

- **مثال**

إذا كان الفرق بين الفائدتين التجارية والصحيحة هو 1,2 دج لمبلغ معين أستثمر لمدة 90 يوم بمعدل 12 %. فما هو مقدار كل من الفائدتين؟ وما هو مقدار المبلغ المستثمر؟

- **الحل**

$$I_{Commercial} - I_{réel} = 1,2\ DA; \qquad n = 90\ Jours, \qquad t = 12\%; \qquad C = ?$$

$$I_{Commercial} - I_{réel} = 1{,}2 \iff I_{Commercial} - \frac{72}{73} I_{Commercial} = 1{,}2$$
$$\Rightarrow I_{Commercial}\left(1 - \frac{72}{73}\right) = 1{,}2$$
$$\Rightarrow \frac{1}{73} I_{Commercial} = 1{,}2$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{I_{Commercial} = 87,6\ DA}$$
$$\Rightarrow I_{réel} = \frac{72}{73} I_{Commercial} = \frac{72}{73}(87{,}6) = \mathbf{86,4\ DA}$$
$$I_c = \frac{C * t * n}{36000} = 87{,}6 \iff \frac{C.12.90}{36000} = 87{,}6$$
$$\Rightarrow 1080\ C = 3153600$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{C = 2920\ DA}$$

4. القيمة المكتسبة (الجملة) La valeur acquise

عند إقراض مبلغ معين لمدة زمنية معينة وبمعدل فائدة بسيطة معين، فإن المقرض (الدائن) سوف يتحصل في نهاية المدة المتفق عليها بينه وبين المدين (المقترض) على رأسماله (الأصل) مضافاً إليه الفائدة المستحقة على هذا المبلغ خلال هذه المدة الزمنية، وبالتالي فإن الدائن (المقرض) سوف يتحصل على المبلغ زائد الفوائد البسيطة وهو ما يُسمى بالقيمة المكتسبة أو الجملة ويُرمز لها بالرمز **A**، وتُعطى بالصيغة التالية:

$$\mathbf{A = C + I}$$
$$\mathbf{A = C + C * n * t}$$
$$\mathbf{A = C * (1 + nt)}$$

حيث:

A: القيمة المكتسبة (الجملة)؛

C: رأس المال المستثمر (الأصل)؛

I: الفوائد البسيطة المستحقة.

هـــام

القيمة المكتسبة (الجملة) في نهاية كل فترة زمنية تُشكل متتالية حسابية (Suite arithmétique) ذات الحد الأول C_0 والأساس $C_0.t$.

في حالة المدة أُعطيت بالأشهر أو بالأيام، فإن الصيغة الرياضية للقيمة المكتسبة تُعطى كما يلي:

$$A = C + \frac{C * n * t}{12} = C(1 + \frac{n * t}{12})$$

$$A = C + \frac{C * n * t}{360} = C(1 + \frac{n * t}{360})$$

- **مثال**

ما هي القيمة المكتسبة لرأس مال قيمته 20000 دج وُظف لمدة 35 يوم، بمعدل فائدة بسيطة 7 % سنوياً؟

- **الحل**

$$A = C + \frac{C * n * t}{360} = C\left(1 + \frac{n * t}{360}\right) = 20000\left(1 + \frac{35 * 7}{360}\right) = 20136{,}11\ DA$$

5. القيمة المكتسبةلعدة مبالغ

أحياناً يودع الأشخاص أو المؤسسات مبالغ مالية غير متساوية القيمة وفي فترات زمنية مختلفة لدى البنوك والمؤسسات المالية، وفي نهاية المدة يتحصل على فائدة بسيطة على كل مبلغ أودعه. فإذا تطلب الأمر حساب الفوائد الإجمالية المستحقة حول هذه المبالغ أو الدفعات غير المتساوية وحساب القيمة المكتسبة فإننا نميز ثلاث حالات كما يلي:

1.5.الحالة الأولى: حالة المبالغ (الدفعات غير متساوية)، فترات إيداع المبالغ غير متساوية، ومعدلات الفائدة البسيطة المطبق على كل مبلغ غير متساوية.

ففي هذه الحالة يتم حساب الفوائد الإجمالية المستحقة على هذه المبالغ بالطريقة التالية:

$$\boldsymbol{I_{Global} = I_1 + I_2 + \cdots \ldots \ldots + I_m}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{I_{Global} = C_1 * n_1 * t_1 + C_2 * n_2 * t_2 + \cdots \ldots \ldots + C_m * n_m * t_m}$$

أما القيمة المكتسبة (الجملة) المتحصل عليها تُعطى وفق الصيغة الرياضية التالية:

$$\boxed{\boldsymbol{A = \sum_{m}^{i=1} C_i + \sum_{m}^{i=1} I_i}}$$

- **مثال**

أودع شخص ثلاث مبالغ مختلفة القيمة في ثلاث بنوك كما يلي:

- أودع في البنك A: مبلغ مالي قدره 4000 دج بمعدل فائدة بسيطة 5 % سنوياً ولمدة سنتين؛
- أودع في البنك B: مبلغ مالي قدره 2500 دج بمعدل فائدة بسيطة 4 % سنوياً ولمدة ستة أشهر؛
- أودع في البنك C: مبلغ مالي قدره 1500 دج بمعدل فائدة بسيطة 4,5%سنوياً ولمدة 145 يوم.

أوجد القيمة المكتسبة التي يتحصل عليها هذا الشخص في نهاية المدة الزمنية لإيداع مبالغه.

- **الحل**

$$\sum_{m}^{i=1} I_i = I_1 + I_2 + I_3$$

$$\Rightarrow \sum_{m}^{i=1} I_i = C_1.n_1.t_1 + C_2.n_2.t_2 + C_3.n_3.t_3$$

$$\Rightarrow \sum_{m}^{i=1} I_i = C_1.\frac{t_1}{100}.n_1 + C_2.\frac{t_2}{100}.\frac{n_2}{12} + C_3.\frac{t_3}{100}.\frac{n_3}{360}$$

$$\Rightarrow \sum_{m}^{i=1} I_i = 4000.\frac{5}{100}.2 + 2500.\frac{4}{100}.\frac{6}{12} + 1500.\frac{4,5}{100}.\frac{145}{360}$$

$$\Rightarrow \sum_{m}^{i=1} I_i = 400 + 50 + 27{,}1875 = \mathbf{477,1875\ DA}$$

$$\boldsymbol{A = \sum_{m}^{i=1} C_i + \sum_{m}^{i=1} I_i}$$

$$\sum_{m}^{i=1} C_i = C_1 + C_2 + C_3 = 4000 + 2500 + 1500 = \mathbf{8000DA}$$

$$A = 8000 + 477{,}1875 = \mathbf{8477,1875DA}$$

2.5. الحالة الثانية: حالة المبالغ (الدفعات غير متساوية)، فترات إيداع المبالغ غير متساوية، ومعدلات الفائدة البسيطة المطبق على كل مبلغ متساوية (مشتركة).

في هذه الحالة يُفضل استخدام طريقة النمر أو طريقة الأعداد والقاسم الثابت (Méthode des nombres et du diviseur fixe) وهي طريقة مبسطة وسهلة وموجزة للحسابات المعقدة، إذ تتطلب أن معدلات الفائدة البسيطة المطبقة على المبالغ غير المتساوية المودعة خلال فترات أو مُدد غير متساوية (مختلفة) أن تكون مشتركة أو موحدة. حيث أن النمر يُساوي مبلغ رأس المال المستثمر في مدة إيداعه، أي أن النمر هو حاصل ضرب كل مبلغ في مدة ايداعه، فإذا كانت المدة بالأشهر تُسمى النمر الشهري، وإذا كانت المدة بالأيام يُسمى النمر اليومي.

الفائدة الاجمالية الناتجة عن K رأسمال أو مبلغ موظف أو مستثمر، وإذا كانت مدة الاستثمار معبر عنخا بالأيام فإن:

$$\boldsymbol{I_{Total} = I_1 + I_2 + \cdots \ldots \ldots + I_k}$$

$$\boldsymbol{I_{Total} = \frac{C_1 * n * t}{360} + \frac{C_2 * n * t}{360} + \frac{C_3 * n * t}{360} + \cdots \ldots \ldots . + \frac{C_k * n * t}{360}}$$

$$\boxed{\boldsymbol{I_{Total} = \frac{\sum_{i=1}^{k} C_i n_i}{360} * t}}$$

لو نضع العبارة:

$$N_i = \boldsymbol{C_i n_i}$$

و

$$D = \frac{360}{t}$$

تصبح لدينا الفائدة الاجمالية وفق العلاقة الرياضية التالية:

$$I_{Total} = \frac{\sum_{i=1}^{k} N_i}{D}$$

أما القيمة المكتسبة أو الجملة المكتسبة من هذه المبالغ فيحصل عليها كما يلي:

الجملة = مجموع المبالغ + مجموع الفوائد المستحقة

$$A = \sum_{m}^{i=1} C_i + \sum_{m}^{i=1} I_i$$

- **مثال**

أودع شخص في البنك الوطني الجزائري ثلاث مبالغ مختلفة القيمة وخلال فترات زمنية مختلفة كما يلي:

- المبلغ الأول قيمته 3000 دج بتاريخ 2019/03/25؛
- المبلغ الثاني قيمته 4500 دج بتاريخ 2019/04/17؛
- المبلغ الثالث قيمته 2500 دج بتاريخ 2019/05/04.

علماً أن البنك اتفق مع الشخص على معدل 5 % كفائدة بسيطة سنوياً ولجميع المبالغ المودعة.

المطلوب: حساب مجموع الفوائد البسيطة المستحقة على هذه المبالغ المستثمرة بتاريخ 2019/05/20.

أولاً يجب تحديد مدة كل مبلغ أي تحديد مدة بقاء كل مبلغ في البنك:

المبلغ C1		
2019/03/**25** إلى 2019/03/31	2019/04/01 إلى 2019/04/30	2019/05/01 إلى 2019/05/20
06 أيام	**30** يوم	**20** يوم
$n_1 = 06 + 30 + 20 = 56 Jours$		

المبلغ الثاني C2	
2019/04/17 إلى 2019/04/30	2019/05/01 إلى 2019/05/20
13 يوم	**20** يوم
$n_2 = 13 + 20 = 33 Jours$	

المبلغ الثالث C_3
2019/05/04 إلى 2019/05/20
16 يوم
$n_3 = 16\ Jours$

مجموع الفوائد = مجموع النمر على القاسم

$$D = \frac{n}{t} = \frac{360}{0{,}05} = 7200$$

$$\sum_{m}^{i=1} I = \frac{\sum_{m}^{i=1} \text{Tigre}}{D} = \frac{C_1 * n_1 + C_2 * n_2 + C_3 n_3}{D}$$

$$= \frac{(3000*56)+(4500*33)+(2500*16)}{7200}$$

$$\Rightarrow \sum_{m}^{i=1} I = \mathbf{49{,}51}\ \boldsymbol{DA}$$

3.5. الحالة الثالثة: حالة المبالغ (الدفعات متساوية)، فترات إيداع المبالغ منتظمة، ومعدلات الفائدة البسيطة المطبق على كل مبلغ متساوية (مشتركة).

على غرار الحالتين السابقتين فإن هذه الحالة تتميز بأن المبالغ المستثمرة أو المودعة لدى البنوك أو المقرضة للغير تأخذ صفة الانتظام والتساوي في مقاديرها كما تتميز بالتتابع والدورية في تدفقها.

ويُمكن أن إيداع هذه الدفعات المتساوية (المبالغ المتساوية) أو سدادها شهرياً أو كل شهرين أو كل ثلاثي من السنة أو كل سداسي (ستة أشهر) أو كل سنة....، إلخ، كما يُمكن أن يكون إيداع أو سداد هذه المبالغ المتساوية في بداية كل وحدة زمنية أو في نهاية كل وحدة زمنية.

ملاحظــة

- إذا كانت الدفعات المودعة أو المبالغ المستثمرة تكون في غالب الأحيان في بداية كل وحدة زمنية وتُسمى بالدفعات الفورية أو دفعات الاستثمار.
- إذا كانت الدفعات تتمثل في سداد القروض أو استهلاكها فتكون في نهاية كل وحدة زمنية وتُسمى بدفعات السداد أو الدفعات العادية.

وبالتالي فإن مجموع الفوائد البسيطة المستحقة على هذه الدفعات المتساوية تُشكل متتالية حسابية وفق الصيغة الرياضية التالية:

$$\sum \text{suite arithmétique} = \frac{\text{Nombre des termes}}{2}(\text{1er terme} + \text{dernier terme})$$

وبالتالي فإن جملة الدفعات المتساوية فهي عبارة عن مجموع هذه الدفعات مضافاً إليها مجموع الفوائد البسيطة المستحقة على هذه الدفعات، أي أنه إذا كان:

a: يُمثل قيمة الدفعة المتساوية

t: معدل الفائدة البسيطة المطبق على المبالغ المتساوية (الدفعات)

k: عدد الدفعات المتساوية

n: مدة الإيداع أو السداد (عدد أيام السنة أو عدد أشهر السنة)

وبالتالي فإن الصيغة الرياضية لمجموع متتالية دفعات متساوية (مجموع الفوائد البسيطة المستحقة على هذه الدفعات المتساوية) تُعطى وفق الصيغة التالية:

$$\boldsymbol{\sum_{k}^{i=1} I_i = a.t.\frac{k}{2}\left(\frac{n_1+n_k}{n}\right)}$$

n_1: مدة الدفعة الأولى؛

n_k: مدة الدفعة الأخيرة.

أما القيمة المكتسبة (الجملة) الناتجة عن هذه الدفعات المتساوية فهي مجموع الفوائد البسيطة مضافاً إليها مجموع الدفعات المتساوية كما يلي:

$$\boldsymbol{\sum_{k}^{i=1} a_i = a.k}$$

$$A = \sum_{k}^{i=1} a_i + \sum_{k}^{i=1} I_k$$

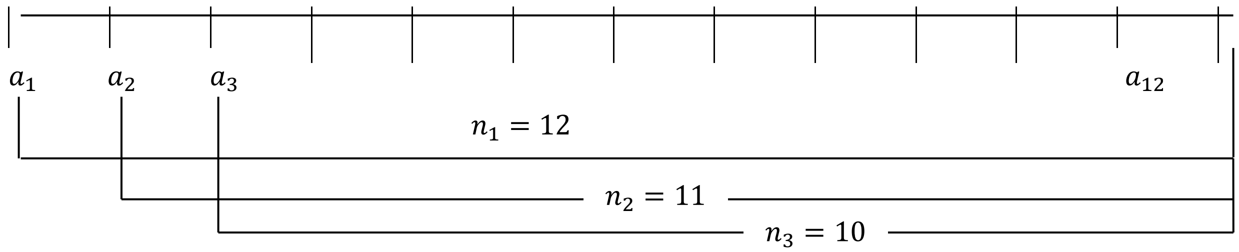
- **مثال**

قرر شخص معين على إيداع في بداية كل شهر من سنة 2019 مبلغ مالي قيمته 1000 دج، بمعدل فائدة بسيطة 5 % سنوياً. وفي نهاية سنة 2019 قام بسحب أمواله والفوائد البسيطة المستحقة على هذه الدفعات.

فما هي القيمة المكتسبة التي يتحصل عليها هذا الشخص في نهاية سنة 2019؟

- **الحل**

$$a = 1000\ DA; \quad le\ montant\ de\ l'annuit\acute{e}\ constante$$
$$n = 12\ le\ nombre\ des\ annuit\acute{e}s$$



$$a_1 = a_2 = a_3 = \cdots \dots \dots = a_{12} = 1000\ DA$$

$$\sum_{k}^{i=1} a_i = a.n = 1000 * 12 = 12000\ DA$$

$$\sum_{k}^{i=1} I_1 = I_2 + I_3 + \cdots \dots \dots + I_k$$

فوائد كل دفعة تساوي مبلغ الدفعة مضروب في معدل الفائدة البسيطة مضروب في الفترة الزمنية. وبالتالي نلخص فوائد كل دفعة في الجدول التالي:

الدفعـة	الفتـرة الزمنية (المدة)	معدل الفائدة	الفائدة البسيطة لكل دفعة
$\boldsymbol{a_1 = 1000}$	$n_1 = 12$ mois	$t = 5\%$	$I_1 = 1000.\frac{12}{12}.\frac{5}{100} = 50$ DA
$\boldsymbol{a_2 = 1000}$	$n_2 = 11$ mois	$t = 5\%$	$I_2 = 1000.\frac{11}{12}.\frac{5}{100} = 45{,}83$ DA
$\boldsymbol{a_3 = 1000}$	$n_3 = 10$ mois	$t = 5\%$	$I_1 = 1000.\frac{10}{12}.\frac{5}{100} = 41{,}67$ DA
....	....	....	....
$\boldsymbol{a_{11} = 1000}$	$n_1 = 2$ mois	$t = 5\%$	$I_1 = 1000.\frac{2}{12}.\frac{5}{100} = 8{,}33$ DA
$\mathbf{a_{12} = 1000}$	$n_1 = 1$ mois	$t = 5\%$	$I_1 = 1000.\frac{1}{12}.\frac{5}{100} = 4{,}17$ DA

وبالتالي فإن مجموع الفوائد المستحقة تُشكل متتالية حسابية من الشكل:

$$\sum_{k}^{i=1} I_i = a.t.\frac{k}{2}\left(\frac{n_1 + n_k}{n}\right)$$

$$\Rightarrow \sum_{k}^{i=1} I_i = 1000.\frac{5}{100}.\frac{12}{2}\left(\frac{12+1}{12}\right) = 325\ DA$$

$$\sum_{k}^{i=1} a_i = a.n = 1000.12 = 12000\ DA$$

القيمة المكتسبة أو الجملة تُساوي مجموع الدفعات + مجموع الفوائد المستحقة على هذه الدفعات

$$A = \sum_{k}^{i=1} a_i + \sum_{k}^{i=1} I_k = 12000 + 325 = \mathbf{12325\ DA}$$

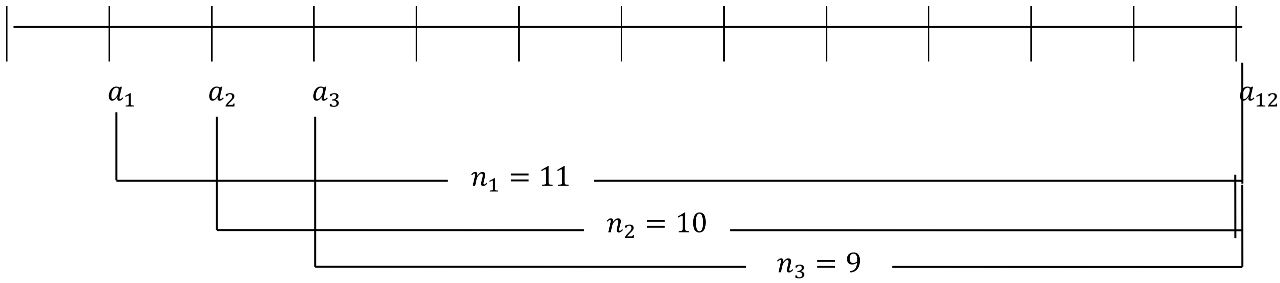
- **مثال**

قرر شخص على تسديد ديونه المقترضة على البنك على شكل دفعات متساوية قيمتها 1000 دج في نهاية كل شهر على مدار سنة كاملة وذلك بمعدل فائدة بسيطة 6 %.

المطلوب: حساب جملة ما يقوم بدفعه هذا الشخص للبنك في نهاية السنة.

- **الحل**

$$a = 1000\ DA; \quad le\ montant\ de\ l'annuité\ constante$$
$$n = 12\ le\ nombre\ des\ annuités$$



$$a_1 = a_2 = a_3 = \cdots \ldots \ldots = a_{12} = 1000\ DA$$

مجموع القروض المسددة تشكل متتالية حسابية مجموعها من الشكل التالي:

$$\sum_{k}^{i=1} I_k = a.t.\frac{k}{2}\left(\frac{n_1 + n_k}{n}\right)$$

$$\Rightarrow \sum_{k}^{i=1} I_k = 1000.\frac{6}{100}.\frac{12}{2}\left(\frac{11+0}{12}\right) = 330\ DA$$

القيمة المكتسبة أو الجملة تُساوي مجموع الدفعات + مجموع الفوائد المستحقة على هذه الدفعات

$$A = \sum_{k}^{i=1} a_i + \sum_{k}^{i=1} I_k = 12000 + 330 = \mathbf{12330\ DA}$$

6. تكافؤ رؤوس الأموال

يُقصد بمفهوم تكافؤ مبلغين من رأس المال عندما نرغب في استبدال رأس مال موظف أو مستثمر برأس مال آخر بحيث ألا يكون هناك أي ميزة أو منفعة للمقرض. هذين المبلغين يجب أن يكون لهما نفس تاريخ الاستحقاق ونفس القيمة المكتسبة في هذا التاريخ.

1.6. تكافؤ مبلغين من رأس المال موظفين بنفس اليوم ولها نفس تاريخ الاستحقاق

نعتبر مبلغين من رأس المال لهما الخصائص التالية:

- C_1: رأس مال موظف اليوم لمدة n يوم، بمعدل فائدة بسيطة t_1؛
- C_2: رأس مال موظف اليوم لمدة n يوم، بمعدل فائدة بسيطة t_2؛

نقول عن المبلغين C_1 و C_2 أنهما متكافئين، بمعنى يُمكن استبدال رأس المال بالآخر إذا كانت قيمتهما المكتسبة متساوية في تاريخ التكافؤ المشترك.

من خلال هذا التعريف يُمكن كتابة:

$$A_1 = A_2$$
$$C_1 + C_1.n.t_1 = C_2 + C_2.n.t_2$$

في حالة المدة المستخدمة بالأيام أو بالأشهر، فإن صيغة التكافؤ تُعطى بالعلاقة التالية:

$$C_1 + \frac{C_1.n.t_1}{12} = C_2 + \frac{C_2.n.t_2}{12}$$
$$C_1 + \frac{C_1.n.t_1}{360} = C_2 + \frac{C_2.n.t_2}{360}$$

- **مثال**

ماهي قيمة رأس المال الذي وُظف يوم 05 ماي 2019 إلى غاية 25 جوان من نفس السنة، بمعدل فائدة بسيطة سنوياً 7 % حتى يكون مكافئ لرأس مال قيمته 25000 دج مُوظف يوم 05 ماي 2019 إلى غاية 25 جوان من نفس السنة بمعدل فائدة بسيطة سنوياً 4 %؟

- **الحل**

$$\begin{cases} C_1 = ? \\ n_1 = 51\,J \\ t_1 = 7\% \end{cases} \begin{cases} C_2 = 25000\,DA \\ n_2 = 51\,J \\ t_2 = 4\% \end{cases}$$

نلاحظ أن مدة التوظيف تمتد من 05 ماي إلى غاية 25 جوان من نفس السنة.

علاقة التكافؤ لمبلغين من رأس المال تعطى بالصيغة الرياضية التالية:

$$C_1 + \frac{C_1.n.t_1}{360} = C_2 + \frac{C_2.n.t_2}{360}$$

بضرب طرفي المعادلة في العدد 360 نجد:

$$360C_1 + C_1.n.t_1 = 360C_2 + C_2.n.t_2$$

$$\Rightarrow C_1(360 + n.t_1) = C_2(360 + n.t_2)$$
$$\Rightarrow C_1 = \frac{C_2(360 + n.t_2)}{360 + n.t_1}$$
$$\Rightarrow C_1 = \frac{25000 * (360 + (51 * 0{,}04))}{360 + (51 * 0{,}07)}$$
$$\Rightarrow C_1 = 24894{,}79\ DA$$

- **مثال**

ما هو معدل الفائدة البسيطة لرأس مال قيمته 21500 دج وُظف بتاريخ 15 أفريل 2019 والمكافئ في تاريخ الاستحقاق 07 جوان 2019 لرأس مال آخر قيمته 21650 دج مُوظف بمعدل فائدة بسيطة 4,25% سنوياً وذلك يوم 15 أفريل 2019 وتاريخ استحقاقه هو 07 جوان من نفس السنة.

- **الحل**

$$\begin{cases} C_1 = 21500 \\ n_1 = 53\ J \\ t_1 = ? \end{cases} \begin{cases} C_2 = 21650\ DA \\ n_2 = 53\ J \\ t_2 = 4{,}25\% \end{cases}$$

نلاحظ أن مدة التوظيف تمتد من 15 أفريل إلى غاية 07 جوان من نفس السنة.

علاقة التكافؤ لمبلغين من رأس المال تعطى بالصيغة الرياضية التالية:

$$C_1 + \frac{C_1.n.t_1}{360} = C_2 + \frac{C_2.n.t_2}{360}$$

بضرب طرفي المعادلة في العدد 360 نجد:

$$360C_1 + C_1.n.t_1 = 360C_2 + C_2.n.t_2$$
$$\Rightarrow C_1.n.t_1 = 360C_2 + C_2.n.t_2 - 360C_1$$
$$\Rightarrow t_1 = \frac{360C_2 + C_2.n.t_2 - 360C_1}{C_1.n}$$
$$\Rightarrow t_1 = \frac{(360 * 21650 + (21650 * 53 * 0{,}0425)) - 360 * 21500}{21500 * 53}$$
$$\Rightarrow t_1 = 9{,}02\%$$

2.6. تكافؤ مبلغين من رأس المال لهما نفس تاريخ الاستحقاق

نعتبر مبلغين من رأس المال لهما الخصائص التالية:

- C_1: رأس مال موظف اليوم j_1 لمدة n_1 يوم، بمعدل فائدة بسيطة t_1؛
- C_2: رأس مال موظف اليوم j_2 لمدة n_2 يوم، بمعدل فائدة بسيطة t_2؛

نقول عن المبلغين C_1 و C_2 أنهما متكافئين في تاريخ استحقاقهما المشترك، بمعنى يُمكن استبدال رأس المال بالآخر إذا كانت قيمتهما المكتسبة متساوية في تاريخ التكافؤ المشترك.

$$A_1 = A_2$$

$$C_1 + C_1.n_1.t_1 = C_2 + C_2.n_2.t_2$$

مع أن:

$$j = j_1 + n_1 = j_2 + n_2$$

مفهوم تكافؤ مبلغين من رأس المال يجب أن يُحقق الشرطين التاليين:

- يجب أن يكون لها نفس الاستحقاق؛
- يجب أن يكون لهما نفس القيمة المكتسبة في تاريخ الاستحقاق المشترك.

في حالة المدة أُعطيت بالأيام أو بالأشهر فإن الصيغة الرياضية للتكافؤ تُعطى وفق العلاقة التالية:

- **المدة بالأيام:**

$$C_1 + \frac{C_1.n_1.t_1}{360} = C_2 + \frac{C_2.n_2.t_2}{360} \qquad avec\ j = j_1 + n_1 = j_2 + n_2$$

- **المدة بالأشهر:**

$$C_1 + \frac{C_1.n_1.t_1}{12} = C_2 + \frac{C_2.n_2.t_2}{12} \qquad avec\ j = j_1 + n_1 = j_2 + n_2$$

- **مثال**

ما هي قيمة رأس مال وُظف يوم 15 ماي 2019 وتاريخ استحقاقه يوم 25 جوان من نفس السنة، بمعدل فائدة بسيطة 7 % والمكافئ لرأس مال قيمته 7000 دج مُوظف يوم 28 أفريل 2019 وتاريخ استحقاقه يوم 25 جوان من نفس السنة، بمعدل فائدة بسيطة 8,5%.

- **الحل**

$$\begin{cases} C_1 = ? \\ n_1 = 41\,J \\ t_1 = 7\% \end{cases} \begin{cases} C_2 = 7000\,DA \\ n_2 = 58\,J \\ t_2 = 8{,}5\% \end{cases}$$

علاقة التكافؤ لمبلغين من رأس المال تعطى بالصيغة الرياضية التالية:

$$C_1 + \frac{C_1.n.t_1}{360} = C_2 + \frac{C_2.n.t_2}{360}$$

بضرب طرفي المعادلة في العدد 360 نجد:

$$360C_1 + C_1.n_1.t_1 = 360C_2 + C_2.n_2.t_2$$
$$\Rightarrow C_1(360 + n_1.t_1) = C_2(360 + n_2.t_2)$$
$$\Rightarrow C_1 = \frac{C_2(360 + n_2.t_2)}{360 + n_1.t_1}$$
$$\Rightarrow C_1 = \frac{7000 * (360 + (58 * 0{,}085))}{360 + (41 * 0{,}07)}$$
$$\Rightarrow C_1 = 7039{,}74\,DA$$

- **مثال**

ما هو معدل الفائدة البسيطة لرأس مال قيمته 10000 دج مُوظف بتاريخ 02 مارس 2019 وتاريخ استحقاقه يوم 31 ماي من نفس السنة والمكافئ لرأس مال قيمته 10250 دج مُوظف يوم 15 أفريل 2019 وتاريخ استحقاقه يوم 31 ماي من نفس السنة بمعدل فائدة بسيطة 10 %.

- **الحل**

$$\begin{cases} C_1 = 10000 \\ n_1 = 90\,J \\ t_1 = ? \end{cases} \begin{cases} C_2 = 10250\,DA \\ n_2 = 46\,J \\ t_2 = 10\% \end{cases}$$

علاقة التكافؤ لمبلغين من رأس المال تعطى بالصيغة الرياضية التالية:

$$C_1 + \frac{C_1.n.t_1}{360} = C_2 + \frac{C_2.n.t_2}{360}$$

بضرب طرفي المعادلة في العدد 360 نجد:

$$360C_1 + C_1.n_1.t_1 = 360C_2 + C_2.n_2.t_2$$

$$\Rightarrow C_1.n_1.t_1 = 360C_2 + C_2.n_2.t_2 - 360C_1$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{360C_2 + C_2.n_2.t_2 - 360C_1}{C_1.n_1}$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{(360 * 10250 + (10250 * 46 * 0,1)) - 360 * 10000}{10000 * 90}$$

$$\Rightarrow t_1 = 15,24\%$$

7. الخصم التجاري والخصم الصحيح

على غرار وسائل الدفع المعتادة التي يستعملها المتعاملون الاقتصاديون مثل النقود والشيكات البنكية، هناك وسائل دفع أخرى على سبيل المثال الأوراق التجارية أو ما يطلق عليها الكمبيالات أو السفتجة، وسند الأمر، وعند تحرير المتعاملون فيما بينهم الأوراق التجارية فإن صاحب الدين ملزم قانونيا بدفع القيمة الاسمية الكمبيالة إلى صاحب الحق أو المستفيد وذلك في التاريخ أو الأجل المحدد على الورقة التجارية والذي يسمى بتاريخ الاستحقاق، لكن لظروف ما قد يلجأ صاحب الحق أو المستفيد إلى تحصيل هذا الدين قبل ميعاد استحقاقه، وهذا ما يسمى بخصم الدين أو خصم الأوراق التجارية.

1.7. تعريف الخصم

هو التنازل عن مبلغ أو قيمة معينة من القيمة الاسمية للدين أو الورقة التجارية مقابل الحصول على الدين قبل موعد استحقاقه، حيث يتشابه الخصم مع الفائدة البسيطة في طريقة الحساب. فإذا كانت الفائدة البسيطة تُضاف للمبلغ فإن الخصم يُطرح من المبلغ، وخصم الديون يعني تسديدها قبل موعد استحقاقها بمدة معينة لقاء تخفيض يساوي فائدتها للمدة المحصورة بين تاريخ التسديد وتاريخ الاستحقاق بمعدل معين، فإذا تم تسديد المبالغ المدينة قبل موعد استحقاقها فيحصل المدين على خصم لقاء هذا التقديم الزمني لها.

2.7.أنواع الخصم

كما تناولنا في الفائدة البسيطة بوجود نوعين من الفائدة البسيطة (التجارية والصحيحة) فكذلك بالنسبة للخصم يوجد نوعان (خصم تجاري وخصم صحيح).

1.2.7.الخصم التجاري (Escompte commercial)

هذا النوع من الخصوم يُحسب من القيمة الاسمية للورقة التجارية أو الدين أي أنه حاصل ضرب القيمة الاسمية في المدة في معدل الخصم، ويُعطى بالعلاقة الرياضية التالية:

$$\boldsymbol{E_c = VN * n * t}$$

حيث:

$\boldsymbol{E_c}$: الخصم التجاري؛

$\boldsymbol{VN}$: القيمة الاسمية (Valeur nominale)؛

$\boldsymbol{n}$: مدة الخصم

$\boldsymbol{t}$: معدل الخصم

- **القيمة الاسمية (VN)**: هي القيمة المستحقة الدفع في تاريخ معين.
- **مدة الخصم (n)**: هي المدة المحصورة بين تاريخ الاستحقاق وتاريخ الخصم.
- **معدل الخصم (t):** هو نسبة مئوية تقتطع من القيمة الاسمية للدين أو الورقة التجارية.
- **القيمة الحالية التجارية ($\boldsymbol{VA_c}$)**: هي الفرق بين القيمة الاسمية للدين أو الورقة التجارية وبين قيمة الخصم التجاري المتنازل عنه في تاريخ سابق لتاريخ الاستحقاق.

$$VA_c = VN - E_c$$
$$\Rightarrow E_c = VN - VA_c$$
$$\boldsymbol{E_c = VN - VA_c}$$

- **مثال**

في 25 ماي 2018 حرر المدين ورقة تجارية للدائن قيمتها الاسمية 25000 دج مستحقة يوم 15 سبتمبر 2018، وفي يوم 10 أوت 2018 تقدم الدائن للبنك من أجل خصم أو تظهير هذه الورقة التجارية، فوافق البنك على طلب الدائن مقابل معدل خصم أو قطع 5 %.

- أوجد قيمة الخصم التجاري؛
- أوجد القيمة الحالية التي يتحصل عليها الدائن بعد خصم الورقة التجارية.

- **الحل**

- ايجاد قيمة الخصم التجاري

المدة المحصورة بين تاريخ الاستحقاق وتاريخ الخصم هي n حيث:

2018/08/10 إلى 2018/08/31	2018/09/01 إلى 2019/09/15
21 Jours	15 Jours

n = 21 +15 = 36 Jours

$$\boldsymbol{E_c = VN * n * t}$$

$$\Rightarrow E_c = VN.\frac{n}{360}.\frac{t}{100}$$

$$\Rightarrow E_c = 25000.\frac{36}{360}.\frac{5}{100}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{E_c = 125\ DA}$$

✎ إيجاد القيمة الحالية التي يتحصل عليها الدائن بعد خصم الورقة التجارية

$$VA_c = VN - E_c$$

$$\Rightarrow VA_c = 25000 - 125$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{VA_c = 24875\ DA}$$

2.2.7.الخصم الصحيح (Escompte réel)

هذا النوع من الخصوم يُحسب من القيمة الحالية للورقة التجارية أو الدين أي أنه حاصل ضرب القيمة الحالية الصحيحة في المدة في معدل الخصم، ويُعطى بالعلاقة الرياضية التالية:

$$\boxed{\boldsymbol{E_r = VA_r * n * t}}$$

حيث:

$\boldsymbol{E_r}$: الخصم الصحيح؛

$\boldsymbol{VA_r}$: القيمة الحالية الصحيحة (Valeur actuelle réelle)؛

$\boldsymbol{n}$: مدة الخصم

$\boldsymbol{t}$: معدل الخصم

ويُعطى كذلك الخصم الصحيح بالعلاقة الرياضية التالية:

$$\boldsymbol{E_r = \frac{VN.t.n}{1+(t.n)}}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{E_r = \frac{E_c}{1+(t.n)}}$$

$$\boxed{\boldsymbol{E_r = \frac{E_c}{1+(t.n)}}}$$

✍ **القيمة الحالية (VA)**: هي الفرق بين القيمة الاسمية للدين وقيمة الخصم في التاريخ السابق لتاريخ استحقاق الدين أو الورقة التجارية.

✍ **مدة الخصم (n)**: هي المدة المحصورة بين تاريخ الاستحقاق وتاريخ الخصم.

- **معدل الخصم (t):** هو نسبة مئوية تقتطع من القيمة الاسمية للدين أو الورقة التجارية.
- **القيمة الحالية الصحيحة** ($VA_{réelle}$): هي الفرق بين القيمة الاسمية للدين أو الورقة التجارية وبين قيمة الخصم الصحيح المتنازل عنه في تاريخ سابق لتاريخ الاستحقاق.

$$\boldsymbol{VA_r = VN - E_r}$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{E_r = VN - VA_r}$$

وتُعطى كذلك القيمة الحالية الصحيحة بالعلاقة الرياضية التالية:

$$\boxed{\boldsymbol{VA_r = \frac{VN}{1+(t.n)}}}$$

- **مثال**

بتاريخ 10 نوفمبر 2018قُدمت ورقة تجارية قيمتها الاسمية 45000 دج للخصم، حيث تاريخ استحقاقها 18 فيفري 2019 بمعدل خصم 5 %.

- أُحسب الخصم التجاري، والقيمة الحالية التجارية للورقة؛
- أحسب الخصم الصحيح والقيمة الحالية الصحيحة للورقة.

- **الحل**

- حساب الخصم التجاري

$$E_c = VN.\frac{n}{360}.\frac{t}{100}$$

حيث: n هي المدة المحصورة بين تاريخ الاستحقاق وتاريخ الخصم

2018/11/10 إلى/11/30 2018	2018/12/01 إلى/12/31 2018	2019/01/01إلى/01/31 2019	2019/02/01إلى/02/18 2019
20 Jours	31 Jours	31 Jours	**18 Jours**
n = 20 +31 + 31+18 = 100 Jours			

$$E_c = VN.\frac{n}{360}.\frac{t}{100} = 45000.\frac{100}{360}.\frac{5}{100}$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{E_c = 625}\ DA$$

- حساب القيمة الحالية التجارية للورقة

$$VA_c = VN - E_c$$
$$\Rightarrow VA_c = 45000 - 625$$
$$\Rightarrow VA_c = 44375\ DA$$

- حساب الخصم الصحيح

$$\Rightarrow E_r = \frac{E_c}{1+(t.n)}$$

$$\Rightarrow E_r = \frac{625}{1+\left(\frac{5}{100}.\frac{100}{360}\right)}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{E_r = 616,44\ DA}$$

حساب القيمة الحالية الصحيحة للورقة

$$VA_r = VN - E_r$$

$$\Rightarrow VA_r = 45000 - 616,44$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{VA_r = 44383,56\ DA}$$

3.7. العلاقة بين الخصم التجاري والخصم الصحيح

لدينا:

$$E_c = VN * n * t \ldots\ldots\ldots (1)$$

$$E_r = VA_r * n * t \ldots\ldots\ldots (2)$$

بقسمة المعادلة 1 على المعادلة 2 نجد:

$$\frac{E_c}{E_r} = \frac{VN * n * t}{VA_r * n * t}$$

$$\Rightarrow \frac{E_c}{E_r} = \frac{VN}{VA_r}$$

$$\Rightarrow VN = VA_r * \frac{E_c}{E_r}$$

$$\boxed{\boldsymbol{VN = VA_r * \frac{E_c}{E_r}}}$$

إذن فالقيمة الاسمية تساوي القيمة الحالية الصحيحة مضروب في حاصل قسمة الخصم التجاري على الخصم الصحيح.

أو: القيمة الحالية الصحيحة تساوي القيمة الاسمية مضروب في حاصل قسمة الخصم الصحيح على الخصم التجاري وفق الصيغة الرياضية التالية:

$$\boxed{\boldsymbol{VA_{réelle} = VN * \frac{E_r}{E_c}}}$$

ولدينا كذلك علاقة أخرى تربط الخصمين التجاري والصحيح كما يلي:

$$\frac{E_c}{E_r} = \frac{VN * n * t}{VA_r * n * t}$$

$$\Rightarrow \frac{E_c}{E_r} = \frac{VN}{VA_r}$$

$$\Rightarrow \frac{E_c}{E_r} = \frac{VN}{\frac{VN}{1+(t.n)}}$$

$$\Rightarrow \frac{E_c}{E_r} = VN.\frac{1+\ (t.n)}{VN}$$
$$\Rightarrow \frac{E_c}{E_r} = 1+\ (t.n)$$
$$\Rightarrow E_c =\ [1+\ (t.n)].E_r$$
$$E_r = \frac{E_c}{1+\ (t.n)}$$

بطرح المعادلة (1) من (2) نجد:

$$E_c - E_r =\ VN * n * t - VA_r * n * t$$
$$\Rightarrow E_c - E_r =\ n * t(VN - VA_r)$$
$$\Rightarrow E_c - E_r = n.t.E_r$$

$$\boxed{\boldsymbol{E_c - E_r = n.t.E_r}}$$

- **مثال**

ورقة تجارية تم قطعها بمعدل 6 % قبل موعد استحقاقها بـ 60 يوم، فبلغ الخصم الصحيح 12 دج، فأوجد الخصم التجاري والقيمة الاسمية للورقة التجارية.

- **الحل**

$$t = 6\%; \qquad n = 60J; \qquad E_r = 12DA$$
$$E_c = [1 + (t.n)].E_r$$
$$\Rightarrow E_c = \left[1 + \left(\frac{t}{100}.\frac{n}{360}\right)\right].E_r$$
$$\Rightarrow E_c = \left[1 + \left(\frac{6}{100}.\frac{60}{360}\right)\right].12$$
$$\Rightarrow E_c = 12{,}12DA$$
$$E_c = VN * n * t$$
$$\Rightarrow VN = \frac{E_c}{\frac{t}{100}.\frac{n}{360}}$$
$$\Rightarrow VN = \frac{12{,}12}{\frac{6}{100}.\frac{60}{360}}$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{VN = 1212\ DA}$$

- **مثال**

إذا كان الفرق بين الخصمين التجاري والخصم الصحيح هو 20 دج، لورقة تجارية خُصمت بمعدل 5 % قبل موعد استحقاقها بأربعة أشهر.

✎ أوجد الخصم التجاري، الخصم الصحيح والقيمة الاسمية للورقة التجارية.

- **الحل**

$$E_{com} - E_r = n.t.E_r$$
$$\Rightarrow 20 = n.t.E_r$$
$$\Rightarrow 20 = \frac{n}{12}.\frac{t}{100}.E_r$$
$$\Rightarrow 20 = \frac{4}{12}.\frac{5}{100}.E_r$$
$$\Rightarrow 20.E_r = 20.1200$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{E_r = 1200\ DA}$$
$$E_{com} - E_r = 20$$
$$\Rightarrow E_{com} = E_r + 20$$
$$\Rightarrow E_{com} = 1200 + 20 = 1220DA$$
$$E_c = VN * n * t$$
$$\Rightarrow VN = \frac{E_c}{n * t}$$
$$\Rightarrow VN = \frac{E_c}{\frac{n}{12} * \frac{t}{100}}$$
$$\Rightarrow VN = \frac{1220}{\frac{4}{12} * \frac{5}{100}}$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{VN = 73200DA}$$

ملاحظـــات هـــامة

✎ دائماً الخصم التجاري يكون أكبر من الخصم الصحيح؛

✎ إذا لم يُذكر في التمرين نوع الخصم، يُفترض أنه خصم تجاري؛

✎ إذا كانت المدة بالأيام فيتم تحويلها إلى مدة سنوية وذلك بقسمة المدة بالأيام على 360 سواءً كان الخصم تجاري أو صحيح، أما إذا كانت المدة بالأشهر فيتم قسمتها على العدد 12؛

✎ تُحسب المدة بالفرق بين تاريخ السداد الفعلي وتاريخ الاستحقاق طبقاً للقاعدة التالية: (يوم السداد لا يُحسب أما يوم الاستحقاق يُحسب).

8. عناصر خصم الأوراق التجارية

في حالة قيام البنك بخصم الورقة التجارية قبل موعد استحقاقها فإن البنك يقتطع مبلغ من القيمة الاسمية للدين (الورقة التجارية)، حيث تتحدد قيمة المبلغ المقتطع على القيمة الاسمية للورقة التجارية ومدة الخصم، فكلما كانت مدة الخصم أطول كلما كانت قيمة المبلغ المقطع أكبر والعكس صحيح، كما تتحدد قيمة المبلغ المقتطع كذلك بمعدل الخصم فيزيد بزيادته وينقص

بنقصانه، كما أن البنك لا يكتفي باقتطاع مبلغ الخصم من القيمة الاسمية للورقة التجارية وإنما هناك عناصر أخرى يقتطعهما البنك أثناء خصم الورقة التجارية هما:

- عمولة البنك؛
- مصاريف التحصيل.

- **عمولة البنك**

وهي العمولة التي يتقاضاها البنك مقابل قيامه بدور الوسيط بين محرر الورقة التجارية والمستفيد، وتوفيره السيولة النقدية للمستفيد، وفي غالب الأحيان هذه العمولة تحسب كنسبة مئوية أو نسبة في الألف من القيمة الاسمية للورقة التجارية، وبالتالي فإن عمولة البنك لا تتأثر بمدة الخصم أو معدل الخصم.

- **مصاريف التحصيل**

وهي مصاريف يتقاضاها البنك مقابل قيامه بتحصيل قيمة الورقة التجارية من المدين وبدون تدخل من المستفيد من هذه الورقة التجارية، وتحسب هذه المصاريف كنسبة مئوية أو نسبة في الألف من القيمة الاسمية للورقة التجارية، وعادةً ما يشترط وجود مبلغ ثابت كحد أدنى كمصاريف تحصيل عن كل ورقة تجارية، ومن ثم لا يتأثر أيضاً هذا العنصر بمدة الخصم للورقة التجارية.

من خلال ما سبق يتضح أن البنك يقوم بخصم ثلاث عناصر مقابل قيامه بخصم الأوراق التجارية وهي:

- الخصم التجاري؛
- عمولة البنك؛
- مصاريف التحصيل.

ومجموع هذه العناصر يُطلق عليها إسم**الأجيو** (**Agio**). أي أن:

الأجيو = الخصم التجاري + عمولة البنك + مصاريف التحصيل

$$Agio = E_{com} + commissions$$

ويُطلق على صافي ما يسدده البنك للمستفيد مقابل خصم الورقة التجارية بـ **صافي القيمة الحالية** أي أن:

$$VA_{nette} = VN - Agio$$

ويُشار إلى أن البنك يُضيف عادةً يوم أو يومين كمهلة سداد إلى مدة الخصم التي يستخدمها البنك في حساب الخصم التجاري.

ومن الطبيعي أن معدل الخصم الإجمالي الذي حققه البنك سوف يزيد عن معدل الخصم المعلن ويطلق على معدل الخصم الإجمالي اسم **المعدل الحقيقي** (Taux réel)، في حين يُطلق على معدل الخصم بـ المعدل الإسمي (Taux nominal).

ويُحسب معدل الخصم الإجمالي أو المعدل الحقيقي للخصم وفق الصيغة الرياضية التالية:

$$Taux\ réel\ d'escompe = \frac{Agio}{VN * Durée\ réelle}$$

- **مثال**

ورقة تجارية مستحقة يوم 8 جوان 2019 خُصمت لدى البنك الوطني الجزائري في 30 مارس 2019، فبلغ صافي الورقة التجارية 2451,84 دج بمعدل خصم 20% وعمولة 0,1% ومصاريف التحصيل $\frac{1}{8}$%وكان البنك يُضيف مهلة قدرها يومين عند حساب مدة الخصم.

- أُحسب كل من القيمة الاسمية لهذه الورقة التجارية؛
- أُحسب الخصم الإجمالي السنوي.

- **الحل**

حساب مدة الخصم

2019/03/30 - 2019/03/31	2019/04/01- 2019/04/30	2019/05/01- 2019/05/31	2019/06/01- 2019/06/08
01	30	31	08
$n = 01 + 30 + 31 + 08 = 70\ Jours$			

يُضاف لمدة الخصم يومين كمهلة سداد فتصبح المدة: n = 70 +2 = 72 jours

القيمة الحالية الصافية للورقة التجارية تساوي 2451,84 دج

حساب الخصم التجاري:

$$E_c = VN.\frac{n}{360}.\frac{t}{100}$$
$$⇨ E_c = VN.\frac{72}{360}.\frac{20}{100}$$
$$⇨ E_c = 0{,}04\ VN$$

حساب عمولة البنك

العمولة = القيمة الاسمية للورقة التجارية x نسبة العمولة

$$Commission = 0{,}1\frac{1}{100}\ VN$$
$$⇨ Commission = 0{,}001 * VN$$

حساب مصاريف التحصيل

$$Commission = \frac{1}{8}\frac{1}{1000}VN$$
$$⇨ Commission = 0{,}000125 * VN$$

حساب الأجيو

الأجيو = الخصم التجاري + عمولة البنك + مصاريف التحصيل

$$\boldsymbol{Agio = E_{com} + commissions}$$
$$\Rightarrow Agio = 0{,}04\,VN + 0{,}001VN + 0{,}000125VN$$
$$\Rightarrow Agio = 0{,}04225\,VN$$
$$\boldsymbol{VA_{nette} = VN - Agio}$$
$$\Rightarrow 2451{,}84 = VN - 0{,}04225\,VN$$
$$\Rightarrow VN(1 - 0{,}04225) = 2451{,}84$$
$$\Rightarrow 0{,}95775 * VN = 2451{,}84$$
$$\Rightarrow VN = 2560\ DA$$

معدل الخصم الاجمالي

$$\boldsymbol{Taux\ r\acute{e}el\ d'escompte = \frac{Agio}{VN * Dur\acute{e}e\ r\acute{e}elle}}$$
$$\Rightarrow Taux\ r\acute{e}el\ d'escompte = \frac{0{,}04225\,VN}{VN * \frac{70}{360}}$$
$$\Rightarrow Taux\ r\acute{e}el\ d'escompte = 21{,}72\ \%$$

9. تسوية الديون قصيرة الأجل (تكافؤ الأوراق التجارية أو استبدال الديون)

أحياناً لا يتمكن المدين أو المقترض من الوفاء بالتزاماته المتمثلة في تسديد ديونه في تاريخ الاستحقاق، وهنا يتفاوض مع دائنه من أجل تسوية ديونه عن طريق استبدال عدة أوراق تجارية بورقة واحدة جديدة، أو استبدال عدة أوراق تجارية بعدة أوراق تجارية أخرى، وتسوية الديون بين الطرفين (الدائن والمدين) تتم وفق قاعدة أن قيمة الديون القديمة في تاريخ استبدالها يجب أن تتساوى مع قيمة الديون الجديدة في ذلك التاريخ.

1.9. مفهوم تكافؤ الأوراق التجارية

يُقصد بتكافؤ الأوراق التجارية هو تساوي القيم الحالية لهذه الأوراق في تاريخ التسوية (تاريخ التكافؤ)، ويُمكن للطرفين من القيام بتكافؤ ورقة تجارية مع ورقة تجارية أخرى أو عدة أوراق تجارية مع عدة أوراق تجارية أخرى شرط احترام ما يلي:

- معدلات الخصم يجب أن تكون متساوية ومشتركة؛
- حساب القيم الحالية للأوراق التجارية في نفس تاريخ التسوية أو تاريخ التكافؤ.

2.9. تكافؤ ورقتين تجاريتين

يُطلق مصطلح تكافؤ ورقتين تجاريتين في تاريخ معين (تاريخ التكافؤ) إذا تم خصم هاتين الورقتين في ذلك التاريخ بنفس معدل الخصم المطبق على الورقتين، وكانت **القيمتين الحاليتين للورقتين متساوية**.

ليكن لدينا:

VN_1 ، VN_2: القيم الاسمية للورقتين التجاريتين على التوالي.

n_1، n_2: عدد الأيام المحصورة بين تاريخ التكافؤ وتاريخ استحقاق الورقتين التجاريتين على التوالي.

$VA_{com\ 1}$، $VA_{com\ 2}$: القيمتين الحاليتين التجاريتين للورقتين.

عند تاريخ التكافؤ تكون القيمتين الحاليتين التجاريتين متساويتين.

الورقتين التجاريتين متكافئتين يعني:

⬇

القيمة الحالية للورقة القديمة = القيمة الحالية للورقة الجديدة.

$$VA_{com\ 1} = VA_{com\ 2}$$
$$VN_1 - E_{com\ 1} = VN_2 - E_{com\ 2}$$
$$\Rightarrow VN_1 - VN_1.\frac{n_1}{360}.\frac{t}{100} = VN_2 - VN_2.\frac{n_2}{360}.\frac{t}{100}$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{VN_1\left(1 - \frac{n_1.t}{36000}\right) = VN_2\left(1 - \frac{n_2.t}{36000}\right)}$$

- **مثال**

القيمة الاسمية لورقة تجارية هي 2000 دج مستحقة في 20 ماي 2019. وفي 05 ماي من نفس السنة اتفق المدين مع الدائن على تأجيل تاريخ الاستحقاق إلى غاية 15 جوان 2019. إذا كان معدل الخصم هو 4 %. فما هي القيمة الاسمية للورقة الجديدة؟

- **الحل**

✍ مدة خصم الورقة القديمة هو 15 يوم (من 2019/05/05 إلى 2019/05/20)

✍ مدة خصم الورقة الجديدة هو 31 يوم (من 2019/05/05 إلى 2019/06/15)

$$VA_{com\ 1} = VA_{com\ 2}$$
$$\Rightarrow VN_1\left(1 - \frac{n_1.t}{36000}\right) = VN_2\left(1 - \frac{n_2.t}{36000}\right)$$
$$\Rightarrow 2000\left(1 - \frac{15 * 4}{36000}\right) = VN_2\left(1 - \frac{31 * 4}{36000}\right)$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{VN_2 = 2003,5678\ DA}$$

3.9. تكافؤ ورقة تجارية مع مجموع عدة أوراق تجارية أخرى

نقول بأن ورقة تجارية متكافئة مع مجموع عدة أوراق تجارية أخرى في تاريخ معين، إذا كانت في هذا التاريخ القيمة الحالية التجارية للورقة التجارية متساوية لمجموع القيم الحالية التجارية للأوراق الأخرى، حيث هذا التاريخ يُسمى تاريخ التكافؤ.

إذا كان لدينا ورقة تجارية ذات القيمة الاسمية VN و P من الأوراق التجارية ذات القيم الاسمية على التوالي: $VN_1, VN_2, \dots\dots, VN_p$ لديها فترات زمنية (مدد) بين تواريخ استحقاقها وتاريخ التكافؤ على التوالي: $n_1, n_2, \dots\dots, n_p$. فإن تكافؤ هذه الورقة مع مجموع هذه الأوراق التجارية يُعطى وفق الصيغة التالية:

$$VN-\frac{VN.t.n}{36000}=\left[VN_1-\frac{VN_1.t.n_1}{36000}+VN_2-\frac{VN_2.t.n_2}{36000}+\dots\dots\dots+VN_p-\frac{VN_p.t.n_p}{36000}\right]$$

- **مثال**

في 2019/06/15 اتفق مدين مع دائنه على تسديد ديونه المتمثلة في ثلاثة أوراق تجارية بواسطة ورقة تجارية وحيدة مستحقة يوم 10 جويلية2019 وبواسطة معدل فائدة بسيطة 5 % سنوياً. كما يلي:

- الورقة الأولى قيمتها الاسمية 2000 دج، مستحقة يوم 30 جوان 2019؛
- الورقة الثانية قيمتها الاسمية 2500 دج، مستحقة يوم 15 جويلية2019؛
- الورقة الأولى قيمتها الاسمية 4000 دج، مستحقة يوم 05جويلية2019؛

فما هي القيمة الاسمية لهذه الورقة التجارية الجديدة؟

- **الحل**

- المدة المحصورة بين تاريخ التكافؤ وتاريخ استحقاق الورقة الجديدة هو 25 يوم؛
- المدة المحصورة بين تاريخ التكافؤ وتاريخ استحقاق الورقة الأولى هو 15 يوم؛
- المدة المحصورة بين تاريخ التكافؤ وتاريخ استحقاق الورقة الثانية هو 30يوم؛
- المدة المحصورة بين تاريخ التكافؤ وتاريخ استحقاق الورقة الثالثة هو 20 يوم؛

$$VN-\frac{VN.t.n}{36000}=\left[VN_1-\frac{VN_1.t.n_1}{36000}+VN_2-\frac{VN_2.t.n_2}{36000}+\dots\dots\dots+VN_p-\frac{VN_p.t.n_p}{36000}\right]$$

$$\Rightarrow VN-\frac{VN.5*25}{36000}=\left[2000-\frac{2000.*5*15}{36000}+2500-\frac{2500*5*30}{36000}+4000-\frac{4000*5*20}{36000}\right]$$

$$\Rightarrow VN-0{,}003472*VN=[1995{,}8333+2489{,}5833+3988{,}8888]$$

$$\Rightarrow 0{,}996528*VN=8474{,}3054$$

$$\Rightarrow \mathbf{VN=8503{,}8307\ DA}$$

تمارين
الفصل الأول

التمرين الأول

أودع أحد الأشخاص مبلغ 400 دج في أحد البنوك في 15 مارس 1992، فإذا كان البنك يمنح العملاء فائدة بسيطة صحيحة بمعدل سنوي 5 %، وبمراجعة حساب هذا العميل في تاريخ معين، وُجد أن البنك أضاف لحسابه فوائد مقدارها 4 دج.

✎ أوجد التاريخ الذي أُضيفت فيه هذه الفوائد لحساب العميل.

التمرين الثاني

اقترض شخص مبلغ 14600 دج في أحد أيام سنة 1992، ولقد قام بدفع فوائد مقدارها 255,5 دج في 25 ماي 1992 للمقرض الذي حسب هذه الفوائد على أساس معدل فائدة سنوي قدره 6 %.

✎ حدد تاريخ القرض.

التمرين الثالث

أودع شخص مبلغين مختلفين بفائدة بسيطة في أحد البنوك، الأول بمعدل 4 %، والثاني بمعدل 6 %، فبلغ ما استحقه من فوائد سنوية 440 دج، إلا أنه قد اتضح لهذا الشخص أنه لو كان قد أودع المبلغ الأول بمعدل 6 % والثاني بمعدل 4 % لأستحق فائدة سنوية يزيد قدرها عما استحقه أولاً بمقدار 120 دج.

✎ ما هي قيمة المبلغين.

التمرين الرابع

بلغ نمر ثلاث مبالغ بتاريخ 10 جانفي1991 قيمة 420000 دج، وكان معدل الفائدة التجارية 6 %، فإذا أودع المبلغ الأول بتاريخ 1990/12/21، وأودع المبلغ الثاني بتاريخ 1990/11/21، والمبلغ الثالث مجهول تاريخ الإيداع، وقد كانت فائدة المبلغ الأول تُساوي نصف فائدة المبلغ الثاني، وفائدة المبلغ الثاني تُساوي نصف فائدة المبلغ الثالث، وكانت قيمة المبلغ الثالث تُساوي 4000 دج.

✎ ما هي قيمة بقية المبالغ؟

✎ ما هو تاريخ إيداع المبلغ الثالث؟

التمرين الخامس

مبلغان مجموعهما يُساوي 2000 دج، أُودعا بمعدلين مختلفين مجموعهما 22 %، فكانت الفوائد السنوية للمبلغ الأول 120 دج، وللمبلغ الثاني 96 دج.

✎ أُحسب معدلي الفائدة؛

✎ أحسب قيمة المبلغين.

التمرين السادس

لو أُستثمر مبلغ لمدة 120 يوم بمعدل 6 % كفائدة بسيطة تجارية، وتُستثمر جملته بعد ذلك لمدة 146 يوم وبمعدل فائدة بسيطة صحيحة 5 %، لنتجت فائدة مقدارها 367,20دج.

✍ أوجد أصل المبلغ المستثمر.

التمرين السابع

أقرض شخص مبلغ قيمته 300000 دج بمعدل فائدة t%، بعد 4 أشهر دفع المقترض 120000 دج للمقرض الذي أودع هذا المبلغ مباشرة بمعدل 9 %. وبعد مرور سنة من تاريخ القرض الأصلي لاحظ المقرض أن مبالغه قد وُضعت بمعدل متوسط يُقدر بـ (t-0,8)%.

✍ أحسب معدل الفائدة ع؛

✍ ما هو المبلغ الذي سيحصل عليه المقرض بعد سنة؟

التمرين الثامن

أودع شخص مبلغ 80000 دج في بنك معين بمعدل فائدة بسيطة t%، وبعد سنتين سحب هذا المبلغ وفوائده وأودع الكل في بنك آخر بمعدل (t+2)%، وبعد 3 سنوات أصبح رصيده في البنك الثاني 130560 دج.

✍ أحسب معدل الفائدة.

التمرين التاسع

الفرق بين الخصم التجاري والخصم الصحيح لورقة تجارية تُستحق بعد 60 يوم هو 2 دج، فما هي قيمتها الاسمية إذا كان معدل الخصم هو نفس المعدل الذي بلغ به خصم صحيح لورقة قيمتها الاسمية 12080 دج تُستحق بعد 40 يوم، مبلغ 80 دج.

التمرين العاشر

قدم شخص كمبيالتين للخصم لدى أحد البنوك بمبلغ 2400 دج، تُستحق الأولى بعد 90 يوم من الآن، والثانية تُستحق بعد 45 يوم، فبلغ الخصم التجاري 22,5 دج.

✍ أوجد القيمة الاسمية لكل ورقة إذا عُلم أن معدل الخصم التجاري هو 4,5%.

التمرين الحادي عشر

أودعا مبلغان ماليان في البنك لمدة سنة، مجموعهما 13200 دج، الأول يُساوي $\frac{5}{6}$ من الثاني.

القيمة المكتسبة (الجملة) للمبلغ الأول تُساوي 6300 دج بمعدل فائدة بسيطة أكبر بواحد (1) من معدل فائدة المبلغ الثاني.

✍ أحسب مبلغ رأس المال الأول؛

✍ أحسب معدلات الفائدة.

التمرين الثاني عشر

إذا بلغ الفرق بين الفائدتين التجارية والصحيحة 15 دج لمبلغ معين، أُستثمر لمدة 150 يوماً، بمعدل فائدة 6 % سنوياً.

✍ أوجد قيمة هذا المبلغ.

التمرين الثالث عشر

يملك شخص في محفظته الاستثمارية أوراق تجارية قيمها الاسمية على شكل متوالية حسابية (Progression arithmétique) ذات الأساس 3000 دج. مع العلم أن قيمة الورقة التجارية الأولى هو 8000 دج، ومجموع القيم الاسمية للأوراق التجارية هو 93000 دج.

- ما هو عدد الأوراق التجارية؟
- ما هي القيمة الاسمية لكل ورقة تجارية؟

التمرين الرابع عشر

استثمر تاجر مبلغاً في الفترة من 2017/04/01 إلى 2017/06/20 بمعدل 9% سنوياً، وكان الفرق بين الفائدتين التجارية والصحيحة 8 دج لنفس المدة ونفس المعدل.

- أوجد أصل المبلغ.

التمرين الخامس عشر

يُودع شخص في البنك الوطني الجزائري في بداية كل شهرين مبلغاً معين وقد وجد أن جملة ما يستحقه في نهاية السنة 1570 دج. فإذا كان معدل الفائدة البسيطة 8 %. فما هي قيمة الدفعة المتساوية التي يودعها؟

التمرين السادس عشر

اقترضت شركة ما مبلغان من المال، مجموعهما يُساوي 62000 دج من بنكان مختلفان، المبلغ الأول بمعدل فائدة بسيطة 5,5%سنوياً ولمدة 90 يوم، والمبلغ الثاني بمعدل فائدة بسيطة 5% سنوياً ولمدة 120 يوم.

إذا علمت أن:

$$I_1 - I_2 = 122{,}5DA$$
$$12C_1 = 19C_2$$

- أحسب المبلغان المقترضان؛
- أحسب جملة المبلغ الأول والثاني؛
- بعد كم من يوم تصبح جملة المبلغ الأول تُساوي 38855 دج بمعدل فائدة 5 % سنوياً.

التمرين السابع عشر

بتاريخ 2018/10/21 أرسلت المؤسسة إلى البنك الوطني الجزائري كمبيالتين من أجل الخصم بمعدل 5 %، الكمبيالة الأولى تاريخ استحقاقها 2018/12/05 والكمبيالة الثانية 2018/12/20. إذا علمت أن:

$$\mathrm{E_{c1}} = \frac{10}{6}\mathrm{E_{c2}}$$

$$VN_1 = VN_2 + 6000$$

- حدد القيمة الاسمية للكمبيالتين؛
- أحسب الخصم التجاري والقيمة الحالية لكل كمبيالة.

التمرين الثامن عشر

بتاريخ 14 جوان 2018 أرسلت مؤسسة إلى بنك الفلاحة والتنمية الريفية سندي أمر، السند الأول تاريخ استحقاقه 03 أوت 2019 والسند الثاني تاريخ استحقاقه 14جويلية. إذا علمت أن:

$$E_{c1}.E_{c2} = 180\ DA$$
$$E_{c1} + E_{c2} = 27\ DA$$

- أحسب قيمة خصم السندين؛
- أحسب القيمة الاسمية للسندين.

التمرين التاسع عشر

استثمر شخص رأسماله وذلك بإيداعه في البنك بمعدلات فائدة كما يلي:

- $\frac{1}{3}$ من المبلغ قام بإيداعه في البنك (A) بمعدل فائدة 1,5%؛
- $\frac{1}{3}$ من المبلغ قام بإيداعه في البنك (B) بمعدل فائدة 2%؛
- $\frac{1}{3}$ من المبلغ قام بإيداعه في البنك (C) بمعدل فائدة 2,5%؛

في نهاية 90 يوم من الإيداع تحصل على فوائد بسيطة على مبالغه قدرت بـ 24 دج.

- حدد المبلغ المستثمر.

التمرين العشرين

أودع شخص مبلغ مالي قدره 65700 دج لمدة 150 يوم، فبلغ مجموع الفائدة التجارية والصحيحة 7612,5 دج.

- أُحسب معدل الفائدة المطبق على المبلغ؛
- أُحسب الفائدة التجارية والفائدة الحقيقية؛

نفس المبلغ المودع طُبقت عليه فائدة بمعدل يزيد عن المعدل السابق بـ: 2 % ولنفس المدة،

- أُحسب جملته بالفائدة الحقيقية.
- أُحسب المبلغ الذي يُعطي فائدة تجارية تساوي الفائدة الصحيحة في السؤال الأول، بإيداعه لمدة 150 يوم وبمعدل فائدة 18%

التمرين الواحد والعشرين

خُصمت كمبيالة يوم 25 أوت من سنة 2019 بمعدل 9 % سنوياً، فبلغت القيمة الحالية التجارية لهذه الكمبيالة 7868 دج، أما إذا قُطعت هذه الكمبيالة 30 يوم قبل تاريخ استحقاقها لكانت قيمة الخصم التجاري أقل بـ 72 دج عن قيمة الخصم التجاري الأول.

- أُحسب القيمة الاسمية للكمبيالة؛
- أوجد تاريخ استحقاق الكمبيالة.

حلول تمارين الفصل الأول

التمرين الأول

لدينا المعطيات التالية:

C = 400DA ; t = 5% ; I_{Entier} = 4DA

تاريخ إيداع المبلغ هو 1992/03/15

$$\boldsymbol{I_{réel} = C * t * n}$$

أولاً قبل حساب التاريخ الذي أُضيفت فيه هذه الفوائد يجب حساب المدة n، لأن المدة هي الفرق بين فترتين أو تاريخين أي تاريخ الإيداع وتاريخ الحصول على الفوائد.

سنة 1992 هي سنة كبيسة (Année bissextile) لأنها تقبل القسمة على العدد 4 وبالتالي فإن الصيغة الرياضية لحساب الفائدة البسيطة الصحيحة تُعطى بالعلاقة التالية:

$$I = \frac{C * t * n}{36600} = 4 \Leftrightarrow 4 = \frac{400 * 5 * n}{36600}$$

$$\Rightarrow 20n = 1464$$

$$\Rightarrow n = 73{,}2 \text{ Jours} \cong \boldsymbol{74\ Jours}$$

من 03/15 إلى 1992/03/31	1992/04/01 إلى 1992/04/30	1992/05/01 إلى 1992/05/28
16 يوم	30 يوم	بقيت 28 يوم
n= 16 + 30 +28 = 74 Jours		

إذن التاريخ الذي أُضيفت فيه هذه الفوائد لحساب العميل هو 1992/05/28

التمرين الثاني

لدينا المعطيات التالية:

C = 14600DA ; t = 6% ; I = 255,5DA

تاريخ تسديد الفوائد هو 1992/05/25

$$\mathbf{I = C*t*n}$$

أولاً قبل حساب تاريخ القرض يجب حساب المدة n، لأن المدة هي الفرق بين فترتين أو تاريخين أي تاريخ القرض وتاريخ تسديد الفوائد.

مادام أنه لم يُذكر طبيعة الفائدة البسيطة إذن فإن الفائدة البسيطة المطبقة هي فائدة تجارية أي عدد أيام السنة هو 360 يوم.

$$I = \frac{C * t * n}{36000} = 255{,}5 \Leftrightarrow 255{,}5 = \frac{14600 * 6 * n}{36000}$$

$$\Rightarrow 876\,n = 91980$$

$$\Rightarrow n = 105 \text{ Jours}$$

1992/02/10 إلى 1992/02/29	من 03/01 إلى 1992/03/31	1992/04/01 إلى 1992/04/30	1992/05/01 إلى 1992/05/25
19 يوم	31 يوم	30 يوم	25 يوم
n= 25 + 30 +31+19 = 105 Jours			

إذن تاريخ القرض هو 1992/02/10.

التمرين الثالث

Cas 1 : $\begin{cases} C_1 = ?; & t_1 = 4\% \\ C_2 = ? & t_2 = 6\% \end{cases} \Rightarrow I = I_1 + I_2 = 440DA \ldots\ldots\ldots (1)$

Cas 2 : $\begin{cases} C_1 = ?; & t_1 = 6\% \\ C_2 = ? & t_2 = 4\% \end{cases} \Rightarrow I = I_1 + I_2 = 440 + 120 = 560\ D \ldots\ldots (2)$

حساب قيمة المبلغين

من المعادلة رقم (1) نجد:

$$I = I_1 + I_2 = 440 \iff C_1 \frac{t_1}{100} * n_1 + C_2 \frac{t_2}{100} * n_2 = 440$$
$$\Rightarrow C_1 \frac{4}{100} * 1 + C_2 \frac{6}{100} * 1 = 440$$
$$\Rightarrow 0{,}04C_1 + 0{,}06C_2 = 440$$
$$\Rightarrow 0{,}04C_1 = 440 - 0{,}06C_2$$
$$\Rightarrow C_1 = \frac{440 - 0{,}06C_2}{0{,}04}$$
$$\Rightarrow C_1 = 11000 - 1{,}5C_2 \ldots\ldots\ldots (3)$$

من المعادلة رقم (2) نجد:

$$I = I_1 + I_2 = 560 \iff C_1 \frac{t_1}{100} * n_1 + C_2 \frac{t_2}{100} * n_2 = 560$$
$$\Rightarrow C_1 \frac{6}{100} * 1 + C_2 \frac{4}{100} * 1 = 560$$
$$\Rightarrow 0{,}06C_1 + 0{,}04C_2 = 560$$
$$\Rightarrow 0{,}06(11000 - 1{,}5C_2) + 0{,}04C_2 = 560$$
$$\Rightarrow 660 - 0{,}09C_2 + 0{,}04C_2 = 560$$
$$\Rightarrow -0{,}09C_2 + 0{,}04C_2 = 560 - 660$$
$$\Rightarrow -0{,}05C_2 = -100$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{C_2 = 2000}$$

بالتعويض في المعادلة (3) نجد:

$$\boldsymbol{C_1} = 11000 - 1{,}5 * 2000 = 11000 - 3000 = \boldsymbol{8000DA}$$

التمرين الرابع

نمر ثلاث مبالغ هو 420000 دج.

$$\sum_{n}^{i=1} C_i n_i = 420000DA$$

$$\Rightarrow C_1 n_1 + C_2 n_2 + C_3 n_3 = 420000DA$$

حيث: C_1 قيمة المبلغ الأول، C_2 قيمة المبلغ الثاني، C_3 قيمة المبلغ الثالث.

n_1 مدة المبلغ الأول، n_2 مدة المبلغ الثاني، n_3 مدة المبلغ الثالث.

$$I_{Global} = \frac{\sum_{n}^{i=1} C_i n_i}{D} = \frac{\sum_{n}^{i=1} C_i n_i}{\frac{360}{t}} = \frac{420000}{\frac{360}{0,06}} = \mathbf{70}DA$$

$$\Rightarrow I_1 + I_2 + I_3 = 70 \dots \dots \dots (1)$$

تحديد مدة المبلغ الأول

1990/12/21 إلى 1990/12/31	1991/01/01 إلى 1991/01/10
10 أيام	10 أيام
$\boldsymbol{n_1 = 10 + 10 = 20\, Jours}$	

تحديد مدة المبلغ الثاني

1990/11/21 إلى 1990/11/30	1990/12/01 إلى 1990/12/31	1991/01/01 إلى 1991/01/10
09 أيام	31 يوم	10 أيام
$\boldsymbol{n_2 = 09 + 31 + 10 = 50\, Jours}$		

المبلغ الثالث لا يمكن تحديد مدته لأن تاريخ ايداعة مجهول.

لدينا:

$$I_1 = \frac{1}{2} I_2 \Rightarrow I_2 = 2I_1 \dots \dots \dots (2)$$

$$I_2 = \frac{1}{2} I_3 \Rightarrow I_3 = 2I_2 = 4I_1 \dots \dots \dots (3)$$

$$\Rightarrow I_1 + 2I_1 + 4I_1 = 70$$

$$\Rightarrow 7I_1 = 70$$

$$\Rightarrow \begin{cases} I_1 = 10 \\ I_2 = 20 \\ I_3 = 40 \end{cases}$$

$$I_1 = 10 \Leftrightarrow \frac{C_1 * n_1 * t}{36000} = 10$$

$$\Rightarrow 10 = \frac{C_1 * 20 * 6}{36000}$$
$$\Rightarrow 360000 = 120C_1$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{C_1 = 3000DA}$$
$$I_2 = 20 \Leftrightarrow \frac{C_2 * n_2 * t}{36000} = 20$$
$$\Rightarrow 20 = \frac{C_2 * 50 * 6}{36000}$$
$$\Rightarrow 720000 = 300C_2$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{C_2 = 2400DA}$$

تحديد تاريخ إيداع المبلغ الثالث

$$I_3 = 40 \Leftrightarrow \frac{C_3 * n_3 * t}{36000} = 40$$
$$\Rightarrow 40 = \frac{4000 * n_3 * 6}{36000}$$
$$\Rightarrow 24n_3 = 1440$$
$$\Rightarrow n_3 = 60\,Jours$$

إذن مدة المبلغ الثالث هي 60 يوم

1990/11/11 إلى 1990/11/30	1990/12/01 إلى 1990/12/31	1991/01/01 إلى 1991/01/10
19 يوم	31 يوم	10 أيام
$\boldsymbol{n_2 = 19 + 31 + 10 = 60\,Jours}$		

تاريخ ايداع المبلغ الثالث هو يوم 11 نوفمبر 1990.

التمرين الخامس

لدينا:

$$C_1 + C_2 = 2000 \ldots\ldots\ldots (1)$$
$$t_1 + t_2 = 0{,}22 \ldots\ldots\ldots (2)$$
$$I_1 = 120\ DA$$
$$I_2 = 96\ DA$$

حساب معدلي الفائدة

$$(1) \Leftrightarrow C_1 = 2000 - C_2 \ldots\ldots\ldots (3)$$
$$(2) \Leftrightarrow t_1 = 0{,}22 - t_2 \ldots\ldots\ldots (4)$$
$$I_1 = 120 \Leftrightarrow C_1 n_1 t_1 = 120$$
$$\Rightarrow C_1 t_1 = 120 \Leftrightarrow C_1 = \frac{120}{t_1}\ ou\ t_1 = \frac{120}{C_1} \ldots\ldots\ldots (5)$$

$$I_2 = 96 \Leftrightarrow C_2 n_2 t_2 = 96$$

$$\Rightarrow C_2 t_2 = 96 \Leftrightarrow C_2 = \frac{96}{t_2} \ ou\ t_2 = \frac{96}{C_2} \ldots\ldots\ldots (6)$$

$$I_1 = 120 \Leftrightarrow C_1 n_1 t_1 = 120$$

$$\Rightarrow C_1 t_1 = 120$$

$$\Rightarrow (2000 - C_2)(0,22 - t_2) = 120$$

$$\Rightarrow 440 - 2000t_2 - 0,22C_2 + C_2 t_2 = 120$$

$$\Rightarrow 440 - 2000t_2 - 0,22C_2 + 96 = 120$$

$$\Rightarrow -2000t_2 - 0,22C_2 + 416 = 0$$

$$\Rightarrow -2000t_2 - 0,22\left(\frac{96}{t_2}\right) + 416 = 0$$

$$\Rightarrow -2000t_2 - \frac{21,12}{t_2} + 416 = 0 \ldots\ldots.(7)$$

بضرب طرفي المعادلة (7) في t_2 نجد:

$$(7) \Leftrightarrow -2000t_2^2 - \frac{21,12}{t_2} t_2 + 416t_2 = 0$$

$$\Rightarrow -2000t_2^2 + 416t_2 - 21,12 \ldots\ldots\ldots (8)$$

حلول هذه المعادلة هي حلول المميز

$$\Delta = B^2 - 4AC$$

$$\Delta = (416)^2 - 4(-2000)(-21,12)$$

$$\Rightarrow \Delta = 173056 - 168960$$

$$\Rightarrow \Delta = 4096$$

$$\Rightarrow \sqrt{\Delta} = 64 \ ou\ \sqrt{\Delta} = -64$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t^{`} = \dfrac{-B - \sqrt{\Delta}}{2A} = \dfrac{-416 - 64}{-2 * 2000} = 0,12 = 12\% \\ t^{``} = \dfrac{-B + \sqrt{\Delta}}{2A} = \dfrac{-416 + 64}{-2 * 2000} = 0,088 = 8,8\% \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \boldsymbol{t_2 = 12\%} \Leftrightarrow \boldsymbol{t_1 = 10\%} \\ \boldsymbol{t_2 = 8,8\%} \Leftrightarrow \boldsymbol{t_1 = 13,2\%} \end{cases}$$

✍ **حساب قيمة المبلغين:**

$$\begin{cases} t_1 = 10\% \Leftrightarrow C_1 = \dfrac{120}{t_1} = \dfrac{120}{0,1} = 1200DA \\ t_1 = 13,2\% \Leftrightarrow C_1 = \dfrac{120}{t_1} = \dfrac{120}{0,132} = 909,09 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t_2 = 12\% \Leftrightarrow \boldsymbol{C_2} = \dfrac{\mathbf{96}}{\boldsymbol{t_2}} = \dfrac{\mathbf{96}}{\mathbf{0,12}} = \mathbf{800}\boldsymbol{DA} \\ t_2 = 8{,}8\% \Leftrightarrow \boldsymbol{C_2} = \dfrac{\mathbf{96}}{\boldsymbol{t_2}} = \dfrac{\mathbf{96}}{\mathbf{0,088}} = \mathbf{1090,90}\boldsymbol{DA} \end{cases}$$

التمرين السادس

$t_1 = 6\%$; $n_1 = 120\,Jours$; ; $n_2 = 146\,Jours$; $t_2 = 5\%$; I =367,20DA **;**
C= ?

حساب أصل المبلغ المستثمر **C**

$$I_{Commercial} = \frac{C * n_1 * t_1}{36000}$$

$$I_{entier} = \frac{C * n_2 * t_2}{36500}$$

$$I_1 = \frac{C * 120 * 6}{36000} = 0{,}02C$$

$$A_1 = C + I_1 = C + 0{,}02C = 1{,}02C$$

$$I_2 = \frac{A_1 * n_2 * t_2}{36500} = 367{,}20$$

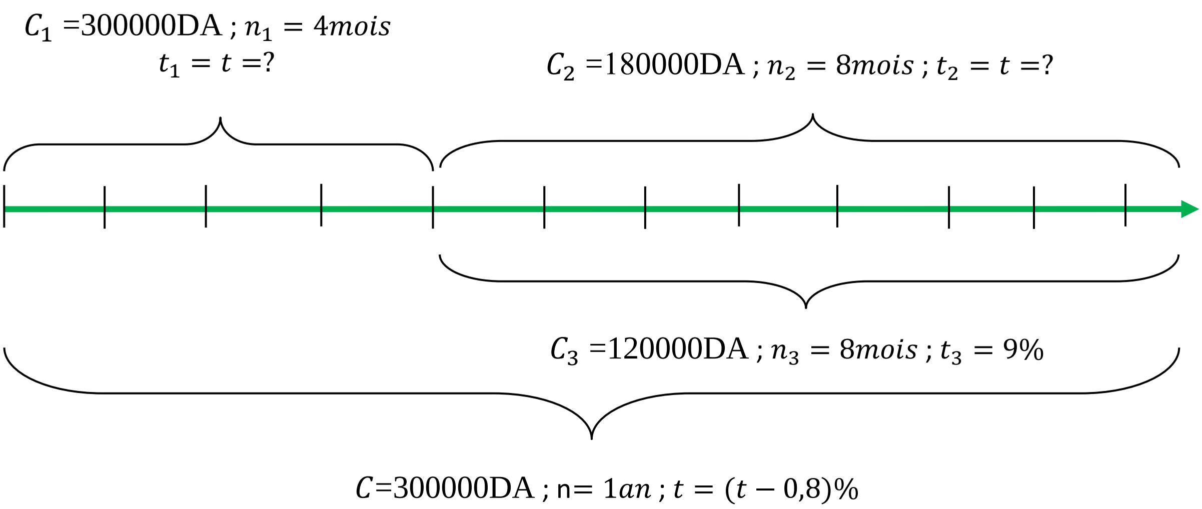
$$\Rightarrow \frac{1{,}02C * 146 * 5}{36500} = 367{,}20$$

$$\Rightarrow 744{,}6C = 13402800$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{C} = \mathbf{18000}\boldsymbol{DA}$$

التمرين السابع

حساب معدل الفائدة:



$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

$$\Rightarrow I = \frac{C_1 * n_1 * t_1}{1200} + \frac{C_2 * n_2 * t_2}{1200} + \frac{C_3 * n_3 * t_3}{1200}$$

$$\Rightarrow C * \frac{(t-0,8)}{100} * 1 = \frac{C_1 * n_1 * t_1}{1200} + \frac{C_2 * n_2 * t_2}{1200} + \frac{C_3 * n_3 * t_3}{1200}$$

$$\Rightarrow 300000 * \frac{(t-0,8)}{100} = \frac{300000 * 4 * t_1}{1200} + \frac{180000 * 8 * t_2}{1200} + \frac{120000 * 8 * 9}{1200}$$

$$\Rightarrow 3000t - 2400 = 1000t_1 + 1200t_2 + 7200$$

$$\Rightarrow 3000t = 1000t + 1200t + 9600$$

$$\Rightarrow 800t = 9600$$

$$\Rightarrow t = 12\%$$

حساب المبلغ الذي سيحصل عليه المقرض بعد سنة أي حساب الجملة

$$\boldsymbol{A = C + I}$$

$$\mathrm{A} = 300000 + 300000 * \frac{(12-0,8)}{100} = 300000 + 33600 = \mathbf{333600DA}$$

التمرين الثامن

البنك B	البنك A
$C_2 = A_1 = 80000 + 1600t$	$C_1 = 80000DA$
$t_2 = (t+2)\%$	$t_1 = t = ?$
$n_2 = 3ans$	$n_1 = 2ans$
$A_2 = C_2 + I_1 = A_1 + A_1 * \frac{(t+2)\%}{100} * 3 = 130560DA$	$A_1 = C_1 + I_1 = C_1 + \frac{C_1 * t}{100} * n_1 = 80000 + 80000 * \frac{t}{100} * 2$ $\Rightarrow \boldsymbol{A_1} = \mathbf{80000+1600t}$

$$A_2 = C_2 + I_1 = A_1 + A_1 * \frac{(t+2)\%}{100} * 3 = 130560$$

$$\Rightarrow 80000 + 1600t + (80000 + 1600t) * \frac{(t+2)}{100} * 3 = 130560$$

$$\Rightarrow 80000 + 1600t + 2400t + 4800 + 48t^2 + 96t = 130560$$

$$\Rightarrow 48t^2 + 4096t - 45760 = 0$$

حلول هذه المعادلة هي حلول المميز

$$\Delta = B^2 - 4AC$$

$$\Rightarrow \Delta = (4096)^2 - 4 * 48(-45760)$$

$\Rightarrow \Delta = 16777216 + 8785920$

$\Rightarrow \Delta = 25563136$

$\Rightarrow \sqrt{\Delta} = 5056 \; ou \; \sqrt{\Delta} = -5056$

$$\Rightarrow \begin{cases} t` = \dfrac{-B - \sqrt{\Delta}}{2A} = \dfrac{-4096 - 5056}{96} < 0 \; Refusée \\ t`` = \dfrac{-B + \sqrt{\Delta}}{2A} = \dfrac{-4096 + 5056}{96} = \mathbf{10\%} \; \boldsymbol{Accept}ée \end{cases}$$

إذن معدل الفائدة يساوي 10 %.

التمرين التاسع

لدينا:

الورقة التجارية 2	الورقة التجارية 1
$VN_2 = 12080DA$	$VN_1 = ?$
$t_2 = t_2 = t\%$	$t_1 = t_2 = t\%$
$n_2 = 40 \; Jours$	$n_1 = 60 \; Jours$
$VA_2 = ?$	$VA_1 = ?$
$E_2 = 80$	$E_c - E_1 = 2$

من معطيات الورقة الثانية نجد:

$$E_2 = VN_2 - VA_2 = 80$$
$$\Rightarrow 12080 - VA_2 = 80$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{VA_2 = 12000DA}$$
$$E_2 = \boldsymbol{VA_2} * \frac{n_2}{360} * \frac{t_2}{100} = 80$$
$$\Rightarrow 12000 * \frac{40}{360} * \frac{t_2}{100} = 80$$
$$\Rightarrow 480000t = 2880000$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{t_2 = 6\% = t_1}$$
$$E_c - E_1 = 2 \Rightarrow VN_1 * \frac{n_1}{360} * \frac{t_1}{100} - VA_1 * \frac{n_1}{360} * \frac{t_1}{100} = 2$$
$$\Rightarrow \frac{n_1}{360} * \frac{t_1}{100}(VN_1 - VA_1) = 2$$
$$\Rightarrow \frac{60}{360} * \frac{6}{100} * E_1 = 2$$
$$\Rightarrow 0{,}01E_1 = 2$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{E_1 = 200DA}$$
$$E_c - E_1 = 2 \Leftrightarrow E_c - 200 = 2$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{E_c = 202DA}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{E_c} = VN_1 * \frac{n_1}{360} * \frac{t_1}{100} = 202$$
$$\Rightarrow VN_1 * \frac{60}{360} * \frac{6}{100} = 202$$
$$\Rightarrow 0{,}01 * VN_1 = 202$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{VN_1 = 20200}DA$$

التمرين العاشر

$$\mathrm{VN_1} + \mathrm{VN_2} = 2400\mathrm{DA} \Rightarrow \mathrm{VN_1} = 2400 - \mathrm{VN_2} \ldots\ldots (1)$$
$$E_c = E_{c1} + E_{c2} = 22{,}5 \ldots\ldots. (2)$$
$$n_1 = 90Jours: \ n_2 = 45\,Jours; \ t_1 = t_2 = 4{,}5\%$$

ايجاد القيمة الاسمية لكل ورقة

$$(2) \Leftrightarrow E_c = \mathrm{VN_1} * \frac{n_1}{360} * \frac{t_1}{100} + \mathrm{VN_2} * \frac{n_2}{360} * \frac{t_2}{100} = 22{,}5$$
$$\Rightarrow (2400 - \mathrm{VN_2}) * \frac{90}{360} * \frac{4{,}5}{100} + \mathrm{VN_2} * \frac{45}{360} * \frac{4{,}5}{100} = 22{,}5$$
$$\Rightarrow 27 - 0{,}01125\mathrm{VN_2} + 0{,}005625\mathrm{VN_2} = 22{,}5$$
$$\Rightarrow -0{,}005625\mathrm{VN_2} = -4{,}5$$
$$\Rightarrow \begin{cases} \mathbf{VN_2 = 800} \\ \mathbf{VN_1 = 1600} \end{cases}$$

التمرين الحادي عشر

$$C_1 + C_2 = 13200DA \ldots\ldots (1)$$
$$C_1 = \frac{5}{6}C_2 \ldots\ldots\ldots (2)$$
$$A_1 = 6300DA$$
$$t_1 = t_2 + 1 \ldots\ldots\ldots (3)$$

حساب مبلغ رأس المال الأول $\boldsymbol{C_1}$

$$(1) \Leftrightarrow \frac{5}{6}C_2 + C_2 = 13200DA$$
$$\Rightarrow \frac{11}{6}C_2 = 13200$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{C_2 = 7200DA}$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{C_2 = 6000DA}$$

حساب معدلات الفائدة

$$A_1 = C_1 + I_1 = 6300DA$$

$$\Rightarrow A_1 = 6000 + C_1 * \frac{t_1}{100} * 1 = 6300DA$$

$$\Rightarrow 6000 + 6000 * \frac{t_1}{100} * 1 = 6300DA$$

$$\Rightarrow 6000 + 60t_1 = 6300$$

$$\Rightarrow 60t_1 = 300$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{t_1 = 5}\%$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{t_2 = 6}\%$$

التمرين الثاني عشر

$I_{Com} - I_{entier} = 15$;   C = ?,   n= 150 Jours,   t=6%

لدينا من بين العلاقة بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة ما يلي:

$$I_{Com} = 72(I_{Com} - I_{entier})$$

$$\Rightarrow I_{Com} - I_{entier} = \frac{I_{Com}}{72}$$

$$\Rightarrow 15 = \frac{I_{Com}}{72}$$

$$\Rightarrow I_{Com} = 1080\ DA$$

$$\Rightarrow C * \frac{n}{360} * \frac{t}{100} = 1080$$

$$\Rightarrow C * \frac{150}{360} * \frac{6}{100} = 1080$$

$$\Rightarrow 0{,}025 * C = 1080$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{C = 43200DA}$$

التمرين الثالث عشر

لدينا المعطيات التالية:

$$\mathrm{S} = 93000\ \mathrm{DA} = \sum \mathrm{VN}; \quad \mathrm{VN}_1 = 8000\mathrm{DA}; \quad \mathrm{r} = 3000;$$

مجموع متتالية حسابية يُعطى بالعلاقة التالية:

$$S = \frac{n}{2}[2t_1 + (n-1)r] \dots\dots\dots (1)$$

n عدد حدود المتتالية الحسابية

t_1: الحد الأول

r: الأساس

$$(1) \Leftrightarrow 93000 = \frac{n}{2}(2 * 8000 + (n-1)3000)$$

$$\Rightarrow 93000=\frac{n}{2}(16000+3000n-3000)$$
$$\Rightarrow 93000=\frac{n}{2}(3000n+13000)$$
$$\Rightarrow 93000=1500n^2+6500n$$
$$\Rightarrow 1500n^2+6500n-93000=0$$
$$\Rightarrow 15n^2+65n-930=0\ \ldots\ldots\ldots(2)$$

حلول المعادلة (2) هي حلول المميز

$$\Delta= B^2-4AC$$
$$\Rightarrow \Delta=(65)^2-4(15)(-930)$$
$$\Rightarrow \Delta=4225+55800$$
$$\Rightarrow \Delta=60025$$
$$\Rightarrow \sqrt{\Delta}=\ 245\ ou\sqrt{\Delta}=-245$$
$$\Rightarrow \begin{cases} n_1=\dfrac{-B-\sqrt{\Delta}}{2A}=\dfrac{-65-425}{2*15}<0\ Refusée \\ n_2=\dfrac{-B+\sqrt{\Delta}}{2A}=\dfrac{-65+425}{2*15}=6\ Termes \end{cases}$$

إذن عدد حدود هذه المتتالية الحسابية هو ستة (06) حدود، وبالتالي فإن عدد الأوراق التجارية هو ستة أوراق.

$$\begin{cases} \mathrm{VN_1}=8000\mathrm{DA} \\ \mathrm{VN_2}=\mathrm{VN_1}+\mathrm{r}=8000+3000=11000\mathrm{DA} \\ \mathrm{VN_3}=\mathrm{VN_2}+\mathrm{r}=11000+3000=14000\mathrm{DA} \\ \mathrm{VN_4}=\mathrm{VN_3}+\mathrm{r}=14000+3000=17000\mathrm{DA} \\ \mathrm{VN_5}=\mathrm{VN_4}+\mathrm{r}=17000+3000=20000\mathrm{DA} \\ \mathrm{VN_6}=\mathrm{VN_5}+\mathrm{r}=20000+3000=23000\mathrm{DA} \end{cases}$$

التمرين الرابع عشر

$$t=9\%;\quad I_{com}-I_{réel}=8$$
n= 29 + 31 +20 = 80 Jours
$$I_{com}=73(I_{com}-I_{réel})$$
$$I_{com}-I_{réel}=8 \Rightarrow 73(I_{com}-I_{réel})=8*73=584$$
$$\Rightarrow 73(I_{com}-I_{réel})=I_{com}=584$$
$$\Rightarrow\ I_{com}=584$$
$$\Rightarrow\ c.\frac{n}{360}.\frac{t}{100}=584$$
$$\Rightarrow\ c.\frac{80}{360}.\frac{9}{100}=584$$
$$\Rightarrow 0{,}02\ C=584$$

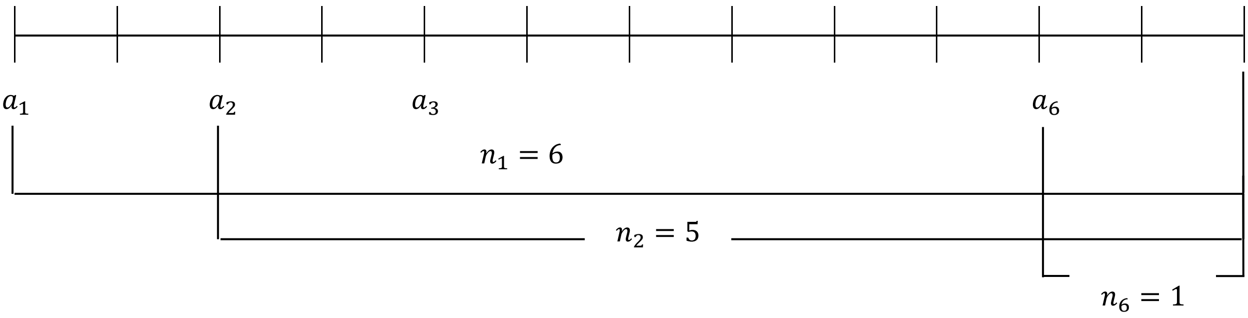
$$\Rightarrow \boldsymbol{C = 29200\ DA}$$

التمرين الخامس عشر

✎ إيجاد قيمة الدفعة المتساوية

نوع الدفعات هي دفعات متساوية فورية (أي في بداية كل شهرين)

$$a = ?\ ; \quad le\ montant\ de\ l'annuité\ constante$$
$$n = 6\ le\ nombre\ des\ annuités$$



$$a_1 = a_2 = a_3 = \cdots \ldots \ldots = a_6 = ?\ DA$$

$$\sum_{k}^{i=1} a_i = a.n = a * 6 = 6a$$

$$A = 1570\ DA; \quad t = 8\%$$

$$A = \sum_{i=1}^{6} a_i + \sum_{i=1}^{6} I_i = 1570$$

$$\sum_{i=1}^{6} I_i = a.\frac{t}{100}.\frac{k}{2}\left(\frac{n_1 + n_2}{6}\right) = a\frac{8}{100}.\frac{6}{2}\left(\frac{6+1}{6}\right)$$

$$\sum_{i=1}^{6} I_i = 0{,}28\ a$$

$$A = \sum_{i=1}^{6} a_i + \sum_{i=1}^{6} I_i = 1570 \Rightarrow 6a + 0{,}28 = 6{,}28a$$

$$\Rightarrow 6{,}28a = 1570$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{a = 250\ DA}$$

التمرين السادس عشر

$$C_1 + C_2 = 62000\ DA$$
$$t_1 = 5{,}5\%; \quad t_2 = 5\%; \quad n_1 = 90\ J; \quad n_2 = 120\ \mathrm{J}$$

$$I_1 - I_2 = 122{,}5; \qquad C_1 = \frac{19}{12} C_2;$$

$$\Rightarrow C_1.\frac{t_1}{100}.\frac{n_1}{360} - C_2.\frac{t_2}{100}.\frac{n_2}{360} = 122{,}5$$

$$\Rightarrow C_1.\frac{5{,}5}{100}.\frac{900}{360} - C_2.\frac{5}{100}.\frac{120}{360} = 122{,}5$$

$$\Rightarrow C_1.\frac{5{,}5}{100}.\frac{900}{360} - C_2.\frac{5}{100}.\frac{120}{360} = 122{,}5$$

$$\Rightarrow \frac{495}{36000}.\frac{19}{12} C_2 - \frac{600}{36000} C_2 = 122{,}5$$

$$\Rightarrow \frac{783{,}75}{36000} C_2 - \frac{600}{36000} C_2 = 122{,}5$$

$$\Rightarrow \frac{183{,}75}{36000} C_2 = 122{,}5$$

$$\Rightarrow 183{,}75 C_2 = 4410000$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{C_2 = 24000\ DA}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{C_1 = \frac{19}{12} C_2 = 38000\ DA}$$

حساب جملة المبلغ الأول والثاني

$$A_1 = C_1 + I_1$$

$$\Rightarrow A_1 = C_1 + C_1.\frac{t_1}{100}.\frac{n_1}{360}$$

$$\Rightarrow A_1 = 38000 + 38000.\frac{5{,}5}{100}.\frac{90}{360}$$

$$\Rightarrow A_1 = 38000 + 522{,}5$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{A_1 = 38522{,}5\ DA}$$

$$A_2 = C_2 + I_2$$

$$\Rightarrow A_2 = C_2 + C_2.\frac{t_2}{100}.\frac{n_2}{360}$$

$$\Rightarrow A_1 = 24000 + 24000.\frac{5}{100}.\frac{120}{360}$$

$$\Rightarrow A_1 = 24000 + 400$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{A_1 = 24400\ DA}$$

بعدكم من يوم تصبح جملة المبلغ الأول تُساوي 38855 دج بمعدل فائدة 5 % سنوياً.

$$A_1 = C_1 + I_1 = 38855$$

$$\Rightarrow A_1 = C_1 + C_1.\frac{t_1}{100}.\frac{n_1}{360} = 38855$$

$$\Rightarrow 38000 + 38000.\frac{5}{100}.\frac{n_1}{360} = 38855$$

$$\Rightarrow 38000+\frac{190}{36}n_1=38855$$
$$\Rightarrow \frac{190}{36}n_1=855$$
$$\Rightarrow n_1=162 \text{ Jours}$$

التمرين السابع عشر

تحديد القيمة الاسمية للكمبيالتين

$$n_1=10+30+5=45 \text{ J}$$
$$n_2=10+30+20=60 \text{ J}$$
$$E_{c2}=\frac{10}{6}E_{c1}\ldots\ldots(1)$$
$$VN_2=VN_1+6000\ldots\ldots\ldots(2)$$
$$(1)\Leftrightarrow VN_2\frac{t_2}{100}.\frac{n_2}{360}=\frac{10}{6}.VN_1\frac{t_1}{100}.\frac{n_1}{360}$$
$$\Rightarrow VN_2\frac{5}{100}.\frac{60}{360}=\frac{10}{6}.VN_1\frac{5}{100}.\frac{45}{360}$$
$$\Rightarrow \frac{300}{36000}VN_2=\frac{2250}{6}.\frac{1}{36000}VN_1$$
$$\Rightarrow 300VN_2=\frac{2250}{6}VN_1$$
$$\Rightarrow 300(VN_1+6000)=\frac{2250}{6}VN_1$$
$$\Rightarrow 300VN_1+\ 1800000=\frac{2250}{6}VN_1$$
$$\Rightarrow 75VN_1=1800000$$
$$\Rightarrow \begin{cases}\boldsymbol{VN_1=24000\ DA}\\ \boldsymbol{VN_2=30000\ DA}\end{cases}$$

حساب الخصم التجاري والقيمة الحالية لكل كمبيالة

$$E_{c1}=VN_1\frac{t_1}{100}.\frac{n_1}{360}$$
$$\Rightarrow E_{c1}=24000\frac{5}{100}.\frac{45}{360}=\mathbf{5400\ DA}$$
$$E_{c2}=VN_2\frac{t_2}{100}.\frac{n_2}{360}$$
$$\Rightarrow E_{c1}=30000\frac{5}{100}.\frac{60}{360}=\mathbf{9000\ DA}$$
$$VA_{c1}=VN_1-E_{c1}$$
$$\Rightarrow VA_{c1}=24000-5400=18600\ DA$$

$$VA_{c2} = VN_2 - E_{c2}$$
$$\Rightarrow VA_{c2} = 30000 - 9000 = \mathbf{21000\ DA}$$

التمرين الثامن عشر

✐ **حساب قيمة خصم السندين**

$$n_1 = 16 + 31 + 3 = 50\ \mathrm{J}$$
$$n_2 = 16 + 14 = 30\ \mathrm{J}$$
$$E_{c1} + E_{c2} = 27 \ldots\ldots (1)$$
$$E_{c1}.E_{c2} = 180. \ldots\ldots (2)$$
$$(2) \Leftrightarrow E_{c1} = \frac{180}{E_{c2}}$$
$$(1) \Leftrightarrow \frac{180}{E_{c2}} + E_{c2} = 27$$
$$\Rightarrow \frac{180 + E_{c2}^2}{E_{c2}} = 27$$
$$\Rightarrow 180 + E_{c2}^2 = 27E_{c2}$$
$$\Rightarrow E_{c2}^2 - 27E_{c2} + 180 = 0 \ldots\ldots\ldots (3)$$

حلول المعادلة (3) هي حلول المميز Δ

$$\Delta = B^2 - 4AC$$
$$\Rightarrow \Delta = 27^2 - 4(1)(180)$$
$$\Rightarrow \Delta = 729 - 720$$
$$\Rightarrow \Delta = 9$$
$$\Rightarrow \sqrt{\Delta} = 3 \quad ou \quad \sqrt{\Delta} = -3$$
$$\Rightarrow \begin{cases} E'_{c2} = \dfrac{-B - \sqrt{\Delta}}{2A} = \dfrac{27 - 3}{2} = 12 \\ E''_{c2} = \dfrac{-B + \sqrt{\Delta}}{2A} = \dfrac{27 + 3}{2} = 15 \end{cases}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} E_{c2} = 12 \\ E_{c2} = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} E_{c1} = 15 \\ E_{c1} = 12 \end{cases}$$

✐ **حساب القيمة الاسمية للسندين**

$$E_{c1} = 15 \Rightarrow VN_1 \frac{t}{100} . \frac{n_1}{360} = 15$$
$$\Rightarrow VN_1 \frac{9}{100} . \frac{50}{360} = 15$$
$$\Rightarrow 0{,}0125VN_1 = 15$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{VN_1 = 1200DA}$$

$$E_{c1} = 12 \Rightarrow VN_1 \frac{t}{100} . \frac{n_1}{360} = 12$$
$$\Rightarrow VN_1 \frac{9}{100} . \frac{50}{360} = 12$$
$$\Rightarrow 0{,}0125 VN_1 = 12$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{VN_1 = 960\ DA}$$
$$E_{c2} = 12 \Rightarrow VN_2 \frac{t}{100} . \frac{n_2}{360} = 12$$
$$\Rightarrow VN_2 \frac{9}{100} . \frac{30}{360} = 12$$
$$\Rightarrow 0{,}0075 VN_2 = 12$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{VN_2 = 1600 DA}$$
$$E_{c2} = 15 \Rightarrow VN_2 \frac{t}{100} . \frac{n_2}{360} = 15$$
$$3$$
$$\Rightarrow VN_2 \frac{9}{100} . \frac{30}{360} = 15$$
$$\Rightarrow 0{,}0075 VN_2 = 15$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{VN_2 = 1600\ \mathrm{DA}}$$

التمرين التاسع عشر

إيجاد قيمة المبلغ المستثمر

$$t_1 = 1{,}5\% \qquad n_1 = 90\ J$$
$$t_2 = 2\% \qquad n_2 = 90\ J$$
$$t_3 = 2{,}5\% \qquad n_3 = 90\ J$$

$$\boldsymbol{C} = ? \rightarrow \quad C_1 = \frac{1}{3}, \quad C_2 = \frac{1}{3}, \quad C_3 = \frac{1}{3}$$

$$I_{global} = I_1 + I_2 + I_3 = 24$$
$$\Rightarrow C_1 . \frac{n_1}{360} . \frac{t_1}{100} + C_2 . \frac{n_2}{360} . \frac{t_2}{100} + C_3 . \frac{n_3}{360} . \frac{t_3}{100} = 24$$
$$\Rightarrow \frac{1}{3} C . \frac{90}{360} . \frac{1{,}5}{100} + \frac{1}{3} C . \frac{90}{360} . \frac{2}{100} + \frac{1}{3} C . \frac{90}{360} . \frac{2{,}5}{100} = 24$$
$$\Rightarrow 0{,}00125\ C + 0{,}001667 C + 0{,}00208333\ C = 24$$
$$\Rightarrow 0{,}005\ C = 24$$

$$\Rightarrow C = 4800\ DA$$

التمرين العشرون

✎ حساب معدل الفائدة المطبق على المبلغ

$$C = 65700\ DA; \qquad n = 150\ J$$

$$I_{commercial} + I_r = 7612{,}5 \ldots\ldots\ldots..(1)$$

$$(1) \Leftrightarrow C.\frac{n}{360}.\frac{t}{100} + C.\frac{n}{365}.\frac{t}{100} = 7612{,}5$$

$$\Rightarrow 65700.\frac{150}{360}.\frac{t}{100} + 65700.\frac{150}{365}.\frac{t}{100} = 7612{,}5$$

$$\Rightarrow 273{,}75.t + 270.t = 7612{,}5$$

$$\Rightarrow 543{,}75.t = 7612{,}5$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{t = 14\%}$$

✎ حساب الفائدة التجارية والفائدة الحقيقية.

$$I_{commercial} = C.\frac{n}{360}.\frac{t}{100}$$

$$\Rightarrow I_{commercial} = 65700.\frac{150}{360}.\frac{14}{100}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{I_{commercial} = 3832{,}5DA}$$

$$I_r = 7612{,}5 - I_{commercial}$$

$$\Rightarrow I_r = 7612{,}5 - 3832{,}5$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{I_r = 3780\ DA}$$

✎ حساب جملته بالفائدة الحقيقية.

$$t = 14\% + 2\% = 16\%$$

$$A = C + I_r$$

$$\Rightarrow A = C + C.\frac{n}{365}.\frac{t}{100}$$

$$\Rightarrow A = 65700 + 65700.\frac{150}{365}.\frac{16}{100}$$

$$\Rightarrow A = 65700 + 4320$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{A = 71820\ DA}$$

✎ حساب المبلغ الذي يُعطي فائدة تجارية تساوي الفائدة الصحيحة في السؤال الأول، بإيداعه لمدة **150** يوم وبمعدل فائدة **18%**

$$I_{commercial} = I_r$$

$$\Rightarrow C.\frac{n}{360}.\frac{t}{100} = 3780$$

$$\Rightarrow C.\frac{150}{360}.\frac{18}{100} = 3780$$
$$\Rightarrow 2700C = 136080000$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{C = 50400DA}$$

التمرين الواحد والعشرون

ايجاد القيمة الاسمية للكمبيالة

$$t = 9\% \; ; \qquad VA_{com\,1} = 7868DA;$$
$$E_{com\,2} = E_{com\,1} - 72 \ldots\ldots\ldots..(1)$$
$$\Rightarrow E_{com\,2} = VN\frac{n_2}{360}\frac{t}{100} = E_{com\,1} - 72$$
$$\Rightarrow VN\frac{30}{360}\frac{9}{100} = E_{com\,1} - 72$$
$$\Rightarrow 0{,}0075.VN = E_{com\,1} - 72 \ldots\ldots\ldots.(2)$$

لدينا:

$$VA_{com\,1} = VN - E_{com\,1}$$
$$\Rightarrow VN - E_{com\,1} = 7868$$
$$\Rightarrow E_{com\,1} = VN - 7868 \ldots\ldots.(3)$$

بتعويض المعادلة

$$(2) \Leftrightarrow 0{,}0075.VN = VN - 7868 - 72$$
$$\Rightarrow 0{,}0075.VN = VN - 7940$$
$$\Rightarrow 0{,}9925.VN = 7940$$
$$\Rightarrow VN = 8000DA$$

ايجاد تاريخ استحقاق للكمبيالة

$$VA_{com\,1} = VN - E_{com\,1}$$
$$\Rightarrow E_{com\,1} = VN - VA_{com\,1}$$
$$\Rightarrow E_{com\,1} = 8000 - 7868$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{E_{com\,1} = 132}\; DA$$
$$E_{com\,1} = VN\frac{n_1}{360}\frac{t}{100} = 132$$
$$\Rightarrow 8000.\frac{n_1}{360}\frac{9}{100} = 132$$
$$\Rightarrow 72000n_1 = 4752000$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{n_1 = 66\; Jours}$$

من 2019/08/25 إلى 2019/08/31	من 2019/09/01 إلى 2019/09/30	من 2019/10/01 إلى 2019/10/30

06 أيام	30 يوم	30 يوم
$n_1 = 66\,Jours$		

تاريخ استحقاق الكمبيالة هو يوم 30 أكتوبر 2019.

الفصـــل الثانـــي

الفائدة المركبـة والدفعات المتساويـة

1. مفهوم الفائدة المركبة.
2. القانون الأساسي لحساب الجملة (القيمة المكتسبة).
3. القانون الأساسي لحساب أصل المبلغ (رأس المال).
4. تقييم رأس مال يُدفع في أي تاريخ كان.
5. القانون الأساسي لحساب معدل الفائدة المركبة.
6. القانون الأساسي لحساب مدة الاستثمار.
7. حالات خاصة بالمدة.
8. مفهوم الدفعات المتساوية.
9. أنواع الدفعات المتساوية.
   - 1.9. الدفعات المتساوية الفورية (دفعات الاستثمار).
   - 2.9. الدفعات المتساوية العادية (دفعات السداد).
10. القيمة المكتسبة لمتتالية الدفعات المتساوية الفورية.
11. القيمة المكتسبة لمتتالية الدفعات المتساوية العادية.
12. القيمة الحالية لمتتالية الدفعات المتساوية الفورية.
13. القيمة الحالية لمتتالية الدفعات المتساوية العادية.

تمارين الفصل الثاني.

حلول تمارين الفصل الثاني.

يعتمد مفهوم الفائدة المركبة على حساب الفائدة لوحدة زمنية معينة، ثم إضافة الفائدة الناتجة في نهاية تلك الوحدة الزمنية إلى أصل المبلغ في نهاية الوحدة الزمنية، حيث خلال الفترة الزمنية اللاحقة نحصل على رأس مال جديد مركب من رأس مال الفترة السابقة زائد فائدة الفترة السابقة، وهذا رأس المال الجديد يكون دوماً أكبر من رأس المال للفترة السابقة بمقدار فائدة الفترة السابقة، وهذا ما يُسمى برسملة الفوائد.

1. مفهوم الفائدة المركبة

كما ذكرنا سالفاً في فصل الفائدة البسيطة على أنها تُحسب على القروض قصيرة الأجل (Emprunts à courts termes) والتي لا تتجاوز مدتها سنة كاملة وأن الفائدة البسيطة تُحسب على المبلغ الأصلي مقارنةً بالفائدة المركبة والتي تخص القروض طويلة الأجل (Emprunts à longs termes)، وتحسب الفائدة المركبة على المبلغ وفائدته، عكس الفائدة البسيطة التي تحسب على المبلغ الأصلي فقط.

الفائدة المركبة هي تطبيق معدل الفائدة البسيطة على مدة مركبة من عدة فترات زمنية. في نهاية كل فترة زمنية، الفائدة البسيطة الناتجة تُضاف إلى رأس المال لإنتاج فائدة بسيطة على رأس المال الجديد خلال الفترة الزمنية اللاحقة. ونسميها رأسملة الفوائد. الفوائد المركبة تُستخدم في العمليات المالية متوسطة وطويلة الأجل.

مثال

نفترض أننا أودعنا مبلغاً من المال قدره 1000 دج في البنك الوطني الجزائري بمعدل فائدة 5 % لمدة سنوات.

سوف نحاول من خلال هذا المثال تبيان الفرق بين الفائدة البسيطة والفائدة المركبة، وذلك كما يظهر في الجدول أدناه:

السنوات	الفائدة البسيطة		الفائدة المركبة	
	المبلغ	الفائدة	المبلغ	الفائدة
1	1000	50	1000	50
2	1000	50	1050	52,5
3	1000	50	1102,5	55,125
4	1000	50	1157,625	57,88125
5	1000	50	1215,50625	60,7753125

- في نهاية السنة الأولى، رأس المال C_0 يُنتج فائدة بسيطة I_1

$$I_1 = 1000 * 5\% = 50DA$$

- الفائدة$\mathbf{I_1}$سوف تُضاف إلى رأس المال C_0 لتنتج رأس مال جديد C_1

$$C_1 = C_0 + I_1 = 1000 + 50 = 1050DA$$

- في نهاية السنة الثانية، رأس المال C_1 يُنتج فائدة بسيطة I_2

$$I_2 = 1050 * 5\% = 52,5DA$$

- الفائدة$\mathbf{I_2}$سوف تُضاف إلى رأس المال C_1 لتنتج رأس مال جديد C_2

$$C_2 = C_1 + I_2 = 1050 + 52,5 = 1102,5DA$$

- في نهاية السنة الثالثة، رأس المال C_2 يُنتج فائدة بسيطة I_3

$$I_3 = 1102,5 * 5\% = 55,125DA$$

- الفائدة I_3 سوف تُضاف إلى رأس المال C_2 لتنتج رأس مال جديد C_3

$$C_3 = C_2 + I_3 = 1102,5 + 55,125 = 1157,625DA$$

- في نهاية السنة الرابعة، رأس المال C_3 يُنتج فائدة بسيطة I_4

$$I_4 = 1157,625 * 5\% = 57,88125DA$$

- الفائدة I_4 سوف تُضاف إلى رأس المال C_3 لتنتج رأس مال جديد C_4

$$C_4 = C_3 + I_4 = 1157,625 + 57,88125 = 1215,50625DA$$

- في نهاية السنة الرابعة، رأس المال C_4 يُنتج فائدة بسيطة I_5

$$I_5 = 1215,50625 * 5\% = 60,7753125DA$$

ملاحظة: نلاحظ أن الفوائد المركبة دائماً أكبر من الفوائد البسيطة لأن الفوائد المركبة ناتجة عن رسملة الفوائد البسيطة الناتجة في نهاية كل فترة زمنية.

2. القانون الأساسي لحساب الجملة (القيمة المكتسبة)

إذا رمزنا لعناصر أو محددات الفائدة المركبة بالرموز التالية:

C: رأس المال المستثمر في بداية الفترة (المبلغ الأصلي) ؛

n: مدة الاستثمار

t: معدل الفائدة المركبة؛

A: القيمة المكتسبة أو جملة الفائدة المركبة

السنوات	رأس المال في بداية السنة	الفائدة	رأس المال في نهاية السنة
1	C	$C * t$	$\boldsymbol{A_1 = C + c * t = c(1 + t)}$
2	$c(1 + t)$	$c(1 + t).t$	$A_2=c(1+t)+c(1+t).t=c(1+t).[1+t]=C.(1+t)^2$
3	$C.(1+t)^2$	$C.(1+t)^2.t$	$A_3=C.(1+t)^2+C.(1+t)^2.t=c(\boldsymbol{1 + t})^{\boldsymbol{2}}.[1+t]=C.(1+t)^3$
……	……	……	……
n-1	$C.(1+t)^{n-2}$	$C.(1+t)^{n-2}.t$	$\boldsymbol{A_{n-1} = C.(1 + t)^{n-2} + C.(1 + t)^{n-2}.t = c(1 + t)^{n-2}.[1 + t] = C.(1 + t)^{n-1}}$

n	$C.(1+t)^{n-1}$	$C.(1+t)^{n-1}.t$	$A_n = C.(1+t)^{n-1} + C.(1+t)^{n-1}.t = c(1+t)^{n-1}.[1+t] = C.(1+t)^n$

فإن قانون جملة فائدة مركبة يُعطى بالعلاقة الرياضية التالية:

$$\boldsymbol{A = C(1+t)^n}$$

أما الفائدة المركبة فتحسب بالعلاقة الرياضية التالية

الفائدة المركبة تساوي الفرق بين القيمة المكتسبة (الجملة) ورأس المال المستثمر (المبلغ الأصلي)

$$I = A - C$$
$$\Rightarrow I = C(1+t)^n - C$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{I = C[(1+t)^n - 1]}$$

$$\boldsymbol{I = C[(1+t)^n - 1]}$$

ملاحظـات هامـة

- مبلغ الفوائد المكتسبة بعد n فترة زمنية هي الفرق بين القيمة المكتسبة (الجملة) ورأس المال الأصلي:

$$\boldsymbol{I_n = C_n - C_0}$$

- فترة رسملة الفوائد البسيطة يُمكن أن تكون شهر، ثلاثي، سداسي أو سنة؛
- مبلغ القيم المكتسبة $(C_1, C_2, C_3, \dots, C_N)$ تُشكل متتالية هندسية ذات الأساس $(1+t)$؛
- الفوائد المركبة تستخدم خاصةً للتوظيفات أو الإيداعات ذات الأجل المتوسط والطويل المدى (أكثر من سنة).

- **مثال**

أودع شخص مبلغ مالي قدره 5000 دج في بنك معين بمعدل فائدة مركبة 6 %، لمدة ثلاث سنوات. فما هي القيمة المكتسبة المتحصل عليها في نهاية مدة الايداع؟ وما هي قيمة الفائدة المتحصل عليها؟

- **الحل**

- حساب قيمة الجملة المتحصل عليها في نهاية المدة

$$A = C(1+t)^n$$
$$\Rightarrow A = 5000(1+0{,}06)^3$$

من الجدول المالي رقم (01) فإن القيمة:

$$(1+0{,}06)^3 = 1{,}191016$$
$$\Rightarrow A = 5000(1+0{,}06)^3$$
$$= 5000 * 1{,}191016$$
$$\Rightarrow A = 5955{,}08DA$$

- حساب قيمة الفائدة المتحصل عليها

$$I = A - C$$

$$\Rightarrow I = 5955{,}08 - 5000 = 955{,}08DA$$

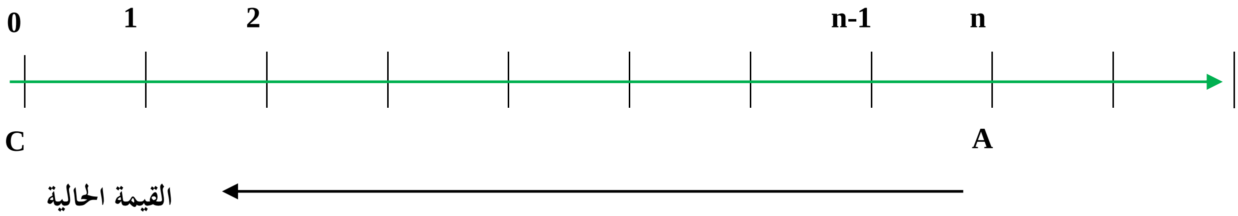
3. القانون الأساسي لحساب أصل المبلغ (رأس المال)

تُعرف القيمة الحالية على أنها القيمة الأصلية لرأس المال عُرفت قيمته في نهاية مدة توظيفه، وعليه فإن القيمة الحالية تتحدد بطرح الفائدة المركبة من هذا المبلغ.

إذا كانت لدينا المعطيات التالية:

$\boldsymbol{A}$: قيمة الجملة أو القيمة المكتسبة لرأس مال معين في نهاية فترة توظيفه؛

$\boldsymbol{C}$: قيمة رأس المال في بداية فترة التوظيف أو الاستثمار؛



لدينا:

$$A = C(1+t)^n$$
$$\Rightarrow C = \frac{A}{(1+t)^n}$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{C = A.(1+t)^{-n}}$$

$$\boxed{\boldsymbol{C = A.(1+t)^{-n}}}$$

ملاحظـــــــة
القيمة $(\boldsymbol{1+t})^{-}$ تُستخرج مباشرة من الجدول المالي رقم (02)أوتُحسب بالآلة الحاسبة.

- **مثال**

أودع شخص معين مبلغ مالي في بنك معين، بمعدل فائدة مركبة 4 %، وبعد 5 سنوات أصبح في حسابه ما قيمته 4652 دج.

✍ أوجد قيمة رأس المال المودع لدى البنك.

- **الحل**

لدينا:

$$C = A.(1+t)^{-n}$$
$$\Rightarrow C = 4652(1{,}04)^{-5}$$
$$\Rightarrow C = 4652(1{,}04)^{-5}$$

$(1{,}04)^{-5} \longrightarrow 0{,}8219271$...........Tableau financier N°02

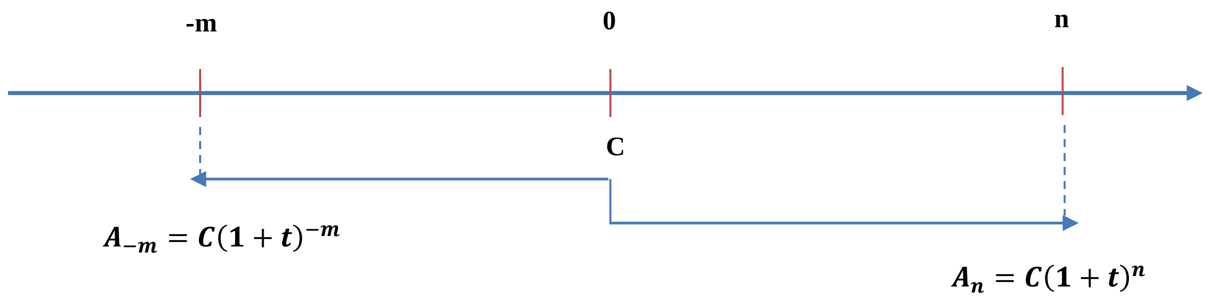
$$\Rightarrow C = 4652 * 0{,}8219271 = \boldsymbol{3823{,}60DA}$$

4. تقييم رأس مال يُدفع في أي تاريخ كان

إذا كان لدينا:

C : رأس مال يُدفع في التاريخ صفر (0)؛

- ما هي قيمته (A_n) في التاريخ n؛
- ما هي قيمته (A_{-m}) في التاريخ $-m$.



خلاصـــة
$A_n = A_{-m}(1+t)^{m+n}$

- **مثال**

دين قيمته الاسمية 100000 دج مستحق بتاريخ 2022/07/01، حيث هناك حالتين لتسديده كما يلي:

- التسديد المسبق في 2019/07/01؛
- تأجيل التسديد إلى 2024/07/01.

إذا كان معدل الفائدة المركبة 5 % سوياً.

- أُحسب قيمة الدين في الحالتين.

- **الحل**

الحالة الأولى: التسديد المسبق في 2019/07/01

$$A_{-m} = C(1+t)^{-m}$$
$$\Rightarrow A_{-3} = C(1+0{,}05)^{-3}$$
$$\Rightarrow A_{-3} = 100000(1{,}05)^{-3}$$
$$\Rightarrow A_{-3} = 100000 * 0{,}86383759$$
$$\Rightarrow A_{-3} = 86383{,}7598 \text{ DA}$$

الحالة الثانية: تأجيل التسديد إلى 2024/07/01.

الطريقة الأولى:

$$A_n = C(1+t)^n$$
$$\Rightarrow A_2 = C(1+t)^2$$
$$\Rightarrow A_2 = 100000 * (1{,}05)^2$$

$$\Rightarrow A_2 = 100000 * 1{,}1025$$
$$\Rightarrow A_2 = 110250\ DA$$

الطريقة الثانية:

$$A_n = A_{-m}(1+t)^{m+n}$$
$$\Rightarrow A_2 = A_{-3}(1+0{,}05)^{3+2}$$
$$\Rightarrow A_2 = 86383{,}7598 * (1{,}05)^5$$
$$\Rightarrow A_2 = 86383{,}7598 * 1{,}27628156$$
$$\Rightarrow A_2 = 110249{,}9999\ DA$$

5. القانون الأساسي لحساب معدل الفائدة المركبة

انطلاقاً من القاعدة العامة لحساب الجملة في حالة الفائدة المركبة يُمكننا تحديد معدل الفائدة المركبة المجهول كما يلي:

$$A = C(1+t)^n$$
$$\Rightarrow (1+t)^n = \frac{A}{C}$$

مثال

أُستثمر رأس مال قيمته 10000 دج في بنك معين، وبعد 06 سنوات أصبح قيمته 13022,6 دج.

أُحسب مدل الفائدة المركبة

- **الحل**

لدينا:

$$A = C(1+t)^n$$
$$\Rightarrow 13022{,}6 = 10000\ (1+t)^6$$
$$\Rightarrow (1+t)^6 = \frac{13022{,}6}{10000}$$
$$\Rightarrow (1+t)^6 = 1{,}30226$$

من الجدول المالي رقم (01) نلاحظ أن القيمة: $1{,}30226$ محصورة بين قيمتين كما يلي:

$$1.265319 < 1{,}30226 < 1{,}340096$$
$$t = 4\% < t = ? < t = 5\%$$
$$t = ? \longrightarrow (1+t)^6 = 1{,}30226$$
$$t = 5\% \longrightarrow (1{,}05)^6 = 1{,}340096$$
$$t = 4\% \longrightarrow (1{,}04)^6 = 1.265319$$
$$t-4 \longrightarrow 0{,}03694098$$
$$1 \longrightarrow 0{,}07477662$$
$$\Rightarrow t-4 = \frac{0{,}03694098}{0{,}07477662} = 0{,}4940$$
$$\Rightarrow t = 4{,}494 \cong 4{,}50\%$$

6. القانون الأساسي لحساب مدة الاستثمار

انطلاقاً من القاعدة العامة لحساب الجملة في حالة الفائدة المركبة يُمكننا تحديد معدل الفائدة المركبة المجهول كما يلي:

$$A = C(1+t)^n$$
$$\Rightarrow (1+t)^n = \frac{A}{C}$$
$$\Rightarrow log(1+t)^n = log\left(\frac{A}{C}\right)$$
$$\Rightarrow n * log(1+t) = log\left(\frac{A}{C}\right)$$
$$\Rightarrow n = \frac{log\left(\frac{A}{C}\right)}{log(1+t)}$$

- **مثال**

أُستثمر مبلغ من المال قيمته 4000 دج بمعدل فائدة مركبة 5% فبلغت قيمته المكتسبة بعد مدة من الزمن 7491,8 دج.

✎ أحسب مدة الاستثمار

- **الحل**

لدينا:

$$A = C(1+t)^n$$
$$\Rightarrow (1+0{,}05)^n = \frac{7491{,}8}{4000}$$
$$\Rightarrow log(1{,}05)^n = log\left(\frac{7491{,}8}{4000}\right)$$
$$\Rightarrow n * log(1{,}05) = log\left(\frac{7491{,}8}{4000}\right)$$
$$\Rightarrow n = \frac{0{,}2725261}{0{,}0211892}$$
$$\Rightarrow n = 12{,}86$$
$$\Rightarrow n = 12\ ans + 311\ jours$$

7. الحالات الخاصة بالمدة

تختلف مدة الاستثمار حسب العقد الذي يربط بين المدين والدائن، حيث يُمكن أن تكون مدة الاستثمار عدد كامل (n) وجزء من المدة (α) أقل من الواحد، وفي هذه الحالة فإن مدة الاستثمار تُكتب كما يلي:

$$n + \alpha; \qquad \alpha < 1$$

- **مثال**

✎ مدة استثمار 8 سنوات و أربعة أشهر تكتب كمايلي: $(8 + \frac{4}{12})$ أي:

$$n + \alpha = \ (8 + \frac{4}{12})$$

مدة استثمار 10 سنوات و 50 يوم تكتب كما يلي: $(10 + \frac{50}{360})$ أي:

$$n + \alpha = \ (10 + \frac{50}{360})$$

إذن جملة مبلغ نقدي واحد مستثمر بفائدة مركبة بمعدل (t) بعد مدة استثمار $(n + \alpha)$ تُعطى بالعلاقة الرياضية التالية:

$$\boldsymbol{A = C(1 + t)^{n+\alpha}}$$

هذه العلاقة الرياضية مثل العلاقات الرياضية السابقة، حيث تحتوي على 4 متغيرات، كما يُمكن حساب كل من هذه المتغيرات حسب الطريقة المستخدمة سابقاً.

ملاحظـــــــة
الجداول المالية تأخذ بعين الاعتبار فقط مجموع المدد التي عددها كامل والمدد التي أقل من المفرد غير مذكورة في الجداول المالية، وفي هذه الحالة نستخدم بما يعرف **بطريقة التدريج**.

حساب القيمة المكتسبة (الجملة)

لحساب جملة رأس مال موظف خلال فترة من الزمن التالي:

- **مثال**

أُحسب جملة رأس مال قدره 5600 دج، أُستثمر بمعدل فائدة مركبة *4%* لمدة 5 سنوات وأربعة أشهر.

- **الحل**

لدينا:

$$A = C(1 + t)^n$$

$$\Rightarrow A = 5600(1 + 0{,}04)^{5+\frac{4}{12}}$$

$$\Rightarrow A = 5600(1{,}04)^{5+\frac{4}{12}}$$

نلاحظ أن المدة $(5 + \frac{4}{12})$ محصورة بين المدتين:

$$5\ ans\ < 5 + \frac{4}{12} < 6\ ans$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = 6\ ans \Rightarrow (1{,}04)^6 \rightarrow 1{,}265319 \ldots \ldots \ldots (1) \\ n = 5\ ans \Rightarrow (1{,}04)^5 \rightarrow 1{,}216653 \ldots \ldots \ldots (2) \end{cases}$$

بطرح المعادلتين (1) من (2) نجد:

$$1\ ans \rightarrow 0{,}048666$$

$$\frac{3}{4} \rightarrow \alpha$$

$$\Rightarrow \alpha = 0{,}048666 * \frac{3}{4}$$
$$\Rightarrow \alpha = 0{,}0364995$$
$$\Rightarrow (1{,}04)^{5+\frac{4}{12}} = 1{,}216653 + 0{,}0364995$$
$$\Rightarrow (1{,}04)^{5+\frac{4}{12}} = 1{,}2531525$$
$$\Rightarrow A = 5600(1{,}04)^{5+\frac{4}{12}}$$
$$\Rightarrow A = 5600 * 1{,}2531525$$
$$\Rightarrow A = 7017{,}654\ DA$$

حساب أصل المبلغ (رأس المال)

- **مثال**

أُحسب رأس مال مستثمر لمدة 6 سنوات و ستة أشهر بمعدل فائدة مركبة قدره *5 %* سنوياً، حيث تبلغ قيمته المكتسبة بعد مدة الاستثمار *12456,70* دج.

- **الحل**

لدينا:

$$A = C(1+t)^n$$
$$\Rightarrow A = C(1+0{,}05)^{6+\frac{6}{12}}$$
$$\Rightarrow A = C(1{,}05)^{6+\frac{6}{12}}$$
$$\Rightarrow C = \frac{12456{,}70}{(1{,}05)^{6+\frac{6}{12}}}$$

$(1{,}05)^{6+\frac{6}{12}}$: قيمة مالية تُستخرج من الجدول المالي رقم (01)

السنة $\left(6+\frac{1}{2}\right)$ محصورة بين السنتين 6 و 7 سنوات

$$6\ ans < \left(6+\frac{1}{2}\right) < 7\ ans$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = 7\ ans \Rightarrow (1{,}05)^7 \rightarrow 1{,}407100 \ldots\ldots\ldots (1) \\ n = 6\ ans \Rightarrow (1{,}05)^6 \rightarrow 1{,}340096 \ldots\ldots\ldots (2) \end{cases}$$

بطرح المعادلتين (1) من (2) نجد:

$$1\ ans \rightarrow 0{,}067004$$
$$\frac{1}{2} \rightarrow \alpha$$
$$\Rightarrow \alpha = 0{,}067004 * \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \alpha = 0{,}033502$$
$$\Rightarrow (1{,}05)^{6+\frac{1}{2}} = 1{,}340096 + 0{,}033502 = 1{,}373598$$
$$\Rightarrow C = \frac{12456{,}70}{1{,}373598} = \mathbf{9068{,}66DA}$$

حساب المدة

- **مثال**

أُحسب مدة استثمار مبلغ مالي قيمته 7500 دج وأصبحت قيمته المكتسبة بعدة مدة الاستثمار 10850 دج، بمعد فائدة مركبة 4 %.

- **الحل**

لدينا:

$$A = C(1+t)^n$$
$$\Rightarrow 10850 = 7500\,(1{,}04)^n$$
$$\Rightarrow (1{,}04)^n = \frac{10850}{7500}$$
$$\Rightarrow (1{,}04)^n = 1{,}45$$

بالرجوع إلى الجدول المالي رقم (01) وعند معدل الفائدة 4% نجد أن القيمة المالية محصورة بين:

$$1{,}423312 < 1{,}45 < 1{,}480244$$
$$n = 9 < n = 9+\alpha < n = 10$$

وبالتالي:

$$\Rightarrow \begin{cases} n = 10\ ans \Rightarrow (1{,}04)^{10} \rightarrow 1{,}480244 \dots\dots\dots (1) \\ n = 9\ ans \Rightarrow (1{,}04)^{9} \rightarrow 1{,}423312 \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

بطرح المعادلتين (1) من (2) نجد:

$$1\ ans \rightarrow 0{,}056932$$

لدينا كذلك:

$$\Rightarrow \begin{cases} n = 9+\alpha \Rightarrow (1{,}04)^{9+\alpha} \rightarrow 1{,}45 \dots\dots\dots (3) \\ n = 9 \Rightarrow (1{,}04)^{9} \rightarrow 1{,}423312 \dots\dots\dots (4) \end{cases}$$

بطرح المعادلتين (3) من (4) نجد:

$$\alpha \rightarrow 0{,}026688$$

إذن:

$$1\ ans \rightarrow 0{,}056932$$
$$\alpha \rightarrow 0{,}026688$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{0,026688 * 1}{0,056932} = 0,4687\ ans$$
$$\Rightarrow \alpha = 0,4687 * 360 = 168,732\ Jours$$
$$\Rightarrow n = 9\ ans + 169\ Jours$$

8. مفهوم الدفعات المتساوية

الدفعات المتساوية هي مبالغ مالية متساوية القيمة تُودع أو تُسدد بصفة دورية على فترات زمنية منتظمة (متساوية)، حيث الفارق الزمني الفاصل بين كل إيداع أو تسديد دفعة يُسمى بالمدة، وهذه المدة أو الوحدة الزمنية يُمكن أن تكون شهرية (Mensualité)، كل شهرين (Bimensualité)، ثلاثية (trimestrialité)، رباعية (Quadrimestrialité)، سداسية (Semestrialité) أو سنوية (Annualité).

9. أنواع الدفعات المتساوية

تُصنف الدفعات المتساوية أو الثابتة إلى نوعين حسب توقيت الدفعة في بداية كل وحدة زمنية او في نهاية كل وحدة زمنية. ومن هذا المنطلق نميز ما يلي:

1.9. الدفعات المتساوية الفورية (دفعات الاستثمار)

وهي الدفعات الثابتة (المبالغ المتساوية) التي تودع أو تُستثمر في بداية كل وحدة زمنية.

2.9. الدفعات المتساوية العادية (دفعات السداد)

وهي الدفعات الثابتة (المبالغ المتساوية) التي تُسدد في نهاية كل وحدة زمنية.

10. القيمة المكتسبة لمتتالية الدفعات المتساوية الفورية

وهي الجملة أو القيمة التي يكتسبها أو يتحصل عليها الشخص من جراء إيداع أو توظيف أو استثمار مبالغ مالية متساوية القيمة خلال فترات زمنية منتظمة ودورية. وبالتالي فإن القيمة المكتسبة لمتتالية دفعات ثابتة في بداية المدة هي مجموع القيم المكتسبة للدفعات المتتالية.

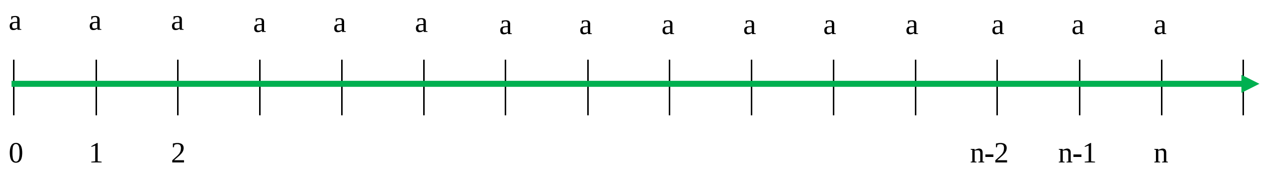
إذا رمزنا لعناصر الجملة أو القيمة المكتسبة بفوائد مركبة بالرموز التالية:

$\boldsymbol{V_n}$: القيمة المكتسبة (الجملة)

$\boldsymbol{a}$: قيمة الدفعة الثابتة

$\boldsymbol{t}$: معدل الفائدة المركبة

$\boldsymbol{n}$: عدد الدفعات



القيمة المكتسبة	مدة كل دفعة	قيمة الدفعة	الدفعات
$V_1 = a(1+t)^n$	n	a	1
$V_2 = a(1+t)^{n-1}$	$n-1$	a	2
$V_2 = a(1+t)^{n-2}$	$n-2$	a	3
……	……	a	……
……	……	a	……
$V_{n-1} = a(1+t)^2$	2	a	$\boldsymbol{n-1}$
$V_n = a(1+t)$	1	a	$\boldsymbol{n}$

لتكن V_n الجملة أو القيمة المكتسبة المتحصل عليها بعد جمع القيم المكتسبة لكل الدفعات بعد المدة $\boldsymbol{n}$ فنحصل على العلاقة الرياضية التالية:

$$\boldsymbol{V_n = a(1+t) + a(1+t)^2 + \cdots \ldots\ldots + a(1+t)^{n-2} + a(1+t)^{n-1}}$$

وبالتالي فإن مجموع هذه القيم المكتسبة للدفعات تُشكل متتالية هندسية متزايدة حدها الأول $a(1+t)$ وأساسها $(1+)$، وحدها الأخير $a(1+t)^{n-1}$ وعدد حدودها n.

وبتطبيق العلاقة الرياضية لحساب مجموع متتالية هندسية متزايدة التي تُعطى وفق الصيغة التالية:

$$S = V_0 \frac{r^n - 1}{r - 1}$$

$$\Rightarrow V_n = a(1+t).\frac{(1+t)^n - 1}{(1+t) - 1}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{V_n = a(1+t).\frac{(1+t)^n - 1}{t}}$$

$$\boxed{\boldsymbol{V_n = a(1+t).\frac{(1+t)^n - 1}{t}}}$$

ملاحظـة

جملة متتالية دفعات متساوية بداية المدة ما هي إلا جملة متتالية دفعات متساوية لنهاية المدة مضروبة في المقدار: $\boldsymbol{(1+t)}$

- **مثال**

قرر شخص بإيداع مبلغ مالي قيمته 5000 دج في بداية كل سنة ولمدة 10 سنوات متتالية، فما هي القيمة المكتسبة التي سيتحصل عليها بعد نهاية المدة المتفق عليها إذا كان معدل الفائدة المركبة هو 4 % سنوياً.

- **الحل**

$$V_n = a(1+t).\frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$\Rightarrow V_n = 5000(1+0{,}04).\frac{(1+0{,}04)^{10} - 1}{0{,}04}$$

$$\Rightarrow V_n = 5000(1{,}04).\frac{(1{,}04)^{10}-1}{0{,}04}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{V_n = 62431,7570\ DA}$$

11. القيمة المكتسبة لمتتالية الدفعات المتساوية العادية

وهي الجملة أو القيمة التي يكتسبها أو يتحصل عليها الشخص من جراء إيداع أو توظيف أو استثمار مبالغ مالية متساوية القيمة خلال فترات زمنية منتظمة ودورية. وبالتالي فإن القيمة المكتسبة لمتتالية دفعات ثابتة في نهاية المدة هي مجموع القيم المكتسبة للدفعات المتتالية.

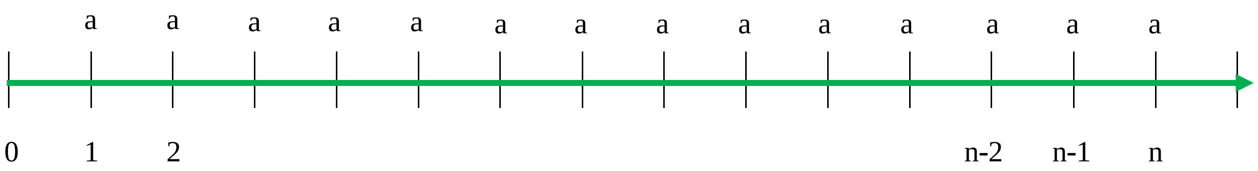
إذا رمزنا لعناصر الجملة أو القيمة المكتسبة بفوائد مركبة بالرموز التالية:

$\boldsymbol{V_n}$: القيمة المكتسبة (الجملة)

$\boldsymbol{a}$: قيمة الدفعة الثابتة

$\boldsymbol{t}$: معدل الفائدة المركبة

$\boldsymbol{n}$: عدد الدفعات



الدفعات	قيمة الدفعة	مدة كل دفعة	القيمة المكتسبة
1	a	$n-1$	$V_1 = a(1+t)^{n-1}$
2	a	$n-2$	$V_2 = a(1+t)^{n-2}$
3	a	$n-3$	$V_3 = a(1+t)^{n-3}$
……	a	……	……
$\boldsymbol{p}$	a	$\boldsymbol{n-p}$	$V_{n-p} = a(1+t)^{n-p}$
……	a	……	……
$\boldsymbol{n-1}$	a	1	$V_{n-1} = a(1+t)$
$\boldsymbol{n}$	a	*0*	$V_n = a(1+t)^0 = a$

وبالتالي فإن جملة الدفعات المتحصل عليها في نهاية المدة تُساوي مجموع الجمل (القيم المكتسبة) لكل دفعة، وتُعطى بالصيغة الرياضية التالية:

$$V_n = a + a(1+t) + a(1+t)^2 + \cdots \ldots \ldots \ldots \ldots + a(1+t)^{n-1}$$

وبالتالي فإن مجموع هذه القيم المكتسبة للدفعات تُشكل متتالية هندسية متزايدة حدها الأول a وأساسها $(1+)$، وعدد حدودها n.

وبتطبيق العلاقة الرياضية لحساب مجموع متتالية هندسية متزايدة التي تُعطى وفق الصيغة التالية:

$$S = V_0 \frac{r^n - 1}{r - 1}$$

$$\Rightarrow V_n = a.\frac{(1+t)^n - 1}{(1+t) - 1}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{V_n = a.\frac{(1+t)^n - 1}{t}}$$

$$\boxed{\boldsymbol{V_n = a.\frac{(1+t)^n - 1}{t}}}$$

ملاحظة:
القيمة $\frac{(1+t)^n-1}{t}$ تُستخرج مباشرة من الجدول المالي رقم (3) دون اللجوء إلى حسابها بالآلة الحاسبة.

استخدام الصيغة العامة للقيمة المكتسبة

حساب القيمة المكتسبة (V_n)

- **مثال**

قام شخص بتسديد دين على عاتقه على شكل دفعات متساوية في نهاية كل شهر بدايةً من شهر جانفي2019 إلى غاية نهاية شهر أكتوبر 2020. حيث اتفق مع الدائن على أن تكون قيمة كل دفعة هو 5000 دج وبمعدل فائدة مركبة 5 %.

فما هو اجمالي ما يقوم بتسديده المدين في نهاية المدة المتفق عليها؟

- **الحل**

$$V_n = a.\frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$\Rightarrow V_n = 5000.\frac{(1+0{,}05)^{20} - 1}{0{,}05}$$

$$= 165329{,}7705\ DA$$

حساب قيمة الدفعات $\boldsymbol{a}$

من الصيغة العامة لجملة متتالية دفعات متساوية لنهاية المدة يُمكننا استنتاج العلاقة الرياضية لحساب قيمة الدفعات كما يلي:

$$V_n = a.\frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$\Rightarrow V_n.t = a\,[(1+t)^n - 1]$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{a = V_n.\frac{t}{(1+t)^n - 1}}$$

$$\boldsymbol{a = V_n.\frac{t}{(1+t)^n - 1}}$$

- **مثال**

بلغت جملة 8 دفعات متساوية دُفعت في نهاية المدة وبمعدل فائدة مركبة 5 % سنوياً قيمة 28647,3266 دج. فما هي قيمة الدفعة المتساوية؟

- **الحل**

$$a = V_n.\frac{t}{(1+t)^n - 1}$$
$$\Rightarrow a = 28647{,}3266.\frac{0{,}05}{(1+0{,}05)^8 - 1}$$
$$\Rightarrow a = 28647{,}3266.\frac{0{,}05}{(1{,}05)^8 - 1}$$
$$\Rightarrow a = 28647{,}3266.\frac{0{,}05}{(1{,}05)^8 - 1}$$
$$\Rightarrow a = 28647{,}3266 * 0{,}10472181$$
$$\Rightarrow a = 3000\ DA$$

حساب عدد الدفعات $\boldsymbol{n}$

دائماً وإنطلاقاً من قانون حساب جملة متتالية الدفعات المتساوية لنهاية المدة يُمكننا حساب عدد الدفعات $\boldsymbol{n}$كما يلي:

$$V_n = a.\frac{(1+t)^n - 1}{t}$$
$$\Rightarrow V_n.t = a\,[(1+t)^n - 1]$$
$$\Rightarrow V_n.t = a(1+t)^n - a$$
$$\Rightarrow a(1+t)^n = V_n.t + a$$
$$\Rightarrow (1+t)^n = \frac{V_n.t + a}{a}$$
$$\Rightarrow (1+t)^n = \frac{V_n.t}{a} + 1$$
$$\Rightarrow \ln(1+t)^n = \ln\left(\frac{V_n.t}{a} + 1\right)$$
$$\Rightarrow n.\ln(1+t) = \ln\left(\frac{V_n.t}{a} + 1\right)$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{n = \frac{\ln\left(\frac{V_n.t}{a} + 1\right)}{\ln(1+t)}}$$

- **مثال**

ما هو عدد الدفعات المتساوية ذات القيمة 2500 دج للدفعة الواحدة والتي تُسدد في نهاية كل شهر حتى نتحصل على قيمة مكتسبة قدرها 52537,6648 دج مع العلم أن معدل الفائدة المركبة المتفق عليه هو 6 % سنوياً.

- **الحل**

$$n = \frac{\ln\left(\frac{V_n.t}{a} + 1\right)}{\ln(1+t)}$$

$$\Rightarrow n = \frac{\ln\left(\frac{52537,6648*0,06}{2500} + 1\right)}{\ln(1+0,06)}$$

$$\Rightarrow n = \frac{0,81576471}{0,05826890}$$

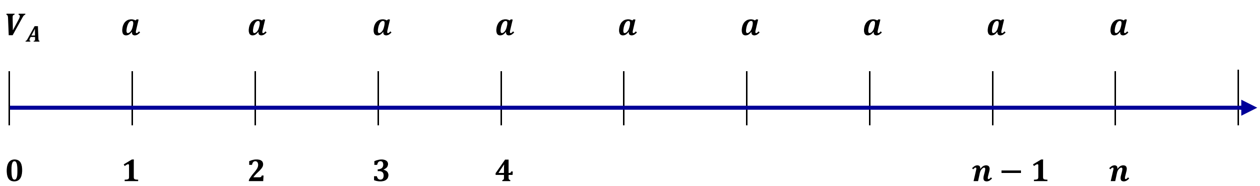
$$\Rightarrow n = 14\ mois$$

12. القيمة الحالية لمتتالية الدفعات المتساوية الفورية

الصيغة العامة للقيمة الحالية

القيمة الحالية لمتتالية أو سلسلة دفعات ثابتة لنهاية المدة (دفعات السداد) هي العودة بالدفعات إلى تاريخ توقيع العقد (الزمن صفر) أي القيمة المكتسبة قبل دفع الدفعة الأولى.

نرمز بالرمز V_A للقيمة الحالية في التاريخ صفر قبل تسديد الدفعة الأولى.



القيمة الحالية لمتتالية دفعات متساوية لنهاية المدة تُساوي مجموع القيم الحالية لكل دفعة. كما يلي:

القيمة الحالية	القيمة المكتسبة	الدفعات
$a(1+t)^{-1}$	$V_1 = a(1+t)^{n-1}$	1
$a(1+t)^{-2}$	$V_2 = a(1+t)^{n-2}$	2
$a(1+t)^{-3}$	$V_3 = a(1+t)^{n-3}$	3
	......	......
$a(1+t)^{-p}$	$V_{n-p} = a(1+t)^{n-p}$	p
	......	......
$a(1+t)^{-(n-1)}$	$V_{n-1} = a(1+t)$	$n-1$
$a(1+t)^{-n}$	$V_n = a(1+t)^0 = a$	n

بجمع القيم الحالية لكل دفعة من الدفعات المتتالية نحصل على العلاقة الرياضية التالية:

$$V_A = a(1+t)^{-n} + a(1+t)^{-(n-1)} + \cdots \ldots \ldots \ldots . . + a(1+t)^{-2} + a(1+t)^{-1}$$

من هذه العلاقة الرياضية لمجموع القيم الحالية نلاحظ أنها تُشكل متتالية هندسية حدها الأول $a(1+)^{-n}$ وحدها الأخير $a(1+t)^{-1}$، وأساسها $(1+t)$.

من قانون مجموع متتالية هندسية نستنتج الصيغة الرياضية للقيمة الحالية لمتتالية دفعات متساوية لنهاية المدة كما يلي:

$$V_A = a(1+t)^{-n}.\frac{(1+t)^n - 1}{(1+t)-1}$$

$$\Rightarrow V_A = a.\frac{(1+t)^{-n}.(1+t)^n - (1+t)^{-n}}{t}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{V_A = a.\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}}$$

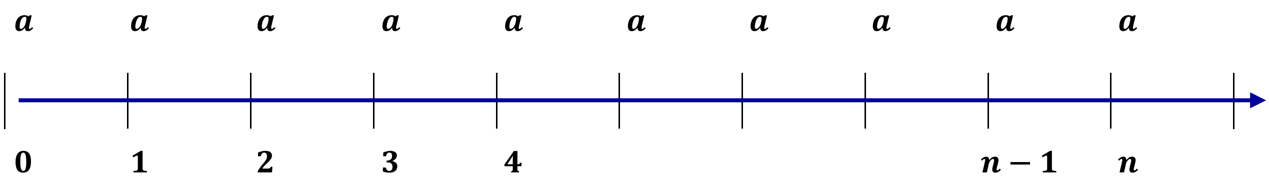
$$\boxed{\boldsymbol{V_A = a.\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}}}$$

13. القيمة الحالية لمتتالية الدفعات المتساوية العادية

الصيغة العامة للقيمة الحالية

القيمة الحالية لمتتالية أو سلسلة دفعات ثابتة لبداية المدة (دفعات الاستثمار) هي العودة بالدفعات إلى تاريخ توقيع العقد (الزمن صفر) أي القيمة المكتسبة قبل دفع الدفعة الأولى.

نرمز بالرمز V_A للقيمة الحالية في التاريخ صفر قبل تسديد الدفعة الأولى.



القيمة الحالية لمتتالية دفعات متساوية لنهاية المدة تُساوي مجموع القيم الحالية لكل دفعة. كما يلي:

الدفعات	القيمة المكتسبة	القيمة الحالية
1	$V_1 = a(1+t)^n$	$\boldsymbol{a(1+t)^{-n}}$
2	$V_2 = a(1+t)^{n-1}$	$\boldsymbol{a(1+t)^{-(n-1)}}$
3	$V_2 = a(1+t)^{n-2}$	$\boldsymbol{a(1+t)^{-(n-2)}}$
……	……	
$\boldsymbol{p}$	……	$\boldsymbol{a(1+t)^{-p}}$
$\boldsymbol{n-1}$	$V_{n-1} = a(1+t)^2$	$\boldsymbol{a(1+t)^{-2}}$
$\boldsymbol{n}$	$V_n = a(1+t)$	$\boldsymbol{a(1+t)^{-1}}$

بجمع القيم الحالية لكل دفعة من الدفعات المتتالية نحصل على العلاقة الرياضية التالية:

$$\boldsymbol{V_A = a(1+t)^{-n} + a(1+t)^{-(n-1)} + \cdots \ldots \ldots \ldots + a(1+t)^{-2} + a(1+t)^{-1}}$$

من هذه العلاقة الرياضية لمجموع القيم الحالية نلاحظ أنها تُشكل متتالية هندسية حدها الأول $a(1+)^{-n}$ وحدها الأخير $a(1+t)^{-1}$، وأساسها $(1+t)$.

من قانون مجموع متتالية هندسية نستنتج الصيغة الرياضية للقيمة الحالية لمتتالية دفعات متساوية لنهاية المدة كما يلي:

$$V_A = a(1+t)^{-n}.\frac{(1+t)^n - 1}{(1+t) - 1}$$

$$\Rightarrow V_A = a.\frac{(1+t)^{-n}.(1+t)^n - (1+t)^{-n}}{t}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{V_A = a.\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}}$$

$$\boxed{\boldsymbol{V_A = a.\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}}}$$

تماريــن الفصــل الثانــي

التمرين الأول

أودع شخص مبلغ معين في أحد البنوك، فبلغت الفائدة المركبة المستحقة عن هذا المبلغ لمدة سنتين 102,5 دج، فإذا استثمر هذا الشخص نفس المبلغ وبنفس المدة لبلغت فائدة الاستثمار البسيطة 100 دج.

- أحسب أصل المبلغ؛
- أحسب معدل الفائدة الذي حُسبت به الفائدة البسيطة والمركبة.

التمرين الثاني

أُستثمر مبلغ لمدة 3 سنوات بمعدل فائدة سنوي معين، فبلغت فوائده المركبة للسنوات الثلاثة 115784,84 دج، أما الفرق بين الفائدة المركبة والفائدة البسيطة لنفس المدة بلغ 45484,84 دج.

- أحسب المعدل السنوي المستعمل؛
- أحسب قيمة المبلغ المستثمر؛
- أحسب المدة اللازمة لنفس المبلغ حتى يُعطي جملة بفائدة بسيطة جملته لثلاث سنوات بفائدة مركبة بنفس المعدل السابق.

التمرين الثالث

أودعت مؤسسة مبلغاً من المال في بنك معين بمعدل 10 % سنوياً، وكانت هذه المؤسسة تسحب فوائدها المستحقة في نهاية كل سنة وتُودعها في بنك بمعدل 11 %، وفي نهاية 8 سنوات من الإيداع في البنك الأول كانت جملة المؤسسة في البنك الثاني 296485,85 دج.

- أحسب المبلغ المودع في البنك الأول؛
- هل تستفيد المؤسسة أكثر من الإيداع حسب ما سبق أي بإيداع رأس المال في البنك الأول من دون سحب أو إيداعه من البداية في البنك الثاني؟

التمرين الرابع

مبلغان مجموعهما 82000 دج أودعا في بنك وفق الشروط التالية:

- المبلغ الأول وُظف بفائدة بسيطة خلال 120 يوم بمعدل فائدة سنوي 6 %، حيث أنتج الفائدة (I_1)؛
- المبلغ الثاني وُظف بفائدة مركبة خلال سنتين بمعدل فائدة سنوي 5 %، حيث أنتج الفائدة (I_2)؛

في نهاية فترات التوظيف، بلغ الفرق بين الفائدة البسيطة والفائدة المركبة 415 دج.

- حدد قيمة المبلغين.

التمرين الخامس

يُشكل مجموع أربعة مبالغ مالية مجموع متتالية عددية، ذات الأساس 2000 حيث:

$$C_1 + C_2 + C_3 + C_4 = 48000\ DA$$

بإيداع المبلغ الثاني لمدة 5 سنوات بمعدل معين بلغت الفائدة المستحقة على هذا المبلغ 8385,762دج.

- أحسب قيمة المبالغ الأربعة؛
- أحسب معدل الايداع.

التمرين السادس

مبلغين وُظفا لمدة ثلاث سنوات، الأول وُظف بفائدة بسيطة بمعدل فائدة سنوي 7 % والثاني وُظف بفائدة مركبة بمعدل سنوي 10 %. مبلغ رأس المال الأول يزيد عن المبلغ الثاني بقيمة 500 دج، القيمة المكتسبة المتحصل عليها من المبلغين خلال مدة التوظيف متساوية.

- أُحسب قيمة المبلغين.

التمرين السابع

- أحسب القيمة المكتسبة (A_1) لمبلغ مالي قيمته 10000 دج وُظف لمدة 10 سنوات بمعدل فائدة مركبة 5 %؛
- أحسب القيمة المكتسبة (A_2) لمبلغ مالي قيمته 10000 دج وُظف لمدة 10 سنوات بمعدل فائدة بسيطة 5 %؛
- حدد المدة التي تتساوى فيها القيمة المكتسبة (A_2) مع القيمة المكتسبة (A_1)؛
- خلال أي مدة زمنية ستكون القيمة المكتسبة بالفائدة المركبة مساوية للقيمة المكتسبة بالفائدة البسيطة؛
- ما هو معدل الفائدة لمبلغ مالي قيمته 10000 دج وُظف بفائدة بسيطة ستبلغ قيمته المكتسبة نفس القيمة المكتسبة لنفس المبلغ وظف بفائدة مركبة لمدة 10 سنوات.

التمرين الثامن

أودع شخص مبلغ معين وأصبحت جملته 8500 دج بعد 7 سنوات و3 أشهر، فإذا كان معدل الفائدة المركبة هو 5 %.

- أُحسب أصل هذا المبلغ المودع.

التمرين التاسع

أودع شخص مبلغ 20000 دج، وأصبح 25000 دج بمعدل 6 % فائدة.

- أُحسب مدة الاستثمار.

التمرين العاشر

أودع شخص مبلغ 5000 دج في أحد البنوك، وبعد مُضي 6 سنوات كاملة أصبح هذا المبلغ 7200 دج.

✐ أوجد معدل الفائدة المركبة.

التمرين الحادي عشر

في بداية كل سنة ولمدة 10 سنوات قام شخص بإيداع مبلغ مالي قيمته 200 دج، في بنك ما، فإذا علمت أن البنك احتسب فوائد مركبة بمعدل 5 % خلال الست سنوات الأولى، وبمعدل 6 % خلال السنوات المتبقية.

✐ أحسب القيمة المكتسبة في نهاية المدة.

حلــول تمارين الفصل الثاني

التمريـن الأول

حساب معدل الفائدة الذي حُسبت به الفائدة البسيطة والمركبة

$$I_{composé} = 102{,}5\ DA; \qquad n = 2ans$$
$$I_{simple} = 100DA$$
$$I_{simple} = C.n.t = 100$$
$$\Rightarrow C.2.t = 100$$
$$\Rightarrow 2.C.t = 100 \ldots\ldots..(1)$$
$$\Rightarrow C.t = 50 \ldots\ldots..(2)$$
$$I_{composé} = A - C = 102{,}5$$
$$\Rightarrow C(1+t)^n - C = 102{,}5$$
$$\Rightarrow C(1+t)^2 - C = 102{,}5$$
$$\Rightarrow C(1+t^2+2t) - C = 102{,}5$$
$$\Rightarrow C + Ct^2 + 2Ct - C = 102{,}5$$
$$\Rightarrow Ct^2 + 100 = 102{,}5$$
$$\Rightarrow Ct^2 = 2{,}5$$
$$\Rightarrow C.t.t = 2{,}5$$
$$\Rightarrow 50.t = 2{,}5$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{t = 0{,}05 = 5\%}$$

حساب أصل المبلغ (الأصل)

$$C.t = 50 \Leftrightarrow C * 0{,}05 = 50$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{C = 1000}\ DA$$

التمرين الثانـي

أحسب المعدل السنوي المستعمل؛

$$I_{composé} = 115784{,}84\ DA \ldots\ldots\ldots(1)$$
$$I_{composé} - I_{simple} = 45484{,}84\ DA \ldots\ldots.(2)$$
$$(2) \Leftrightarrow 115484{,}84 - I_{simple} = 45484{,}84$$
$$\Rightarrow I_{simple} = 70300$$
$$\Rightarrow C.n.t = 70300$$
$$\Rightarrow 3.C.t = 30700$$
$$\Rightarrow Ct = \frac{70300}{3}$$
$$I_{composé} = A - C = 115784{,}84$$
$$\Rightarrow C(1+t)^n - C = 115784{,}84$$

$$\Rightarrow C(1+t)^3 - C = 115784{,}84$$
$$\Rightarrow C(1+3t+3t^2+t^3) - C = 115784{,}84$$
$$\Rightarrow C + 3Ct + 3Ct^2 + Ct^3 - C = 115784{,}84$$
$$\Rightarrow Ct^3 + 3Ct^2 + 3Ct = 115784{,}84$$
$$\Rightarrow Ct^3 + 3Ct^2 + 70300 = 115784{,}84$$
$$\Rightarrow Ct^3 + 3Ct^2 = 45484{,}84$$
$$\Rightarrow Ct(t^2 + 3t) = 45484{,}84$$
$$\Rightarrow \frac{70300}{3}(t^2 + 3t) = 45484{,}84$$
$$\Rightarrow t^2 + 3t = 1{,}94$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{t^2 + 3t - 1{,}94 = 0} \ldots\ldots\ldots \boldsymbol{(3)}$$

حلول المعادلة (3) هي حلول المميز Δ

$$\Delta = B^2 - 4AC$$
$$\Rightarrow \Delta = (3)^2 - 4(1)(-1{,}94)$$
$$\Rightarrow \Delta = 16{,}76$$
$$\Rightarrow \sqrt{\Delta} = 4{,}094 \quad ou \quad \sqrt{\Delta} = -4{,}094$$
$$\Rightarrow \begin{cases} t^{`} = \dfrac{-B-\sqrt{\Delta}}{2A} = \dfrac{-3-4{,}094}{2} < 0\, refusée \\ t^{``} = \dfrac{-B+\sqrt{\Delta}}{2A} = \dfrac{-3+4{,}094}{2} = 0{,}547 > 0\, Acceptée \end{cases}$$

إذن معدل الفائدة السنوي المستعمل هو **t = 54,7%**

حساب قيمة المبلغ المستثمر

$$Ct = \frac{70300}{3} \Leftrightarrow C.0{,}547 = \frac{70300}{3}$$
$$\Rightarrow \mathbf{C = 42839{,}73\ DA}$$

حساب المدة اللازمة لنفس المبلغ حتى يُعطي جملة بفائدة بسيطة جملته لثلاث سنوات بفائدة مركبة بنفس المعدل السابق.

$$A_1 = A_2$$
$$\Rightarrow C + I_{simple} = C(1+t)^3$$
$$\Rightarrow C + C.n.t = C(1+t)^3$$
$$\Rightarrow 42839{,}73 + 42839{,}73 * 0{,}547t = 42839{,}73(1{,}547)^3$$
$$\Rightarrow 42839{,}73 + 23433{,}33n = 158605{,}29$$
$$\Rightarrow 23433{,}33n = 115765{,}56$$
$$\Rightarrow n = 4{,}94\ ans$$

$$\Rightarrow n = 4\,ans + 11\,mois + 8\,jours + 9\,heures + 36\,minutes.$$

التمريـن الثالث

لدينا من معطيات التمرين:

Banque (A)	Banque (B)
$t_1 = 10\%$	$t_2 = 11\%$
C = ?	$n_2 = 8\,ans$
$n_1 = 1\,ans$	$A_2 = 296485{,}85\,DA$

حساب المبلغ المودع في البنك الأول

في البنك (A) يطبق فائدة بسيطة لأن المؤسسة تسحب فوائدها كل سنة وتودعها في البنك (B). أي أن الفائدة البسيطة المحصل عليها في البنك (A) تعتبر كدفعة ثابتة لنهاية السنة للبنك (B).

أي أن:

$$I_{simple} = a$$

$$A_2 = \left[a.\frac{(1+t_2)^{n_2}-1}{t_2}\right]$$

$$a = \left[A_2.\frac{t_2}{(1+t_2)^{n_2}-1}\right]$$

$$\Rightarrow a = \left[296485{,}85 * \frac{0{,}11}{(1{,}11)^8-1}\right]$$

$$\Rightarrow a = [296485{,}85 * 0{,}0843210542105]$$

$$\Rightarrow a = 24999{,}9994$$

$$a \cong 25000\,DA$$

$$I_{simple} = a$$

$$\Rightarrow C * \frac{t_1}{100}.n_1 = 25000\,DA$$

$$\Rightarrow C * \frac{0{,}1}{100}.1 = 25000$$

$$\Rightarrow 0{,}1\,C = 25000\,DA$$

$$\Rightarrow C = 250000\,DA$$

هل تستفيد المؤسسة أكثر من الإيداع حسب ما سبق أي بإيداع رأس المال في البنك الأول من دون سحب أو إيداعه من البداية في البنك الثاني؟

هنا لدينا ثلاث حالات أساسية:

الحالة الأولى: إيداع المؤسسة رأسمالها في البنك (A) دون سحب الفوائد في نهاية كل سنة وايداعها في البنك (B)

في هذه الحالة تكون القيمة المكتسبة هي من الشكل:

$$A_1 = C(1+t_1)^{n_1}$$
$$\Rightarrow A_1 = 250000(1{,}10)^8$$
$$\Rightarrow A_1 = 250000 * 2{,}14358881$$
$$\Rightarrow A_1 = 535897{,}2025\ DA$$

الحالة الثانية: إيداع المؤسسة رأسمالها في البنك (A)وفي نهاية كل سنة تسحب فوائدها وتقوم بإيداعها في البنك (B)

في هذه الحالة تكون القيمة المكتسبة هي من الشكل:

$$A_2 = C + 296485{,}85$$
$$A_2 = 250000 + 296485{,}85$$
$$A_2 = 546485{,}85\ DA$$

الحالة الثالثة: إيداع المؤسسة رأسمالها مباشرة في البنك (B)

في هذه الحالة تكون القيمة المكتسبة هي من الشكل:

$$A_3 = C(1+t_2)^{n_2}$$
$$A_3 = 250000 * (1{,}11)^8$$
$$A_3 = 576134{,}44DA$$
$$A_3 > A_2 > A_1$$

إذن المؤسسة تختار الحالة الثالثة وهي إيداع رأسمالها مباشرة في البنك الثاني.

التمرين الرابـع

$$C_1 + C_2 = 82000 \ldots\ldots\ldots (1)$$
$$n_1 = 120J \qquad t_1 = 6\% \qquad n_2 = 2ans; \qquad t_2 = 5\%$$
$$I_{simple} - I_{composé} = 415$$
$$I_{simple} = C_1.\frac{n_1}{360}\frac{t_1}{100}$$
$$\Rightarrow I_{simple} = C_1.\frac{120}{360}\frac{6}{100}$$
$$\Rightarrow I_{simple} = 0{,}02C_1 \ldots\ldots (2)$$
$$I_{composé} = A - C_2$$
$$\Rightarrow I_{composé} = C_2(1+t_2)^{n_2} - C_2$$
$$\Rightarrow I_{composé} = C_2(1{,}05)^2 - C_2$$
$$\Rightarrow I_{composé} = 1{,}1025C_2 - C_2$$
$$\Rightarrow I_{composé} = 0{,}1025C_2 \ldots\ldots\ldots (3)$$
$$I_{simple} - I_{composé} = 415$$

$$\Rightarrow 0{,}02C_1 - 0{,}1025C_2 = 415$$
$$\Rightarrow 0{,}02(82000 - C_2) - 0{,}1025C_2 = 415$$
$$\Rightarrow 1640 - 0{,}02C_2 - 0{,}1025C_2 = 415$$
$$\Rightarrow 0{,}1225C_2 = 1225$$
$$\Rightarrow \begin{cases} C_2 = 10000\ DA \\ C_1 = 72000\ DA \end{cases}$$

التمرين الخامس

أحسب قيمة المبالغ الأربعة؛

$$C_1 + C_2 + C_3 + C_4 = 48000\ DA$$
$$r = 2000\ la\ raison \text{الأساس}$$

المبالغ الأربعة مجموعها يُشكل مجموع متتالية عددية، أي:

مجموع متتالية عددية يُعطى بالعلاقة الرياضية التالية:

$$S = \frac{nombre\ des\ termes}{2}(1er\ terme + dernier\ terme)$$

عدد الحدود هو أربعة حدود

C_1: يُمثل الحد الأول للمتتالية؛

C_4: يُمثل الحد الأخير للمتتالية؛

عبارة الحد العام لمتتالية حسابية يُعطى بالعلاقة الرياضية التالية:

$$\mu_n = \mu_1 + (n-1).r$$
$$\Rightarrow C_2 = C_1 + (2-1)r = C_1 + 2000$$
$$C_3 = C_1 + 2r = C_1 + 4000$$
$$C_4 = C_1 + 3r = C_1 + 6000$$
$$C_1 + C_2 + C_3 + C_4 = 48000\ DA$$
$$\Rightarrow C_1 + C_1 + 2000 + C_1 + 4000 + C_1 + 6000 = 48000$$
$$\Rightarrow 4C_1 + 12000 = 48000$$
$$\Rightarrow 4C_1 = 36000$$
$$\Rightarrow C_1 = 9000\ DA$$
$$\Rightarrow C_2 = 9000 + 2000 = 11000\ DA$$
$$\Rightarrow C_3 = 9000 + 4000 = 13000\ DA$$
$$\Rightarrow C_4 = 9000 + 6000 = 15000\ DA$$

أحسب معدل الإيداع.

$$C_2 = 11000\ DA; \quad n = 5ans; \quad I_{composé} = 8385{,}762\ DA$$

$$I_{composé} = A - C_2 = 8385{,}762$$
$$\Rightarrow C_2(1+t)^5 - C_2 = 8385{,}762$$
$$\Rightarrow 11000\ (1+t)^5 - 11000 = 8385{,}762$$
$$\Rightarrow 11000\ (1+t)^5 = 19385{,}762$$
$$\Rightarrow (1+t)^5 = 1{,}762342$$

بالرجوع إلى الجدول المالي رقم (1) وعند السنة الخامسة يُمكننا استخراج معدل الفائدة

$$\boldsymbol{t = 12\%}$$

التمرين السادس

حساب قيمة المبلغين.

$$n_1 = n_2 = 3ans; \quad t_1 = 7\%; \quad t_2 = 10\%$$
$$C_1 = C_2 + 500$$
$$A_1 = A_2$$
$$\Rightarrow C_1 + I_1 = C_2(1+t_2)^{n_2}$$
$$\Rightarrow C_1 + C_1\frac{t_1}{100}n_1 = C_2(1+t_2)^{n_2}$$
$$\Rightarrow C_1 + C_1\frac{7}{100}\ 3 = C_2(1{,}1)^3$$
$$\Rightarrow C_1 + 0{,}21C_1 = 1{,}331C_2$$
$$\Rightarrow 1{,}21C_1 = 1{,}331C_2$$
$$\Rightarrow 1{,}21\ (C_2 + 500) = 1{,}331C_2$$
$$\Rightarrow 1{,}21C_2 + 605 = 1{,}331C_2$$
$$\Rightarrow 0{,}121C_2 = 605$$
$$\Rightarrow \begin{cases} C_2 = 5000\ DA \\ C_1 = 5500\ DA \end{cases}$$

التمرين السابع

حساب القيمة المكتسبة (A_1) لمبلغ مالي قيمته 10000 دج وُظف لمدة 10 سنوات بمعدل فائدة مركبة 5 %؛

$$A_1 = C(1+t)^n$$
$$\Rightarrow A_1 = 10000(1{,}05)^{10}$$
$$\Rightarrow A_1 = 16288{,}946\ DA$$

حساب القيمة المكتسبة (A_2) لمبلغ مالي قيمته 10000 دج وُظف لمدة 10 سنوات بمعدل فائدة بسيطة 5 %؛

$$A_2 = C + I_2$$

$$\Rightarrow A_2 = C + C\frac{t}{100}.n.$$
$$\Rightarrow A_2 = 10000 + 10000.\frac{5}{100}.10$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{A_2 = 10000 + 5000 = 15000\ DA}$$

حدد المدة التي تتساوى فيها القيمة المكتسبة (A_2) مع القيمة المكتسبة (A_1)؛

$$A_1 = A_2$$
$$\Rightarrow 16288{,}946 = C + C\frac{t}{100}.n$$
$$\Rightarrow 16288{,}946 = 10000 + 10000\frac{5}{100}.n$$
$$\Rightarrow 16288{,}946 = 10000 + 500.n$$
$$\Rightarrow 500\,n = 6288{,}946$$
$$\Rightarrow n = 12{,}577892\ ans = 12\ ans + 208\ Jours$$

حدد المدة التي تتساوى فيها القيمة المكتسبة (A_2) مع القيمة المكتسبة (A_1)؛

$$A_1 = A_2$$
$$\Rightarrow C(1+t)^n = 15000$$
$$\Rightarrow 10000(1{,}05)^n = 15000$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{(1,05)^n = 1,5}$$

من الجدول المالي رقم (1) وعند معدل الفائدة 5 % نلاحظ أن:

$$1{,}477455 < 1{,}5 < 1{,}551328$$
$$n = 8\ ans \longrightarrow (1{,}05)^8 = 1{,}477455$$
$$\underline{n = 9\ ans \longrightarrow (1{,}05)^9 = 1{,}551328}$$
$$1\ ans \longrightarrow 0{,}073873$$
$$n = (8+x)\ ans \longrightarrow (1{,}05)^{8+x} = 1{,}5$$
$$\underline{n = 8\ ans \longrightarrow (1{,}05)^8 = 1{,}477455}$$
$$x \longrightarrow 0{,}022545$$
$$\Rightarrow x = \frac{0{,}022545 * 12}{0{,}073873}$$
$$\Rightarrow x\ 3{,}66\ ans = 110\ Jours$$
$$\Rightarrow n = 8\ ans + 110\ Jours$$

حساب معدل الفائدة

$$16288{,}946 = C + I$$
$$\Rightarrow 16288{,}946 = C + C.t.n$$
$$\Rightarrow 16288{,}946 = 10000 + 10000.t.10$$
$$\Rightarrow 16288{,}946 = 10000 + 100000.t$$

$$\Rightarrow 100000.t = 6288,946$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{t = 6,288 \cong 6,3\%}$$

التمرين الثامن

حساب أصل هذا المبلغ المودع

$$A = 8500\ DA; \qquad t = 5\%$$
$$n = 7ans + \frac{3}{12} = \left(7 + \frac{1}{4}\right) ans$$
$$A = C(1+t)^n$$
$$\Rightarrow A = C(1,05)^{7+\frac{1}{4}}$$
$$\Rightarrow C = \frac{8500}{(1,05)^{7+\frac{1}{4}}}$$

$(1,05)^{7+\frac{1}{4}}$: قيمة مالية تُستخرج من الجدول المالي رقم (01)

السنة $\left(7 + \frac{1}{4}\right)$ محصورة بين السنتين 7 و 8 سنوات

$$7\ ans < \left(7 + \frac{1}{4}\right) < 8\ ans$$
$$\Rightarrow \begin{cases} n = 8\ ans \Rightarrow (1,05)^8 \rightarrow 1,477455 \ldots\ldots\ldots (1) \\ n = 7\ ans \Rightarrow (1,05)^7 \rightarrow 1,407100 \ldots\ldots\ldots (2) \end{cases}$$

بطرح المعادلتين (1) من (2) نجد:

$$1\ ans \rightarrow 0,070355$$
$$\alpha \rightarrow 0,070355$$
$$\Rightarrow \alpha = 0,070355 * \frac{1}{4}$$
$$\Rightarrow \alpha = 0,01758875$$
$$\Rightarrow (1,05)^{7+\frac{1}{4}} = 1,407100 + 0,01758875$$
$$= 1,42468875$$
$$\Rightarrow C = \frac{8500}{1,42468875} = \boldsymbol{5966,22\ DA}$$

التمرين التاسع

حساب مدة الاستثمار

$$C = 20000\ DA; \qquad A = 25000\ DA; \qquad t = 6\%$$

$$A = C(1+t)^n$$
$$\Rightarrow 25000 = 20000(1,06)^n$$
$$\Rightarrow (1,06)^n = \frac{25000}{20000}$$
$$\Rightarrow (1,06)^n = 1,25$$

بالرجوع إلى الجدول المالي رقم (01) وعند معدل الفائدة 6 % نجد أن القيمة المالية محصورة بين:

$$1,191016 < 1,25 < 1,262477$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = 4\ ans \Rightarrow (1,06)^4 \rightarrow 1,262477 \ldots\ldots\ldots (1) \\ n = 3\ ans \Rightarrow (1,06)^3 \rightarrow 1,191016 \ldots\ldots\ldots (2) \end{cases}$$

بطرح المعادلتين (1) من (2) نجد:

$$1\ ans \rightarrow 0,058984$$
$$\Rightarrow \alpha = \frac{0,058984 * 1}{0,071461} = 0,8254\ ans$$
$$\Rightarrow \alpha = 0,8254 * 360 = 298\ Jours$$
$$\Rightarrow n = 3ans + 298\ Jours$$

التمرين العاشـر

حساب معدل الفائدة المركبة (t)

$$C = 5000\ DA; \quad A = 7200\ DA; \quad n = 6\ ans; \quad t = ?$$

$$A = C(1+t)^n$$
$$\Rightarrow 7200 = 5000(1+t)^6$$
$$\Rightarrow (1+t)^6 = \frac{7200}{5000}$$
$$\Rightarrow (1+t)^6 = 1,44$$

بالرجوع إلى الجدول المالي رقم (01) وعند السنة (n =6 ans) نجد أن القيمة المالية 1,44 محصورة بين القيمتين:

$$1,438711 < 1,44 < 1,459142$$

$$\begin{cases} t = 6,50\ \% \Rightarrow (1+6,5\%)^6 \rightarrow 1,459142 \ldots\ldots\ldots (1) \\ t = 6,25\ \% \Rightarrow (1+6,25\%)^6 \rightarrow 1,438711 \ldots\ldots\ldots (2) \end{cases}$$

بطرح المعادلتين (1) من (2) نجد:

$$0,25\ \% \rightarrow 0,020431$$

$$\begin{cases} t = 6,25\ \% + \alpha \Rightarrow (1+6,25\% + \alpha)^6 \rightarrow 1,44 \ldots\ldots\ldots (3) \\ t = 6,25\ \% \Rightarrow (1+6,25\%)^6 \rightarrow 1,438711 \ldots\ldots\ldots (4) \end{cases}$$

بطرح المعادلتين (3) من (4) نجد:

$$\Rightarrow \propto \% \rightarrow 0{,}001289$$

$$\Rightarrow \propto = \frac{0{,}001289 * 0{,}25}{0{,}020431} = 0{,}0157\ \%$$

$$\Rightarrow n = 6{,}25\% + 0{,}0157\ \%$$

$$\Rightarrow n = 6{,}26\%$$

التمرين الحادي عشـر

$$\begin{cases} n = 10 \\ n_1 = 6\ ans \\ n_2 = 4ans \\ t_1 = 5\% \\ t_2 = 6\% \\ a = 200\ DA \end{cases}$$

حساب القيمة المكتسبة في نهاية المدة

لدينا:

$$A = A_1 + A_2$$

$$A_1 = \left[a.\frac{(1+t_1)^{n_1} - 1}{t_1}(1+t_1)\right](1+t_2)^2$$

$$\Rightarrow A_1 = \left[200.\frac{(1{,}05)^6 - 1}{0{,}05}(1{,}05)\right](1{,}06)^2$$

$$\Rightarrow A_1 = [200 * 6{,}8019128125 * (1{,}05)] * 1{,}1236$$

$$\Rightarrow A_1 = 1604{,}95213958625\ DA$$

$$A_2 = \left[a.\frac{(1+t_2)^{n_2} - 1}{t_2}(1+t_2)\right]$$

$$\Rightarrow A_2 = \left[200.\frac{(1{,}06)^4 - 1}{0{,}06}(1{,}06)\right]$$

$$\Rightarrow A_2 = [200 * 4{,}3746160 * (1{,}06)]$$

$$\Rightarrow A_2 = 927{,}418592\ DA$$

$$A = A_1 + A_2$$

$$\Rightarrow A = 1604{,}95213958625 + 927{,}418592$$

$$\Rightarrow A = 2532{,}37073158625\ DA$$

الفصــل الثالث

استهلاك القــروض

1. مفهوم القرض العادي

القرض العادي هو قرض يتم بين طرفين طبيعيين أو اعتباريين، ويُسمى هذا النوع من القروض بالقروض غير المجزئة (Emprunts indivis) حيث يحتوي عقد القرض على مُقرض واحد.

في القرض العادي يلتزم المقترض عادة بالشروط الآتية:

- تسديد فوائد بصفة دورية على رأس المال المقترض (أصل القرض) وغير المسدد؛
- تسديد رأس المال المقترض، ويُسمى هذا التسديد بـ: "استهلاك القروض"، وقد يتم تسديد القرض دفعة واحدة أو على عدة دفعات في أغلب الأحيان.

فالمدين أو المقترض يقوم دورياً بتسديد دفعة تحتوي على فائدة رأس المال المتبقي مضافاً إليه الاستهلاك. كما يلي:

الدفعة أو القسط السنوي = فائدة رأس المال المتبقي + الاستهلاك

$$a = I_i + M_i$$

وتتشابه عملية استهلاك القروض بالأقساط الثابتة أو المتساوية مع عملية تسديد القروض بدفعات نهاية المدة، حيث أن في نهاية مدة القرض يكون مجموع الدفعات مساوياً لجملة القرض المدفوع، أما أصل القرض أو قيمته الحالية في بداية أول سنة تسديد فتساوي القيمة الحالية للدفعات. فإذا كان:

C_0: قيمة أصل القرض في اللحظة أو الزمن صفر، أي بداية السنة الأولى للتسديد،

a: الدفعة الثابتة أو القسط الثابت؛

M_i: استهلاك السنة i؛

I_i: الفائدة في السنة i؛

n:مدة القرض (عدد السنوات)؛

t: معدل القرض؛

فإن:

- **الصيغة الرياضية لأصل القرض بدلالة الدفعة الثابتة.**

$$C_0 = a.\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}$$

- **الصيغة الرياضية لأصل القرض بدلالة الاستهلاكات.**

$$C_0 = \sum_{i=1}^{n} M_i$$

- **الصيغة الرياضية لأصل القرض بدلالة الاستهلاك الأول.**

$$C_0 = M_1.\frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

الصيغة الرياضية الدفعة الثابتة بدلالة أصل القرض

تُعطى الصيغة العامة لحساب الدفعة أو القسط الثابت بدلالة أصل القرض بالصيغة الرياضية التالية:

$$a = C_0.\frac{t}{1-(1+t)^{-n}}$$

$$a = M_i + I_i$$

2. جدول استهلاك القرض العادي

إذا رمزنا لعناصر استلاك القروض بالرموز التالية:

C_0: قيمة أصل القرض في اللحظة أو الزمن صفر، أي بداية السنة الأولى للتسديد،

$a_n, \dots\dots, a_3, a_2, a_1$: الدفعات أو الأقساط المتساوية حيث يدفع القسط الأول سنة بعد إمضاء العقد والثانية سنة من بعد وهكذا، أي أننا أمام دفعات نهاية المدة.

$M_n, \dots\dots, M_3, M_2, M_1$: الاستهلاكات المتتالية التي تحتويها الدفعة الأولى، الثانية، ....، إلى غاية الدفعة الأخيرة n.

$C_n, \dots\dots, C_3, C_2, C_1$: رأس المال المتبقي بعد تسديد الدفعة الأولى، الثانية، الثالثة، ....، الدفعة الأخيرة n.

$I_n, \dots\dots, I_3, I_2, I_1$: الفوائد المستحقة على رأس المال المتبقي، بعد كل فترة زمنية؛

n: مدة القرض (عدد السنوات)؛

t: معدل القرض؛

فإن جدول استهلاك القروض يكون بالشكل التالي:

الوحدة الزمنية (المدة)	الأصل في بداية كل فترة	الفائدة المستحقة في نهاية كل فترة	الدفعة أو القسط السنوي	الاستهلاك	الرصيد المتبقي من الأصل في آخر الفترة
1	C_0	$I_1 = C_0.t$	$a_1 = I_1 + M_1$	M_1	$C_1 = C_0 - M_1$
2	C_1	$I_2 = C_1.t$	$a_2 = I_2 + M_2$	M_2	$C_2 = C_1 - M_2$
3	C_2	$I_3 = C_2.t$	$a_3 = I_3 + M_3$	M_3	$C_3 = C_2 - M_3$
......	......	......	......	......	......
$P-1$	C_{p-2}	$I_{p-1} = C_{p-2}.t$	$a_{p-1}=I_{p-1}+M_{p-1}$	M_{p-1}	$C_{p-1}=C_{p-2}-M_{p-1}$
P	C_{p-1}	$I_p = C_{p-1}.t$	$a_p = I_p + M_p$	M_p	$C_p = C_{p-1}-M_p$
$P+1$	C_p	$I_{p+1} = C_p.t$	$a_{p+1}=I_{p+1} + M_{p+1}$	M_{p+1}	$C_{p+1}=C_{p-1}-M_p$
......	......	......	......	......	......

$C_{n-1}=C_{n-2}-M_{n-1}$	M_{n-1}	$a_{n-1}=I_{n-1}+M_{n-1}$	$I_{n-1}=C_{n-2}.t$	C_{n-2}	$\boldsymbol{n-1}$
$C_n=C_{n-1}-M_n$	M_n	$a_n=I_n+M_n$	$I_n=C_{n-1}.t$	C_{n-1}	$\boldsymbol{n}$

رأس المال المتبقي في نهاية المدة الاجمالية C_n بعد تسديد القسط الأخير يُساوي الصفر (0) أي أن:

$$\mathbf{C_{n-1} = M_n}$$

الدفعات تبقى دائماً ثابتة ومتساوية القيمة أي أن:

$$a_1 = a_2 = a_3 = \cdots \ldots \ldots \ldots \ldots = a_n$$

أصل القرض يُساوي مجموع الاستهلاكات، أي أن:

$$C_0 = M_1 + M_2 + M_3 + \cdots \ldots \ldots \ldots \ldots + M_{n-1} + M_n$$

$$\boldsymbol{C_0 = \sum_{i=1}^{n} M_i}$$

مجموع الأقساط الثابتة تُساوي مجموع الفوائد + مجموع الاستهلاكات، أي أن:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = \sum_{i=1}^{n} M_i + \sum_{i=1}^{n} I_n$$

3. العلاقة بين عناصر استهلاك القرض

سنحاول في هذه النقطة تبيان العلاقات التي تربط بين مختلف عناصر استلاك القارض كما يلي:

1.3. العلاقة بين استهلاكين متتاليين

لدينا:

$$a_n - a_{n-1} = (I_n + M_n) - (I_{n-1} + M_{n-1})$$

$$\Rightarrow a_n - a_{n-1} = (C_{n-1}.t + M_n) - (C_{n-2}.t + M_{n-1})$$

ومن جدول استلاك القرض نجد:

$$C_{n-1}=C_{n-2}-M_{n-1}$$

$$\Rightarrow a_n - a_{n-1} = (C_{n-2}-M_{n-1}).t + M_n - (C_{n-2}.t + M_{n-1})$$

$$\Rightarrow a_n - a_{n-1} = C_{n-2}.t - M_{n-1}.t + M_n - C_{n-2}.t - M_{n-1}$$

$$\Rightarrow a_n - a_{n-1} = -M_{n-1}.t + M_n - M_{n-1}$$

$$\Rightarrow a_n - a_{n-1} = M_n - M_{n-1}(1+t)$$

مادام أن الدفعات أو الأقساط متساوية القيمة وثابتة فإن:

$$a_n - a_{n-1} = 0$$

$$\Rightarrow M_n - M_{n-1}(1+t) = 0$$

$$\boxed{\boldsymbol{M_n = M_{n-1}(1+t)}}$$

الفائدة المستحقة في آخر كل فترة زمنية تُساوي الأصل في بداية كل فترة زمنية مضروب في معدل الفائدة.

- **مثال**

قام شخص بتسديد دين (قرض بنكي) قيته 100.000 دج على 05 أقساط سنوية متساوية وبمعدل فائدة يقدر بـ 5 % سنوياً.

المطلوب

شكل جدول استهلاك هذا القرض.

- **الحل**

نعلم أن:

$$\mathrm{I_i} = \mathrm{C_0.t}$$

$$\mathrm{a = C_0.\frac{t}{1-(1+t)^{-n}}} = 100000.\frac{0.05}{1-(1+0{,}05)^{-5}} = 100.000 * 0{,}23097480$$
$$= 23097{,}48 \text{ DA}$$

المدة	الأصل في بداية كل فترة	الفائدة المستحقة في نهاية كل فترة	الدفعة أو القسط السنوي	الاستهلاك	الرصيد المتبقي من الأصل في آخر الفترة
1	100000	5000	23097,48	18097,48	81902,52
2	81902,52	4095,126	23097,48	19002,354	62900,166
3	62900,166	3145,0083	23097,48	19952,4717	42947,6943
4	42947,6943	2147,384715	23097,48	20950,095285	21997,599015
5	21997,599015	1099,87995075	23097,48	21997,60004925	0.00000

2.3. العلاقة بين استهلاكين متعاقبين

رأينا سالفاً العلاقة بين استهلاكين متتاليين، كما رأينا العلاقة بين الاستهلاكات والاستهلاك الأول. في هذه الحالة سوف نحاول معرفة العلاقة التي تربط استهلاكين متعاقبين وذلك مهما كانت رتبة الاستهلاك الآخر.

لدينا:

$$M_n = \mathrm{M_1}(1+t)^{n-1} \ldots\ldots..(1)$$

ليكن P يمثل رتبة الاستهلاك

إذن بمكننا كتابة العلاقة التالية لهذا الاستهلاك بدلالة الاستهلاك الأول كما يلي:

$$M_p = \mathrm{M_1}(1+t)^{p-1}$$
$$\Rightarrow \mathrm{M_1} = \frac{M_p}{(1+t)^{p-1}}$$
$$\Rightarrow \mathrm{M_1} = M_p(1+t)^{-(p-1)}$$
$$\Rightarrow \mathrm{M_1} = M_p(1+t)^{-p+1} \ldots\ldots\ldots(2)$$

بتعويض المعادلة رقم (2) في المعادلة رقم (1) نجد أن:

$$M_n = M_p(1+t)^{-p+1}.(1+t)^{n-1}$$

$$\Rightarrow M_n = M_p(1+t)^{-p+1+n-1}$$
$$\Rightarrow M_n = M_p(1+t)^{-p+n}$$

وبالتالي:

$$\boldsymbol{M_n = M_p(1+t)^{n-p}}$$

- **مثال**

يُسدد قرض عن طريق 10 دفعات متساوية، بمعدل فائدة 6 %، فلو كان الاستهلاك الرابع قيمته 7825,75 دج.

المطلوب: حساب الاستهلاك السادس والاستهلاك الثامن بدلالة الاستهلاك الرابع.

- **الحل**

حساب الاستهلاك السادس

$$M_n = M_p(1+t)^{n-p}$$
$$\Rightarrow M_6 = M_4(1+t)^{6-4}$$
$$\Rightarrow M_6 = M_4(1+t)^{2}$$
$$\Rightarrow M_6 = 7825{,}75 * (1{,}06)^{2}$$
$$\Rightarrow M_6 = 7825{,}75 * 1{,}123600$$
$$\Rightarrow M_6 = 8793{,}0127$$

حساب الاستهلاك الثامن

$$M_n = M_p(1+t)^{n-p}$$
$$\Rightarrow M_8 = M_4(1+t)^{8-4}$$
$$\Rightarrow M_8 = M_4(1+t)^{4}$$
$$\Rightarrow M_8 = 7825{,}75 * (1{,}06)^{4}$$
$$\Rightarrow M_4 = 7825{,}75 * 1{,}262477$$
$$\Rightarrow M_6 = 9879{,}83$$

3.3. العلاقة بين الاستهلاكات والاستهلاك الأول

لدينا:

$$M_2 = M_1(1+t)$$
$$M_3 = M_2(1+t) = M_1(1+t)^2$$
$$M_4 = M_3(1+t) = M_1(1+t)^3$$
$$M_n = M_{n-1}(1+t) = M_1(1+t)^{n-1}$$

إذن:

$$\boldsymbol{M_n = \mathrm{M}_1(1+t)^{n-1}}$$

4.3. العلاقة بين الدفعات والاستهلاك

1.4.3. العلاقة بين الدفعة والاستهلاك الأخير

نعلم أن قيمة القرض في نهاية المدة بعد تسديد الدفعة الأخيرة تكون معدومة أي أن:

$$C_n = 0$$

وبالتالي مادام أن:

$$C_n = C_{n-1} - M_n$$
$$\Rightarrow C_{n-1} - M_n = 0$$
$$\Rightarrow C_{n-1} = M_n$$

ولدينا كذلك من جدول استهلاك القرض أن الفائدة:

$$I_n = C_{n-1}.\, t$$

كما ان قيمة الدفعة الثابتة تساوي قيمة استهلاك السنة زائد قيمة فائدة أي أن:

$$a = I_n + M_n$$
$$\Rightarrow a = C_{n-1}.\, t + M_n$$
$$\Rightarrow a = M_n.\, t + M_n$$
$$\Rightarrow a = M_n.\,(1 + t)$$

إذن العلاقة بين الدفعة والاستهلاك الأخير تُعطى بالصيغة الرياضية التالية:

$$\boldsymbol{a = M_n.\,(1 + t)}$$

أي أن مبلغ الدفعة يُساوي جملة الاستهلاك الأخير لمدة سنة واحدة.

مثال:

أحسب قيمة الدفعة الثبنة لقرض ما يُسدد على شكل 10 دفعات ثابتة بمعدل فائدة 5 %، إذا علمت أن الاستهلاك الأخير من هذا القرض يساوي 17246,52 دج.

الحل

$$a = M_n.\,(1 + t)$$
$$\Rightarrow a = M_{10}.\,(1{,}05)$$
$$\Rightarrow a = 17246{,}52.\,(1{,}05)$$
$$\Rightarrow a = 18108{,}846$$

2.4.3. العلاقة بين الدفعة والاستهلاك الأول

لدينا من العلاقات السابقة:

$$a = M_n.\,(1 + t) \ldots\ldots\ldots (1)$$
$$M_n = M_1(1 + t)^{n-1} \ldots\ldots.. (2)$$

بتعويض المعادلة رقم (2) في المعادلة رقم (1) نجد أن:

$$a = M_1(1+t)^{n-1}.(1+t)$$
$$\Rightarrow a = M_1(1+t)^n$$

وبالتالي فإن العلاقة بين الدفعة والاستهلاك الأول تُعطى بالصيغة الرياضية التالية:

$$\boldsymbol{a = M_1(1+t)^n}$$

3.4.3. العلاقة بين الدفعة واستهلاك ما

لدينا:

$$a = M_n.(1+t) \ldots\ldots\ldots (1)$$
$$M_n = M_p(1+t)^{n-p} \ldots\ldots\ldots (2)$$

بتعويض المعادلة رقم (2) في المعادلة رقم (1) نجد:

$$a = M_p(1+t)^{n-p}.(1+t)$$
$$\Rightarrow a = M_p(1+t)^{n-p+1}$$

إذن الصيغة العامة للعلاقة بين الدفعة واستهلاك ما تُعطى بالعلاقة التالية:

$$\boldsymbol{a = M_p(1+t)^{n-p+1}}$$

مثال:

يُسدد قرض بواسطة 8 دفعات متساوية بمعدل فائدة 5 % سنوياً، إذاكان الاستهلاك الخامس يساوي 3489,67 دج.

أحسب قيمة الدفعة الثابتة

الحل

$$a = M_p(1+t)^{n-p+1}$$
$$\Rightarrow a = M_5(1+t)^{8-5+1}$$
$$\Rightarrow a = 3489{,}67.(1{,}05)^{8-5+1}$$
$$\Rightarrow a = 3489{,}67.(1{,}05)^4$$
$$\Rightarrow a = 4241{,}71DA$$

5.3. العلاقة بين القرض والاستهلاك الأول

نعلم أن مجموع الاستهلاكات يُساوي أصل القرض، أي أن:

$$C_0 = M_1 + M_2 + M_3 + \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + M_{n-1} + M_n$$
$$C_0 = M_1 + M_1(1+t) + M_1(1+t)^2 + \cdots \ldots + M_1(1+t)^{n-2} + M_1(1+t)^{n-1}$$

وبالتالي فإن مجموع الاستهلاكات تُشكل متتالية هندسية أساسها $r = (1+t)$، وحدها الأول هو الاستهلاك الأول M_1

ونعلم أن مجموع متتالية هندسية يُعطى بالعلاقة الرياضية التالية:

$$S = U_0\frac{r^n - 1}{r - 1}$$

$$\Rightarrow C_0 = M_1 \frac{(1+t)^n - 1}{(1+t) - 1}$$

$$\Rightarrow C_0 = M_1 \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$\boldsymbol{C_0 = M_1 . \frac{(1+t)^n - 1}{t}}$$

- **مثال**

إذا كان الاستهلاك الأول قيمته 4525,34 دج وكان معدل الفائدة 5 %، لقرض يُسدد على شكل 8 دفعات متساوية.

المطلوب: أحسب قيمة هذا القرض

- **الحل**

$$C_0 = M_1 \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$\Rightarrow C_0 = 4525{,}34 \frac{(1{,}05)^8 - 1}{0{,}05}$$

$$\Rightarrow C_0 = 4525{,}34 * 9{,}5491089$$

$$\Rightarrow C_0 = 43212{,}96 DA$$

6.3. العلاقة بين أصل القرض والدفعات الثابتة

لدينا:

$$C_0 = M_1 . \frac{(1+t)^n - 1}{t} \dots\dots\dots\dots (1)$$

$$a = \mathrm{M}_1 (1+t)^n \Rightarrow \mathrm{M}_1 = \frac{a}{(1+t)^n} = a\,(1+t)^{-n} \dots\dots\dots\dots (2)$$

من المعادلتين (1) و (2) نجد أنك

$$C_0 = a\,(1+t)^{-n} . \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$\Rightarrow C_0 = a \frac{(1+t)^{-n}(1+t)^n - (1+t)^{-n}}{t}$$

$$\Rightarrow C_0 = a \frac{1 - (1+t)^{-n}}{t}$$

إذن الصيغة العامة للعلاقة بين أصل القرض والدفعات الثابتة تعطى بالعلاقة الرياضية التالية:

$$\boldsymbol{C_0 = a \frac{1 - (1+t)^{-n}}{t}}$$

ومنه نعتبر أن أصل القرض هو عبارة عن القيمة الحالية لمتتالية الدفعات المتساوية، وانطلاقا من العلاقة بين أصل القرض وقيمة الدفعة يمكننا استنتاج العلاقة التي نحسب بها قيمة الدفعة انطلاقا من أصل القرض.

$$\boldsymbol{a = C_0 \frac{t}{1-(1+t)^{-n}}}$$

7.3. العلاقة بين الفوائد والاستهلاكات

لدينا:

قيمة الدفعة الثابتة تساوي مبلغ الاستهلاك + قيمة فائدة السنة

أي:

$$a_i = M_i + I_i$$
$$I_i = a_i - M_i$$
$$\Rightarrow I_{n-1} - I_n = (a_{n-1} - M_{n-1}) - (a_n - M_n)$$
$$\Rightarrow I_{n-1} - I_n = a_{n-1} - M_{n-1} - a_n + M_n$$
$$\Rightarrow I_{n-1} - I_n = -M_{n-1} + M_n$$

لأن الدفعات ثابتة ومتساوية

$$I_{n-1} - I_n = -M_{n-1} + M_n$$
$$\Rightarrow I_{n-1} - I_n = M_n - M_{n-1}$$
$$\Rightarrow I_{n-1} - I_n = M_{n-1}.(1+t) - M_{n-1}$$
$$\Rightarrow I_{n-1} - I_n = M_{n-1} + M_{n-1}.t - M_{n-1}$$
$$\Rightarrow I_{n-1} - I_n = M_{n-1}.t$$

إذن:

$$\boldsymbol{I_{n-1} - I_n = M_{n-1}.t}$$

8.3. أصل القرض المسدد إلى غاية تسديد الدفعة (P)

نرمز للمبلغ المسدد من أصل القرض إلى غاية تسديد الدفعة (P) بـ: (R_p) وهو يساوي مجموع الاستهلاكات المدفوعة إلى غاية تلك المدة.

$$R_p = M_1 + M_2 + M_3 + \cdots \ldots + M_p$$

بما أن الاستهلاكات تشكل متتالية هندسية أساسها $(\boldsymbol{1+t})$ وحدها الأول M_1، فإن:

$$R_p = M_1 + M_1(1+t) + M_1(1+t)^2 + \cdots \ldots + M_p(1+t)^{p-1}$$

مجموع حدود المتتالية الهندسية يعطينا العلاقة التالية:

$$\boldsymbol{R_p = M_1.\frac{(1+t)^p - 1}{t}}$$

9.3. أصل المبلغ المتبقي بعد تسديد الدفعة (P)

إذا رمزنا لرأس المال المتبقي بالرمز (C_p)، فإن:

$$C_p = C_0 - R_p$$

تماريــن الفصــل الثـالث

التمرين الأول

من جدول استهلاك قرض عادي يسدد بواسطة دفعات ثابتة تحصلنا على المعلومات التالية:

فائدة السنة الأولى = 1000 دج

الاستهلاك الثاني = 3087.37 دج.

الفرق بين فائدة السنة الأولى وفائدة السنة الثانية = 147.02دج.

المطلوب: أحسب على الترتيب:

- معدل القرض؛
- مبلغ الدفعة الثابتة؛
- مبلغ القرض.

التمرين الثاني

من جدول استهلاك قرض يسدد بواسطة 5 دفعات ثابتة لنهاية المدة استخرجت المعلومات التالية:

مبلغ الاستهلاك الرابع = 179589.68 دج.

مبلغ الدفعة = 201786.97دج.

المطلوب:

- أحسب معدل الفائدة
- حدد مبلغ القرض (يؤخذ المبلغ الصحيح)
- أنجز السطرين الأول والأخير من جدول استهلاك القروض

التمرين الثالث

من أجل مسايرة الأوضاع الاجتماعية قررت إدارة المؤسسة زيادة طاقتها الإنتاجية ولهذا الغرض اقترضت مبلغا إضافيا قدره (a)يسدد على 6 أقساط سنوية متساوية فادا علمت أن:

$$I_3 - I_4 = 1018,42$$

وقيمة القسط المتساوي هي 11883.8دج، والاستهلاك الرابع = 7807.86دج

المطلوب

- أحسب معدل الفائدة المركبة
- أنجز السطرين الأول والرابع من جدول الاستهلاك

التمرين الرابع

تسعى إدارة المؤسسة التجارية إلى زيادة طاقة إنتاجها عن طريق اقتناء تجهيزات إنتاج جديدة لهدا الغرض اقترضت مبلغا إضافيا قدره (x) يسدد بواسطة 9 أقساط سنوية متساوية بمعدل فائدة مركبة 15%سنويا.

إذا علمت أن رصيد القرض في نهاية السنة الأولى 564255.6دج، والفرق بين فائدتي السنة الأولى والسنة الثانية يساوي 5361.66دج.

المطلوب

- أحسب مبلغ الدفعة الثابتة؛
- أنجز السطر الأول والأخير من جدول استهلاك القرض.

التمرين الخامس

من جدول استهلاك قرض عادي يسدد بواسطة دفعات ثابتة تحصلنا على المعلومات التالية:

فائدة السنة ما قبل الأخيرة = 3984.92دج

فائدة السنة الأخيرة = 2087.34دج

الفرق بين فائدتي السنة الأولى والثانية 1296.06دج.

المطلوب

- مادا يمثل الفرق بين فائدتي سنتين متتاليتين؛
- أحسب معدل الفائدة؛
- أحسب الاستهلاك الأخير؛
- أحسب الدفعة الثابتة؛
- أحسب الاستهلاك الأول؛
- أحسب مبلغ القرض.

التمرين السادس

قرض يستهلك بواسطة 10 أقساط ثابتة سنوية بمعدل فائدة 8% سنويا. من جدول استهلاك القرض استخرجنا رصيد القرض في نهاية السنة السادسة الذي بلغ 493604.55دج.

المطلوب

- أحسب القسط الثابت؛
- أنجز السطر الأخير ثم السطر السادس من جدول استهلاك هدا القرض.

التمرين السابع

قرض يسدد بواسطة 10 أقساط ثابتة سنوية بمعدل فائدة مركبة 9% سنويا حيث يدفع القسط الأول في نهاية السنة الأولى. بلغ مجموع الاستهلاكات المسددة من أصل القرض بعد تسديد الدفعة الخامسة 393914.16دج.

المطلوب

- أحسب الاستهلاك الأول؛
- أحسب أصل القرض؛
- أحسب بقية عناصر السطر الأول من جدول استهلاك القروض؛
- إظهار الأسطر الأول والسادس والأخير من جدول استهلاك القرض.

التمرين الثامن

قرض يسدد بواسطة 6 دفعات ثابتة تدفع الأولى منها في نهاية السنة الأولى من تاريخ استلام القرض فادا علمت أن مجموع الاستهلاكات: $M_2 + M_3 + M_4 = 9558,7\ DA$

المطلوب: أحسب بمعدل فائدة مركبة 8% سنويا وعلى الترتيب:

- الاستهلاك الأول؛
- المبلغ الباقي بعد الدفعة الثالثة؛
- أحسب أصل القرض؛
- قدم السطرين الأول والثاني من جدول الاستهلاك.

التمرين التاسع

من جدول استهلاك قرض عادي استخرجنا المعلومات التالية:

$$M_1 = 69029,49DA; \qquad M_9 = 127768,77\ DA$$

المطلوب

- أحسب الاستهلاك الخامس علما أن: $M_5 = \sqrt{M_1 . M_9}$؛
- أحسب المعدل السنوي؛
- أحسب القسط الثابت علما أن القرض يستهلك عن طريق 10 أقساط ثابتة متساوية؛
- أحسب أصل القرض؛
- أثبت صحة العلاقة: $5M_5 = \sqrt{M_1 . M_9}$

التمرين العاشر

اقترضت المؤسسة مبلغ 1000000 يسدد بدفعات ثابتة خلال 15 سنة بمعدل فائدة مركبة 7% سنويا

المطلوب

- أحسب مبلغ الاستهلاك العاشر؛
- أحسب المبلغ المسدد من القرض بعد دفع الدفعة العاشرة؛
- أحسب المبلغ المتبقي تسديده من القرض بعد دفع الدفعة الثانية عشر؛
- أحسب الفوائد المتضمن في الدفعة الأخيرة.

التمرين الحادي عشر

اقترضت المؤسسة في 1992/01/01 مبلغا قدره 150000 يسدد بواسطة دفعات ثابتة خلال 4 سنوات بمعدل 10% سنويا

المطلوب

- أحسب مبلغ الدفعة الثابتة
- أنجز جدول استهلاك هدا القرض

التمرين الثاني عشر

قرض يسدد بواسطة 6 دفعات ثابتة الدفعة الأولى مستحقة في نهاية السنة الأولى من استلام القرض مقدار الدفعة الثابتة هو 108157.7 دج.

المطلوب: أحسب على الترتيب

- الاستهلاك الأخير؛
- معدل القرض؛
- الاستهلاك الأول؛
- مبلغ القرض.

يُعطى: $(1+t)^{-1} = 0{,}9259259$ ،$(1+t)^5 = 1{,}46932808$

التمرين الثالث عشر

من جدول استهلاك لقرض عادي إليك المعلومات التالية:

$$\begin{cases} C_1 = 142095{,}75 \text{ DA} \\ I_3 = 10684{,}73 \text{ DA} \\ I_4 = 9947{,}17 \text{ DA} \\ t = 8\%. \end{cases}$$

المطلوب: أحسب

- الاستهلاك الأول؛
- أصل القرض؛

- الدفعة الثابتة.

التمرين الرابع عشر

من جدول استهلاك قرض عادي يسدد بواسطة 6 دفعات ثابتة تحصلنا على المعلومات التالية:

$$\frac{M_3}{M_1} = 1,1025$$
$$I_1 - I_3 = 4100\ DA$$

المطلوب: أحسب على الترتيب:

- الاستهلاك الأول؛
- معدل الفائدة؛
- أصل المبلغ؛
- قيمة الدفعة؛
- أنجز السطر الأول والرابع والأخير من جدول الاستهلاك.

التمرين الخامس عشر

من جدول استهلاك قرض عادي يسدد بواسطة 5 دفعات ثابتة استخرجنا ما يلي:

رصيد نهاية السنة الثانية = 200255دج.

رصيد نهاية السنة الرابعة = 73205 دج.

المطلوب: أحسب على الترتيب:

- معدل القرض؛
- الدفعة الثابتة؛
- الاستهلاك الأول؛
- أصل القرض.

التمرين السادس عشر

قرض قيمته الاسمية C_0 يُسدد بواسطة 10 دفعات سنوية ثابتة. لديك المعلومات التالية المستخرجة من جدول استهلاك هذا القرض كما يلي:

$$M_3 = 23460,22\ DA$$
$$M_6 = 30381,61\ DA$$

المطلوب: أحسب على الترتيب:

- معدل القرض؛

- رأس المال المقترض؛
- قيمة الدفعة؛
- المبلغ المتبقي بعد تسديد الدفعة السابغة؛
- تقديم جزء من جدول الاستهلاك المتعلق بالاستحقاقات الثلاثة الأخيرة.

التمرين السابع عشر

قرض يسدد بواسطة 9 دفعات ثابتة تدفع الأولى بعد سنة من تاريخ الحصول على القرض إذا علمت أن:

$$a = 1075{,}92\ DA$$

$$M_9 - M_1 = 278{,}61\ DA$$

المطلوب: احسب على الترتيب:

- الاستهلاك الأخير؛
- معدل القرض؛
- أصل القرض.

يُعطى: $(1+t)^8 = 1{,}368569$

التمرين الثامن عشر

من جدول استهلاك لقرض عادي يسدد بواسطة 8 أقساط ثابتة سنوية استخرجنا المعلومات التالية:

فائدة السنة الثانية = 18251.1دج؛

فائدة السنة الثالثة = 16327.3دج؛

المبلغ المتبقي سداده في السنة الأولى = 182511دج.

المطلوب: أحسب على الترتيب:

- معدل القرض؛
- الاستهلاك الأول؛
- القسط الثابت؛
- أصل القرض؛
- السطر الأخير من جدول الاستهلاك.

التمرين التاسع عشر

من جدول استهلاك قرض عادي يسدد عن طريق دفعات ثابتة نستخرج المعلومات التالية:

رصيد القرض في نهاية السنة الثالثة = 535674.26دج

رصيد القرض في نهاية السنة الرابعة = 365553.12دج

رصيد القرض في نهاية السنة الخامسة = 187130.07دج

المطلوب:

- مادا يمثل الفروق التالية: $(C_3 - C_4)$ و $(C_4 - C_5)$
- أحسب معدل القرض؛
- أحسب قيمة الدفعة؛
- أحسب قيمة القرض؛
- قدم الأسطر الثلاثة الأولى من جدول الاستهلاك.

التمرين العشرون

لتمويل عملياتها، تعاقدت شركة تجارية مع البنك للحصول على قرض يسدد بـ 6 دفعات ثابتة سنوية مؤخرة السداد. في جدول الاستهلاك الذي قدمه البنك نقرأ البيانات التالية:

$$a = 20336,3\ DA$$
$$M_6 = 19185,00\ DA$$
$$n = 6$$

المطلوب:أحسب

- معدل الفائدة؛
- مبلغ القرض؛
- اعداد جدول الاستهلاك (يتم تقريب الحسابات لرقمين بعد الفاصلة)

.

حلــول تمارين الفصل الثالث

التمرين الأول

$$I_1 = 1000\ DA \ldots\ldots\ldots (1)$$
$$M_2 = 3087,37\ DA \ldots\ldots\ldots . (2)$$
$$I_1 - I_2 = 147,02 \ldots\ldots . (3)$$

حساب معدل القرض

من المعادلة (1) و (3) نجد أن:

$$1000 - I_2 = 147,02 \Rightarrow I_2 = 852,98\ DA$$

لدينا:

$$I_{n-1} - I_n = M_{n-1}.t$$
$$\Rightarrow I_1 - I_2 = M_1.t$$
$$\Rightarrow M_1.t = 147,02 \ldots\ldots . (4)$$

ولدينا

$$M_n = M_{n-1}.(1+t)$$
$$\Rightarrow M_2 = M_1.(1+t)$$
$$\Rightarrow M_1 = \frac{M_2}{(1+t)} \ldots\ldots . (5)$$

من المعادلة (4) و (5) نجد أن:

$$\frac{M_2}{(1+t)}.t = 147,02$$
$$\Rightarrow M_2.t = 147,02.(1+t)$$
$$\Rightarrow 3087,37.t = 147,02 + 147,02.t$$
$$\Rightarrow 2940,35.t = 147,02$$
$$\Rightarrow t = 0,05 = 5\%$$

حساب مبلغ الدفعة الثابتة

لدينا:

$$a = I_i + M_i$$
$$\Rightarrow a = I_2 + M_2$$
$$\Rightarrow a = 852,98 + 3087,37$$
$$\Rightarrow a = 3940,35\ DA$$

حساب مبلغ القرض

$$I_1 = C_0.t$$
$$\Rightarrow C_0 = \frac{I_1}{t} = \frac{1000}{0,05} = 20000\ DA$$

التمرين الثاني

$$\begin{cases} n = 5 \\ M_4 = 179589{,}68\ DA \\ a = 201786{,}97\ DA \end{cases}$$

حساب معدل الفائدة

لدينا العلاقة بين الدفعة واستهلاك ما هي:

$$a = M_p.(1+t)^{n-p+1}$$
$$\Rightarrow a = M_4.(1+t)^{5-4+1}$$
$$\Rightarrow a = M_4\,.(1+t)^2$$
$$\Rightarrow (1+t)^2 = \frac{a}{M_4}$$
$$\Rightarrow (1+t) = \sqrt{\frac{a}{M_4}}$$
$$\Rightarrow (1+t) = \sqrt{\frac{201786{,}97}{179589{,}68}}$$
$$\Rightarrow (1+t) = 0{,}06 = 6\%$$

حساب مبلغ القرض

$$C_0 = a\ \frac{1-(1+t)^{-n}}{t}$$
$$\Rightarrow C_0 = 201786{,}97\ \frac{1-(1{,}06)^{-5}}{0.06}$$

القيمة $\frac{1-(1{,}06)^{-5}}{0.06}$ تُستخرج من الجدول المالي رقم (4) وذلك بتقاطع معدل الفائدة 6% مع السنة الخامسة فنجد أن:

$$\frac{1-(1{,}06)^{-5}}{0.06} \rightarrow 4{,}2123638$$
$$\Rightarrow C_0 = 201786{,}97 * 4{,}2123638$$
$$\Rightarrow C_0 = 850000\ DA$$

انجاز السطر الأول والأخير من جدول الاستهلاك

$$I_1 = C_0.t$$
$$\Rightarrow I_1 = 850000 * 0{,}06$$
$$\Rightarrow I_1 = 51000\ DA$$
$$a = I_i + M_i$$
$$\Rightarrow a = I_1 + M_1$$
$$\Rightarrow M_1 = a - I_1$$
$$\Rightarrow M_1 = 201786{,}97 - 51000$$
$$\Rightarrow M_1 = 150786{,}79\ DA$$
$$C_1 = C_0 - M_1$$

$$\Rightarrow C_1 = 850000 - 150786,79$$
$$\Rightarrow C_1 = 699213,03\ DA$$

بيانات السطر الأخير من جدول الاستهلاك

$$\Rightarrow C_5 = 0 \Rightarrow C_4 = M_5$$
$$M_5 = M_4(1+t)$$
$$\Rightarrow M_5 = 179589,68\ (1,06)$$
$$\Rightarrow M_5 = 190365,06\ DA$$
$$C_4 = M_5 = 190365,06$$
$$I_5 = C_4 . t$$
$$\Rightarrow I_5 = 190365,06\ * 0,06$$
$$\Rightarrow I_5 = 11421,90\ DA$$

الرصيد المتبقي من الأصل في آخر الفترة	الاستهلاك	الدفعة أو القسط السنوي	الفائدة المستحقة في نهاية كل فترة	الأصل في بداية كل فترة	الوحدة الزمنية (المدة)
699213,03	150786,97	201786,97	51000	850000	**1**
………	………	………	………	………	**2**
………	………	………	………	………	**3**
………	………	………	………	………	**4**
0,00	190365,06	201786,97	11421,90	190365,06	**5**

التمرين الثالث

$$n = 6$$
$$I_3 - I_4 = 1018,42$$
$$a = 11883,8$$
$$M_4 = 7807,86$$

حساب معدل الفائدة المركبة

لدينا:

$$I_{n-1} - I_n = M_{n-1} . t$$
$$\Rightarrow I_3 - I_4 = M_3 . t$$
$$\Rightarrow M_3 . t = 1018,42$$

ولدينا:

$$a = I_i + M_i$$
$$\Rightarrow a = I_4 + M_4$$
$$\Rightarrow I_4 = a - M_4$$
$$\Rightarrow I_4 = 11883,8 - 7807,86$$
$$\Rightarrow I_4 = 4075,94$$

لدينا كذلك:

$$I_3 - I_4 = 1018{,}42$$
$$\Rightarrow I_3 = 5094{,}36$$

إذن:

$$a = I_3 + M_3$$
$$\Rightarrow M_3 = a - I_3 = 11883{,}8 - 5094{,}36 = 6789{,}44\ DA$$
$$M_3 . t = 1018{,}42 \Rightarrow t = \frac{1018{,}42}{M_3} = \frac{1018{,}42}{6789{,}44} = 0{,}15 = 15\%$$

انجاز السطرين الأول والرابع من جدول الاستهلاك

الوحدة الزمنية (المدة)	الأصل في بداية كل فترة	الفائدة المستحقة في نهاية كل فترة	الدفعة أو القسط السنوي	الاستهلاك	الرصيد المتبقي من الأصل في آخر الفترة
1	44974,03	6746,10	11883,8	5133,79	39840,23
2	………	………	………	………	………
3	………	………	………	………	………
4	27127,46	4075,94	11883,8	7807,86	19319,60
5	………	………	………	………	………
6	………	………	………	………	………

تبرير الحسابات

$$C_0 = a.\frac{1-(1+t)^{-n}}{t} = 11883{,}8 * \frac{1-(1{,}15)^{-6}}{0{,}15} = 44974{,}03$$
$$M_4 = M_1.(1+t)^3$$
$$\Rightarrow M_1 = \frac{M_4}{(1+t)^3} = \frac{7807{,}86}{(1{,}15)^3} = 5133{,}79\ DA$$
$$I_1 = C_0.t = 44974{,}03 * 0{,}15 = 6746{,}10\ DA$$
$$C_p = a.\frac{1-(1+t)^{-(n-p)}}{t}$$
$$C_4 = 11883{,}8.\frac{1-(1{,}15)^{-(6-4)}}{0{,}15}$$
$$\Rightarrow C_4 = 19319{,}60\ DA$$
$$C_4 = C_3 - M_4$$
$$\Rightarrow C_3 = C_4 + M_4$$
$$\Rightarrow C_3 = 19319{,}60 + 7807{,}86$$
$$\Rightarrow C_3 = 27127{,}46\ DA$$

التمرين الرابع

$$\begin{cases} n = 9 \\ t = 15\% \\ C_1 = 564255{,}6 \\ I_1 - I_2 = 5361{,}66 \end{cases}$$

حساب مبلغ الدفعة الثابتة

$$I_{n-1} - I_n = M_{n-1}.t$$
$$\Rightarrow I_1 - I_2 = M_1.t$$
$$\Rightarrow M_1.t = 5361{,}66$$
$$\Rightarrow 0{,}15.M_1 = 5361{,}66$$
$$\Rightarrow M_1 = 35744{,}4$$

لدينا:

$$a = M_1.(1+t)^n$$
$$\Rightarrow a = 35744{,}4.(1{,}15)^9$$
$$\Rightarrow a = 125744{,}38\ DA$$

انجاز السطر الأول والأخير من جدول الاستهلاك

$$C_1 = C_0 - M_1$$
$$\Rightarrow C_0 = C_1 + M_1$$
$$\Rightarrow C_0 = 564255{,}6 + 35744{,}4$$
$$\Rightarrow C_0 = 600000\ DA$$
$$I_1 = C_0.t$$
$$\Rightarrow I_1 = 600000 * 0{,}15$$
$$\Rightarrow I_1 = 90000\ DA$$

المعلومات المستخرجة من السطر الأخير من جدول الاستهلاك:

في السطر الأخير من جدول الاستهلاك يكون رأس المال المتبقي في نهاية السنة التاسعة، بعد تسديد القسط الأخير يُساوي الصفر (0) أي أن:

$$C_9 = 0 \Rightarrow C_8 = M_9$$
$$M_9 = M_1.(1+t)^8$$
$$\Rightarrow M_9 = 35744{,}4.(1{,}15)^8$$
$$\Rightarrow M_9 = 109342{,}94\ DA = C_8$$
$$I_9 = C_8.t$$
$$\Rightarrow I_8 = 109342{,}94 * 0{,}15$$
$$\Rightarrow I_8 = 16401{,}44\ DA$$

الوحدة الزمنية (المدة)	الأصل في بداية كل فترة	الفائدة المستحقة في نهاية كل فترة	الدفعة أو القسط السنوي	الاستهلاك	الرصيد المتبقي من الأصل في آخر الفترة
1	600000	90000	125744,38	35744,4	564255,6
2	....	....	....	....	....

....	....	....	....	....	**3**
....	....	....	....	....	**4**
....	....	....	....	....	**5**
....	....	....	....	....	**6**
....	....	....	....	....	**7**
....	....	....	....	....	**8**
0,000	109342,94	125744,38	16401,44	109342,94	**9**

التمرين الخامس

$$\begin{cases} I_{n-1} = 3984{,}92 \\ I_n = 2087{,}34 \\ I_1 - I_2 = 1296{,}06 \end{cases}$$

ماذا يُمثل الفرق بين فائدتي سنتين متتاليتين؟

لدينا:

$$I_{n-1} - I_n = M_{n-1}.t$$
$$\Rightarrow I_1 - I_2 = M_1.t$$

إذن الفرق بين فائدتي سنتين متتاليتين يُمثل استهلاك السنة السابقة مضروب في معدل القرض (معدل الفائدة)

حساب معدل القرض (الفائدة)

$$I_{n-1} - I_n = M_{n-1}.t$$
$$\Rightarrow M_{n-1}.t = 3984{,}92 - 2087{,}34$$
$$\Rightarrow M_{n-1}.t = 1897{,}58 \dots\dots (1)$$
$$I_1 - I_2 = M_1.t$$
$$\Rightarrow M_1.t = 1296{,}06 \dots\dots\dots (2)$$

بقسمة المعادلة (1) على المعادلة (2) نجد:

$$\frac{M_{n-1}.t}{M_1.t} = \frac{1897{,}58}{1296{,}06}$$
$$\Rightarrow \frac{M_{n-1}}{M_1} = 1{,}464114$$
$$\Rightarrow M_{n-1} = 1{,}464114 * M_1 \dots\dots (3)$$

لدينا فائدة السنة الأخيرة تعطى بالعلاقة التالية:

$$I_n = C_{n-1}.t$$

كما أن في السنة الأخيرة من استهلاك القرض يكون الرصيد المتبقي معدوم أي:

$$C_n = 0 \Rightarrow C_{n-1} = M_n$$

وبالتالي:

$$I_n = M_n.t$$

$$M_n = M_{n-1}(1+t) \dots\dots\dots.(4)$$

لدينا:

$$M_n.t = I_n = 2087,34$$
$$\Rightarrow M_{n-1}(1+t).t = 2087,34$$
$$\Rightarrow \frac{1897,58}{t}(1+t).t = 2087,34$$
$$\Rightarrow 1897,58\,(1+t) = 2087,34$$
$$\Rightarrow (1+t) = 1,1000000$$
$$\Rightarrow t = 0,1 = 10\%$$

حساب الاستهلاك الأخير

$$M_n.t = 2087,34$$
$$\Rightarrow M_n = \frac{2087,34}{t}$$
$$\Rightarrow M_n = \frac{2087,34}{0,1}$$
$$\Rightarrow M_n = 20873,4\ DA$$

حساب الدفعة الثابتة

$$a_i = I_i + M_i$$
$$\Rightarrow a = I_n + M_n$$
$$\Rightarrow a = 2087,34 + 20873,4$$
$$\Rightarrow a = 22960,74\ DA$$

حساب الاستهلاك الأول

$$M_1.t = 1296,06$$
$$\Rightarrow M_1 = \frac{1296,06}{t}$$
$$\Rightarrow M_1 = \frac{1296,06}{0,1}$$
$$\Rightarrow M_1 = 12960,6\ DA$$

حساب مبلغ القرض

$$a = I_1 + M_1$$
$$\Rightarrow I_1 = a - M$$
$$\Rightarrow I_1 = 22960,74 - 12960,6$$
$$\Rightarrow I_1 = 10000\ DA$$
$$\Rightarrow I_1 = C_0.t = 10000$$
$$C_0 = \frac{10000}{0,1}$$
$$C_0 = 100000\ DA$$

التمرين السادس

$$\begin{cases} n = 10 \\ t = 8\% \\ C_6 = 493604{,}55\ DA \end{cases}$$

✐ حساب القسط الثابت

$$C_p = a.\frac{1-\ (1+t)^{-(n-p)}}{t}$$

$$\Rightarrow a.\left[1-(1+t)^{-(n-p)}\right] = C_p.t$$

$$\Rightarrow a = C_p.\frac{t}{1-(1+t)^{-(n-p)}}$$

$$\Rightarrow a = C_6.\frac{t}{1-(1+t)^{-(10-6)}}$$

$$\Rightarrow a = 493604{,}55\ .\frac{0{,}08}{1-(1{,}08)^{-(4)}}$$

$$\Rightarrow a = 149604,55\ DA$$

✐ انجاز السطر الأخير ثم السطر السادس من جدول استهلاك هذا القرض.

$$C_{10} = 0 \Rightarrow C_9 = M_{10}$$

$$C_p = a.\frac{1-\ (1+t)^{-(n-p)}}{t} \Rightarrow C_9 = a.\frac{1-\ (1+t)^{-(10-9)}}{t}$$

$$\Rightarrow C_9 = 49604,55.\frac{1-\ (1{,}05)^{-(1)}}{0{,}05}$$

$$\Rightarrow C_9 = 137990{,}25\ DA$$

$$C_9 = M_{10} \Rightarrow M_{10} = 137990{,}25\ DA$$

$$I_{10} = C_9.t$$

$$\Rightarrow I_{10} = 137990{,}25\ * 0{,}08$$

$$\Rightarrow I_{10} = 11039{,}22\ DA$$

$$C_6 = 493604{,}55\ DA$$

$$a = M_p.(1+t)^{n-p+1}$$

$$\Rightarrow a = M_6.(1+t)^{10-6+1}$$

$$\Rightarrow M_6 = \frac{a}{(1+t)^5}$$

$$\Rightarrow M_6 = \frac{149604,55}{(1{,}08)^5}$$

$$\Rightarrow M_6 = 101426{,}96\ DA$$

$$a = I_i + M_i$$

$$\Rightarrow a = I_6 + M_6$$

$$\Rightarrow I_6 = a - M_6$$

$$\Rightarrow I_6 = 149604,55 - 101426,96$$
$$\Rightarrow I_6 = 48177,59\ DA$$
$$C_6 = C_5 - M_6$$
$$\Rightarrow C_5 = C_6 + M_6$$
$$\Rightarrow C_5 = 493604,55 + 101426,96$$
$$\Rightarrow C_5 = 595031,51 DA$$

الوحدة الزمنية (المدة)	الأصل في بداية كل فترة	الفائدة المستحقة في نهاية كل فترة	الدفعة أو القسط السنوي	الاستهلاك	الرصيد المتبقي من الأصل في آخر الفترة
1	....	....	....	....	....
2	....	....	....	....	....
3	....	....	....	....	....
4	....	....	....	....	....
5	....	....	....	....	....
6	**595031,51**	**48177,59**	**149029,48**	**101426,96**	**493604,55**
7	....	....	....	....	....
8	....	....	....	....	....
9	....	....	....	....	....
10	**137990,26**	**11039,22**	**149029,48**	**137990,26**	**0,00**

التمرين السابع

$$\begin{cases} n = 10 \\ t = 9\% \\ M_1 + M_2 + M_3 + M_4 + M_5 = 393914,16 \end{cases}$$

حساب الاستهلاك الأول

أصل القرض المسدد إلى غاية تسديد الدفعة الخامسة هو:

$$R_5 = M_1 + M_2 + M_3 + M_4 + M_5 = 393914,16$$

لدينا:

$$R_p = M_1 \frac{(1+t)^p - 1}{t}$$
$$\Rightarrow R_5 = M_1 \frac{(1+t)^5 - 1}{t}$$
$$\Rightarrow M_1 = R_5 \frac{t}{(1+t)^5 - 1}$$
$$\Rightarrow M_1 = 393914,16 \frac{0,09}{(1,09)^5 - 1}$$
$$\Rightarrow M_1 = 65820,08\ DA$$

حساب أصل القرض

$$C_0 = M_1.\frac{(1+t)^n - 1}{t}$$
$$\Rightarrow C_0 = 65820{,}08.\frac{(1{,}09)^{10} - 1}{0{,}09}$$
$$\Rightarrow C_0 = 1000000\ DA$$

حساب بقية عناصر السطر الأول من جدول استهلاك القرض

$$I_1 = C_0.t$$
$$I_1 = 1000000 * 0{,}09$$
$$I_1 = 90000\ DA$$
$$a = I_i + M_i$$
$$\Rightarrow a = I_1 + M_1$$
$$\Rightarrow a = 90000 + 65820{,}08$$
$$\Rightarrow a = 155820{,}08\ DA$$
$$C_1 = C_0 - M_1$$
$$\Rightarrow C_1 = 1000000 - 65820{,}08$$
$$\Rightarrow C_1 = 934179{,}92\ DA$$

اظهار السطر الأول والسادس والأخير.

لدينا أصل القرض المتبقي بعد تسديد الدفعة الخامسة:

$$C_5 = C_0 - R_5$$
$$\Rightarrow C_5 = 1000000 - 393914{,}16$$
$$\Rightarrow C_5 = 606085{,}84\ DA$$
$$I_6 = C_5.t$$
$$\Rightarrow I_6 = 606085{,}84 * 0{,}09$$
$$\Rightarrow I_6 = 54547{,}72\ DA$$
$$M_6 = M_1.(1+t)^5$$
$$M_6 = 65820{,}08.(1{,}09)^5$$
$$M_6 = 101272{,}35\ DA$$
$$C_6 = C_5 - M_6$$
$$\Rightarrow C_6 = 606085{,}84 - 101272{,}35$$
$$\Rightarrow C_6 = 504813{,}49\ DA$$

السطر الأخير

$$C_{10} = 0 \Rightarrow M_{10} = C_9$$
$$M_{10} = M_1.(1+t)^9$$
$$\Rightarrow M_{10} = 65820{,}08.(1{,}09)^9$$
$$\Rightarrow M_{10} = 142954{,}19\ DA$$
$$\Rightarrow C_9 = 142954{,}19\ DA$$

$$I_{10} = C_9.t$$
$$I_{10} = 142954,19 * 0,09$$
$$I_{10} = 12865,88\ DA$$

الوحدة الزمنية (المدة)	الأصل في بداية كل فترة	الفائدة المستحقة في نهاية كل فترة	الدفعة أو القسط السنوي	الاستهلاك	الرصيد المتبقي من الأصل في آخر الفترة
1	**1000000**	**90000**	**155820,08**	**65820,08**	**934179,92**
2	....	....	....	....	....
3	....	....	....	....	....
4	....	....	....	....	....
5	....	....	....	....	....
6	**606085,84**	**54547,72**	**155820,08**	**101272,35**	**504813,49**
7	....	....	....	....	....
8	....	....	....	....	....
9	....	....	....	....	....
10	**142954,19**	**12865,88**	**155820,08**	**142954,19**	**0,00**

التمرين الثامن

$$\begin{cases} n = 6 \\ M_2 + M_3 + M_4 = 9558,7 \\ t = 8\% \end{cases}$$

حساب الاستهلاك الأول

$$M_2 + M_3 + M_4 = 9558,7$$
$$\Rightarrow M_1(1+t) + M_1(1+t)^2 + M_1(1+t)^3 = 9558,7$$
$$\Rightarrow M_1[(1+t) + (1+t)^2 + (1+t)^3] = 9558,7$$
$$\Rightarrow M_1 = \frac{9558,7}{[(1+t) + (1+t)^2 + (1+t)^3]}$$
$$\Rightarrow M_1 = \frac{9558,7}{[(1,08) + (1,08)^2 + (1,08)^3]}$$
$$\Rightarrow M_1 = \frac{9558,7}{[(1,08) + 1,1664 + 1,259712]}$$
$$\Rightarrow M_1 = \frac{9558,7}{3,506112}$$
$$\Rightarrow M_1 = 2726,18\ DA$$

حساب أصل القرض

$$C_0 = M_1.\frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$\Rightarrow C_0 = 2726{,}18.\frac{(1{,}08)^6 - 1}{0{,}08}$$

$$\Rightarrow C_0 = 20000\ DA$$

حساب المبلغ المتبقي بعد الدفعة الثالثة

أصل المبلغ المسدد إلى غاية تسديد الدفعة الثالثة هو:

$$R_p = M_1\frac{(1+t)^p - 1}{t}$$

$$\Rightarrow R_3 = M_1\frac{(1+t)^3 - 1}{t}$$

$$\Rightarrow R_3 = 2726{,}18.\frac{(1{,}08)^3 - 1}{0{,}08}$$

$$\Rightarrow R_3 = 8850{,}27\ DA$$

المبلغ المتبقي بعد الدفعة الثالثة يساوي أصل القرض ناقص أصل المبلغ المسدد إلى غاية تسديد الدفعة الثالثة، أي:

$$C_3 = C_0 - R_3$$

$$\Rightarrow C_3 = 20000 - 8850{,}27$$

$$\Rightarrow C_3 = 11149{,}73\ DA$$

تقديم السطرين الأول والثاني من جدول الاستهلاك.

$$I_1 = C_0.t$$

$$I_1 = 20000 * 0{,}08$$

$$\Rightarrow I_1 = 1600\ DA$$

$$a = I_i + M_i$$

$$\Rightarrow a = I_1 + M_1$$

$$\Rightarrow a = 1600 + 2726{,}18$$

$$\Rightarrow a = 4326{,}18\ DA$$

$$C_1 = C_0 - M_1$$

$$\Rightarrow C_1 = 20000 - 2726{,}18$$

$$\Rightarrow C_1 = 17273{,}82\ DA$$

$$I_2 = C_1.t$$

$$\Rightarrow I_2 = 17273{,}82 * 0{,}08$$

$$\Rightarrow I_2 = 1381{,}90\ DA$$

$$C_2 = C_1 - M_2$$

$$\Rightarrow C_2 = C_1 - M_2$$

$$M_2 = M_1(1+t)^2$$

$$\Rightarrow M_2 = 2726{,}18(1{,}08)^2$$

$$\Rightarrow M_2 = 2944{,}27$$

$$\Rightarrow C_2 = 17273{,}82 - 2944{,}27$$

$$\Rightarrow C_2 = 14329{,}55\ DA$$

الوحدة الزمنية (المدة)	الأصل في بداية كل فترة	الفائدة المستحقة في نهاية كل فترة	الدفعة أو القسط السنوي	الاستهلاك	الرصيد المتبقي من الأصل في آخر الفترة
1	**20000**	**1600**	**4326,18**	**2726,18**	**17273,82**
2	**17273,82**	**1381,90**	**4326,18**	**2944,27**	**14329,55**

التمرين التاسع

$$\begin{cases} M_1 = 69029{,}49DA \\ M_9 = 127768{,}77\ DA \\ M_5 = \sqrt{M_1 . M_9} \end{cases}$$

حساب المعدل السنوي

$$M_9 = M_1 . (1+t)^8$$
$$\Rightarrow 127768{,}77 = 69029{,}49 . (1+t)^8$$
$$\Rightarrow (1+t)^8 = 1{,}85093023$$

بالرجوع إلى الجدول المالي رقم (1) وعند السنة الثامنة، نجد أن القيمة المالية هذه تقابل معدل الفائدة t=8%.

إذن:

$$t = 8\%$$

حساب القسط الثابت

$$n = 10$$
$$a = M_1 . (1+t)^n$$
$$\Rightarrow a = 69029{,}49 . (1{,}08)^{10}$$
$$\Rightarrow a = 69029{,}49 * 2{,}158925$$
$$\Rightarrow a = 149029{,}49\ DA$$

حساب أصل القرض

$$\boldsymbol{C_0 = M_1 . \frac{(1+t)^n - 1}{t}}$$
$$\Rightarrow C_0 = 69029{,}49 . \frac{(1{,}08)^{10} - 1}{0{,}08}$$

من الجدول المالي رقم (03) فإن:

$$\frac{(1{,}08)^{10} - 1}{0{,}08} \rightarrow 14{,}4865625$$
$$\Rightarrow C_0 = 69029{,}49 * 14{,}4865625$$
$$\Rightarrow C_0 = 1000000\ DA$$

التمرين العاشر

$$\begin{cases} C_0 = 1000000\ DA \\ n = 15 \\ t = 7\% \end{cases}$$

حساب مبلغ الاستهلاك العاشر

$$M_{10} = M_1.(1+t)^9$$

$$\Rightarrow M_1 = \frac{M_{10}}{(1+t)^9}$$

$$C_0 = M_1.\frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$\Rightarrow C_0 = \frac{M_{10}}{(1+t)^9}.\frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$\Rightarrow C_0 = M_{10}.\frac{(1+t)^n - 1}{(1+t)^9.t}$$

$$\Rightarrow M_{10}.[(1+t)^n - 1] = C_0.(1+t)^9.t$$

$$\Rightarrow M_{10} = C_0.\frac{t}{(1+t)^n - 1}(1+t)^9$$

$$\Rightarrow M_{10} = 1000000.\frac{0{,}07}{(1{,}07)^{15} - 1}(1{,}07)^9$$

$$\Rightarrow M_{10} = 1000000 * \frac{0{,}07}{1{,}75903154} * 1{,}838459$$

$$\Rightarrow M_{10} = 73160{,}78\ DA$$

حساب المبلغ المسدد من القرض بعد دفع الدفعة العاشرة

$$R_p = M_1.\frac{(1+t)^p - 1}{t}$$

$$M_1 = \frac{M_{10}}{(1+t)^9} = \frac{73160{,}78}{(1{,}07)^9} = 39794,63DA$$

$$\Rightarrow R_{10} = 39794,63.\frac{(1{,}07)^{10} - 1}{0{,}07}$$

$$\Rightarrow R_{10} = 39794,63 * 13{,}8164480$$

$$\Rightarrow R_{10} = 549820{,}36\ DA$$

حساب المبلغ المتبقي تسديده من القرض بعد دفع الدفعة العاشرة

$$C_p = a.\frac{1 - (1+t)^{-(n-p)}}{t}$$

Ou

$$C_p = C_0.\frac{(1+t)^n - (1+t)^p}{(1+t)^n - 1}$$

$$\Rightarrow C_{10} = C_0.\frac{(1+t)^{15} - (1+t)^{10}}{(1+t)^{15} - 1}$$

$$\Rightarrow C_{10} = 1000000.\frac{(1{,}07)^{15} - (1{,}07)^{10}}{(1{,}07)^{15} - 1}$$

$$\Rightarrow C_{10} = 1000000.\frac{2{,}75903154 - 1{,}96715135}{1{,}75903154}$$

$$\Rightarrow C_{10} = 450179{,}64\ DA$$

حساب الفوائد المتضمن في الدفعة الأخيرة.

في السطر الأخير من جدول استهلاك القرض

$$C_{15} = 0 \Rightarrow M_{15} = C_{14}$$

$$I_{15} = C_{14}.t$$

$$C_{14} = 1000000.\frac{(1{,}07)^{15} - (1{,}07)^{14}}{(1{,}07)^{15} - 1}$$

$$\Rightarrow C_{14} = 1000000.\frac{2{,}75903154 - 2{,}57853415}{1{,}75903154}$$

$$\Rightarrow C_{14} = 102611{,}80\ DA$$

$$\Rightarrow I_{15} = 102611{,}80 * 0{,}07$$

$$\Rightarrow I_{15} = 7182{,}83\ DA$$

التمرين الحادي عشر

$$\begin{cases} C_0 = 150000\ DA \\ n = 4 \\ t = 10\% \end{cases}$$

حساب مبلغ الدفعة الثابتة

$$C_0 = a.\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}$$

$$\Rightarrow a = C_0.\frac{t}{1-(1+t)^{-n}}$$

$$\Rightarrow a = 150000.\frac{0{,}1}{1-(1{,}1)^{-4}}$$

$$\Rightarrow a = 47320{,}62\ DA$$

جدول استهلاك القرض

$$I_1 = C_0.t$$

$$\Rightarrow I_1 = 150000 * 0{,}1$$

$$\Rightarrow I_1 = 15000\ DA$$

$$a = I_i + M_i$$

$$\Rightarrow a = I_1 + M_1$$

$$\Rightarrow M_1 = a - I_1$$
$$\Rightarrow M_1 = 47320,62 - 15000$$
$$\Rightarrow M_1 = 32320,62\ DA$$
$$C_1 = C_0 - M_1$$
$$\Rightarrow C_1 = 150000 - 32320,62$$
$$\Rightarrow C_1 = 117679,38\ DA$$
$$I_2 = C_1 . t$$
$$\Rightarrow I_2 = 117679,38 * 0,1$$
$$\Rightarrow I_2 = 11767,94\ DA$$
$$M_2 = a - I_2$$
$$\Rightarrow M_2 = 47320,62 - 11767,94$$
$$\Rightarrow M_2 = 35552,68\ DA$$
$$C_2 = C_1 - M_2$$
$$\Rightarrow C_2 = 117679,38 - 35552,68$$
$$\Rightarrow C_2 = 82126,70\ DA$$
$$I_3 = C_2 . t$$
$$\Rightarrow I_3 = 82126,70 * 0,1$$
$$\Rightarrow I_3 = 8212,67\ DA$$
$$M_3 = a - I_3$$
$$\Rightarrow M_3 = 47320,62 - 8212,67$$
$$\Rightarrow M_3 = 39107,95\ DA$$
$$C_3 = C_2 - M_3$$
$$\Rightarrow C_3 = 82126,70 - 39107,95$$
$$\Rightarrow C_3 = 43018,75\ DA$$
$$I_4 = C_3 . t$$
$$\Rightarrow I_4 = 43018,75 * 0,1$$
$$\Rightarrow I_4 = 4301,87\ DA$$
$$M_4 = a - I_4$$
$$\Rightarrow M_4 = 47320,62 - 4301,87$$
$$\Rightarrow M_4 = 43018,75\ DA$$
$$C_4 = 0,00$$

الوحدة الزمنية (المدة)	الأصل في بداية كل فترة	الفائدة المستحقة في نهاية كل فترة	الدفعة أو القسط السنوي	الاستهلاك	الرصيد المتبقي من الأصل في آخر الفترة
1	150000	15000	47320,62	32320,62	117679,38
2	117679,38	11767,94	47320,62	35552,68	82126,70
3	82126,70	8212,67	47320,62	39107,95	43018,75
4	43018,75	4301,87	47320,62	43018,75	0,00

التمرين الثاني عشر

$$\begin{cases} n = 6 \\ a = 108157{,}7 \\ (1+t)^{-1} = 0{,}9259259 \\ (1+t)^{5} = 1{,}46932808 \end{cases}$$

حساب الاستهلاك الأخير

$$a = M_n(1+t)$$
$$\Rightarrow a = M_6(1+t)$$
$$\Rightarrow M_6 = \frac{a}{(1+t)}$$
$$\Rightarrow M_6 = a.(1+t)^{-1}$$
$$\Rightarrow M_6 = 108157{,}7 * 0{,}9259259$$
$$\Rightarrow M_6 = 100146{,}01\ DA$$

حساب معدل القرض

$$a = M_6(1+t)$$
$$\Rightarrow (1+t) = \frac{a}{M_6}$$
$$\Rightarrow (1+t) = \frac{108157{,}7}{100146{,}01}$$
$$\Rightarrow (1+t) = 1{,}08$$
$$\Rightarrow t = 0{,}08 = 8\%$$

حساب الاستهلاك الأول

$$M_6 = M_1(1+t)^{n-1}$$
$$\Rightarrow M_1 = \frac{M_6}{(1+t)^{n-1}}$$
$$\Rightarrow M_1 = \frac{100146{,}01}{(1{,}08)^5}$$
$$\Rightarrow M_1 = \frac{100146{,}01}{1{,}46932808}$$
$$\Rightarrow M_1 = 68157{,}70\ DA$$

حساب مبلغ القرض

$$C_0 = M_1.\frac{(1+t)^n - 1}{t}$$
$$\Rightarrow C_0 = 68157{,}70.\frac{(1{,}08)^6 - 1}{0{,}08}$$
$$\Rightarrow C_0 = 500000\ DA$$

التمرين الثالث عشر

$$\begin{cases} C_1 = 142095{,}75\ DA \\ I_3 = 10684,73\ DDA \\ I_4 = 9947,17DA \\ t = 8\% \end{cases}$$

حساب الاستهلاك الأول

$$I_{n-1} - I_n = M_{n-1}.t$$
$$\Rightarrow I_3 - I_4 = M_3.t$$
$$\Rightarrow M_3.t = 10684{,}73 - 9947{,}17$$
$$\Rightarrow 0{,}08.M_3 = 737{,}56$$
$$\Rightarrow M_3 = 9219{,}5$$
$$\Rightarrow M_3 = M_1.(1+t)^2$$
$$\Rightarrow M_1 = \frac{M_3}{(1+t)^2}$$
$$\Rightarrow M_1 = \frac{9219{,}5}{(1{,}08)^2}$$
$$\Rightarrow M_1 = 7904{,}23\ DA$$

حساب أصل القرض

$$C_1 = C_0 - M_1$$
$$\Rightarrow C_0 = C_1 + M_1$$
$$\Rightarrow C_0 = 142095{,}75 + 7904{,}23$$
$$\Rightarrow C_0 = 150000\ DA$$

حساب قيمة الدفعة

$$a = I_i + M_i$$
$$\Rightarrow a = I_3 + M_3$$
$$\Rightarrow a = 9219{,}5 + 10684{,}73$$
$$\Rightarrow a = 19904,23\ DA$$

التمرين الرابع عشر

$$\begin{cases} n = 6 \\ \dfrac{M_3}{M_1} = 1{,}1025 \\ I_1 - I_3 = 4100 \end{cases}$$

حساب معدل الفائدة

$$\frac{M_3}{M_1} = 1{,}1025$$

$$\Rightarrow \frac{M_1.(1+t)^2}{M_1} = 1{,}1025$$
$$\Rightarrow (1+t)^2 = 1{,}1025$$
$$\Rightarrow 1+t = \sqrt{1{,}1025}$$
$$\Rightarrow 1+t = 1{,}05$$
$$\Rightarrow t = 0{,}05 = 5\%$$

حساب الاستهلاك الأول

$$\begin{cases} I_1 - I_2 = M_1.t \ldots\ldots\ldots (1) \\ I_2 - I_3 = M_2.t \ldots\ldots\ldots (2) \end{cases}$$

بجمع المعادلتين 1 و 2 نجد:

$$I_1 - I_3 = M_1.t + M_2.t = 4100$$
$$\Rightarrow t(M_1 + M_2) = 4100$$
$$\Rightarrow t(M_1 + M_1.(1+t)) = 4100$$
$$\Rightarrow M_1.t(1+1+t) = 4100$$
$$\Rightarrow M_1.t(2+t) = 4100$$
$$\Rightarrow M_1 = \frac{4100}{t(2+t)}$$
$$\Rightarrow M_1 = \frac{4100}{0{,}05(2{,}05)}$$
$$\Rightarrow M_1 = \frac{4100}{0{,}1025}$$
$$\Rightarrow M_1 = 40000\ DA$$

حساب أصل المبلغ

$$C_0 = M_1.\frac{(1+t)^n - 1}{t}$$
$$\Rightarrow C_0 = 40000.\frac{(1{,}05)^6 - 1}{0{,}05}$$
$$\Rightarrow C_0 = 272076{,}51\ DA$$

حاب قيمة الدفعة الثابتة

$$\Rightarrow a = I_1 + M_1$$
$$\Rightarrow a = C_0.t + M_1$$
$$\Rightarrow a = 272076{,}51 * 0{,}05 + 40000$$
$$\Rightarrow a = 53603{,}82\ DA$$

انجاز السطر الأول والرابع والأخير من جدول الاستهلاك

$$M_4 = M_3.(1+t)$$
$$M_3 = M_1 * 1{,}1025$$
$$\Rightarrow M_3 = 40000 * 1{,}1025$$

$$\Rightarrow M_3 = 44100\ DA$$
$$M_4 = 44100.(1{,}05)$$
$$\Rightarrow M_4 = 46305\ DA$$
$$I_4 = a - M_4$$
$$\Rightarrow I_4 = 53603{,}82 - 46305$$
$$\Rightarrow I_4 = 7298{,}82\ DA$$
$$R_p = M_1.\frac{(1+t)^p - 1}{t}$$
$$\Rightarrow R_3 = M_1.\frac{(1+t)^3 - 1}{t}$$
$$\Rightarrow R_3 = 40000\,.\frac{(1{,}05)^3 - 1}{0{,}05}$$
$$\Rightarrow R_3 = 126100\ DA$$
$$C_3 = C_0 - R_3$$
$$\Rightarrow C_3 = 272076{,}51 - 126100$$
$$\Rightarrow C_3 = 145976{,}51\ DA$$
$$C_4 = C_3 - M_4$$
$$\Rightarrow C_4 = 145976{,}51 - 46305$$
$$\Rightarrow C_4 = 99671{,}51\ DA$$
$$C_6 = 0 \Rightarrow C_6 = C_5 - M_6 = 0$$
$$\Rightarrow C_5 = M_6$$
$$M_6 = M_4.(1+t)^2$$
$$\Rightarrow M_6 = 46305.(1{,}05)^2$$
$$\Rightarrow M_6 = 51051{,}26\ DA$$
$$\Rightarrow C_5 = M_6 = 51051{,}26\ DA$$
$$I_6 = C_5.t$$
$$\Rightarrow I_6 = 51051{,}26 * 0.05$$
$$\Rightarrow I_6 = 2552{,}56\ DA$$

الوحدة الزمنية (المدة)	الأصل في بداية كل فترة	الفائدة المستحقة في نهاية كل فترة	الدفعة أو القسط السنوي	الاستهلاك	الرصيد المتبقي من الأصل في آخر الفترة
1	272076,51	13603,82	53603,82	40000	232076,51
2	………	………	………	………	………
3	………	………	………	………	………
4	145976,51	7298,82	53603,82	46305	99671,51
5	………	………	………	………	………
6	51051,26	2552,56	53603,82	51051,26	0,00

التمرين الخامس عشر

$$\begin{cases} n = 5 \\ C_2 = 200255 \\ C_4 = 73205 \end{cases}$$

حساب معدل القرض

في السطر الأخير من جدول الاستهلاك يكون لدينا:

$$C_5 = 0 \Leftrightarrow C_5 = C_4 - M_5 = 0$$
$$\Rightarrow C_4 = M_5 = 73205$$

لدينا:

$$C_3 = C_2 - M_3$$
$$C_4 = C_3 - M_4$$
$$\Rightarrow C_4 = C_2 - M_3 - M_4$$
$$\Rightarrow 73205 = 200255 - M_3 - M_4$$
$$\Rightarrow M_3 + M_4 = 127050 \ldots\ldots..(1)$$

لدينا:

$$M_5 = M_3.(1+t)^2$$
$$\Rightarrow M_3 = \frac{M_5}{(1+t)^2} \ldots\ldots.(2)$$
$$M_5 = M_4.(1+t)$$
$$\Rightarrow M_4 = \frac{M_5}{(1+t)} \ldots\ldots.(3)$$

بتعويض المعادلتين 2 و 3 في المعادلة 1 نجد:

$$(1) \Leftrightarrow \frac{M_5}{(1+t)^2} + \frac{M_5}{(1+t)} = 127050$$
$$\Rightarrow \frac{73205}{(1+t)^2} + \frac{73205}{(1+t)} = 127050$$
$$\Rightarrow \frac{73205 + 73205(1+t)}{(1+t)^2} = 127050$$
$$\Rightarrow 73205 + 73205(1+t) = 127050(1+t)^2$$
$$\Rightarrow 127050(1+t)^2 = 73205t + 146410$$
$$\Rightarrow 127050(t^2 + 2t + 1) = 73205t + 146410$$
$$\Rightarrow 127050t^2 + 254100t + 127050 = 73205t + 146410$$
$$\Rightarrow 127050t^2 + 180895t - 19360 = 0$$
$$\Rightarrow 2541t^2 + 3617{,}9t - 387{,}2 = 0$$

حلول المعادلة (4) هي حلول المميز:

$$\Delta = B^2 - 4AC$$

$$\Rightarrow \Delta = (3617{,}9)^2 - 4(2541)(-387{,}2)$$
$$\Rightarrow \Delta = 13089200{,}41 + 3935500{,}8$$
$$\Rightarrow \Delta = 17024701{,}21$$
$$\Rightarrow \sqrt{\Delta} = 4126{,}1 \; ou \; \sqrt{\Delta} = -4126{,}1$$

إذن حلول هذه المعادلة هي:

$$t_1 = \frac{-\beta - \sqrt{\Delta}}{2A} = \frac{-3617{,}9 - 4126{,}1}{2(2541)} < 0 \; refusée$$
$$t_1 = \frac{-\beta + \sqrt{\Delta}}{2A} = \frac{-3617{,}9 + 4126{,}1}{2(2541)} = 0{,}1 > 0 \; Acceptée$$

إذن معدل القرض هو:

$$t = 10\%$$

حساب قيمة الدفعة الثابتة

$$a = M_5.(1+t)$$
$$\Rightarrow a = 73205.(1{,}1)$$
$$\Rightarrow a = 80525{,}5$$

حساب الاستهلاك الأول

$$a = M_1(1+t)^n$$
$$\Rightarrow M_1 = \frac{a}{(1+t)^n}$$
$$\Rightarrow M_1 = \frac{80525{,}5}{(1{,}1)^5}$$
$$\Rightarrow M_1 = 50000 \; DA$$

حساب أصل القرض

$$C_0 = M_1.\frac{(1+t)^n - 1}{t}$$
$$\Rightarrow C_0 = 50000.\frac{(1{,}1)^5 - 1}{0{,}1}$$
$$\Rightarrow C_0 = 305255 \; DA$$

التمرين السادس عشر

$$\begin{cases} C_0 = ? \\ n = 10 \\ M_3 = 23460{,}22 \\ M_6 = 30381{,}61 \end{cases}$$

حساب معدل القرض

$$M_6 = M_3.(1+t)^3$$

$$\Rightarrow (1+t)^3 = \frac{M_6}{M_3}$$
$$\Rightarrow (1+t)^3 = \frac{30381{,}61}{23460{,}22}$$
$$\Rightarrow (1+t)^3 = 1{,}295111$$

بالرجوع الى الجدول المالي رقم (1) وعند السنة الثالثة نجد أن القيمة المالية: (1,295111) تقابل معدل الفائدة 9 %

إذن:

$$t = 9\%$$

حساب رأس المال المقترض

$$M_3 = M_1.(1+t)^2$$
$$\Rightarrow M_1 = \frac{M_3}{(1+t)^2}$$
$$\Rightarrow M_1 = \frac{23460{,}22}{(1{,}09)^2}$$
$$\Rightarrow M_1 = 19745{,}9978\ DA$$
$$C_0 = M_1 * \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$
$$\Rightarrow C_0 = 19745{,}9978 * \frac{(1{,}09)^{10} - 1}{0{,}09}$$
$$\Rightarrow C_0 = 299999{,}57 \cong 300000\ DA$$

حساب قيمة الدفعة الثابتة السنوية

$$a = I_i + M_i$$
$$\Rightarrow a = I_1 + M_1$$
$$\Rightarrow a = C_0.t + M_1$$
$$\Rightarrow a = 300000 * 0{,}09 + 19745{,}9978$$
$$\Rightarrow a = 46745{,}96\ DA$$

حساب المبلغ المتبقي بعد تسديد الدفعة السابعة

$$R_p = M_1.\frac{(1+t)^p - 1}{t}$$
$$\Rightarrow R_7 = M_1.\frac{(1+t)^7 - 1}{t}$$
$$\Rightarrow R_7 = 19745{,}9978\,.\frac{(1{,}09)^7 - 1}{0{,}09}$$
$$\Rightarrow R_7 = 181671{,}76\ DA$$
$$C_7 = C_0 - R_7$$
$$\Rightarrow C_7 = 300000 - 181671{,}76$$
$$\Rightarrow C_7 = 118328{,}24$$

تقديم جزء من جدول الاستهلاك المتعلق بالاستحقاقات الثلاثة الأخيرة

$$I_8 = C_7.t$$
$$\Rightarrow I_8 = 118328{,}24 * 0{,}09$$
$$\Rightarrow I_8 = 10649{,}54\ DA$$
$$M_8 = a - \ I_8$$
$$\Rightarrow M_8 = 46745{,}96 - \ 10649{,}54$$
$$\Rightarrow M_8 = 36096{,}42$$
$$C_8 = C_7 - M_8$$
$$\Rightarrow C_8 = 118328{,}24 - 36096{,}42$$
$$\Rightarrow C_8 = 82231{,}82\ DA$$
$$I_9 = C_8.t$$
$$\Rightarrow I_9 = 82231{,}82 * 0{,}09$$
$$\Rightarrow I_9 = 7400{,}86\ DA$$
$$M_9 = a - \ I_9$$
$$\Rightarrow M_9 = 46745{,}96 - \ 7400{,}86$$
$$\Rightarrow M_9 = 39345{,}096\ DA$$
$$C_9 = C_8 - M_9$$
$$\Rightarrow C_9 = 82231{,}82 - 39345{,}096$$
$$\Rightarrow C_9 = 42886{,}74\ DA\ DA$$
$$I_{10} = C_9.t$$
$$\Rightarrow I_{10} = 42886{,}74 * 0{,}09$$
$$\Rightarrow I_{10} = 3859{,}80\ DA$$
$$M_{10} = a - \ I_{10}$$
$$\Rightarrow M_{10} = 46745{,}96 - \ 3859{,}80$$
$$\Rightarrow M_{10} = 42886{,}15\ DA$$
$$C_{10} = C_9 - M_{10}$$
$$\Rightarrow C_{10} = 42886{,}15 - 42886{,}15$$
$$\Rightarrow C_{10} = 0{,}00\ DA$$

الوحدة الزمنية (المدة)	الأصل في بداية كل فترة	الفائدة المستحقة في نهاية كل فترة	الدفعة أو القسط السنوي	الاستهلاك	الرصيد المتبقي من الأصل في آخر الفترة
1	………	………	………	………	………
2	………	………	………	………	………
3	………	………	………	………	………
4	………	………	………	………	………
5	………	………	………	………	………
6	………	………	………	………	………
7	………	………	………	………	………
8	118328,24	10649,54	46745,96	36096,42	82231,82
9	82231,82	7400,86	46745,96	39345,096	42886,15

0,00	42886,15	46745,96	3859,80	42886,15	**10**

التمرين السابع عشر

$$\begin{cases} n = 9 \\ a = 1075{,}92\ DA \\ M_9 - M_1 = 278{,}61\ DA \end{cases}$$

حساب الاستهلاك الأخير

لدينا:

$$M_9 - M_1 = 278{,}61$$
$$\Rightarrow M_1.(1+t)^8 - M_1 = 278{,}61$$
$$\Rightarrow M_1.[(1+t)^8 - 1] = 278{,}61$$
$$\Rightarrow M_1.[1{,}368569\ - 1] = 278{,}61$$
$$\Rightarrow 0{,}368569 M_1 = 278{,}61$$
$$\Rightarrow M_1 = 755{,}93\ DA$$
$$M_9 = M_1.(1+t)^8$$
$$\Rightarrow M_9 = 755{,}93 * 1{,}368569$$
$$\Rightarrow M_9 = 1034{,}53\ DA$$

حساب معدل القرض

لدينا:

$$(1+t)^8 = 1{,}368569$$

بالرجوع إلى الجدول المالي رقم (1) وعند السنة الثامنة نجد أن القيمة المالية (1,368569) تقابل معدل الفائدة 4 %

إذن: $t = 4\%$

حساب أصل القرض

$$C_0 = M_1.\frac{(1+t)^n - 1}{t}$$
$$\Rightarrow C_0 = 755{,}93.\frac{(1{,}04)^9 - 1}{0{,}04}$$
$$\Rightarrow C_0 = 7999{,}85 \cong 8000\ DA$$

التمرين الثامن عشر

$$I_2 = 18251{,}1$$
$$I_3 = 16327{,}3$$
$$C_3 = 182511\ DA$$

حساب معدل القرض

$$I_{n-1} - I_n = M_{n-1}.t$$
$$\Rightarrow I_2 - I_3 = M_2.t$$
$$\Rightarrow 18251{,}1 - 16327{,}3 = M_2.t$$
$$\Rightarrow M_2.t = 1923{,}8$$
$$I_2 = C_1.t$$
$$\Rightarrow 18251{,}1 = 182511.t$$
$$\Rightarrow t = 0{,}1 = 10\%$$

حساب الاستهلاك الأول

لدينا:

$$M_2.t = 1923{,}8$$
$$\Rightarrow M_2 = \frac{1923{,}8}{t} = \frac{1923{,}8}{0{,}1} = 19238 \text{DA}$$
$$\Rightarrow M_1(1+t) = 19238$$
$$\Rightarrow M_1(1{,}1) = 19238$$
$$\Rightarrow M_1 = \frac{19238}{1{,}1} = 17489{,}09$$

حساب القسط الثابت

$$a = I_i + M_i$$
$$\Rightarrow a = I_2 + M_2$$
$$\Rightarrow a = 19238 + 18251{,}1$$
$$\Rightarrow a = 37489{,}1\ DA$$

حساب أصل القرض

$$C_1 = C_0 - M_1$$
$$\Rightarrow C_0 = C_1 + M_1$$
$$\Rightarrow C_0 = 182511 + 17489{,}09$$
$$\Rightarrow C_0 = 200000\ DA$$

كتابة السطر الأخير من جدول الاستهلاك

في السطر الأخير من جدول الاستهلاك يكون رأس المال المتبقي في نهاية السنة الثامنة، بعد تسديد القسط الأخير يُساوي الصفر (0) أي أن:

$$\mathrm{C}_8 = 0 \Rightarrow \mathrm{C}_7 = \mathrm{M}_8$$
$$M_8 = M_1.(1+t)^7$$
$$\Rightarrow M_8 = 17489{,}09.(1{,}1)^7$$
$$\Rightarrow M_8 = 34081{,}29\ DA = \mathrm{C}_7$$
$$I_8 = C_7.t$$
$$\Rightarrow I_8 = 34081{,}29 * 0{,}1 = 3408{,}13\ DA$$

الوحدة الزمنية	الأصل في بداية	الفائدة المستحقة	الدفعة أو القسط	الاستهلاك	الرصيد المتبقي من

(المدة)	كل فترة	في نهاية كل فترة	السنوي		الأصل في آخر الفترة
1	....	....	....	....	....
2	....	....	....	....	....
3	....	....	....	....	....
4	....	....	....	....	....
5	....	....	....	....	....
6	....	....	....	....	....
7	....	....	....	....	....
8	**34081,29**	**3408,13**	**37489,1**	**34081,29**	**0,00**

التمرين التاسع عشر

$$\begin{cases} C_3 = 535674{,}26 DA \\ C_4 = 365553{,}12\ DA \\ C_5 = 187130{,}07\ DA \end{cases}$$

ماذا تمثل الفروق التالية: $(\boldsymbol{C_3} - \boldsymbol{C_4})$ و $(\boldsymbol{C_4} - \boldsymbol{C_5})$

$$C_4 = C_3 - M_4 \Rightarrow M_4 = C_3 - C_4$$

إذن الفرق $(C_3 - C_4)$ يُمثل الاستهلاك الرابع.

$$C_5 = C_4 - M_5 \Rightarrow M_5 = C_4 - C_5$$

إذن الفرق $(C_4 - C_5)$يُمثل الاستهلاك الخامس.

حساب معدل القرض

$$M_4 = C_3 - C_4$$
$$\Rightarrow M_4 = 535674{,}26 - 365553{,}12$$
$$\Rightarrow M_4 = 170121{,}14\ DA$$
$$M_5 = C_4 - C_5$$
$$\Rightarrow M_5 = 365553{,}12 - 187130{,}07$$
$$\Rightarrow M_5 = 178423{,}05\ DA$$
$$M_5 = M_4(1+t)$$
$$\Rightarrow 1 + t = \frac{M_5}{M_4}$$
$$\Rightarrow 1 + t = \frac{178423{,}05}{170121{,}14}$$
$$\Rightarrow 1 + t = 1{,}0488$$
$$\Rightarrow t = 0{,}0488 = 4{,}88\%$$

حساب قيمة الدفعة

$$a = I_i + M_i$$

$$\Rightarrow a = I_4 + M_4$$
$$I_4 = C_3.t$$
$$\Rightarrow I_4 = 535674{,}26 * 0{,}0488$$
$$\Rightarrow I_4 = 26140{,}90\ DA$$
$$\Rightarrow a = 26140{,}90 + 170121{,}14$$
$$\Rightarrow a = 196262{,}04\ DA$$

التمرين العشرون

$$\begin{cases} n = 6 \\ a = 20336{,}30\ DA \\ M_6 = 19185\ DA \end{cases}$$

حساب معدل الفائدة

$$a = M_n(1+t)$$
$$\Rightarrow a = M_6(1+t)$$
$$\Rightarrow (1+t) = \frac{a}{M_6}$$
$$\Rightarrow (1+t) = \frac{20336{,}30}{19185}$$
$$\Rightarrow (1+t) = 1{,}06$$
$$\Rightarrow t = 0{,}06 = 6\%$$

حساب معدل القرض

$$C_0 = a.\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}$$
$$\Rightarrow C_0 = 20336{,}30.\frac{1-(1{,}06)^{-6}}{0{,}06}$$
$$\Rightarrow C_0 = 100000\ DA$$

اعداد جدول الاستهلاك

$$I_1 = C_0.t$$
$$\Rightarrow I_1 = 100000 * 0{,}06$$
$$\Rightarrow I_1 = 6000\ DA$$
$$a = I_1 + M_1$$
$$\Rightarrow M_1 = a - I_1$$
$$\Rightarrow M_1 = 20336{,}30 - 6000$$
$$\Rightarrow M_1 = 14336.30\ DA$$
$$C_1 = C_0 - M_1$$
$$\Rightarrow C_1 = 100000 - 14336.30$$
$$\Rightarrow C_1 = 85663{,}70\ DA$$
$$I_2 = C_1.t$$

$\Rightarrow I_2 = 85663{,}70 * 0{,}06$

$\Rightarrow I_2 = 5139{,}82\ DA$

$a = I_2 + M_2$

$\Rightarrow M_2 = a - I_2$

$\Rightarrow M_2 = 20336{,}30 - 5139{,}82$

$\Rightarrow M_2 = 15196{,}48\ DA$

$C_2 = C_1 - M_2$

$\Rightarrow C_2 = 85663{,}70 - 15196{,}48$

$\Rightarrow C_2 = 70467{,}22\ DA$

$I_3 = C_2 . t$

$\Rightarrow I_3 = 70467{,}22 * 0{,}06$

$\Rightarrow I_3 = 4228{,}03$

$a = I_3 + M_3$

$\Rightarrow M_3 = a - I_3$

$\Rightarrow M_3 = 20336{,}30 - 4228{,}03$

$\Rightarrow M_3 = 16108{,}27\ DA$

$C_3 = C_2 - M_3$

$\Rightarrow C_3 = 70467{,}22 - 16108{,}27$

$\Rightarrow C_3 = 54358{,}95\ DA$

$I_4 = C_3 . t$

$\Rightarrow I_4 = 54358{,}95 * 0{,}06$

$\Rightarrow I_4 = 3261{,}54$

$a = I_4 + M_4$

$\Rightarrow M_4 = a - I_4$

$\Rightarrow M_4 = 20336{,}30 - 3261{,}54$

$\Rightarrow M_4 = 17074{,}76\ DA$

$C_4 = C_3 - M_4$

$\Rightarrow C_4 = 54358{,}95 - 17074{,}76$

$\Rightarrow C_4 = 37284{,}19\ DA$

$I_5 = C_4 . t$

$\Rightarrow I_5 = 37284{,}19 * 0{,}06$

$\Rightarrow I_5 = 2237{,}05$

$a = I_5 + M_5$

$\Rightarrow M_5 = a - I_5$

$\Rightarrow M_5 = 20336{,}30 - 2237{,}05$

$\Rightarrow M_5 = 18099{,}25\ DA$

$C_5 = C_4 - M_5$

$\Rightarrow C_5 = 37284{,}19 - 18099{,}25$

$\Rightarrow C_5 = 19184{,}94\ DA$

$I_6 = C_5.t$

⇨$I_6 = 19184{,}94 \ * 0{,}06$

⇨$I_6 = 1151{,}09$

$a = \ I_6 + M_6$

⇨$M_6 = a - \ I_6$

⇨$M_6 = 20336{,}30 - 1151{,}09$

⇨$M_6 = 19184{,}94 \ DA$

$C_6 = C_5 - M_6$

⇨$C_6 = 19184{,}94 \quad - 19184{,}94$

⇨$C_6 = 0{,}00 \ DA$

الوحدة الزمنية (المدة)	الأصل في بداية كل فترة	الفائدة المستحقة في نهاية كل فترة	الدفعة أو القسط السنوي	الاستهلاك	الرصيد المتبقي من الأصل في آخر الفترة
1	100000	6000	20336,30	14336.30	85663,70
2	85663,70	5139,82	20336,30	15196,48	70467,22
3	70467,22	4228,03	20336,30	16108,27	54358,95
4	54358,95	3261,54	20336,30	17074,76	37284,19
5	37284,19	2237,05	20336,30	18099,25	19184,94
6	19184,94	1151,09	20336,30	19184,94	0,00

قائمــة المراجع

- إبراهيم علي إبراهيم عبد ربه، **رياضيات التمويل والاستثمار**، الطبعة الأولى، دار المطبوعات الجامعية، الإسكندرية، مصر، 2015؛
- خالد أحمد فرحان المشهداني، عباس خضير الجنابي، **الرياضيات المالية**، دار الأيام للنشر والتوزيع، عمان، 2013.
- سعيد، د. عبد السلام لفته، **الرياضيات المالية للعمليات قصيرة الأجل**، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد، بغداد، 2005؛
- شقيري موسى نوري وآخرون، **الرياضيات المالية**، الطبعة الأولى، دار أهل المعرفة، الجزائر، 2016؛
- علي محمد عكاشة، **الرياضيات المالية**، دار الرضا للنشر والتوزيع، القاهرة، مصر، 2009؛
- مناضل الجواري، **مقدمة في الرياضيات المالية**، دار اليازوري العلمية للنشر والتوزيع، 2018؛
- منصور بن عوف عبد الكريم، **مدخل إلى الرياضيات المالية**، الطبعة الرابعة، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2006، معسكر، الجزائر؛
- المؤمني، غازي فلاح، **مبادئ الرياضيات المالية**، عمان، الأردن، 1992؛
- ناصر دادي عدون، **الرياضيات المالية**، الجزء الأول، دار المحمدية، الجزائر، 2010؛
- BENJAMIN Legros, Mini manuel de mathématiques financière, Dunod, paris, 2011.
- DIOURI Mohamed, ELMARHOUM Adil, Mathématiques financières, cours & exercices corrigés, centre de recherche en gestion de l'IGA, les éditions TOUBKAL, 2008.
- HAMINI Allal, Mathématiques financières, Office des publications universitaires, 3ème édition, tome 1, 2006.

الملاحق

الجدول المالي رقم (1): لإيجاد الجملة المركبة

الصيغة العامة: $(1+t)^n$

12%	11%	10%	9%	8%	7%	6%	5%	4%	3%	2%	1%	
1,1200	1,1100	1,1000	1,0900	1,0800	1,0700	1,0600	1,0500	1,0400	1,0300	1,0200	1,0100	**1**
1,2544	1,2321	1,2100	1,1881	1,1664	1,1449	1,1236	1,1025	1,0816	1,0609	1,0404	1,0201	**2**
1,4049	1,3676	1,3310	1,2950	1,2597	1,2250	1,1910	1,1576	1,1249	1,0927	1,0612	1,0303	**3**
1,5735	1,5181	1,4641	1,4116	1,3605	1,3108	1,2625	1,2155	1,1699	1,1255	1,0824	1,0406	**4**
1,7623	1,6851	1,6105	1,5386	1,4693	1,4026	1,3382	1,2763	1,2167	1,1593	1,1041	1,0510	**5**
1,9738	1,8704	1,7716	1,6771	1,5869	1,5007	1,4185	1,3401	1,2653	1,1941	1,1262	1,0615	**6**
2,2107	2,0762	1,9487	1,8280	1,7138	1,6058	1,5036	1,4071	1,3159	1,2299	1,1487	1,0721	**7**
2,4760	2,3045	2,1436	1,9926	1,8509	1,7182	1,5938	1,4775	1,3686	1,2668	1,1717	1,0829	**8**
2,7731	2,5580	2,3579	2,1719	1,9990	1,8385	1,6895	1,5513	1,4233	1,3048	1,1951	1,0937	**9**
3,1058	2,8394	2,5937	2,3674	2,1589	1,9672	**1,7908**	1,6289	1,4802	1,3439	1,2190	1,1046	**10**
3,4785	3,1518	2,8531	2,5804	2,3316	2,1049	1,8983	1,7103	1,5395	1,3842	1,2434	1,1157	**11**
3,8960	3,4985	3,1384	2,8127	2,5182	2,2522	2,0122	1,7959	1,6010	1,4258	1,2682	1,1268	**12**
4,3635	3,8833	3,4523	3,0658	2,7196	2,4098	2,1329	1,8856	1,6651	1,4685	1,2936	1,1381	**13**
4,8871	4,3104	3,7975	3,3417	2,9372	2,5785	2,2609	1,9799	1,7317	1,5126	1,3195	1,1495	**14**
5,4736	4,7846	4,1772	3,6425	3,1722	2,7590	2,3966	2,0789	1,8009	1,5580	1,3459	1,1610	**15**
6,1304	5,3109	4,5950	3,9703	3,4259	2,9522	2,5404	2,1829	1,8730	1,6047	1,3728	1,1726	**16**
6,8660	5,8951	5,0545	4,3276	3,7000	3,1588	2,6928	2,2920	1,9479	1,6528	1,4002	1,1843	**17**
7,6900	6,5436	5,5599	4,7171	3,9960	3,3799	2,8543	2,4066	2,0258	1,7024	1,4282	1,1961	**18**
8,6128	7,2633	6,1159	5,1417	4,3157	3,6165	3,0256	2,5270	2,1068	1,7535	1,4568	1,2081	**19**
9,6463	8,0623	6,7275	5,6044	4,6610	3,8697	3,2071	2,6533	2,1911	1,8061	1,4859	1,2202	**20**
10,8038	8,9492	7,4002	6,1088	5,0338	4,1406	3,3996	2,7860	2,2788	1,8603	1,5157	1,2324	**21**
12,1003	9,9336	8,1403	6,6586	5,4365	4,4304	3,6035	2,9253	2,3699	1,9161	1,5460	1,2447	**22**
13,5523	11,0263	8,9543	7,2579	5,8715	4,7405	3,8197	3,0715	2,4647	1,9736	1,5769	1,2572	**23**
15,1786	12,2392	9,8497	7,9111	6,3412	5,0724	4,0489	3,2251	2,5633	2,0328	1,6084	1,2697	**24**
17,0001	13,5855	10,8347	8,6231	6,8485	5,4274	4,2919	3,3864	2,6658	2,0938	1,6406	1,2824	**25**
19,0401	15,0799	11,9182	9,3992	7,3964	5,8074	4,5494	3,5557	2,7725	2,1566	1,6734	1,2953	**26**
21,3249	16,7386	13,1100	10,2451	7,9881	6,2139	4,8223	3,7335	2,8834	2,2213	1,7069	1,3082	**27**
23,8839	18,5799	14,4210	11,1671	8,6271	6,6488	5,1117	3,9201	2,9987	2,2879	1,7410	1,3213	**28**
26,7499	20,6237	15,8631	12,1722	9,3173	7,1143	5,4184	4,1161	3,1187	2,3566	1,7758	1,3345	**29**
29,9599	22,8923	17,4494	13,2677	10,0627	7,6123	5,7435	4,3219	3,2434	2,4273	1,8114	1,3478	**30**
33,5551	25,4104	19,1943	14,4618	10,8677	8,1451	6,0881	4,5380	3,3731	2,5001	1,8476	1,3613	**31**
37,5817	28,2056	21,1138	15,7633	11,7371	8,7153	6,4534	4,7649	3,5081	2,5751	1,8845	1,3749	**32**
42,0915	31,3082	23,2252	17,1820	12,6760	9,3253	6,8406	5,0032	3,6484	2,6523	1,9222	1,3887	**33**
47,1425	34,7521	25,5477	18,7284	13,6901	9,9781	7,2510	5,2533	3,7943	2,7319	1,9607	1,4026	**34**
52,7996	38,5749	28,1024	20,4140	14,7853	10,6766	7,6861	5,5160	3,9461	2,8139	1,9999	1,4166	**35**
59,1356	42,8181	30,9127	22,2512	15,9682	11,4239	8,1473	5,7918	4,1039	2,8983	2,0399	1,4308	**36**
66,2318	47,5281	34,0039	24,2538	17,2456	12,2236	8,6361	6,0814	4,2681	2,9852	2,0807	1,4451	**37**
74,1797	52,7562	37,4043	26,4367	18,6253	13,0793	9,1543	6,3855	4,4388	3,0748	2,1223	1,4595	**38**
83,0812	58,5593	41,1448	28,8160	20,1153	13,9948	9,7035	6,7048	4,6164	3,1670	2,1647	1,4741	**39**
93,0510	65,0009	45,2593	31,4094	21,7245	14,9745	10,2857	7,0400	4,8010	3,2620	2,2080	1,4889	**40**

الجدول المالي رقم (2): لإيجاد المبلغ (القيمة الحالية)

الصيغة العامة: $(1+t)^{-n}$ أو $\frac{1}{(1+t)^n}$

12%	11%	10%	9%	8%	7%	6%	5%	4%	3%	2%	1%	
0,8929	0,9009	0,9091	0,9174	0,9259	0,9346	0,9434	0,9524	0,9615	0,9709	0,9804	0,9901	**1**
1,6901	1,7125	1,7355	1,7591	1,7833	1,8080	1,8334	1,8594	1,8861	1,9135	1,9416	1,9704	**2**
2,4018	2,4437	2,4869	2,5313	2,5771	2,6243	2,6730	2,7232	2,7751	2,8286	2,8839	2,9410	**3**
3,0373	3,1024	3,1699	3,2397	3,3121	3,3872	3,4651	3,5460	3,6299	3,7171	3,8077	3,9020	**4**
3,6048	3,6959	3,7908	3,8897	3,9927	4,1002	4,2124	4,3295	4,4518	4,5797	4,7135	4,8534	**5**
4,1114	4,2305	4,3553	4,4859	4,6229	4,7665	4,9173	5,0757	5,2421	5,4172	5,6014	5,7955	**6**
4,5638	4,7122	4,8684	5,0330	5,2064	5,3893	5,5824	5,7864	6,0021	6,2303	6,4720	6,7282	**7**
4,9676	5,1461	5,3349	5,5348	5,7466	5,9713	6,2098	6,4632	6,7327	7,0197	7,3255	7,6517	**8**
5,3282	5,5370	5,7590	5,9952	6,2469	6,5152	6,8017	7,1078	7,4353	7,7861	8,1622	8,5660	**9**
5,6502	5,8892	6,1446	6,4177	6,7101	7,0236	7,3601	7,7217	8,1109	8,5302	8,9826	9,4713	**10**
5,9377	6,2065	6,4951	6,8052	7,1390	7,4987	7,8869	8,3064	8,7605	9,2526	9,7868	10,3676	**11**
6,1944	6,4924	6,8137	7,1607	7,5361	7,9427	8,3838	8,8633	9,3851	9,9540	10,5753	11,2551	**12**
6,4235	6,7499	7,1034	7,4869	7,9038	8,3577	8,8527	9,3936	9,9856	10,6350	11,3484	12,1337	**13**
6,6282	6,9819	7,3667	7,7862	8,2442	8,7455	9,2950	9,8986	10,5631	11,2961	12,1062	13,0037	**14**
6,8109	7,1909	7,6061	8,0607	8,5595	9,1079	9,7122	10,3797	11,1184	11,9379	12,8493	13,8651	**15**
6,9740	7,3792	7,8237	8,3126	8,8514	9,4466	10,1059	10,8378	11,6523	12,5611	13,5777	14,7179	**16**
7,1196	7,5488	8,0216	8,5436	9,1216	9,7632	10,4773	11,2741	12,1657	13,1661	14,2919	15,5623	**17**
7,2497	7,7016	8,2014	8,7556	9,3719	10,0591	10,8276	11,6896	12,6593	13,7535	14,9920	16,3983	**18**
7,3658	7,8393	8,3649	8,9501	9,6036	10,3356	11,1581	12,0853	13,1339	14,3238	15,6785	17,2260	**19**
7,4694	7,9633	8,5136	9,1285	9,8181	10,5940	11,4699	12,4622	**13,5903**	14,8775	16,3514	18,0456	**20**
7,5620	8,0751	8,6487	9,2922	10,0168	10,8355	11,7641	12,8212	14,0292	15,4150	17,0112	18,8570	**21**
7,6446	8,1757	8,7715	9,4424	10,2007	11,0612	12,0416	13,1630	14,4511	15,9369	17,6580	19,6604	**22**
7,7184	8,2664	8,8832	9,5802	10,3711	11,2722	12,3034	13,4886	14,8568	16,4436	18,2922	20,4558	**23**
7,7843	8,3481	8,9847	9,7066	10,5288	11,4693	12,5504	13,7986	15,2470	16,9355	18,9139	21,2434	**24**
7,8431	8,4217	9,0770	9,8226	10,6748	11,6536	12,7834	14,0939	15,6221	17,4131	19,5235	22,0232	**25**
7,8957	8,4881	9,1609	9,9290	10,8100	11,8258	13,0032	14,3752	15,9828	17,8768	20,1210	22,7952	**26**
7,9426	8,5478	9,2372	10,0266	10,9352	11,9867	13,2105	14,6430	16,3296	18,3270	20,7069	23,5596	**27**
7,9844	8,6016	9,3066	10,1161	11,0511	12,1371	13,4062	14,8981	16,6631	18,7641	21,2813	24,3164	**28**
8,0218	8,6501	9,3696	10,1983	11,1584	12,2777	13,5907	15,1411	16,9837	19,1885	21,8444	25,0658	**29**
8,0552	8,6938	9,4269	10,2737	11,2578	12,4090	13,7648	15,3725	17,2920	19,6004	22,3965	25,8077	**30**
8,0850	8,7331	9,4790	10,3428	11,3498	12,5318	13,9291	15,5928	17,5885	20,0004	22,9377	26,5423	**31**
8,1116	8,7686	9,5264	10,4062	11,4350	12,6466	14,0840	15,8027	17,8736	20,3888	23,4683	27,2696	**32**
8,1354	8,8005	9,5694	10,4644	11,5139	12,7538	14,2302	16,0025	18,1476	20,7658	23,9886	27,9897	**33**
8,1566	8,8293	9,6086	10,5178	11,5869	12,8540	14,3681	16,1929	18,4112	21,1318	24,4986	28,7027	**34**
8,1755	8,8552	9,6442	10,5668	11,6546	12,9477	14,4982	16,3742	18,6646	21,4872	24,9986	29,4086	**35**
8,1924	8,8786	9,6765	10,6118	11,7172	13,0352	14,6210	16,5469	18,9083	21,8323	25,4888	30,1075	**36**
8,2075	8,8996	9,7059	10,6530	11,7752	13,1170	14,7368	16,7113	19,1426	22,1672	25,9695	30,7995	**37**
8,2210	8,9186	9,7327	10,6908	11,8289	13,1935	14,8460	16,8679	19,3679	22,4925	26,4406	31,4847	**38**
8,2330	8,9357	9,7570	10,7255	11,8786	13,2649	14,9491	17,0170	19,5845	22,8082	26,9026	32,1630	**39**
8,2438	8,9511	9,7791	10,7574	11,9246	13,3317	15,0463	17,1591	19,7928	23,1148	27,3555	32,8347	**40**

الجدول المالي رقم (3): لإيجاد الجملة المركبة لدفعات تدفع في نهاية كل وحدة زمنية

الصيغة العامة: $\frac{(1+t)^n-1}{t}$

12%	11%	10%	9%	8%	7%	6%	5%	4%	3%	2%	1%	
1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	**1**
2,120	2,110	2,100	2,090	2,080	2,070	2,060	2,050	2,040	2,030	2,020	2,010	**2**
3,374	3,342	3,310	3,278	3,246	3,215	3,184	3,153	3,122	3,091	3,060	3,030	**3**
4,779	4,710	4,641	4,573	4,506	4,440	4,375	4,310	4,246	4,184	4,122	4,060	**4**
6,353	6,228	6,105	5,985	5,867	5,751	5,637	5,526	5,416	5,309	5,204	5,101	**5**
8,115	7,913	7,716	7,523	7,336	7,153	6,975	6,802	6,633	6,468	6,308	6,152	**6**
10,089	9,783	9,487	9,200	8,923	8,654	8,394	8,142	7,898	7,662	7,434	7,214	**7**
12,300	11,859	11,436	11,028	10,637	10,260	9,897	9,549	9,214	8,892	8,583	8,286	**8**
14,776	14,164	13,579	13,021	12,488	11,978	11,491	11,027	10,583	10,159	9,755	9,369	**9**
17,549	16,722	15,937	15,193	14,487	13,816	13,181	12,578	12,006	11,464	10,950	10,462	**10**
20,655	19,561	18,531	17,560	16,645	15,784	14,972	14,207	13,486	12,808	12,169	11,567	**11**
24,133	22,713	21,384	20,141	18,977	17,888	16,870	15,917	15,026	14,192	13,412	12,683	**12**
28,029	26,212	24,523	22,953	21,495	20,141	18,882	17,713	16,627	15,618	14,680	13,809	**13**
32,393	30,095	27,975	26,019	24,215	22,550	21,015	19,599	18,292	17,086	15,974	14,947	**14**
37,280	34,405	31,772	29,361	27,152	25,129	23,276	21,579	20,024	18,599	17,293	16,097	**15**
42,753	39,190	35,950	33,003	30,324	27,888	25,673	23,657	21,825	20,157	18,639	17,258	**16**
48,884	44,501	40,545	**36,974**	33,750	30,840	28,213	25,840	23,698	21,762	20,012	18,430	**17**
55,750	50,396	45,599	41,301	37,450	33,999	30,906	28,132	25,645	23,414	21,412	19,615	**18**
63,440	56,939	51,159	46,018	41,446	37,379	33,760	30,539	27,671	25,117	22,841	20,811	**19**
72,052	64,203	57,275	51,160	45,762	40,995	36,786	33,066	29,778	26,870	24,297	22,019	**20**
81,699	72,265	64,002	56,765	50,423	44,865	39,993	35,719	31,969	28,676	25,783	23,239	**21**
92,503	81,214	71,403	62,873	55,457	49,006	43,392	38,505	34,248	30,537	27,299	24,472	**22**
104,603	91,148	79,543	69,532	60,893	53,436	46,996	41,430	36,618	32,453	28,845	25,716	**23**
118,155	102,174	88,497	76,790	66,765	58,177	50,816	44,502	39,083	34,426	30,422	26,973	**24**
133,334	114,413	98,347	84,701	73,106	63,249	54,865	47,727	41,646	36,459	32,030	28,243	**25**
150,334	127,999	109,182	93,324	79,954	68,676	59,156	51,113	44,312	38,553	33,671	29,526	**26**
169,374	143,079	121,100	102,723	87,351	74,484	63,706	54,669	47,084	40,710	35,344	30,821	**27**
190,699	159,817	134,210	112,968	95,339	80,698	68,528	58,403	49,968	42,931	37,051	32,129	**28**
214,583	178,397	148,631	124,135	103,966	87,347	73,640	62,323	52,966	45,219	38,792	33,450	**29**
241,333	199,021	164,494	136,308	113,283	94,461	79,058	66,439	56,085	47,575	40,568	34,785	**30**
271,293	221,913	181,943	149,575	123,346	102,073	84,802	70,761	59,328	50,003	42,379	36,133	**31**
304,848	247,324	201,138	164,037	134,214	110,218	90,890	75,299	62,701	52,503	44,227	37,494	**32**
342,429	275,529	222,252	179,800	145,951	118,933	97,343	80,064	66,210	55,078	46,112	38,869	**33**
384,521	306,837	245,477	196,982	158,627	128,259	104,184	85,067	69,858	57,730	48,034	40,258	**34**
431,663	341,590	271,024	215,711	172,317	138,237	111,435	90,320	73,652	60,462	49,994	41,660	**35**
484,463	380,164	299,127	236,125	187,102	148,913	119,121	95,836	77,598	63,276	51,994	43,077	**36**
543,599	422,982	330,039	258,376	203,070	160,337	127,268	101,628	81,702	66,174	54,034	44,508	**37**
609,831	470,511	364,043	282,630	220,316	172,561	135,904	107,710	85,970	69,159	56,115	45,953	**38**
684,010	523,267	401,448	309,066	238,941	185,640	145,058	114,095	90,409	72,234	58,237	47,412	**39**
767,091	581,826	442,593	337,882	259,057	199,635	154,762	120,800	95,026	75,401	60,402	48,886	**40**

الجدول المالي رقم (4): لإيجاد القيمة الحالية لعدد من الأقساط في نهاية كل وحدة زمن (عادة سنة)

الصيغة العامة: $\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}$

12%	11%	10%	9%	8%	7%	6%	5%	4%	3%	2%	1%	
0,8929	0,9009	0,9091	0,9174	0,9259	0,9346	0,9434	0,9524	0,9615	0,9709	0,9804	0,9901	**1**
1,6901	1,7125	1,7355	1,7591	1,7833	1,8080	1,8334	1,8594	1,8861	1,9135	1,9416	1,9704	**2**
2,4018	2,4437	2,4869	2,5313	2,5771	2,6243	2,6730	2,7232	2,7751	2,8286	2,8839	2,9410	**3**
3,0373	3,1024	3,1699	3,2397	3,3121	3,3872	3,4651	3,5460	3,6299	3,7171	3,8077	3,9020	**4**
3,6048	3,6959	3,7908	3,8897	3,9927	4,1002	4,2124	4,3295	4,4518	4,5797	4,7135	4,8534	**5**
4,1114	4,2305	4,3553	4,4859	4,6229	4,7665	4,9173	5,0757	5,2421	5,4172	5,6014	5,7955	**6**
4,5638	4,7122	4,8684	5,0330	5,2064	5,3893	5,5824	5,7864	6,0021	6,2303	6,4720	6,7282	**7**
4,9676	5,1461	5,3349	5,5348	5,7466	5,9713	6,2098	6,4632	6,7327	7,0197	7,3255	7,6517	**8**
5,3282	5,5370	5,7590	5,9952	6,2469	**6,5152**	6,8017	7,1078	7,4353	7,7861	8,1622	8,5660	**9**
5,6502	5,8892	6,1446	6,4177	6,7101	7,0236	7,3601	7,7217	8,1109	8,5302	8,9826	9,4713	**10**
5,9377	6,2065	6,4951	6,8052	7,1390	7,4987	7,8869	8,3064	8,7605	9,2526	9,7868	10,3676	**11**
6,1944	6,4924	6,8137	7,1607	7,5361	7,9427	8,3838	8,8633	9,3851	9,9540	10,5753	11,2551	**12**
6,4235	6,7499	7,1034	7,4869	7,9038	8,3577	8,8527	9,3936	9,9856	10,6350	11,3484	12,1337	**13**
6,6282	6,9819	7,3667	7,7862	8,2442	8,7455	9,2950	9,8986	10,5631	11,2961	12,1062	13,0037	**14**
6,8109	7,1909	7,6061	8,0607	8,5595	9,1079	9,7122	10,3797	11,1184	11,9379	12,8493	13,8651	**15**
6,9740	7,3792	7,8237	8,3126	8,8514	9,4466	10,1059	10,8378	11,6523	12,5611	13,5777	14,7179	**16**
7,1196	7,5488	8,0216	8,5436	9,1216	9,7632	10,4773	11,2741	12,1657	13,1661	14,2919	15,5623	**17**
7,2497	7,7016	8,2014	8,7556	9,3719	10,0591	10,8276	11,6896	12,6593	13,7535	14,9920	16,3983	**18**
7,3658	7,8393	8,3649	8,9501	9,6036	10,3356	11,1581	12,0853	13,1339	14,3238	15,6785	17,2260	**19**
7,4694	7,9633	8,5136	9,1285	9,8181	10,5940	11,4699	12,4622	13,5903	14,8775	16,3514	18,0456	**20**
7,5620	8,0751	8,6487	9,2922	10,0168	10,8355	11,7641	12,8212	14,0292	15,4150	17,0112	18,8570	**21**
7,6446	8,1757	8,7715	9,4424	10,2007	11,0612	12,0416	13,1630	14,4511	15,9369	17,6580	19,6604	**22**
7,7184	8,2664	8,8832	9,5802	10,3711	11,2722	12,3034	13,4886	14,8568	16,4436	18,2922	20,4558	**23**
7,7843	8,3481	8,9847	9,7066	10,5288	11,4693	12,5504	13,7986	15,2470	16,9355	18,9139	21,2434	**24**
7,8431	8,4217	9,0770	9,8226	10,6748	11,6536	12,7834	14,0939	15,6221	17,4131	19,5235	22,0232	**25**
7,8957	8,4881	9,1609	9,9290	10,8100	11,8258	13,0032	14,3752	15,9828	17,8768	20,1210	22,7952	**26**
7,9426	8,5478	9,2372	10,0266	10,9352	11,9867	13,2105	14,6430	16,3296	18,3270	20,7069	23,5596	**27**
7,9844	8,6016	9,3066	10,1161	11,0511	12,1371	13,4062	14,8981	16,6631	18,7641	21,2813	24,3164	**28**
8,0218	8,6501	9,3696	10,1983	11,1584	12,2777	13,5907	15,1411	16,9837	19,1885	21,8444	25,0658	**29**
8,0552	8,6938	9,4269	10,2737	11,2578	12,4090	13,7648	15,3725	17,2920	19,6004	22,3965	25,8077	**30**
8,0850	8,7331	9,4790	10,3428	11,3498	12,5318	13,9291	15,5928	17,5885	20,0004	22,9377	26,5423	**31**
8,1116	8,7686	9,5264	10,4062	11,4350	12,6466	14,0840	15,8027	17,8736	20,3888	23,4683	27,2696	**32**
8,1354	8,8005	9,5694	10,4644	11,5139	12,7538	14,2302	16,0025	18,1476	20,7658	23,9886	27,9897	**33**
8,1566	8,8293	9,6086	10,5178	11,5869	12,8540	14,3681	16,1929	18,4112	21,1318	24,4986	28,7027	**34**
8,1755	8,8552	9,6442	10,5668	11,6546	12,9477	14,4982	16,3742	18,6646	21,4872	24,9986	29,4086	**35**
8,1924	8,8786	9,6765	10,6118	11,7172	13,0352	14,6210	16,5469	18,9083	21,8323	25,4888	30,1075	**36**
8,2075	8,8996	9,7059	10,6530	11,7752	13,1170	14,7368	16,7113	19,1426	22,1672	25,9695	30,7995	**37**
8,2210	8,9186	9,7327	10,6908	11,8289	13,1935	14,8460	16,8679	19,3679	22,4925	26,4406	31,4847	**38**
8,2330	8,9357	9,7570	10,7255	11,8786	13,2649	14,9491	17,0170	19,5845	22,8082	26,9026	32,1630	**39**
8,2438	8,9511	9,7791	10,7574	11,9246	13,3317	15,0463	17,1591	19,7928	23,1148	27,3555	32,8347	**40**

.

تم بحمـد

الله وتوفيقه